

Diplomarbeit

Spektroskopie gemischter Ionenkristalle

vorgelegt von:

Stefan Ulm

zur Erlangung des akademischen Grades

Diplom Physiker

2. Juli 2010

Hauptberichter:

Prof. Dr. Ferdinand Schmidt-Kaler

Mitberichter:

Prof. Dr. Tommaso Calarco



Inhaltsverzeichnis

Abstract	4
Zusammenfassung	5
1 Motivation	7
2 Fallenaufbau	15
2.1 Paulfalle	15
2.2 Beobachtung der Ionen	21
3 Fallenfrequenzmessung	25
3.1 Direkte Messung	25
3.2 Vergleich mit Fallensimulation	27
4 Spektroskopie gemischter Kristalle	29
4.1 Verfahren zur Bestimmung der Ionen	29
4.2 Messung der Masse von dunklen Ionen	31
5 Rückkopplungsgeregelte Operationen mit linearen Ionenkristallen	33
5.1 Fluoreszenzdetektion von Ionen	33
5.2 Positionsbestimmung der Ionen	37
5.3 Positionsregelung	39
5.4 Trennen von Ionenkristallen	43
5.5 Automatisches Trennen und Wiedervereinen von Ionenkristallen	48
6 Stehwellenspektroskopie der Ionenwellenfunktion	51
7 Ausblick und Zusammenfassung	55
A Autokompensation	65
A.1 Mathematica Code	66
B Gaußfit	73
B.1 Mathematica Code	74
C Wissenschaftliche Publikation	79
C.1 Journal of the Optical Society of America B	80
Eidesstattliche Erklärung	97

Abstract

In my diploma thesis, I worked on a range of topics including the spectroscopy of mixed ion crystals, transport and splitting operations of linear ion crystals, as well as a setup for a future experiment for the measurement of an ion wavefunction. This was done in close cooperation with Johannes Eble, Peter Zahariev, Georg Jacob, Andreas Kehlberger, Kilian Singer und Ferdinand Schmidt-Kaler.

The tool for these experiments is a segmented linear Paul trap, which can store linear crystals consisting of single ions. By using radiofrequency we can excite collective vibrational modes in the mixed ion crystal. The fact that these oscillations have a mass dependent frequency means that we can determine the participating elements and their isotopes of our mixed ion crystal. Due to the fact that our measurement method is non-destructive and can be evaluated on a real-time basis it constitutes an important foundation for deterministic single ion implantation. We realise the transport operations with linear crystals consisting of $^{40}\text{Ca}^+$ ions by applying complex time-dependent electrical potentials to the trap segments. From the fluorescence of the ions we retrieve the information which we use for the control of the operations. I show that we can separate and reunificate an ion crystal into a previously determined number of ions and are able to move a single ion on the sub-micrometer scale to each desired relative axial trap position. Our control and transport operations are very stable against external disturbances because they do not rely on the precise knowledge of the electric potentials in the trap, which means that experimental errors like patch charges can be compensated. Our algorithms generate automatically learned voltage ramps for the desired processes and can therefore be used for the calibration to perform the same operations faster at a later time without an active control thanks to recorded voltage changes at raised speed. We demonstrate an experimental success rate of 99,8 % for the transport. Hence this technology may support the operations of a future quantum computer based on trapped ions. Relating to our experience in the positioning of ions we have built up a laser configuration allowing us to use a procedure based on STED microscopy to illustrate the wave function of the ion. With a saturated standing wave of 866 nm laser light we image the wavefunction of the ion at its fluorescence. Our system consisting of a segmented Paul trap and the trapped ions is ideal to fulfil this task. Thus the above mentioned transport algorithms can also be used for this type of experiment, because with the current setup the ion must be moved through the standing wave as the standing wave cannot be shifted over the ion.

Zusammenfassung

Im Rahmen meiner Diplomarbeit habe ich mich einerseits mit der Spektroskopie von gemischten Ionenkristallen befasst und andererseits Transport- und Trennoperationen für lineare Ionenkristalle realisiert, sowie einen Aufbau für ein zukünftiges Experiment zur Vermessung der Ionenwellenfunktion aufgebaut. Dies geschah in enger Zusammenarbeit mit Johannes Eble, Peter Zahariev, Georg Jacob, Andreas Kehlberger, Kilian Singer und Ferdinand Schmidt-Kaler.

Das Werkzeug für diese Experimente ist eine segmentierte lineare Paulfalle, die lineare Kristalle einzelner Ionen speichert. Mit Hilfe einer Radiofrequenz können wir axiale Schwingungsquanten in den von uns gefangenen gemischten Ionenkristallen anregen. Diese Schwingungen besitzen eine massenabhängige Frequenz, und so können wir Isotopenselektiv die daran beteiligten Elemente unseres gemischten Ionenkristalls bestimmen. Da unser Messverfahren nicht destruktiv ist und in Echtzeit ausgewertet werden kann, bildet es eine wichtige Grundlage für die deterministische Einzelionen-Implantation. Die Transportoperationen mit linearen Kristallen aus $^{40}\text{Ca}^+$ Ionen realisieren wir durch das Anlegen komplexer zeitabhängiger elektrischer Potentiale an die Fallensegmente. Aus der Fluoreszenz der Ionen erhalten wir die Information, die wir zur Kontrolle der Operationen verwenden. Ich zeige, dass wir mit Hilfe dieser Regelungstechnik einen Ionenkristall in eine vorher festgelegte Anzahl von Ionen trennen und wiedervereinen können und einzelne Ionen an jede gewünschte relative axiale Fallenposition Submikrometer genau bewegen können. Unsere Regelungs- und Transportoperationen sind sehr stabil gegenüber äußeren Störungen, da sie nicht von der genauen Kenntnis der elektrischen Potentiale in der Ionenfalle abhängen, und können deshalb experimentelle Fehler wie Streuladungen ausgleichen. Unsere Algorithmen erzeugen automatisch gelernte Spannungsrampen für die gewünschten Prozesse und können somit zur Kalibrierung genutzt werden, um später dieselben Operationen ohne Regelung dank aufgezeichneter Spannungsänderungen, mit erhöhter Geschwindigkeit durch zu führen. Wir haben für den Transport eine experimentelle Erfolgsrate von 99,8 % zeigen können, darum unterstützt diese Technik vielleicht die Operationen eines zukünftigen, auf Ionen basierenden Quantencomputers. Basierend auf den Erfahrungen in der Positionierung von Ionen haben wir eine Laserkonfiguration aufgebaut, mit deren Hilfe wir ein an die STED-Mikroskopie angelehntes Verfahren verwenden können, um mit einer gesättigten Stehwelle aus Laserlicht bei 866 nm die Wellenfunktion des Ions über dessen Fluoreszenz abzubilden. Unser System aus einer segmentierten Paulfalle und den gefan-

Zusammenfassung

genen Ionen ist dabei ideal, um diese Aufgabe zu erfüllen. Auch hier finden die von uns zuvor entwickelten Transportalgorithmen eine Anwendung, da bei dem aktuellen Aufbau das Ion durch die Stehwelle bewegt werden muss und nicht die Stehwelle über das Ion verschoben werden kann.

1 Motivation

Moderne Quantentechnologien

Die letzten 40 Jahre unserer technischen- und schließlich auch der kulturellen-Entwicklung waren geprägt von Anwendungen moderner Computertechnologien. Jahr für Jahr konnte das Mooresche Gesetz eingehalten und somit die Rechenleistung zum selben Preis verdoppelt werden, was zu atemberaubenden neuen Anwendungen und Möglichkeiten führte. Doch hinter dieser Erfolgsgeschichte stecken immer wieder bahnbrechende Entwicklungen, wie 1981 als in den IBM-Labors in der Schweiz das erste Rastertunnel-Mikroskop entwickelt wurde, mit dem erstmals preiswerte bildgebende Verfahren unterhalb der Beugungsgrenze von sichtbarem Licht zur Verfügung standen. Dies legte den Grundstein für die Zukunft der Nanowissenschaften, in der Objekte in der Größe einzelner Atome erforscht und bearbeitet werden. Die Nanowissenschaft ist wiederum ein elementarer Bestandteil der zukünftigen Halbleiterindustrie, um auch weiterhin die Miniaturisierung, die zur Einhaltung des Mooreschen Gesetzes nötig ist, voranzutreiben. Doch mit der weiteren Miniaturisierung gewinnen quantenmechanische Effekte immer stärker an Bedeutung, daraus ergeben sich nicht nur Nachteile. Bei geschickter Nutzung der Quantengesetze erhält man große Vorteile, so kann man einerseits effizient andere Quantensysteme simulieren, was mit einem normalen Rechner nur unter wesentlich höherem Aufwand zu bewerkstelligen ist, oder sich überhaupt nicht implementieren lässt. Andererseits birgt das einem quantenmechanischen System innewohnende Superpositionsprinzip eine fundamental effizientere Lösung für einige der rechenintensivsten Probleme der Informatik, was unter anderem Peter Shore [Sho99] bei der Faktorisierung großer Primzahlen, Anton Zeilinger bei der Teleportation [Zei09], Charles Bennett und Gilles Brassard mit der Entwicklung der Quantenkryptographie [BB84], sowie Lov Grover [Gro01] oder der Deutsch-Josza-Algorithmus [DJ92] zeigten, und damit die Quanteninformationsverarbeitung in die Welt riefen.

Einzelne Ionen stellen eines der vielversprechendsten Systeme für die Quanteninformationsverarbeitung dar. Bisher wurden Quantenrechnungen mit bis zu acht Ionen erfolgreich demonstriert [HHR⁺05]. Da jedes Ion einem Qubit entspricht, sind die möglichen Berechnungen folglich noch sehr begrenzt. Die Skalierbarkeit der Ionenfallen ist somit eines der

1 Motivation

entscheidendsten Ziele, die noch umgesetzt werden müssen. Die Komplexität der Kontrolle eines Ionenkristalls in einem elektrischen Potential nimmt jedoch rapide mit der Anzahl der darin gefangenen Ionen zu, da mit jedem weiteren Ion zum Beispiel weitere Schwingungsmoden möglich werden. Deshalb ist allein das Fangen größerer Kristalle nicht die optimale Lösung. Denn dies erschwert das Ansprechen der Schwerpunktsschwingungsmoden, welche als Kommunikationskanal zwischen den Ionen dient, die man etwa für Verschränkungsoperationen braucht. Des Weiteren lassen sich Schwingungsmoden in großen Kristallen nicht mehr so effizient kühlen, wenn man nicht entsprechend fortschrittliche Kühlverfahren wie das EIT-Kühlen [MW01] verwendet.

Es ist daher wünschenswert, eine Ionenfalle in unterschiedliche Register zu unterteilen, in denen jeweils nur eine kleine Anzahl an Ionen gefangen ist. Die unterschiedlichen Regionen können dann speziell für Aufgaben wie das Laden von Ionen gestaltet werden oder man hat Regionen in denen die Adressierung eines Ions mit speziellen Laserpulsen durchgeführt werden kann [HRB08, BW08]. Solche Fallendesigns machen hochgradig zuverlässige Methoden zum Transport von Ionen in mikrosegmentierten Fallen [SPZSK08] dringend notwendig. Ein zukünftiger Quantenprozessor benötigt nicht nur den Transport einer vorher festgelegten Anzahl an Ionen zwischen unterschiedlichen Regionen der Falle, sondern muss Kristalle auch trennen können, was in aktuellen Experimenten gezeigt wurde. Die Gruppe um Dave Wineland berichtete vom Transport von einzelnen Ionen in einer linearen Paulfalle und vom symmetrischen Trennen eines Zwei-Ionenkristalls. Dabei haben sie eine Erfolgswahrscheinlichkeit von 95% erreicht [RBKD⁺02]. Neueste Forschungen zeigen den Transport von Ionen durch eine X-förmige Kreuzung [BOV⁺09]. Auch die Theorie der optimalen Steuerung wurde bereits verwendet, um die besten zeitabhängigen Potentialänderungen für schnelle, nichtadiabatische Transporte von Ionen durch die mikrosegmentierte Falle zu berechnen [HDS⁺08]. Erweiterte Berechnungen [RLB⁺06] sind jedoch nötig, um korrekte Ergebnisse zu erhalten. Auf jeden Fall können die theoretisch berechneten Ergebnisse der optimalen Steuerung nicht direkt auf das wirkliche Experiment angewendet werden, da die berechneten Potentiale mit einem Fallenmodell hergeleitet wurden, welches nicht unbedingt die tatsächliche experimentelle Situation widerspiegelt. Herstellungsungenauigkeiten führen dabei zu Abweichungen zwischen dem theoretischen Modell und der wirklichen Fallengeometrie. Streuladungen auf den Oberflächen der Fallenelektroden oder schlimmer noch den Isolationsflächen dazwischen verschlechtern die Situation womöglich noch weiter, da Spannungsänderungen in der Größe von $10 \mu\text{V}$ den Unterschied zwischen einem und keinem gefangenen Ion ausmachen können. Denn mit geringsten Spannungsänderungen befinden sich die Ionen an einem anderem als dem vorherberechneten Platz.

Vergleichbare Probleme können bei neutralen Atomen auftreten, in [KAS⁺01] wurde ein deterministischer Transport durch die Kontrolle der Bewegung einer stehenden Welle in einer Dipolfalle verwirklicht. Ein mit der optimalen Steuerungstheorie berechnetes Schema wurde vorgeschlagen, um die Genauigkeit in einem Kollisionsgatter zu verbessern [GMW⁺09].

Positionierung und Transport mit der Rückkopplungsmethode

Im Verlauf meiner Diplomarbeit war ein Ziel, die meisten Operationsbausteine die für den Betrieb eines Quantenrechners oder auch eines Quantensimulators nötig sind, zu automatisieren. Indem wir für einen Multi-Ionenkristall Kontrollalgorithmen entwickelt haben, um genau die Probleme des Transports der Ionen durch die Falle besser zu lösen, sind wir somit einen Schritt weiter zum skalierbaren Quantencomputer gekommen. Dabei verwenden wir die Information, die wir aus der Beobachtung der Fluoreszenz des Ionenkristalls erhalten, um eine robuste Regelungskontrolle der Fallenpotentiale zu erzeugen. Dank dieser haben wir den Transport von Ionen über 1 mm, das Abspalten von einzelnen Ionen von einem linearen Kristall und die Wiedervereinigung von Kristallen experimentell realisiert. Dies alles war möglich, ohne dass wir im Vorfeld irgendeine genaue Kenntnis, auf Grund komplexer Berechnungen wie man in Abschnitt 1 sieht, über die Potentiale in unserer Falle hatten. Durch die detektierte Ionenposition werden Potentialänderungen im μV Bereich ermittelt und dann automatisch vom Regelungssystem kompensiert. Im Allgemeinen verwendet man in Quanteninformationsexperimenten vergleichbare Regelungstechniken in Situationen wie etwa dem geregelten Kühlen von Ionen [BRW⁺06], sowie der Fehlerkorrektur [CLS⁺04] oder der Teleportation [BCS⁺04, RHR⁺04], da hier jeweils die nächsten Operationen von der Information abhängen, die aus dem Quantensystem selbst ausgelesen wurde.

Bisherige Transportverfahren

Unsere Gruppe verwendete bisher für den axialen Transport von linearen Ionenkristallen durch die Falle [HDS⁺08] aufwendige, im Vorfeld berechnete Potentiale. In Abbildung 1.1 sieht man eine Funktionenschar, die den zeitlichen Verlauf des Fallenpotentials darstellt (abgebildet sind 23 Einzelpotentiale). Zu Beginn befindet sich ganz rechts die ursprüngliche Potentialmulde, die dann im Verlauf des Transportverfahrens nach ganz links überführt wird. Dazu muss für einen reproduzierbaren Transport alle 5 μm ein neues Potential berechnet werden. Nur so kann verhindert werden, dass die Interpolationsschritte zu groß werden und das Ion aufgeheizt wird oder gar verloren geht.

1 Motivation

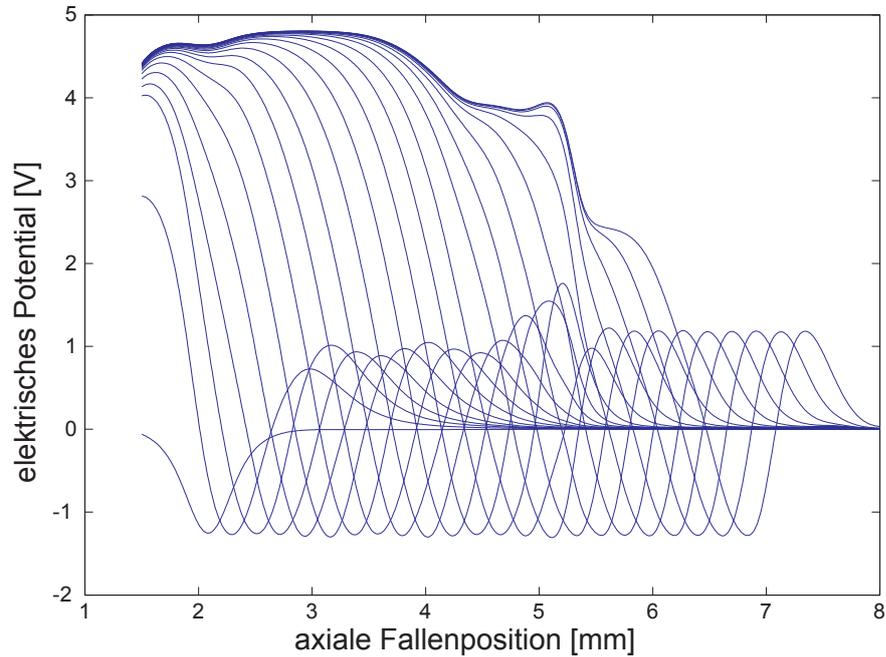


Abbildung 1.1: Potentialformen, die während des Transports verwendet werden. Die Funktionenschar zeigt den zeitlichen Verlauf des Fallenpotentials (abgebildet sind 23 Einzelpotentiale). Die ursprüngliche Potentialmulde sieht man ganz rechts. Diese wird dann im Verlauf des Transportverfahrens nach ganz links überführt. Um grobe Sprünge zu vermeiden wurde alle $5 \mu\text{m}$ ein neues Potential berechnet. Bild entnommen aus [Ziesel08]

Diese Potentialssequenz wird durch komplexe Spannungsrampen an den 32 Fallenelektroden, die in der mikrosegmentierten Paulfalle zur Verfügung stehen, erreicht. Da ein linearer Transport realisiert wurde, stellt die Position entlang der Fallenachse gleichzeitig auch eine Zeitachse dar. Die Spannungsrampen wurden unter Verwendung der Theorie der optimalen Steuerung verbessert, um einen möglichst schnellen und adiabatischen Transport zu gewährleisten. Leider können diese theoretisch berechneten Potentiale nicht direkt auf die Falle angewendet werden, da wie zuvor erklärt starke Abweichungen zur experimentellen Situation vorliegen können. Zum Abschluss jedes Transportes wird die Fluoreszenz der Ionen nur dazu verwendet, um den Erfolg des Transports zu überprüfen. An diesem Punkt setzen unsere neuen Algorithmen an.

Abbildung der Wellenfunktion

Wir sind bereits in der Lage unsere Ionen auf etwa 100 nm genau zu positionieren und sie entlang der Fallachse zu transportieren. Dabei beträgt die Ausdehnung eines dopplergekühlten Ions laut Theorie ungefähr 300 nm. Wir erhalten jedoch mit Hilfe der starken Fluoreszenz, zu der wir das Ion mit Lasern anregen, einen Halo um das Ion herum der einige Mikrometer groß ist. Somit konnte bereits 1980 in einer Radiofrequenzfalle die photographische Aufzeichnung von einem einzelnen Ion realisiert werden [NHTD80]. Bei einzelnen, fluoreszierenden Neutralatomen in einer magneto-optischen oder Dipolfalle zeigen die diskreten Fluoreszenzlevel an, ob ein Atom gefangen wurde oder nicht [SRPG01]. Hier ist ein plötzlicher Sprung in der Helligkeit mit dem Einfang oder dem Verlust eines einzelnen gefangenen Atoms verbunden [ZK94, HSS⁺96]. Heutzutage erlauben empfindliche CCD-Kameras das orts- und zeitaufgelöste Beobachten und Abbilden einzelner fluoreszierender Atome und Ionen, was für meine Diplomarbeit ein fundamentaler Bestandteil ist. Wir bestimmten über die Fluoreszenz einerseits die Resonanzfrequenz der Schwerpunktsmode, und andererseits realisieren wir damit auch die Positionsregelung.

Doch auf Grund der Beugungsbegrenzung können wir mit optischen Verfahren nicht die Wellenfunktion des Ions vermessen und so bestimmen welche Ausdehnung sie wirklich haben. Aber unsere Positionsregelung erlaubt uns in Verbindung mit einer von uns neu aufgebauten Laserkonfiguration doch die Wellenfunktion des Ions im Ortsraum abzubilden. Dazu beabsichtigen wir ein an die STED-Mikroskopie angelehntes Verfahren zu verwenden, bei dem wir eine für den Übergang von $P_{1/2}$ nach $D_{3/2}$ gesättigte Stehwelle aus Laserlicht bei 866 nm entlang der Fallachse einstrahlen und damit über die Fluoreszenz die Wellenfunktion abbilden können. Die STED-Mikroskopie wurde von Stefan Hell [HW94] entwickelt und das Auflösungsvermögen der STED-Mikroskopie wurde vor kurzem vermessen [HKU⁺08]. Es wurden dabei Auflösungen unterhalb von 10 nm erzielt. Unser System, bestehend aus einer segmentierten Paulfalle und den gefangenen Ionen, ist dabei ideal um diese Aufgabe zu erfüllen. Wir sind unter anderem dazu in der Lage, unser Ion auf weniger als 150 nm genau zu positionieren und an dieser Position zu fixieren. Hier finden die von uns zuvor entwickelten Transportalgorithmen ihre Anwendung.

In Zukunft müssen sie dann nur noch verwendet werden um das Ion an seiner Position zu halten und statt das Ion zu bewegen wird dann die Stehwelle durch Frequenzänderung der beteiligten Laserstrahlen über das Ion bewegt.

Gemischte Ionenkristalle

Die bisher vorgestellten Experimente beschränkten sich auf lineare Kristalle einer Ionenpezies. Fängt man nun gemischte Kristalle, was wir, dank unserer linearen Paulfalle und mit Hilfe des sympathetischen Kühlens [HHR⁺00] können. Durch das sympathetische Kühlen werden, unter Einfluss der Coulomb Abstoßung, auch Ionen, für die wir keine passenden Kühllaser zur Verfügung stellen, auf die Temperatur von lasergekühlten Ionen gekühlt. Mit diesen Ionenkristallen aus einer Vielzahl von möglichen Elementen eröffnet sich eine Fülle neuer Möglichkeiten. Schon 1953 entwickelte Wolfgang Paul die nach ihm benannte Paulfalle als Massenfilter [PS56]. Die ersten und lange Zeit hochauflösendsten Massenspektrometer waren Sektorfeldgeräte, wie sie von Goldstein, Wien und Thomson erstmals entwickelt wurden [Tho97, Gol86]. Mit der Einführung der Ionenfallenmassenspektrometer, vor allem in Form von Penningfallen [SBB⁺90], wurden diese aber abgelöst. Dabei haben neueste Massenmessungen sogar eine ausreichende Genauigkeit erreicht, um damit die theoretischen Modelle des Standardmodells zu testen [KAB⁺04]. Es wurde auf diese Weise die hoch präzise Spektroskopie von exotischen Ionen [BAB⁺05] realisiert.

Durch die theoretische Arbeit von Daniel James [Jam98] und anderer wissen wir, dass die axiale Schwerpunktsschwingung des gefangenen Kristalls direkt von der Masse der beteiligten Ionen abhängt, was experimentell erstmals von Drewsen [DMM⁺04] gezeigt wurde. Da dabei einzelne Ionen in kürzester Zeit gewogen werden können ohne sie zu verlieren, ist die Spektroskopie von gemischten Ionenkristallen eine interessante Möglichkeit der Massenbestimmung. Die Tatsache, dass wir an unserer Falle einen gepulsten Laser zur Ionisation verwenden, der nicht elementspezifisch ionisiert, ermöglicht es uns, uns mit der Spektroskopie gemischter Ionenkristalle zu befassen. Doch gemischte Kristalle bieten auch auf ganz anderen Gebieten neue Chancen. So wurde von Dave Wineland [WBB⁺01] eine Ionenuhr auf Basis eines gemischten Kristalls entwickelt, bei der das mit Lasern nur schwer kühlbare Aluminium-Ion mit Hilfe eines Beryllium-Ions gekühlt und ausgelesen wird.

Selbst für die klassische Halbleiterindustrie stellen gemischte Ionenkristalle eine unverzichtbare Lösung für die weitere Miniaturisierung dar. Denn in den kommenden Jahren erreichen die Schaltkreise auf einem Computerchip eine solche Dichte, dass man mit den bisherigen stochastischen Dotierprozessen keine vernünftige Ausbeute an funktionsfähigen Chips mehr erhält, da die Schwankungen in der Dotierung zu stark sind. Gemischte Kristalle können nun zur deterministischen Einzelionenimplantation [SLF⁺09] verwendet werden und so dieses Dilemma lösen. Die von uns entwickelten Transport- und Trennverfahren, in Verbindung mit der Spektroskopie gemischter Kristalle die wir implementiert haben, können dazu verwendet werden in der deterministischen Einzelionenimplantation gezielt nur die gewünschten Elemente nm genau zu implantieren. Dabei können wir auf Grund

unserer segmentierten linearen Paulfalle auf sehr einfache und präzise Art und Weise Schwingungsmoden des Kristalls anregen, indem wir eine Radiofrequenz an ein nicht zum Fangen der Ionen verwendetes Segment anlegen. Somit haben wir alle Voraussetzungen erfüllt, um eine isotopengenaue Massenbestimmung des von uns gefangenen Ionenkristalls durchzuführen. Dies ist notwendig um nur das gewünschte Isotop zu implantieren. Kürzlich wurde mit einem sehr ähnlichen Verfahren das Spektrum von $^{44}\text{Ca}^+$ vermessen [CGD⁺10], indem der Kristall durch sympathetisches Aufheizen zum Schwingen gebracht wurde. Die Fluoreszenz eines Kontrollions wird dadurch vermindert, was wiederum deutlich nachgewiesen werden kann. Wenn der momentane Aufbau erweitert wird, indem wir noch eine Stehwelle senkrecht zur Achse auf ein einzelnes Ion ausrichten, können wir dessen effektive Masse beeinflussen und damit einen Quantenphasenübergänge der polaritonischen Anregungen, welche sich aus einer kollektiven Anregung der Phononenmode und der internen Zustände zusammensetzt, durchlaufen [IVSSK10]. Wir konnten einerseits nachweisen, dass wir Magnesium- und Kohlenstoff-Ionen mit Hilfe des sympathetischen Kühlens gefangen haben, was wir in Abschnitt 4 besprechen. Andererseits ist es uns auch gelungen, ein gefangenes Ion kontrolliert nur wenige Nanometer weit zu verschieben. Dies zeigen wir in Abschnitt 6.

Organisation der Arbeit

Die weiteren Kapitel sind wie folgt organisiert: Zuerst präsentiere ich die Grundlagen der Paulfalle, dann kommen wir zu unserem speziellen Aufbau und wie wir in der Lage sind einzelne Ionen zu Beobachten. Anschließend besprechen wir unsere ersten Messungen der Fallenfrequenzen, vergleichen diese mit von uns simulierten Potentialen und bestimmen mit dieser Methode die Massen dunkler Ionen. Die weiteren Kapitel befassen sich mit dem automatischen Laden und der Detektion einer bestimmten Anzahl von Ionen in Abschnitt 5.1.1, sowie in Abschnitt 5.2 wo wir demonstrieren wie unser Algorithmus die Position gefangener Ionen bestimmt. Das Positionieren von Ionen und das Verschieben dieser mittels Regelungskontrolle werden in Abschnitt 5.3 gezeigt. Als nächstes kommen wir dann zum automatischen Trennen von Ionenkristallen mit einer anpassungsfähigen Positionskontrolle und dem Trennen in getrennte Potentiale in Abschnitt 5.4.1. Nachdem wir dann alle Methoden, die uns zur Positionierung der Ionen in der Falle zur Verfügung stehen, besprochen haben, erkläre ich noch wie dies dazu verwendet werden kann um die Wellenfunktion des Ions abzubilden (6). Außerdem haben wir gezeigt, dass unsere Falle in der Lage ist, diese Messungen auszuführen (6). Zuletzt diskutieren wir noch zukünftige Anwendungen und Verbesserungen unserer Methoden.

2 Fallenaufbau

2.1 Paulfalle

2.1.1 Grundlagen

1953 meldete Wolfgang Paul (siehe Abbildung 2.1) sein "Verfahren zur Trennung bzw. zum getrennten Nachweis von Ionen verschiedener spezifischer Ladung" zum Patent an [PS56]. Inhalt dieses Patents sind die grundlegenden Bauweisen einer Quadrupol-Ionenfalle, die heutzutage unter dem Namen Paulfalle bekannt geworden ist. Bei der Paulfalle wird zwi-

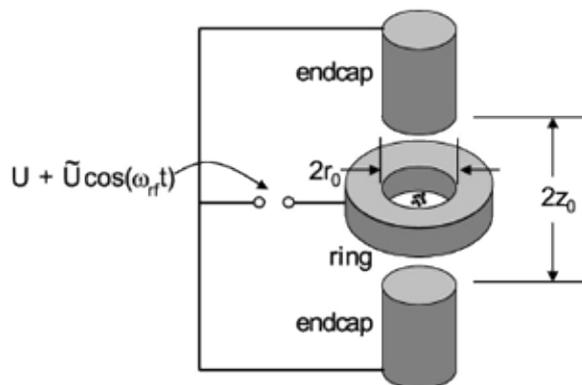


Abbildung 2.1: Wolfgang Paul. Rechts von ihm sieht man die Skizze einer nach ihm benannten Paulfalle. Bilder entnommen aus [web08, LBMW03]

schen vier Elektroden, indem eine Wechselspannung an zweien davon angelegt wird, ein Quadrupolpotential erzeugt, welches ich nun genauer erläutere. In Abbildung 2.2 sieht man die resultierenden Äquipotentialflächen. In der dritten Raumrichtung, in der das Pseudopotential nicht anliegt, wird durch positiv geladene Endkappen für den Einschluss des Ions in der Falle gesorgt. Das Feld eines Quadrupols im Ursprung lässt sich durch

$$\Phi = \Phi_0 \cdot \sum_i \alpha_i \left(\frac{r_i}{r} \right)^2, i = x, y, z \quad (2.1)$$

2 Fallenaufbau

beschreiben, wobei Φ_0 das Potential eines Dipols ist, α_i die Gewichtungsfaktoren in die entsprechenden Raumrichtungen r_i und \bar{r} ist der Betrag des Abstands unseres Punktes vom Ursprung, an dem wir das Potential auswerten. Dieses Potential erzeugt eine rücktreibende Kraft auf eine Ladung, in unserem Fall das Ion, die durch Gleichung (2.2) beschrieben wird:

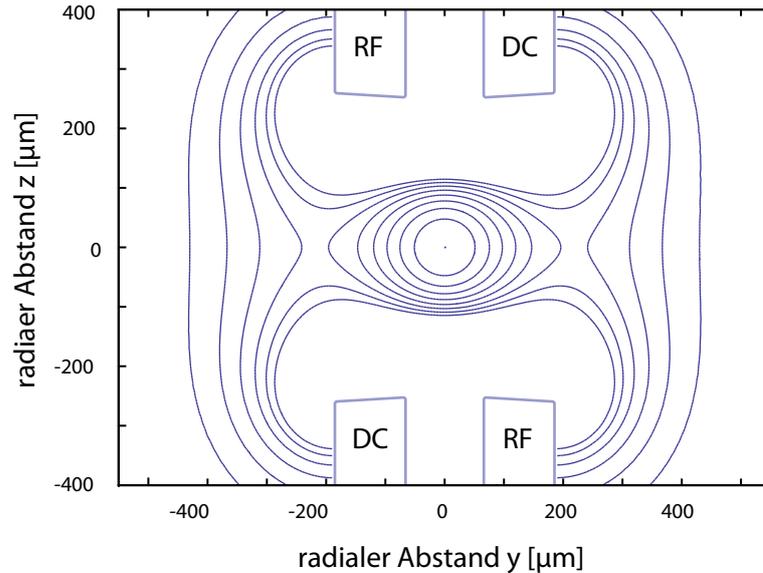


Abbildung 2.2: Äquipotentialflächen des Pseudopotentials. Bild entnommen aus [Zie08]

$$\vec{F}(\vec{r}) = -Q \cdot \vec{E} = -Q \cdot \nabla \Phi. \quad (2.2)$$

Allerdings verlangt die Laplace-Gleichung

$$\Delta \Phi = \nabla^2 \Phi = \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \cdot \Phi = 0, \quad (2.3)$$

dass mindestens eine der Ableitungen nach x , y oder z kleiner als Null ist, woraus folgt, dass in dieser Raumrichtung kein statisches Minimum möglich ist. Dies bedeutet, dass das Potential in dieser Richtung abstoßend und nicht bindend ist. Die Lösung für dieses Problem ist ein zeitabhängiges Potential in mindestens zwei Raumrichtungen. Eine mögliche Lösung, die uns ein harmonisches Pseudopotential liefert, sieht man hier:

$$\Phi(x, y, t) = \Phi_0(t) \cdot (x^2 - y^2) \quad (2.4)$$

mit dem zeitabhängigen Anteil:

$$\Phi_0(t) = \frac{U\alpha + V\tilde{\alpha} \cdot \cos(\Omega_{Rf}t)}{2r_0^2} \quad (2.5)$$

Dabei ist U eine Gleichspannung, die als Offset auf die Radiofrequenzelektroden gegeben werden kann, während V die Amplitude der Wechselspannung, welche mit der Frequenz Ω_{Rf} schwingt, beschreibt. Mit r_0 bezeichne ich den Abstand vom Fallenzentrum, was bei den von uns gewählten Koordinaten dem Ursprung entspricht, zur Oberfläche der Radiofrequenzelektroden. Die Gewichtungsfaktoren α_i aus Gleichung (2.1) wurden nun als Geometriefaktoren der Falle identifiziert, und hier wurde, um die Formeln zu vereinfachen, davon ausgegangen, dass sie für alle Richtungen identisch sind, man aber zwischen dem konstanten Anteil α und dem Wechselspannungsanteil $\tilde{\alpha}$ unterscheiden muss. Diese Lösung erzeugt uns ein Sattelpotential wie man es in Abbildung 2.3 sieht.

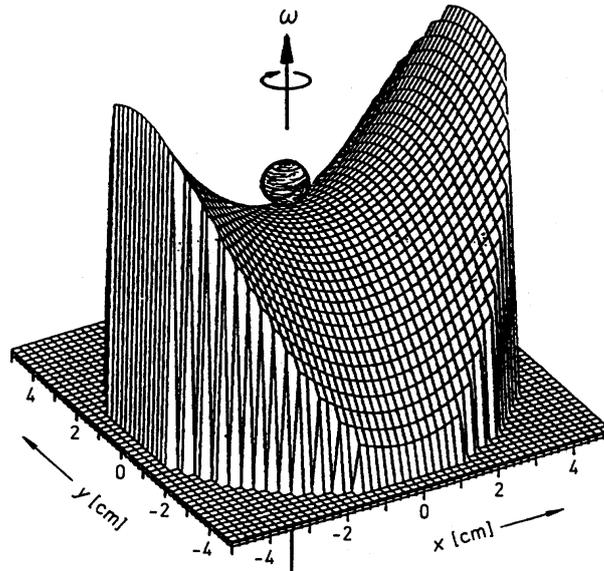


Abbildung 2.3: Skizze des Sattelpotentials. Bild entnommen aus [web10]

In dieser Darstellung dreht sich das Sattelpotential mit der Frequenz ω um die z-Achse, und fängt so die Kugel im Ursprung, die einschließende Wirkung läßt sich sehr schön durch ein mechanisches Modell [THB02] zeigen. Dieses anschauliche Modell spiegelt das zeitliche Verhalten unseres Potentials und das des in unserer Falle vorherrschenden Potentials aber nicht vollständig richtig wieder, da hier der Sattel, anstatt zu rotieren, immer umgeklappt wird. Wenn nun das Minimum schneller zu einem Maximum hochgeklappt wird, als das Ion auf Grund seiner Trägheit an Zeit braucht um das Fallenvolumen zu verlassen, läuft

2 Fallenaufbau

es immer wieder gegen einen Potentialberg an und wird so in die Mitte der Falle zurück geleitet. Damit erhalten wir folgende Bewegungsgleichungen für unsere Ionen:

$$\frac{\partial^2 x}{\partial \tau^2} + (a_x + 2q_x \cos(2\tau)) \cdot x = 0 \quad (2.6)$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial \tau^2} - (a_y - 2q_y \cos(2\tau)) \cdot y = 0 \quad (2.7)$$

$$z = z_0 \quad (2.8)$$

Hier haben wir die dimensionslosen Parameter

$$\tau = \frac{\Omega_{Rf} t}{2}, a_i = \frac{4QU\alpha_i}{m\Omega_{Rf}^2 r_0^2}, q_i = \frac{2QV\tilde{\alpha}_i}{m\Omega_{Rf}^2 r_0^2} \quad (2.9)$$

eingeführt, und bei den Geometriefaktoren wieder zwischen den einzelnen räumlichen Richtungen unterschieden. Somit erhalten wir die Mathieuschen Differenzialgleichungen eines Paulschen Massenfilters, die uns die Stabilität der Ionentrajektorien in der Falle beschreiben. Genauer besprochen wird dies in [Zie08], dort wird auch auf die unterschiedlichen Bewegungen, wie die Mikrobewegung, des Ions eingegangen. Eine der einfachsten Realisierungen

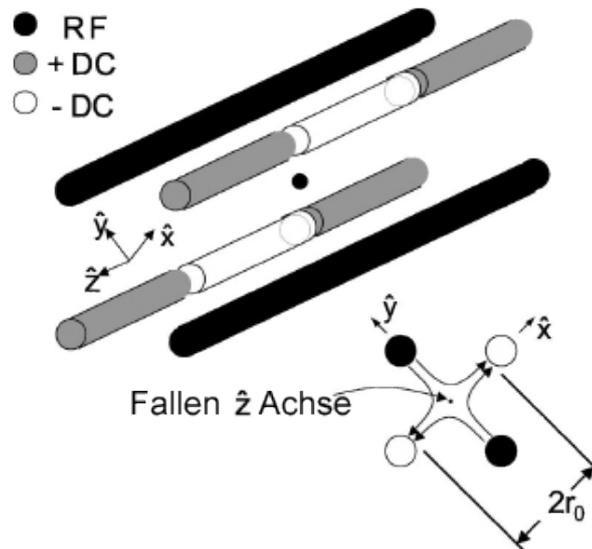


Abbildung 2.4: Skizze einer linearen Paulfalle. Bild entnommen aus [Zie08]

sierungen sieht man in Abbildung 2.4, dabei liegt auf zwei der vier Stäbe die Radiofrequenz an, während die anderen beiden als Erdung dazu fungieren und segmentiert sind, um in axialer Richtung mit den Gleichspannungen eine Potentialmulde für die Ionen formen zu

können.

2.1.2 Experimenteller Aufbau

Unsere segmentierte lineare Paulfalle wurde von Wolfgang Schnitzler aufgebaut und besteht aus vier Flügeln, jeder davon besitzt insgesamt 15 unabhängige DC-Segmente [HDS⁺08]. Bei der Nomenklatur orientieren wir uns an der Wichtigkeit der einzelnen Elektroden für unsere Experimente, beginnend mit der mittleren Elektrode der Fangregion, wo wir den Ionenkristall anfänglich fangen, welche wir Segment M nennen. Davon ausgehend erhalten die Elektroden die, aus Sicht unserer Kamera, links von Segment M die nach links aufsteigenden Indizes {L1, L2, ..}. Dementsprechend geben wir den von unserer Mitte rechten Segmenten die nach rechts aufsteigenden Indizes {R1, R2, ..}. Die Flügel sind in X-Form zueinander in die Edelstahlvakuumkammer eingebaut, was man in Teil a) von Abbildung 2.5 sieht. Jeder Flügel hat eine zusätzliche Elektrode auf der Kante die zur Fallenachse zeigt. Zwei dieser gegenüberliegenden Elektroden sind mit der Radiofrequenz-Versorgung verbunden, während die anderen beiden gegenüberliegenden Segmente zum Kompensieren verwendet werden (siehe Abbildung 2.5).

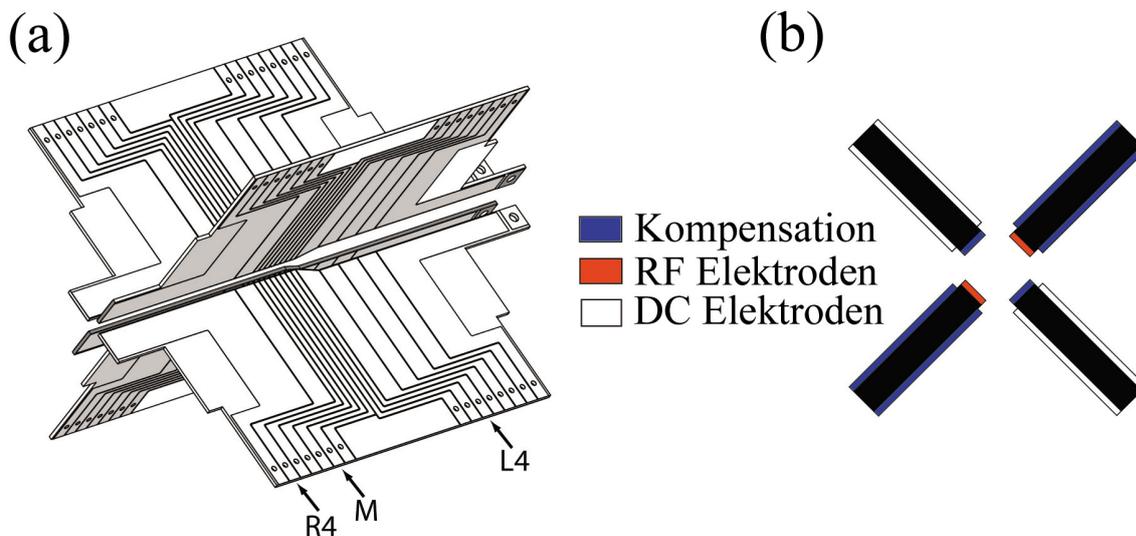


Abbildung 2.5: (a) Zeichnung unserer segmentierten linearen Paulfalle mit Gleichspannungselektroden, dargestellt in weiß, und entsprechenden Radiofrequenzelektroden (RF) in rot. Kompensationselektroden sind blau gefärbt (b) Die Frontalansicht zeigt, dass die RF-Elektroden nur zwei Vorderseiten der Klängen bedecken. Die anderen beiden werden als Kompensationselektroden verwendet.

2 Fallenaufbau

Unter Kompensieren verstehen wir das Anlegen einer Offsetspannung, die in Gleichung (2.5) durch U beschrieben wird, um den Ursprung des Gleichspannungspotentials mit dem des Radiofrequenzpotentials auf eine Achse zu bringen, denn nur dann, wenn das Ion genau im Minimum von beiden Potentialen gefangen wird, tritt keine Mikrobewegung auf. Unsere Fallenflügel sind aus Polyimid¹ gefertigt, und mit einer 18 μm Kupferbeschichtung auf beiden Seiten versehen, dabei wurden die Leiterbahnen mit Hilfe von Standard-Lithographie und Ätztechniken hergestellt. Um die Oberflächenrauigkeit zu reduzieren wurden die Flügel elektropoliert, und zusätzlich mit Gold beschichtet, um eine chemisch inaktive Oberfläche zu schaffen. Das Ergebnis dieses Fertigungsprozesses sieht man in Abbildung 2.6. Die von uns verwendete Fangregion besteht aus acht 700 μm breiten Segmenten zwischen denen 100 μm breite Isolationsleitungen verlaufen. Der radiale Abstand zwischen zwei Fangelektroden beträgt 2 mm. Normalerweise ist der Druck unter 10^{-12} mbar.

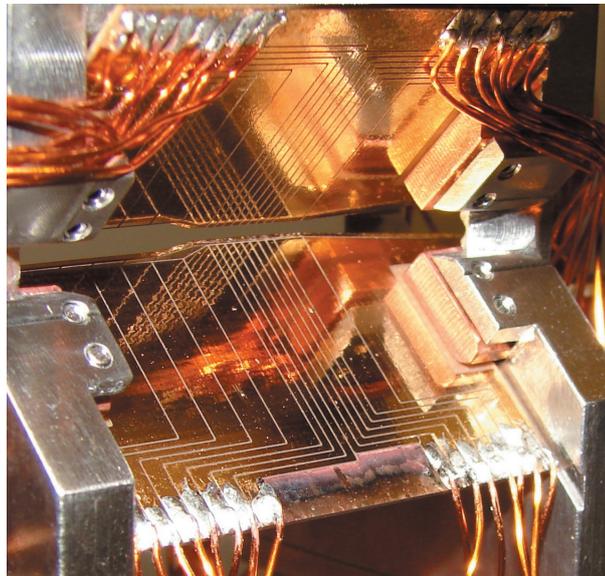


Abbildung 2.6: Fotografie der von uns verwendeten Paulfalle. In der Mitte erkennt man die acht kleineren Segmente der Prozessorregion in der wir normalerweise die Ionenkristalle fangen. Links daran anschließend befindet sich die Fangregion mit ihren größeren und weiter von der Fallenachse entfernten Segmenten. Am unteren und oberen Bildrand sieht man die Drähte über die wir die einzelnen Segmente ansprechen.

Um in radialer Richtung einen stärkeren Einschluss als in axialer Richtung zu erhalten, legen wir eine RF-Spannung von $U_{Rf} = 400 \text{ V}_{pp}$ für den radialen Einschluss bei $\Omega/2\pi = 13.4 \text{ MHz}$ an, was zu einer radialen Fallenfrequenz von $\omega_{rad}/2\pi = 431.65 \text{ kHz}$

¹Material P97, Isola AG, Germany

führt. Dadurch ist sichergestellt, dass sich bis zu zehn Ionen in einer linearen Konfiguration entlang der Fallachse anordnen. Dank eines Computers und einer Batterie aus Digital-Analog-Wandlern² erreichen wir eine schnelle Gleichspannungskontrolle für jede einzelne Fallenelektrode. Ihr Spannungsbereich erstreckt sich dabei von -10 V bis 10 V mit einer Auflösung von 16 Bit, was uns eine kleinste Spannungsänderung von 300 μV erlaubt. Jede Spannungsversorgung ist tiefpassgefiltert mit einer Grenzfrequenz von 390 Hz. Im Zentrum von Abbildung 2.6 erkennt man gut die acht kleineren Segmente, die wir normalerweise zum Fangen des Ionenkristalls verwenden, und zwischen denen wir sämtliche Transportoperationen realisiert haben. Dieser Fallenabschnitt wurde auch im ursprünglichen Design als Prozessorregion geplant, da hier durch die kleineren Abstände höhere Fallenfrequenzen erreicht werden. Daran anschließend sieht man die ursprünglich als Fangregion geplanten Elektroden, die deutlich größer sind und auch einen größeren Abstand von der Fallachse haben. Da wir aber auch in der Prozessorregion ohne größere Schwierigkeiten fangen können, wird dieser Teil der Falle zur Zeit nicht genutzt. Segment L5, die Übergangselektrode zwischen Fangregion und Prozessorregion, verwenden wir, um die Radiofrequenz für die Fallenfrequenzmessungen und Schwingungsspektren der gemischten Kristalle einzustrahlen. Um das axiale Potential zu simulieren, haben wir ein dreidimensionales Modell der Falle zusammen mit der Boundary-Element-Methode verwendet [SPM⁺09], dabei geben wir nur die Spannungen der einzelnen Segmente vor, und erhalten das resultierende axiale Potential.

2.2 Beobachtung der Ionen

Ein einzelnes Ion sollte mit normalen optischen Methoden gar nicht auflösbar sein, da es mit einer Ausdehnung von etwa 300 nm unterhalb der Wellenlänge der von uns verwendeten Laser liegt. Aber wir können einen internen elektronischen Übergang des Ions verwenden, um an ihm, vorausgesetzt seine Lebensdauer ist gering genug, eine große Anzahl an Photonen zu streuen. Wenn wir nun diese gestreuten Photonen in einer Richtung, in der wir keine Photonen des ursprünglich eingestrahlten Lasers messen sollten, nachweisen, ist die einzig mögliche Lichtquelle mit dieser Intensität, solange wir keine Reflektionen auf der Falle oder anderen Gegenständen in unserer Vakuumkammer erzeugen, das von unserer Falle gefangene Ion. Unser Detektionssystem besteht dabei aus einer speziell gefertigten Linse mit $\text{NA} = 0.30$, die 61 mm vom Fallenzentrum entfernt senkrecht zur Fallachse angebracht ist, und einer EMCCD-Kamera³ mit 1004 x 1002 Pixeln mit einer Größe

²DAC8814, Texas Instruments

³electron multiplying charge coupled device, Andor iXon DV885

2 Fallenaufbau

von $8 \times 8 \mu\text{m}^2$. Leider hat die von uns verwendete Kamera zwar im Bereich von 397 nm eine Quanteneffizienz von $\approx 30\%$, ist aber auf Grund ihrer hohen Dunkelzählrate nicht empfindlich genug für alle Messungen mit geringer Photonenausbeute. Darum können wir einen Photomultiplier⁴ dank eines 50/50 Strahlteilers zu unserer Kamera hinzuschalten. Er besitzt eine etwas geringeren Quanteneffizienz von $\approx 23\%$, aber er hat eine wesentlich geringerer Dunkelzählrate. Mit ihm können wir lichtschwächere Messungen, bei denen wir nahezu jedes Photon, das wir erzeugen, auswerten möchten, wie etwa die Stehwellenspektroskopie der Wellenfunktion, durchführen. Wir beobachten in unserer Falle $^{40}\text{Ca}^+$ Ionen, da wir mit nur drei Lasern ein geschlossenes System von Übergängen in den einfach ionisierten $^{40}\text{Ca}^+$ Ionen erhalten, und darum mit ihnen wie mit Alkaliatomen arbeiten können. In Abbildung 2.7 erkennt man, dass wir, auf Grund der kurzen Lebensdauer, den Übergang zwischen $S_{1/2}$ und $P_{1/2}$ zur Fluoreszenzdetektion und zum Dopplerkühlen verwenden. Die kurze Lebensdauer von 7,7 ns brauchen wir, da wir eine relativ große Anzahl an Photonen streuen müssen um effizient Dopplerkühlen zu können. Außerdem Verbessert die hohe Streurrate das Signal-zu-Rausch-Verhältnis unserer Beobachtungssysteme, weil wir nur in der Lage sind einen relativ kleinen Raumwinkel zu detektieren. Der Laser mit 397 nm, den wir dazu verwenden, wird unter einem Winkel von etwa 45° zur Fallennachse eingestrahlt, dadurch sind wir in der Lage, alle drei Raumrichtungen zu kühlen. Vor unserer Kamera haben wir noch einen Filter angebracht, der nur ultraviolette Licht passieren lässt, um das Rauschen durch Photonen, die nicht aus unserem Fluoreszenzübergang stammen, weiter zu unterdrücken. Wir strahlen Rückpump Laser bei 866 nm und 854 nm ein und bringen somit die gesamte Population aus den $D_{3/2}$ - und $D_{5/2}$ -Zuständen wieder zurück in den Grundzustand, sonst würden die Ionen dort im Mittel eine ganze Sekunde verbleiben. In dieser Zeitspanne könnten wir sie weder kühlen noch detektieren. Dies würde es uns unmöglich machen, Ionen in unserer Falle zu fangen. Da wir eine Heizrate von etwa 30 Phononen/ms haben [Sch09], würden wir unsere Ionen innerhalb dieser Sekunde nicht sehen und einfach aus der Falle heraus heizen. Die Ionen wären instantan wieder für uns verloren, weil bereits jeder zehnte Zerfall aus dem $P_{1/2}$ Niveau in eines der D Niveaus geht. Zur Ionisation der ^{40}Ca Atome verwenden wir einen gepulsten Laser bei 355 nm, dessen genauer Wellenlänge aber keine große Bedeutung zukommt, denn wir verwenden zur Ionisation einen Multiphotonenprozess, da dieser auf eine Vielzahl von Elementen angewendet werden kann und wir ja gemischte Kristalle benötigen. Im Gegensatz dazu verwendet unsere Gruppe, für die Experimente in der mikrosegmentierten Paulfalle, zwei Laser die nur spezifisch Ca ionisieren [GRB⁺01], weil für die aktuellen Experimente keine gemischten Kristalle benötigt werden und wir so eine höhere Ladeeffizienz für reine

⁴Photodetector Module, P25PC

Ca-Kristalle erhalten.

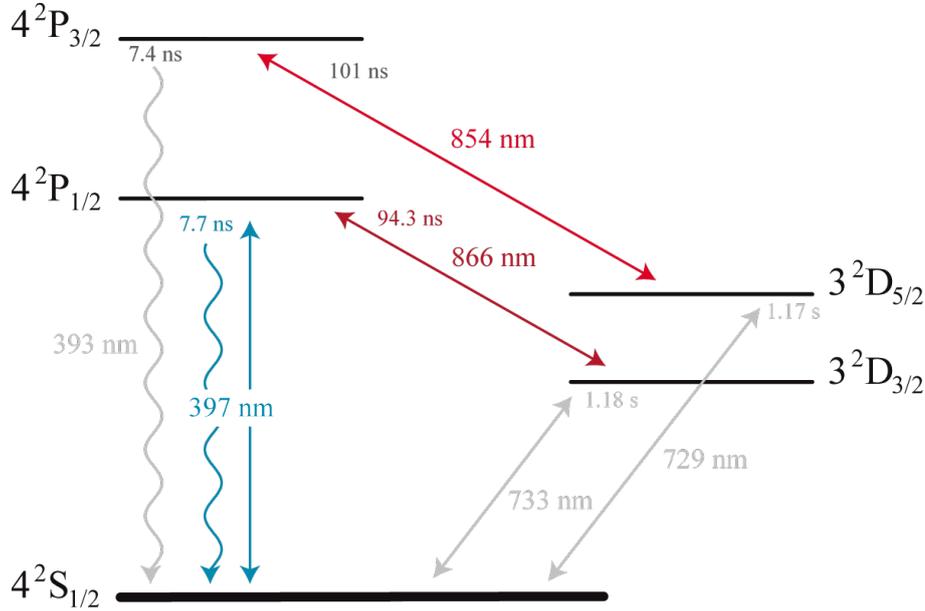


Abbildung 2.7: Termschema von $^{40}\text{Ca}^+$. Bild entnommen aus [Sch10]

Indem wir die axiale Fallenfrequenz messen, was wir im Abschnitt 3.1 besprechen, sowie die Entfernung zweier Ionen in einem durch die Abbildungsoptik beobachteten Ionenkristall, erreichen wir eine wesentlich genauere Distanzkalibrierung, als durch einfaches Abzählen der Pixel, die ein Objekt bekannter Größe, etwa eine Fallenelektrode, auf dem Chip der CCD-Kamera einnimmt. Dazu regen wir Schwerpunktschwingungen an, indem wir eine RF-Spannung an Segment L6 anlegen, um die axiale Fallenfrequenz zu messen, und über die Theorie von [Jam98] errechnen wir mit

$$x_{\min}(N) = \left(\frac{Z^2 e^2}{4\pi\epsilon_0 M \nu^2} \right)^{1/3} \cdot \frac{2.018}{N^{0.559}} \quad (2.10)$$

den Abstand zweier Ionen in μm , den wir dann direkt mit der Entfernung in Pixeln, die wir auf dem Kamerabild messen, vergleichen. Dabei ist Z der Ionisationsgrad unserer Ionen, M die Masse des Ionenkristalls, ν die axiale Fallenfrequenz und N die Anzahl der gefangenen Ionen. Das aktuell gewählte Potential hat eine axiale Frequenz von (226.3 ± 0.2) kHz, und die Ion-Ion Entfernung auf dem Kamerabild ist (21.85 ± 0.02) Pixel, dadurch ergibt sich eine Entfernungskalibrierung von (0.6908 ± 0.0005) $\mu\text{m}/\text{Pixel}$.

2 Fallenaufbau

3 Fallenfrequenzmessung

Bevor wir mit der Untersuchung gemischter Kristalle beginnen konnten, mussten wir zuerst einmal überprüfen, dass unser Aufbau wie erwartet auf die eingestrahlte Radiofrequenz reagiert und wir in der Lage sind, die Fallenfrequenz exakt zu bestimmen. Darum haben wir mit unserer Falle einen Ionenkristall gefangen und sind dann langsam von unserem üblichen Potential hin zu einem immer flacheren Potential gegangen. Dabei änderte sich die axiale Fallenfrequenz ν , was sich durch das Auflösen der Gleichung (3.2) nach ν zeigen lässt, und mit ihr natürlich die Frequenz der Schwerpunktsmode ν_{com} , die durch Gleichung (3.1) beschrieben wird:

$$\nu_{com} = \sqrt{\frac{2V_{Pot}}{mx^2}}. \quad (3.1)$$

Diese Messung beschreibe ich nun detailliert im folgenden Abschnitt.

3.1 Direkte Messung

Durch ein einfaches Verfahren konnten wir die direkte Messung der Fallenfrequenzen realisieren, ohne dabei den Ionenkristall aus $^{40}\text{Ca}^+$ Ionen zu zerstören oder ihn zu verlieren. Indem wir an Segment M (siehe Abbildung 2.5) eine negative Spannung von -10 V anlegen und gleichzeitig Segment L1 auf $3,3\text{ V}$ sowie Segment R1 auf $4,6\text{ V}$ regeln, fangen wir unsere Ionenkristalle über Segment M. Durch Erhöhen der Frequenz unserer Radiofrequenz, von einem kHz beginnend, bis wir die Resonanz des Kristalls erreicht hatten, haben wir dann die Schwerpunktsmode des Kristalls bestimmt. Anschließend verringerten wir die Fallenfrequenz, indem wir die axiale Fallenspannung verminderten, und wiederholten die Messung der Schwerpunktsmode. Auf diese Weise arbeiteten wir uns zu immer flacheren Potentialen vor, bis wir schließlich nicht mehr in der Lage waren, die Ionen in unserer Falle gefangen zu halten. In Abbildung 3.1 ist die Fallenfrequenz in Abhängigkeit von der axialen Fallenspannung aufgetragen.

Man erkennt, dass sich die Fallenfrequenz proportional zur Wurzel der axialen Fallenspannung verhält. Dies hatten wir auch erwartet, da nach [Jam98] für die potentielle Energie

3 Fallenfrequenzmessung

gilt:

$$V = \sum_{m=1}^N \frac{1}{2} M \nu^2 x_m(t)^2 + \sum_{\substack{n,m=1 \\ m \neq n}}^N \frac{Z^2 e^2}{8\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{|x_n(t) - x_m(t)|}. \quad (3.2)$$

Hierbei bezeichnet ν die Fallenfrequenz, M die Masse aller N Ionen, und $x_m(t)$ die aktuelle Position des jeweiligen Ions. Die zweite Summe gibt uns nur eine Offsetenergie durch die Coulombabstoßung der Ionen an und wird in der weiteren Betrachtung als konstant angenommen.

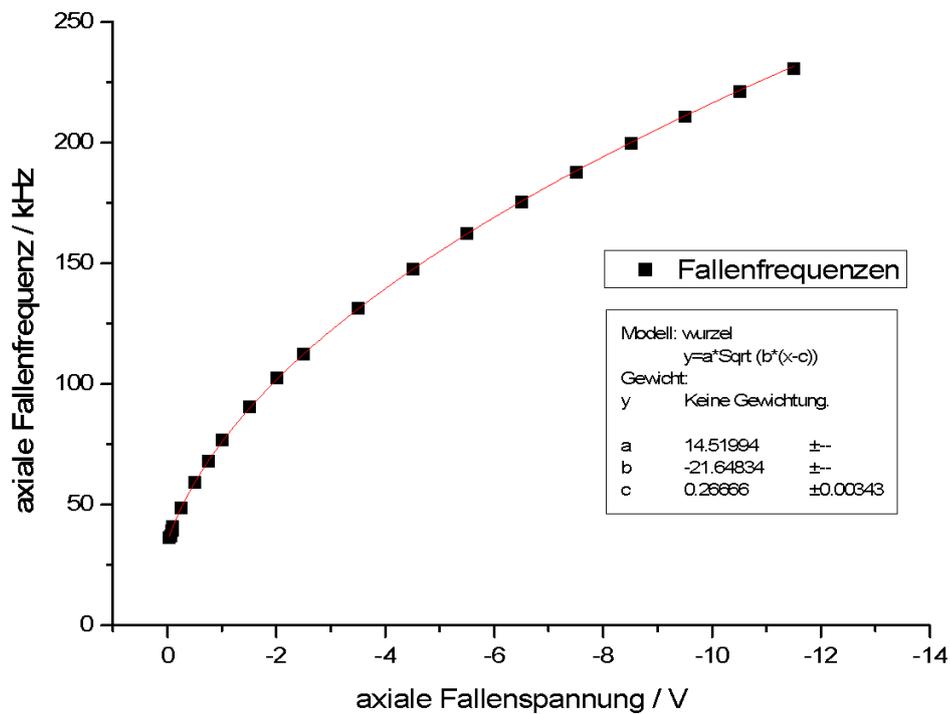


Abbildung 3.1: Gemessene Fallenfrequenzen aufgetragen über die Segmentspannung. An die gemessenen Frequenzen wurde eine Wurzelfunktion angefitet, die hier in rot eingezeichnet ist.

Für die axiale Spannung gilt in erster Näherung die Beziehung

$$V_{ax} = V_{L1 \text{ or } R1} - V_M. \quad (3.3)$$

Wobei man die Spannung der beiden Spannungen V_{L1} oder V_{R1} nimmt, die nähere zum

Wert der Spannung an Segment M liegt. Wir können nun, indem wir nur den Anteil des Fallenpotentials berücksichtigen und uns daran erinnern, dass eine Spannung bis auf die, in unserem Fall, Konstante der Ladung, der potentielle Energie in einem elektrischen Feld entspricht, direkt schreiben

$$\omega_{axial} \propto \sqrt{V_{axial}}. \quad (3.4)$$

Genau dieses Verhalten sieht man deutlich in Abbildung 3.1. Die Standardabweichung zwischen Theorie und Experiment beträgt dort 0,5 kHz was 0,7 Prozent entspricht.

3.2 Vergleich mit Fallensimulation

Nachdem wir nun gezeigt haben, dass unser Experiment gut mit der Theorie übereinstimmt, können wir jetzt unsere Simulation mit den gemessenen Fallenfrequenzen vergleichen und somit überprüfen, wie gut unser Modell die wirkliche Falle widerspiegelt. Die theoretischen

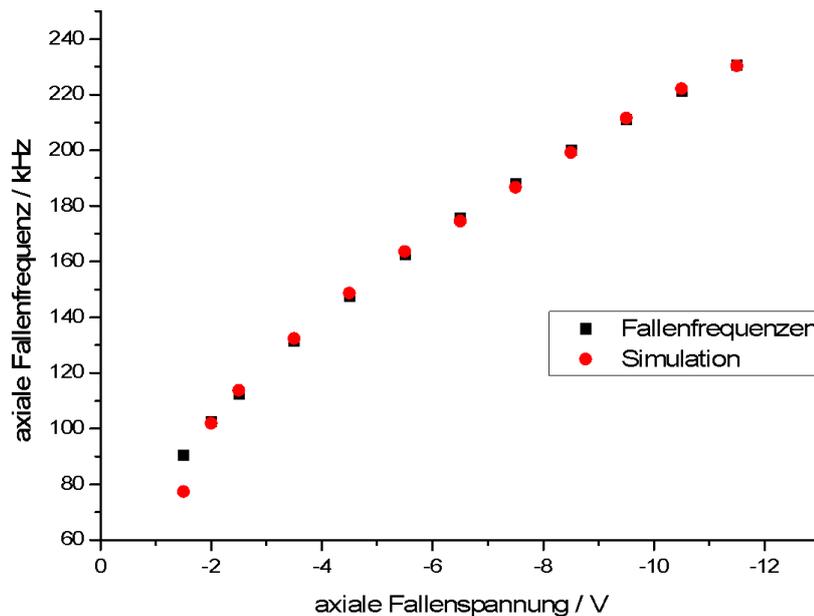


Abbildung 3.2: Gemessene Fallenfrequenzen im Vergleich mit den Simulierten. Man sieht deutlich, dass für große Frequenzen die Werte fast übereinstimmen. Bei niedrigen Fallenspannungen fallen Streuladungen mehr ins Gewicht, weshalb es zu großen Abweichungen kommen kann, was z.B. an dem Wert für -1,5 V erkennbar ist.

3 Fallenfrequenzmessung

schen Werte berechnen wir dabei mit der Formel $\omega_{ax} = \sqrt{2 * q/m * a_z}$ aus der Arbeit von Raizen [RGB⁺92]. Um a_z zu bestimmen verwenden wir ein 3D-Computermodell unserer Falle mit dem wir das Potential mit Hilfe der Boundary-Element-Methode [SPM⁺09] simulieren. Dazu legen wir an unsere simulierte Falle die gleichen Spannungen an, wie wir es im Experiment getan haben, und berechnen die resultierende Fallenfrequenz. Diese Werte tragen wir nun auch über die Fallenspannung auf und vergleichen sie mit den gemessenen Werten, was in Abbildung 3.2 dargestellt ist. Gut ersichtlich ist, dass für hohe Spannungen die Simulation sehr gut mit den gemessenen Werten übereinstimmt, denn die Abweichung der von uns berechneten Werte von unseren gemessenen Werten liegt mit $(-0,1 \pm 1,0)$ kHz komplett innerhalb der Streuung unserer simulierten Werte, was einem Fehler von 0,7 Prozent entspricht. Bei der Fehlerberechnung wurde die Messung mit $-1,5$ V nicht berücksichtigt, da sie stark von dem gemessenen Wert abweicht, was wir auf Streuladungen, die in der Simulation nicht berücksichtigt werden können, zurückführen. Deren Effekt wird mit abnehmenden Segmentspannungen um so deutlicher, weshalb wir alle weiteren Potentiale mit noch kleineren axialen Fallenspannungen nicht mehr simulieren konnten. Alle gemessenen und simulierten Werte, die wir vergleichen konnten, sind in Tabelle 3.1 aufgelistet.

Fallenspannung in V	Messung in kHz	Simulation in kHz
-11,5	230,8	230,4
-10,5	221,3	222,1
-9,5	211,0	211,5
-8,5	200,0	199,2
-7,5	188,1	186,7
-6,5	175,7	174,5
-5,5	162,7	163,7
-4,5	147,7	148,7
-3,5	131,5	132,4
-2,5	112,5	113,8
-2	102,7	102,0
-1,5	90,6	77,4

Tabelle 3.1: Vergleich zwischen Fallenfrequenzmessung und Simulation

4 Spektroskopie gemischter Kristalle

Im folgenden Abschnitt wollen wir uns mit der Spektroskopie gemischter Kristalle befassen. Durch unsere nicht elementspezifische Ionisation mit dem gepulsten Laser erzeugen wir auch Ionen aus anderen Elementen oder Isotopen als $^{40}\text{Ca}^+$, etwa Magnesium oder Kohlenstoff. Werden diese Ionen nun sympathetisch gekühlt und in einem gemischten Kristall gefangen, so verändert sich dessen Schwingungsverhalten teilweise deutlich. Wie wir dies nachgewiesen haben, werde ich im nächsten Abschnitt beschreiben.

4.1 Verfahren zur Bestimmung der Ionen

Um die aktuelle Fallenfrequenz möglichst präzise zu bestimmen, zeichnen wir die Breite der Fluoreszenzverteilung eines Ions auf. Wenn wir nun Schwingungen im Kristall anregen sehen wir die Ionen sich auf dem Bild des CCD-Chips bewegen. Gleichzeitig nimmt die Intensität der Fluoreszenz ab, weil sie über einen größeren Bereich verteilt wird. Dies messen wir. Variieren wir nun die Radiofrequenz, die wir mit Hilfe unseres Frequenzgenerators¹ einstrahlen, regen wir wieder die Schwerpunktsschwingung eines Ions an. Da wir den Frequenzgenerator über unseren Kontrollrechner steuern können und an diesem auch direkten Zugriff auf die Kamerabilder haben, können wir direkt zu jeder Frequenz eine Aufnahme abspeichern. Bei jedem dieser Bilder summieren wir dann für jede Spalte die Photonenergebnisse auf, die so entstandene Kurve sieht man in Abbildung 4.1.

Nachdem wir diese Berechnung nun für jede Aufnahme zu der jeweiligen Frequenz durchgeführt haben, können wir an jede dieser Kurven eine Gaußkurve anfitten und über die Gaußkurve wiederum die Breite der Fluoreszenzverteilung bestimmen. Tragen wir nun alle Verteilungsbreiten über die Frequenz auf, so erhalten wir wieder eine Verteilung der Breiten, an die man eine Lorentzverteilung anfitten kann (siehe Abbildung 4.2). Über den Erwartungswert dieser Lorentzverteilung erhalten wir dann sehr präzise die Resonanzfrequenz der Schwerpunktsmode.

¹Rhode&Schwarz, SML 01

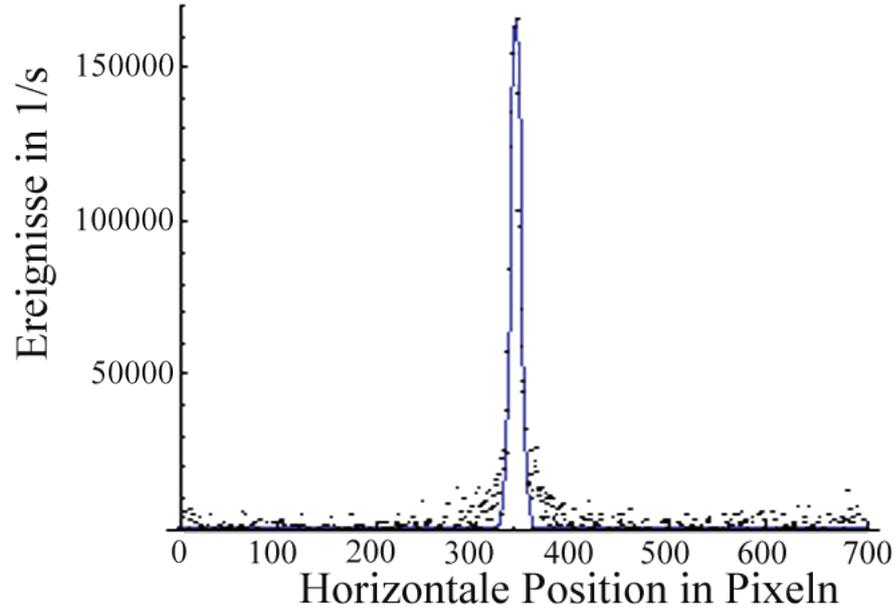


Abbildung 4.1: Spaltensumme der Fluoreszenz über die Zeilen aufgetragen. Wir haben zur Bestimmung der Breite der Fluoreszenzverteilung eine Gaußkurve angefitet.

Nachdem wir nun die Fallenfrequenz wissen, laden wir mit Hilfe unseres gepulsten Lasers ein dunkles Ion hinzu. Wenn wir nun wieder die Anregungsfrequenz der Schwerpunktschwingung unseres Kristalls mit dem gerade beschriebenen Verfahren vermessen, das Ergebnis kann man in Abbildung 4.3 sehen, können wir daraus mittels Gleichung (4.1) die Masse des dunklen Ions berechnen, wobei ν_1 die Schwerpunktsfrequenz eines Ions, und ν_2 die Schwerpunktsfrequenz beider Ionen ist.

$$\nu_2^2 = \left[(1 + \mu) + \sqrt{1 - \mu + \mu^2} \right] \cdot \nu_1^2 \quad (4.1)$$

Die Masse des dunklen Ions kann man durch Umformen nach

$$\mu = \frac{\nu_2^2 (\nu_2^2 - 2\nu_1^2)}{\nu_1^2 (2\nu_2^2 - 3\nu_1^2)} \quad (4.2)$$

ablesen. $\mu = M_1/M_2$ ist das Massenverhältnis der beiden Ionen und wir wissen von einem der beiden Ionen, dass es sich um $^{40}\text{Ca}^+$ handelt, weil es leuchtet. Somit können wir aus dieser Größe direkt die Masse des dunklen Ions bestimmen.

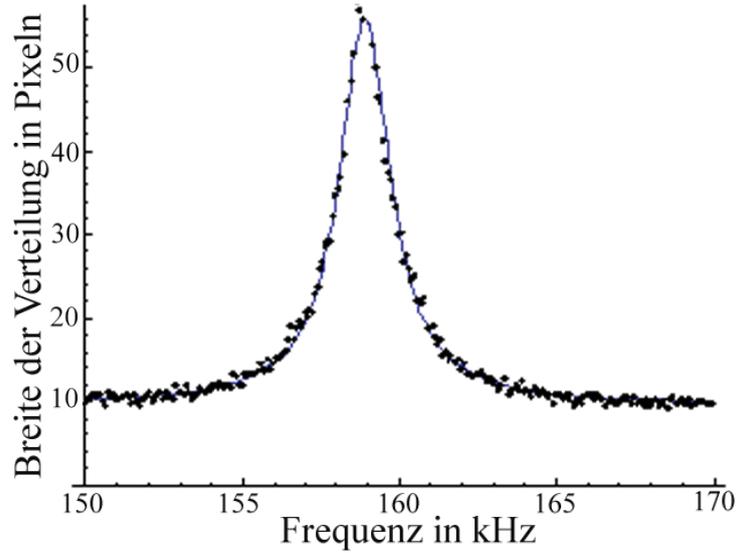


Abbildung 4.2: Lorentzkurve der Verteilung der Resonanzfrequenzen eines Ions. Jeden Punkt haben wir aus der Breite der Gaußkurven für die jeweilige Frequenz erhalten und an die Verteilung der Punkte haben wir wiederum eine Lorentzkurve angefitet um ihre Resonanzfrequenz zu ermitteln.

4.2 Messung der Masse von dunklen Ionen

Nach der gerade beschriebenen Methode haben wir nun in unterschiedlichen Potentialen mehrere gemischte Kristalle gefangen und bestimmt welche Elemente wir durch das sympathetische Kühlen fangen konnten. Um die Massen der dunklen Ionen aus den verschiedenen, von uns vermessenen, gemischten Ionenkristallen übersichtlich darzustellen, habe ich sie in Tabelle 4.1 zusammengefasst. Man erkennt auch hier an den Fehlern

Frequenz ν_1 eines Ions in kHz	Frequenz ν_2 bei-der Ionen in kHz	Masse M_2 des dunklen Ions in u	Vermutetes Element
158,928($\pm 0,008$)	173,705($\pm 0,007$)	25	Magnesium
126,342($\pm 0,056$)	141,085($\pm 0,046$)	13	Kohlenstoff
130,748($\pm 0,010$)	143,392($\pm 0,013$)	25	Magnesium
130,748($\pm 0,010$)	140,284($\pm 0,061$)	24	Magnesium

Tabelle 4.1: Gemessene dunkle Ionenmassen

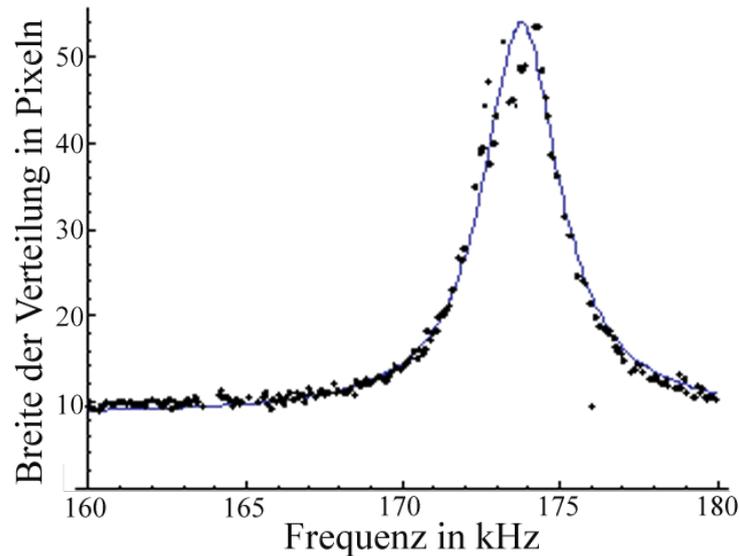


Abbildung 4.3: Lorentzkurve der Verteilung der Anregung der Schwerpunktsmode. Jeder Punkt wurde aus einer Messung der Breite der Fluoreszenzverteilung bei einer Frequenz mit Hilfe einer Gaußkurve bestimmt. Durch das Anpassen einer Lorentzkurve an die Verteilung der Breiten erhalten wir die Schwerpunktmodesfrequenz für unseren gemischten Kristall.

der Frequenzmessung, dass wir bei höheren Fallenfrequenzen bessere Ergebnisse erzielen. Diese wirken sich hier noch gravierender auf die Masse der dunklen Ionen aus, denn in Gleichung (4.2) sieht man, dass die Frequenzen und somit ihre Fehler quadratisch in die Masse eingehen. Außerdem können wir nicht ausschließen, dass wir Moleküle wie etwa Kohlenwasserstoff, der auch auf eine atomare Masse von 13 u kommt, ionisiert haben, statt solch seltener Isotope wie ^{13}C . Doch der größte Fehler beruht darauf, dass wir beim Laden der gemischten Kristalle unsere Falle aufladen können und damit die Fallenfrequenz verändern. Somit liegt bei der Messung des eher seltenen ^{13}C -Isotop die Vermutung nahe, dass dies der Fall war und wir statt dessen Stickstoff ionisiert haben. Durch eine bessere Fokussierung des gepulsten Lasers und hohe Fallenspannungen sollten sich solche Fehler minimieren lassen. Vor allem aber ein Atom-Ofen mit dem gewünschten Element sollte die Ladewahrscheinlichkeit dessen gegenüber Verunreinigungen, wie sie hier geladen wurden, erheblich verbessern.

5 Rückkopplungsgeregelte Operationen mit linearen Ionenkristallen

5.1 Fluoreszenzdetektion von Ionen

Wir haben schon bei der Spektroskopie gemischter Ionenkristalle gezeigt, dass wir in der Lage sind, direkt auf die Kamerabilder zuzugreifen und diese einer weiteren Analyse zukommen zu lassen. In diesem Abschnitt nutzen wir dies, um einerseits das Vorhandensein von Ionen auf einer Aufnahme unserer Kamera zu detektieren und andererseits die Ionen automatisch kompensieren zu lassen, um die besten Einstellungen der Kompensationsspannungen zu finden.

5.1.1 Automatisches Laden von Ionen

Standardmäßig betrachten wir auf unserem Kontrollcomputer die von uns gefangenen Ionen mit der in Abschnitt 2.2 beschriebenen EMCCD-Kamera, um unter anderem festzustellen, wie viele Ionen wir gefangen haben. Die Bilder, die wir dabei betrachten, werden aus der Ereignisverteilung $C(h, v)$ der detektierten Fluoreszenz erzeugt, wobei h, v die Pixelposition in horizontaler bzw. vertikaler Richtung angibt. Wenn man nun der Anzahl der gezählten Ereignisse eine Farbskala zuweist, bekommt man Bilder wie man sie in Abbildung 5.1(a) sieht. Nun präsentiere ich eine schnelle Echtzeitbildanalyse, die wir verwendet haben, um die Anzahl der Ionen und ihre Position aus diesen Aufnahmen zu ermitteln.

Wir folgen dabei drei Schritten: (a) Wir benötigen nicht das Gesamtbild der Kamera, da der Ionenkristall nur einen kleinen Bereich auf dem EMCCD-Chip beleuchtet, darum wählen wir den für uns interessantesten Bereich von 60×250 Pixel als sogenannte Region of Interest¹ und verwerfen den Rest des Bildes. (b) Wir summieren dann die EMCCD-Ereignisse über jede Spalte der RoI $C(h) = \sum_v C(h, v)$ (siehe Abbildung 5.1 (b)). Um die Anzahl der Ionen zu bekommen, berechnen wir das Maximum von $C(h)$ und führen eine Schranke ein, welche zwischen dem mittleren Hintergrundrauschen b und C_{max} variiert werden kann. Mit dieser Schranke ist es möglich, selbst zwischen dicht gedrängten

¹Region of Interest (RoI)

5 Rückkopplungsgeregelte Operationen mit linearen Ionenkristallen

Ionen, wenn deren Fluoreszenz überlappt, und zwischen ungleichmäßig fluoreszierenden Ionen, was von dem gaußschen Profil des Anregungslasers herrührt, zu unterscheiden. Der Ursprung des Hintergrundrauschens ist Streulicht, welches von der Falle zurückreflektiert wird, sowie Ausleserauschen vom EMCCD-Chip. (c) Wir haben alle Werte in $C(h)$, die unterhalb der Schranke liegen, auf Null gesetzt und bekommen damit das Array $\tilde{C}(h)$, das man in Abbildung 5.1(c) sieht, welches Regionen mit Ereignissen und Regionen mit Nullen enthält. Daran kann man direkt die Anzahl der Ionen im Kristall ablesen. Indem wir das Ionisationslaserlicht einstrahlen lassen während wir fortlaufend das aktuelle Kamerabild dahingehend analysieren, ob wir eine vorher festgelegte Anzahl an Ionen geladen haben, können wir den Ladeprozess automatisieren. Denn sobald wir genug Ionen geladen haben, blockieren wir den Ionisationslaser mit einem Shutter, somit erreichen wir, für jede gewünschte Anzahl an Ionen zwischen einem und zehn, eine Ladeeffizienz von 100 %, wenn wir die Laderate und die Potentialform richtig gewählt haben.

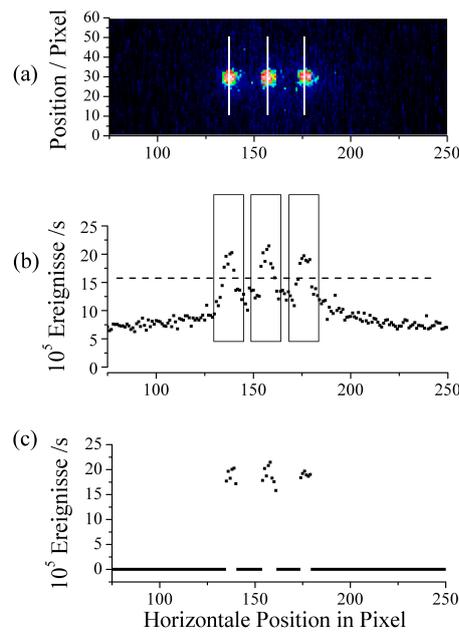


Abbildung 5.1: Ionen Positionsbestimmung: (a) Kamerabild von fluoreszierenden Ionen mit vertikalen Markierungen, um die Ionenpositionen anzudeuten. (b) Vertikal aufsummierte Ereignisse $C(h)$ mit Schwellenparameter, hier 60%, als gestrichelte Linie und Boxen, innerhalb derer die genaue Ionenlokalisation stattfindet. (c) Vertikal aufsummierte Ereignisse $\tilde{C}(h)$ (Werte unterhalb des Schwellenwerts sind auf Null gesetzt worden), um die Anzahl und eine grobe Ortsbestimmung der Ionen klar darzustellen.

5.1.2 Automatische Kompensation

Da wir von unserem Kontrollrechner aus volle Kontrolle über alle Fallenspannungen haben, können wir, wie schon zuvor bei der Spektroskopie der gemischten Kristalle, die Spannungen unserer Segmente ändern und gleichzeitig die Fluoreszenz der Ionen aufzeichnen und auswerten. Allerdings ändern wir dieses Mal nicht die Spannungen der Segmente, die wir zum Einfangen des Ionenkristalls verwenden, sondern die der Kompensationselektroden, K1 auf den Fallenflügelkanten zur Fallenachse hin und K2 die nicht benutzten DC-Segmente (siehe Abbildung 2.5). Auf diese Weise können wir den Kompensationsbereich ablaufen und die optimalen Werte bestimmen. Wenn wir dies für die normale Laserkonfiguration, die wir in Abschnitt 2.2 beschrieben haben, durchführen, bekommen wir das Bild, das in Abbildung 5.2 dargestellt ist.

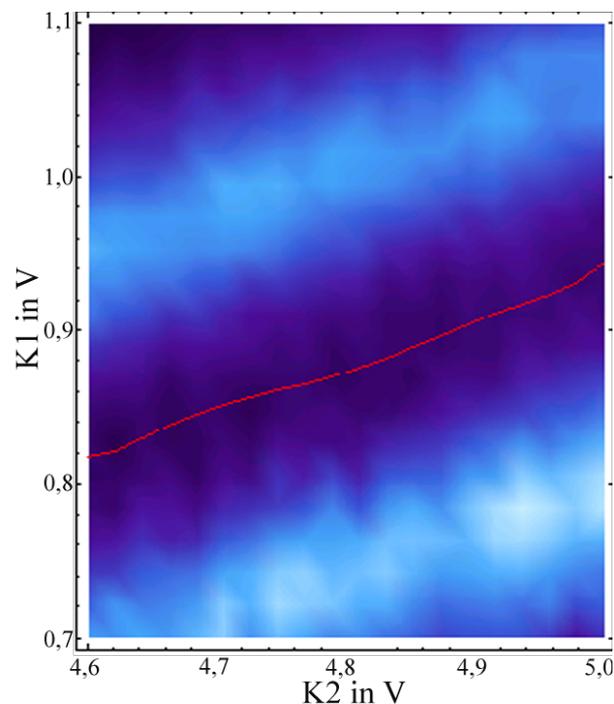


Abbildung 5.2: Fluoreszenz aufgetragen über die Kompensationsspannungen. Die Spannungen an den Kompensationselektroden Gruppen K1 und K2 werden durchlaufen und dabei wird jeweils die gesamte Fluoreszenz des RoI aufaddiert. Ordnen wir diesen Werten eine Helligkeit zu erhalten wir eine Grafik wie man sie hier sieht. In das Tal aus Minima haben wir ein Polynom gefittet, welches hier rot eingezeichnet ist.

Dabei wurde die Gesamtfluoreszenz mit dem Photomultiplier aufgezeichnet, dann die

5 Rückkopplungsgeregelte Operationen mit linearen Ionenkristallen

Kompensationsspannung geändert und wieder die Fluoreszenz aufgezeichnet. Somit entsteht eine Fluoreszenzlandkarte der Kompensationsspannungen. Wie man in Abbildung 5.2 erkennen kann, gibt es zwischen den beiden „Gebirgszügen“ der maximalen Fluoreszenz ein Tal aus Minima. Dies liegt daran, dass die Ionen jeweils etwas über und unter dem optimalen Kompensationswert aufschwingen und dann, auf Grund der Dopplerverschiebung, resonanter zu unserem rotverstimmten Kühlaser sind und somit mehr Photonen streuen. An dieses Tal können wir nun ein Polynom sechsten Grades anfitzen und somit alle Werte interpolieren. Wenn wir nun den üblichen 397 nm Laserstrahl durch einen Strahl selber Wellenlänge, aber senkrecht zur ursprünglichen Richtung, ersetzen, erhalten wir eine ähnliche Aufnahme für die Ebene senkrecht zu der gerade vermessenen. Durch diese zweite Messung sind wir in der Lage beide Kompensationsspannungen auf einen exakten Wert festzulegen. In Abbildung 5.3 sieht man, wie wir nun die Graphen der beiden Polynome, die wir aus beiden Messungen bestimmt haben, miteinander schneiden lassen und so sehr genau unsere Spannungswerte für eine optimale Kompensation finden. Eine

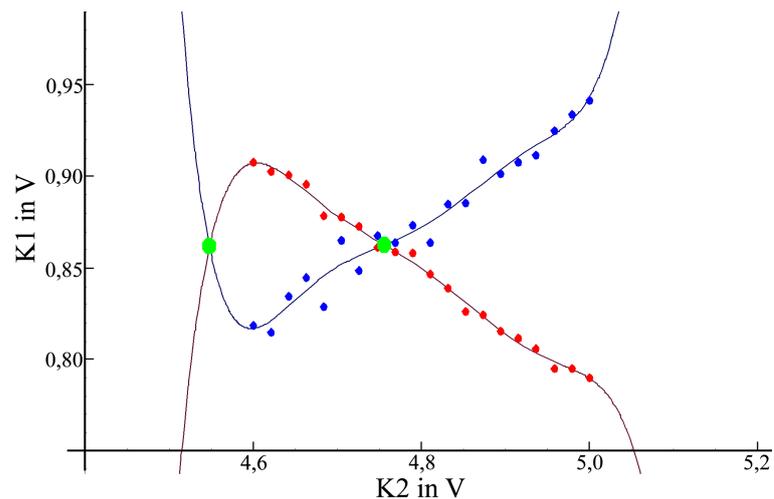


Abbildung 5.3: Hier sind alle Schnittpunkte der Graphen beider Polynome dargestellt, die an die Minima der Fluoreszenz gefittet wurden. Dabei haben wir die Schnittpunkte grün markiert, während die detektierten Minima bei dem einen Polynom rote und bei dem anderen Polynom blaue Punkte sind. Innerhalb des ausgewerteten Bereiches gibt es nur einen Schnittpunkt der Graphen. Dort liegen unsere optimalen Kompensationswerte.

ähnliche Methode wendete bereits Christian Roos an um die Mikrobewegung der Ionen zu kompensieren [Roo00]. Er benutzte allerdings die Korrelation zwischen der Fluoreszenzamplitude und der Radiofrequenzphase. Dabei gibt es bei jedem Zyklus der Phase einen Punkt, bei dem die Mikrobewegung dem Ion eine solche Geschwindigkeit verleiht, dass

ein eigentlich rotverstimmter 397 nm Laser durch die Dopplerverschiebung resonant wird. Der Unterschied in der Fluoreszenzamplitude ist dabei proportional zur Mikrobewegung in Richtung des Fluoreszenzlasers. Zeichnet man nun die Amplitude über die Kompensationsspannungen auf um die besten Kompensationsspannungen zu bestimmen, erhält man Ebenen, die sich wie unsere Polynome schneiden lassen.

5.2 Positionsbestimmung der Ionen

Wir sind nicht nur in der Lage, die Anzahl der Ionen zu detektieren, sondern wir können ebenfalls für jedes Ion eine noch genauere Positionsbestimmung von h_{ion} mit Hilfe folgender Formel erhalten:

$$h_{\text{ion}} = \frac{\sum_h h [C(h) - B]}{\sum_h [C(h) - B]}, \quad (5.1)$$

wobei $[C(h) - B]$ die um den Rauschlevel korrigierte Ereignisanzahl pro Pixel ist und h haben wir so gewählt, dass es nur den Bereich eines Ions abdeckt, was dank der richtigen Wahl der Schranke möglich ist. Um nun einen qualitativen Vergleich unserer Methode mit anderen Standardverfahren zu erhalten, haben wir eine Vergleichsmessung zwischen unserem Algorithmus zur Positionsbestimmung und einem zweidimensionalen Gaußfit durchgeführt. Der nächste Abschnitt befasst sich mit den Details dieser Vergleichsmessung.

5.2.1 Detektionsgenauigkeit

Indem wir einen Datensatz von 3000 Bildern mit einer Belichtungszeit von $\tau=100$ ms aufgezeichnet haben, auf den wir dann unseren Lokalisierungsalgorithmus sowie einen zweidimensionalen Gaußfit, dessen genaue Implementierung man in Anhang B sehen kann, anwenden, können wir bestimmen, wie präzise beide Methoden das Ion auf seiner axialen Position detektieren können. Da wir während dieser Messung das Potential der Falle auf konstanten Werten gehalten haben, sollte sich die Position des Ions theoretisch nicht verändern. Potentielle Schwankungen betreffen beide Verfahren, da wir ja die aufgezeichneten Bilder für beide Algorithmen verwenden. Das ermöglicht uns einen objektiven Vergleich. Das Ergebnis sieht man in Abbildung 5.4. Darin sind die detektierten Positionen als Histogramm über den Ort abgebildet. Unsere Methode erreicht innerhalb von 40 ms Mittelungszeit eine Genauigkeit von 170 nm, während der Gaußfit es auf eine Genauigkeit von 100 nm schafft. Trotzdem hat unser Algorithmus die Vorteile, dass er eine schnellere Reaktionszeit hat und wesentlich robuster gegen Variationen in $C(h)$ ist. Wie man erwarten würde nimmt die Genauigkeit mit zunehmender Belichtungszeit proportional zu $\sqrt{\tau}$

5 Rückkopplungsgeregelte Operationen mit linearen Ionenkristallen

zu.

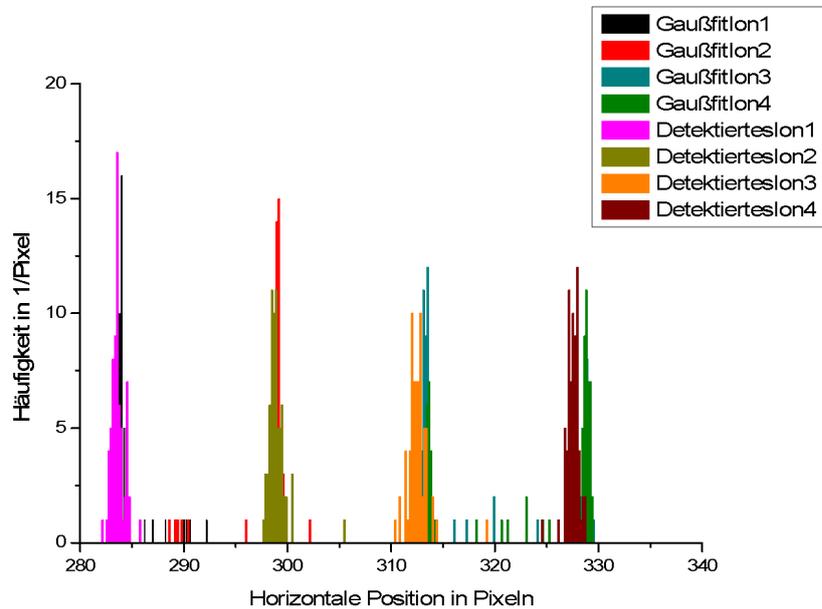


Abbildung 5.4: Histogramm der detektierten Positionen beider Algorithmen. Für jedes Ion und jeden Detektionsalgorithmus wurde eine andere Farbe gewählt. Man erkennt, dass zwischen beiden Algorithmen bezüglich der Genauigkeit der Lokalisierung nur ein geringer Unterschied vorliegt, denn die Histogrammpeaks sind fast identisch hoch.

In einem unserer Experimente wandten wir den Lokisierungsalgorithmus auf einen Ionenkristall an, der aus neun Ionen bestand (siehe Abbildung 5.5). Damit die Ionen sich zu einem linearen Kristall anordnen, mussten wir die RF-Amplitude auf $650 V_{pp}$ erhöhen. Setzen wir ein harmonisches Potential in axialer Richtung voraus, stimmen die von unserer Methode detektierten Positionen auf unter $1/5$ tel eines Pixels, was bei unserer Optik $(0,1382 \pm 0,0005) \mu\text{m}$ entspricht, mit den theoretisch berechneten Werten überein [Jam98]. Die automatisch bestimmten Ionenpositionen relativ zum mittleren Ion sind (Werte in μm):

Experimentell:	-36,0	-25,0	-15,9	-7,6	0	8,1	16,4	25,3	35,8
Theoretisch:	-35,78	-25,22	-16,28	-8,00	0	8,00	16,28	25,22	35,78

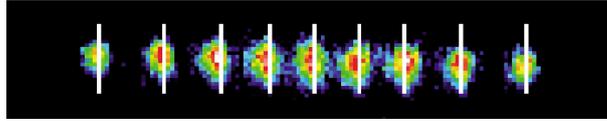


Abbildung 5.5: Ionenkristall mit automatisch bestimmten Gleichgewichtspositionen. Die Belichtungszeit τ betrug 150 ms.

5.2.2 Mustererkennung

Eine andere Methode, die Position des Ions zu bestimmen, besteht in der Lokalisierung heller Bereiche auf der Kameraaufnahme. Sind diese groß genug, handelt es sich mit hoher Wahrscheinlichkeit um ein Ion und nicht um Hintergrundrauschen. Aus diesem Grund suchen wir von jedem Punkt, der über dem Schrankenwert liegt, ausgehend erst in horizontaler, dann in vertikaler Richtung, nach weiteren Pixeln, die unsere Schwelle überschreiten. Dabei erlauben wir nur eine gewisse Anzahl an Pixeln, die zu wenig Intensität enthalten, bevor wir für diese Richtung die maximale Entfernung festlegen. Dies wird jeweils nach links, recht, oben und unten durchgeführt. Dann wiederholen wir ein weiteres Mal unsere Suche, gehen dieses Mal aber jeweils von der Mitte der anderen Richtung aus. Anschließend können wir den maximalen Radius festlegen. Ist dieser groß genug, so handelt es sich um ein Ion. Wir vergleichen diesen Algorithmus wieder mit dem Gaußalgorithmus, indem wir ihn auf die 3000 Aufnahmen unserer Ionen anwenden. Das Ergebnis sieht man in Abbildung 5.6. Unsere zweite Methode kommt dabei auf eine Genauigkeit von 184 nm. Trotzdem kann unsere zweite Methode ohne große Verbesserungen des Suchalgorithmus dazu verwendet werden, um den Gaußfit auf kleinere Bildbereiche anzuwenden und ihn so stabiler zu machen, da die Parameter der zu fittenden Gaußkurve dann an die Radien des erkannten Musters angepasst werden können, was Divergenzen des Fitalgorithmus deutlich unwahrscheinlicher macht.

5.3 Positionsregelung

Wir fangen wieder einen Kristall, indem wir an Segment M eine negative Spannung und an Segment L1 und R1 positive Spannungen anlegen. Anschließend benutzen wir eine digitale Regelungssteuerung in unserem Computer, um ein einzelnes Ion oder einen Ionenkristall an einer Position, in Anwesenheit von äußeren Störungen, festzuhalten. Dazu werden durch die Digital-Analog-Wandler, die über den Parallelport des Computers angesprochen werden, direkt die Spannungen an den Fallensegmenten geändert. Für die Messungen verwendeten wir eine Kamerabelichtungszeit von 25 ms, bei maximal verfügbarer Elektronen-

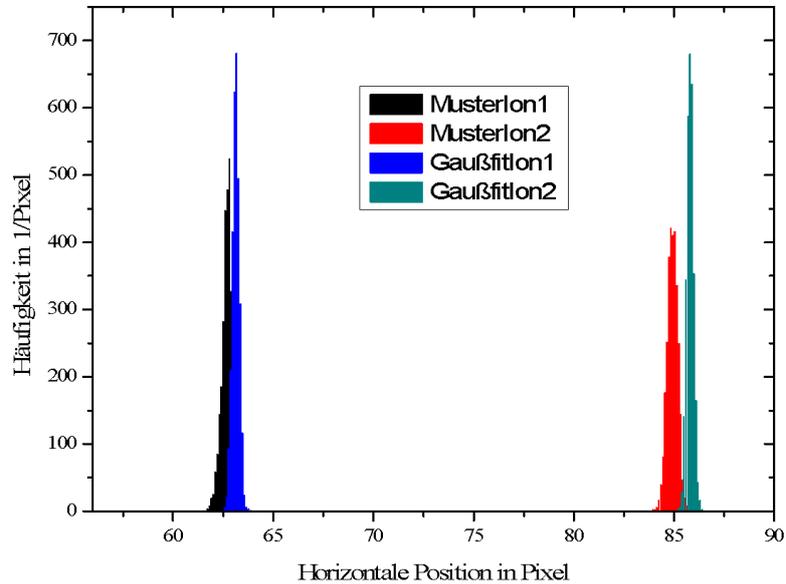


Abbildung 5.6: Vergleich der Genauigkeit zwischen Mustererkennungsalgorithmus und Gaußfit. Für jeden Algorithmus und jedes Ion wurde wieder eine eigene Farbe gewählt. An der fast doppelten Höhe der Gaußfithistogramme und der geringeren Breite erkennt man, dass die Mustererkennung in ihrer momentanen Implementierung zur Bereichsdetektion verwendet werden sollte. Nachdem mit der Mustererkennung kleinere Bildausschnitte in denen sich ein Ion aufhält bestimmt wurden, kann man zur genauen Positionsbestimmung den Gaußfit verwenden.

verstärkung. Wir haben dabei den Belichtungswert so gewählt, dass eine möglichst schnelle Reaktion bei einer möglichst geringen Fehlerrate und damit einhergehend eine hohe Genauigkeit erreicht wird. Die Regelungskontrolle wurde mit einem digitalen Proportional- und-Integral-Regler (PI-Regler) implementiert, welcher mit der Positionsinformation x_{act} von unserem vorher beschriebenen Ionenpositionsdetektionsalgorithmus versorgt wird. Indem er die Differenz des aktuellen Wertes mit dem gewünschten Wert x_{aim} bildet, reguliert der PI-Regler die Ionenposition in axialer Richtung durch das Ändern der Spannung $V_{L1} = V_{L1}^{\text{old}} - \Delta V_{L1}$ von Segment L1, sodass diese Differenz verschwindet. Den kompletten Regelkreis sieht man in Abbildung 5.7. Die PI-regulierte Spannungsänderung ΔV_{L1} berechnen

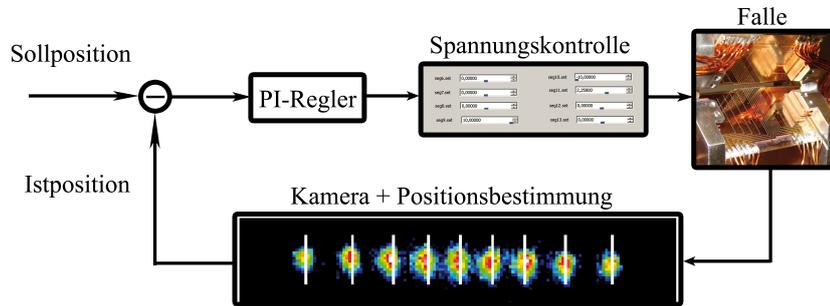


Abbildung 5.7: Schematische Darstellung des von uns verwendeten digitalen PI-Reglers. Wir bilden die Differenz zwischen dem Sollwert und dem Istwert der Position eines Ions. Diese Differenz wird dann an den digitalen PI-Regler übergeben, der die Spannungsänderung berechnet und über die digitale Spannungskontrolle an die Fallensegmente anlegt. Dann nehmen wir mit der Kamera ein neues Bild auf und bestimmen die Ionenposition. Die neue Position wird als Istwert in die Regelung eingegeben und wir beginnen von vorne.

wir mit der Gleichung

$$\Delta V_{L1} = P \cdot (x_{\text{aim}} - x_{\text{act}}) + I \cdot \sum (x_{\text{aim}} - x_k), \quad (5.2)$$

wobei der Integralanteil in jedem Schritt aktualisiert wird. Wir haben festgestellt, dass ein Differentialregelungsanteil die Kontrolle nicht verbessert hat, darum wurde nur ein PI- und kein PID-Regler implementiert. In der Versuchsprozedur wurde das Ion abwechselnd zwischen der Anfangsposition **A** und einer Position **B**, die um 60 Pixel nach links verschoben war, reguliert, was einer Strecke von $41,4 \mu\text{m}$ entsprach. Bei der dabei aktuellen Potentialeinstellung wurde die optimale PI-Verstärkung, also die Werte, die einen möglichst schnellen Transport ohne Aufschwingen oder zu starkes Überschwingen realisieren, für $P = 7 \text{ mV/Pixel}$ und $I = 1 \text{ mV/Pixel}$ gefunden. Dennoch arbeitet unsere Regelung immer noch richtig, wenn diese Variablen auf Werte zwischen 0,5 bis 2 mal der Optimalwerte gesetzt werden. Wie man in Abschnitt 5.4.1 sieht, ist die optimale Verstärkung vom Fallenpotential abhängig.

In Abbildung 5.8 sieht man die Position des Ions während der Regelung zwischen den beiden unterschiedlichen Positionen **A** und **B** als Funktion der Zeit. Über eine Zeitspanne von 400 s haben wir 100 Transporte durchgeführt und damit die Erfolgswahrscheinlichkeit von 99,8% bestimmt, wobei die neue Position innerhalb einer Zeitspanne von 600 ms

5 Rückkopplungsgeregelte Operationen mit linearen Ionenkristallen

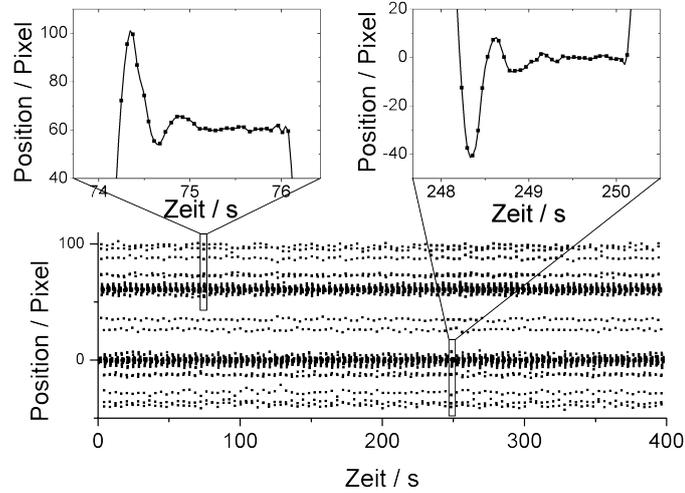


Abbildung 5.8: Feedback regulierte Ionenpositionen als Funktion der Zeit, bestehend aus 100 nacheinander ausgeführten Vor- und Zurückregulierungen über 60 Pixel. Ausschnitt (a) zeigt einen Zoom von einem einzelnen Regulierungsprozess, um das Ion von Position A zu B zu bewegen, wohingegen Ausschnitt (b) die Regelung für den Transport des Ions von B nach A zeigt. Hier wurde die Regelung zwischen A und B innerhalb von 600 ms erreicht.

erreicht wurde. Interessanterweise zeigt die benötigte Kontrollspannung V_{L1} kaum eine Änderung zwischen den einzelnen Transporten (siehe auch Abbildung 5.9). Der Algorithmus hat also die Art und Weise „gelernt“, wie man ein Ion transportiert. Die PI-Regelung wird die Spannungsrampe nur dann anpassen, wenn äußere Störungen auftreten. Dank der Stabilität des Detektionsalgorithmus kann der PI-Regler selbst starke Störungen des Fallenpotentials handhaben. Unsere Methode ist nur durch die räumliche Ausdehnung des Laserstrahldurchmessers, mit einer FWHM² von 76 μm , begrenzt, da unser Algorithmus eine ausreichende Menge an Fluoreszenzphotonen braucht, um ein vernünftiges Signal-zu-Rausch-Verhältnis für den PI-Regler zu erhalten. Eine Langzeitionenpositionsregelung in Ionenfallen, in denen Streuladungen oder andere Störungen einen axialen Ionendrift in der Zeitskala der durchgeführten Experimente hervorrufen, könnte eine typische Anwendung für diese Art von PI-Reglern sein.

²FWHM, Full Width Half Maximum = Halbwertsbreite

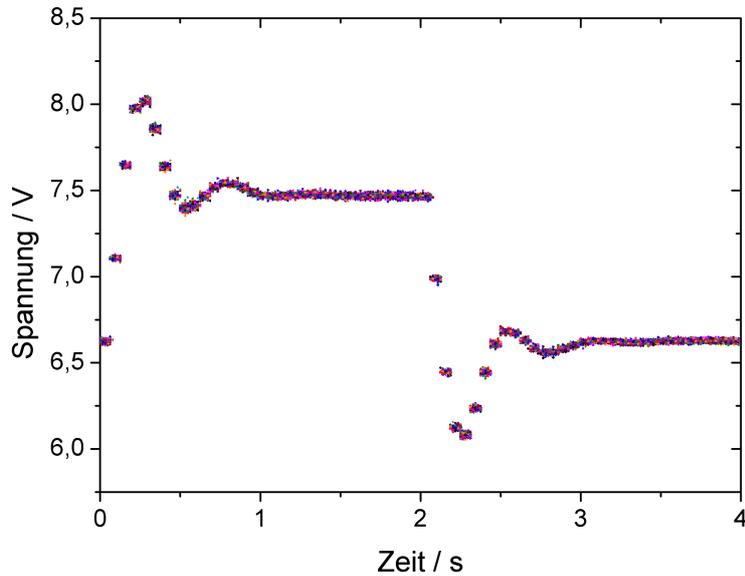


Abbildung 5.9: Kontrollspannungsänderungen an Segment L1 für 100 Durchgänge mit unterschiedlichen Farben für jede Schleife. Die Punkte, die aufeinander liegen, zeigen an, dass das System bei jeder Wiederholung fast völlig gleich reagiert hat.

5.4 Trennen von Ionenkristallen

5.4.1 Automatisches Trennen eines Ionenkristalls

Während meiner Diplomarbeit haben wir das Trennen von Ionenkristallen auf zwei verschiedene Arten untersucht: Zum einen haben wir ein symmetrisches Trennen durchgeführt, dabei wird der Ionenkristall so getrennt, dass zwei gleiche Teile sich gleich weit von der Anfangsposition in zwei gut getrennte axiale Potentialmulden hinein bewegen. Typischerweise ist die Anfangsposition des Kristalls exakt über einem Fallenkontrollsegment, dessen Spannung „hochgerammt“ wird [RBKD⁺02], da man einen Potentialwall in der Mitte des Kristalls hochschieben muss. Im folgenden Abschnitt erläutern wir dies genauer. Zum anderen haben wir das asymmetrische Trennen von Ionenkristallen entwickelt, bei dem der Kristall überall in der Falle getrennt werden kann, indem ein Ion festgehalten wird und der Teil links oder rechts davon in eine andere Potentialmulde oder einfach aus dem Fallenvolumen herausgeschoben wird. Auf das asymmetrische Trennen gehen wir später in Abschnitt 5.4.1 ein.

Symmetrisches Trennen

Um später einen objektiven Vergleich zwischen symmetrischem und asymmetrischem Trennen machen zu können, haben wir zuerst einmal eine vollständig automatisierte Methode für das symmetrische Trennen in unserer Falle entwickelt. Dabei fangen wir den Ionenkristall über Segment M, indem wir mit Kontrollspannungen von 5 V, -2 V, -5 V, -2 V und 5 V für Segment L2 bis Segment R2 angefangen haben. Segment M wird dann langsam zu immer positiveren Werten hochgeregelt, während Segment L1 dazu verwendet wird, um den Schwerpunkt des Kristalls wieder auf seinen Ursprungsort zu regeln, falls sich dieser nicht genau über der Potentialmitte befand. So wird verhindert, dass er nicht einfach in eine kleinere Mulde zwischen Segment M und Segment L1 oder Segment R1 verschoben wird, sondern wirklich aufgetrennt wird. Da wir nun nicht mehr nur einen Transport von Ionen in einem Potential mit fester axialer Fallenfrequenz durchführen, muss für diese Aufgabe die PI-Verstärkung dynamisch angepasst werden, denn mit einer Änderung der axialen Fallenfrequenz ändert sich auch die Systemantwort dementsprechend. Man kann sich dies so vorstellen: Wir können unser Ion auch mit einem Federpendel beschreiben, dann kommt dem Ändern der Fallenfrequenz ein Austausch der Feder gleich, da die Federkonstante in einem harmonischen Potential durch $\mathbf{F} = -k\mathbf{x}$ mit $k = m\omega_{ax}^2$ gegeben ist. Darum müssen wir die variierenden k -Werte mit der totalen PI-Verstärkung G_{PI} , also einem Multiplikationsfaktor $G_{PI} \propto k \propto \omega_{ax}^2$, auf \mathbf{F} kompensieren. Wir müssen sozusagen unseren Regler an die empfindlichere Feder anpassen. Verwenden wir die Beziehung $\omega_{ax} \propto \sqrt{V_{ax}}$, so ist die Verstärkung durch $G_{PI} \propto V_{ax} = V_{L1 \text{ or } R1} - V_M$ gegeben. Wenn man diese totale Verstärkung mit den PI-Werten von Gleichung (5.2) multipliziert, erreicht man die geregelte Ionenpositionierung selbst für sich ändernde Fallenfrequenzen.

In Abbildung 5.10 sieht man die während eines Trennprozesses angelegten Spannungen an Segment M und Segment L1. Der Nachteil dieses Trennverfahrens liegt darin, dass wir den Kristall erst an eine bestimmte Position in unserer Falle schieben müssen, um in dort trennen zu können. Dieses Manko konnten wir mit der Entwicklung des asymmetrischen Trennens beheben.

Asymmetrisches Trennen

Bei dem von uns erstmals angewandten asymmetrischen Trennen werden ein oder mehrere Ionen an einer festen Position gehalten, während der Rest des Kristalls abgetrennt wird. Bei unserem Verfahren sind wir mit der Position nicht auf eine exakte Position in der Falle über einem speziellen Segment begrenzt, sondern können unseren Kristall jederzeit an jeder Stelle der Falle auftrennen. Solange unsere Regelspannungen nicht die Werte der

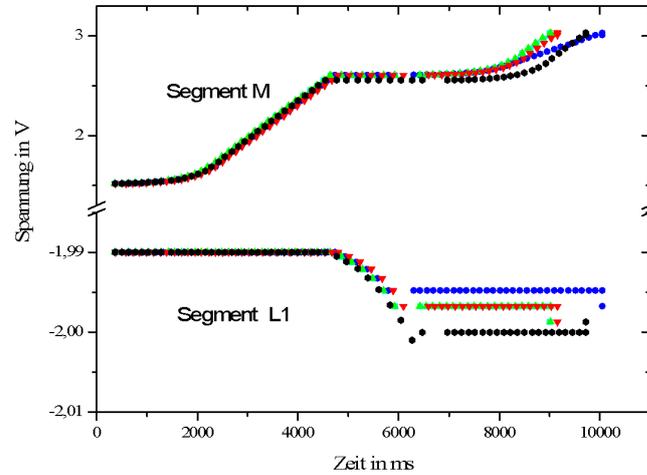


Abbildung 5.10: Automatisches symmetrisches Trennen eines Zwei-Ionen-Kristalls: Es sind die Spannungsänderungen an Segment M und die Regelspannungen an Segment L1 über die Zeit dargestellt. Jeder Trennvorgang ist in einer eigenen Farbe aufgezeichnet. Wir Regeln Segment M nach oben bis die Mitte beider Ionenpositionen etwa 20 Pixel von der Mitte unseres Potentials entfernt ist. Dann verwenden wir Segment L1 um die Ionen zurückzuregeln. Erst wenn die Ionen wieder symmetrisch zur Mitte positioniert sind, regeln wir Segment M weiter nach oben.

elektronischen Bauteile überschreiten müssten, um noch gegensteuern zu können (was bei einer sehr weit entfernten Regelungselektrode der Fall sein könnte), können wir auch für die Regelung jede beliebige Elektrode verwenden.

Nun beschreiben wir das genaue Vorgehen, wenn wir einen Zwei-Ionen-Kristall im asymmetrischen Modus trennen wollen. Zuerst fangen wir mit einem tiefen axialen Fallenpotential an, welches von einer negativen Spannung an Segment M und entsprechend positiven Spannungen an Segment L1 und Segment R1 gebildet wird. Auf Grund dieser Spannungs-konfiguration wird der Ionen-Kristall über Segment M gefangen. Unser Algorithmus hält Segment R1 auf einem festen Wert, während er die Potentialtiefe durch Erniedrigung der Versorgungsspannung von Segment M reduziert und gleichzeitig die axiale Position des linken Ions mit Segment L1 auf den Startpunkt regelt. Wir haben das Potential so erniedrigt, dass der Inter-Ionen-Abstand linear zugenommen hat. Um dies zu bewerkstelligen, leiten wir eine Formel für die Spannungsänderung her. Dazu fangen wir mit der Beziehung zwischen dem minimalen Ion-Ion-Abstand in einem harmonischen Potential und der axia-

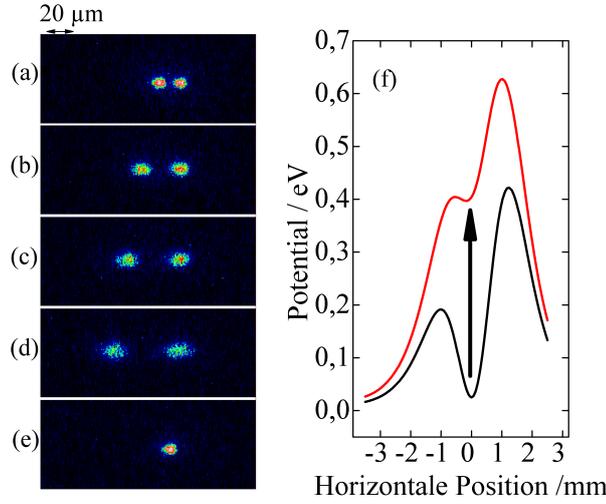


Abbildung 5.11: Automatisches asymmetrisches Trennen eines Zwei-Ionen-Kristalls: Kamerabild von fluoreszierenden Ionen - vor (a), während (b)-(d) und nach dem Trennprozess (e). Die Bilder (b)-(d) wurden gemacht, nachdem die Potentialtiefe erniedrigt und das linke Ion bewegt wurde. (f) Simulierte Potentiale zeigen die Änderungen des Potentials während des Trennprozesses. Ausgehend von einem tiefen Potential am Anfang des Trennvorgangs werden die Spannungen so geändert, dass man mit einem flachen Potential, kurz bevor der Kristall aufreißt, endet. In (e) bleibt nur das rechte Ion im Fallenpotential. Hier wird das Potential auf seine Anfangswerte gesetzt, sodass die Ionenposition genau in der Mitte der beiden Ionen ist, wie man sie in (a) sieht.

len Fallenfrequenz $\Delta x \propto \omega_{ax}^{-2/3}$ [Jam98] an. Benutzen wir nun die Beziehung $\omega_{ax} \propto V_{ax}^{1/2}$ zwischen der axialen Fallenfrequenz ω_{ax} und der axialen Einschussspannung V_{ax} , finden wir $\Delta x \propto V_{ax}^{-1/3}$.

In einer segmentierten linearen Paulfalle mit Ionen über Segment M ist die axiale Spannung in erster Näherung gegeben durch $V_{ax} = V_{L1 \text{ or } R1} - V_M$, wobei die niedrigere Spannung von Segment R1 oder Segment L1 genommen wird. Den linearen Anstieg der Strecke zwischen den Ionen können wir mit $mt + \Delta x_0$ beschreiben, wobei Δx_0 die Anfangsentfernung und m die Geschwindigkeit der Spannungsänderung ist. Damit erhalten wir folgende Gleichung,

$$V_M = V_{L1 \text{ or } R1} - \frac{A}{(mt + \Delta x_0)^3}, \quad (5.3)$$

die uns die Spannungsänderung an Segment M für das von uns geplante lineare Auseinanderschieben der Ionen beschreibt. Die Konstante A wird durch die Anfangsbeding-

ungen bei $V_M(t = 0)$ festgelegt. Während die Falltiefe vermindert wird, bewegt sich das Minimum des Potentials ebenfalls, aber dies gleicht unser PI-Regler mit Hilfe des Kontrollsegments L1 aus. In dem Moment, wenn die Coulombabstoßungsenergie die Potentialtiefe überschreitet, verlassen die Ionen die Falle und nur die gewünschte Anzahl an Ionen wird im Kristall behalten. In unseren Experimenten haben wir eine Ion-Ion Entfernung von $60(1) \mu\text{m}$ gemessen, kurz bevor nur noch ein Ion im Potential behalten wurde. Dadurch lässt sich mit der Coulombenergie, die man aus $E_{\text{Coul}} = \frac{1}{2} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{d}$ erhält, die Potentialtiefe nach $\Phi = E/e$ berechnen, was also in unserem Fall $25(1) \mu\text{V}$ entspricht. Das Abtrennen eines Ions kann entweder durch die Reduzierung des Fluoreszenzlichts auf dem EMCCD-Chip oder durch einen plötzlichen Sprung der Position des/der verbliebenen Ions/-en detektiert werden. Zweitere Methode ziehen wir vor, da dabei einerseits nicht der ganze Kristall ausgeleuchtet sein muss und sogar ein dunkles Ion beim Verlassen des Potentials detektiert werden kann, was unsere Methode auch auf Kristalle die aus gemischten Ionenarten bestehen anwendbar macht.

Um den hohen Grad an Automatisierung zu zeigen, haben wir den Trennungsalgorithmus viele Male wiederholt, was man in Abbildung 5.12 sieht.

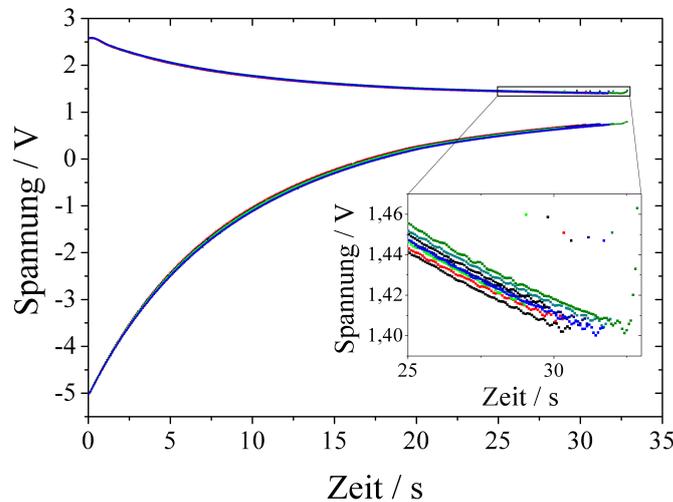


Abbildung 5.12: Spannungsänderungen während wiederholter Trennungsexperimente. Die Potentialform wird mit Segment M verändert, während Segment L1 die Position des Ions reguliert. Jeder Trennungsdurchgang ist mit einer anderen Farbe aufgezeichnet worden. Der Ausschnitt zeigt einen Zoom in die Kontrollspannungsänderungen am Ende des Trennprozesses.

Man erkennt, dass sich beide, die allgemeine Form der Spannungsrampe und die Kontroll-
elektrodenspannung an dem Punkt, an dem wir den Ionenkristall trennen, nur geringfügig
unterscheidet, hier um 10 mV von Messung zu Messung. Die Punkte am Ende der Rege-
lungskurve, die wir in dem Ausschnitt noch einmal vergrößert dargestellt haben, zeigen
den genauen Punkt, an dem das zweite Ion das Potential verlässt, an. Bei diesen wieder-
holten Messungen haben wir eine Erfolgswahrscheinlichkeit von 95 % erreicht. Als letzte
Transportoperation haben wir noch das Trennen und Wiedervereinen eines Ionenkristalls
in einem Doppelmuldenpotential realisiert.

5.5 Automatisches Trennen und Wiedervereinen von Ionenkristallen

Während im letzten Abschnitt ein Teil des Ionenkristalls abgetrennt wurde und das Fal-
lenpotential verlassen hat, wird bei diesem Protokoll zuerst ein Kristall in zwei unter-
schiedliche axiale Potentialmulden getrennt und anschließend werden die Teile zu einem
Ionenkristall wiedervereint. Das Schema sieht man in Abbildung 5.13. Das Einschluss-
potential wird durch die Fallenelektroden L4 bis R1 geformt. Wenn die Spannung an
Elektrode M erhöht wird, wird die Doppelmulde so verformt, dass nur ein Ion oder eine
andere vorher festgelegte Anzahl an Ionen des N-Ionen-Kristalls in der Ursprungsmulde
verbleibt, während N-1 Ionen in die zweite Potentialmulde auf der linken Seite verschoben
werden. Gleichzeitig wird die Position der verbleibenden Ionen mit Segment L1 reguliert.
Wenn das Protokoll umgekehrt abgearbeitet wird, werden die beiden Ionenkristalle in dem
ursprünglichen Potentialtopf wiedervereint. Diesen Vorgang kann man in Abbildung 5.14
betrachten.

Bei den Experimenten haben wir Ionenkristalle aus zwei bis vier Ionen verwendet und die
Position des äußersten rechten Ions festgehalten, während der andere Teil des Kristalls in
eine separate Potentialmulde verschoben wurde, was man in Abbildung 5.14 auch leicht
nachvollziehen kann, da sich das rechte Ion immer an derselben Stelle befindet. Um den
Kristall wiederzuvereinen, kann man die Potentialmulden auch verschmelzen, was wir hier
aber nicht umgesetzt haben. Der gesamte Separationsprozess kann auch ohne die Hilfe der
Kamera durchgeführt werden. Dazu muss das System die richtigen Spannungsänderungen
lernen. Hierfür werden die Spannungsänderungen für die Segmente aufgezeichnet, wie man
es für die Positionsregelung in Abbildung 5.12 sieht, während ein erfolgreicher Trennpro-
zess durchgeführt wird. Nun kann man eine bis zu 20 fach höhere Trennungsgeschwindig-
keit erreichen, indem man die gelernten Spannungssequenzen mit erhöhter Geschwindigkeit
abspielt.

5.5 Automatisches Trennen und Wiedervereinen von Ionenkristallen

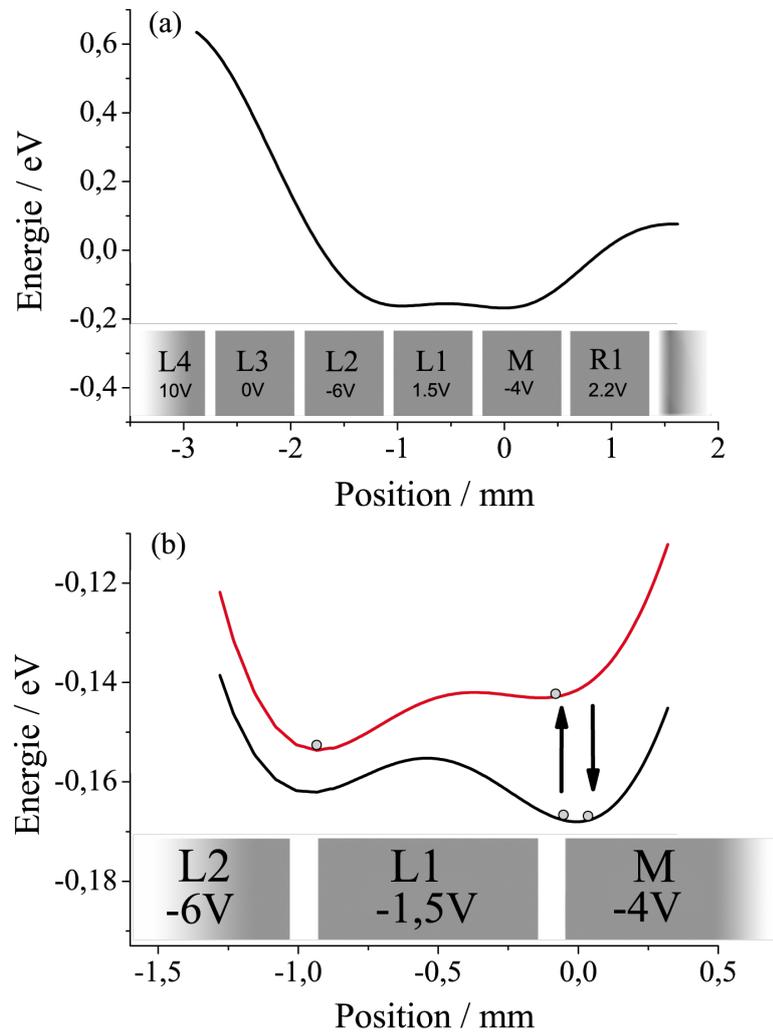


Abbildung 5.13: Potentiale während des asymmetrischen Trenn- und Wiedervereinigungsprozesses: (a) Das axiale Potential zeigt ein sich bewegendes Minimum über dem Isolator zwischen Segment L1 und L2 und ein stationäres Minimum über dem Isolator zwischen Segment L1 und M. Die Potentialbarriere auf der linken Seite über Segment L3 und L4 bewahrt die Ionen davor, während des Trennens die Falle zu verlassen. Die Spannungskonfiguration, die auf den Segmenten abgebildet ist, zeigt die Situation am Anfang des Trennprozesses. (b) Der Zoom auf das axiale Potential zeigt die Potentialänderung während des Trennens und Wiedervereins des Ionenkristalls. Aus Gründen der Übersichtlichkeit wurde das obere Potential mit Hilfe eines Offsets von 0,13 eV verschoben.

5 Rückkopplungsgeregelte Operationen mit linearen Ionenkristallen

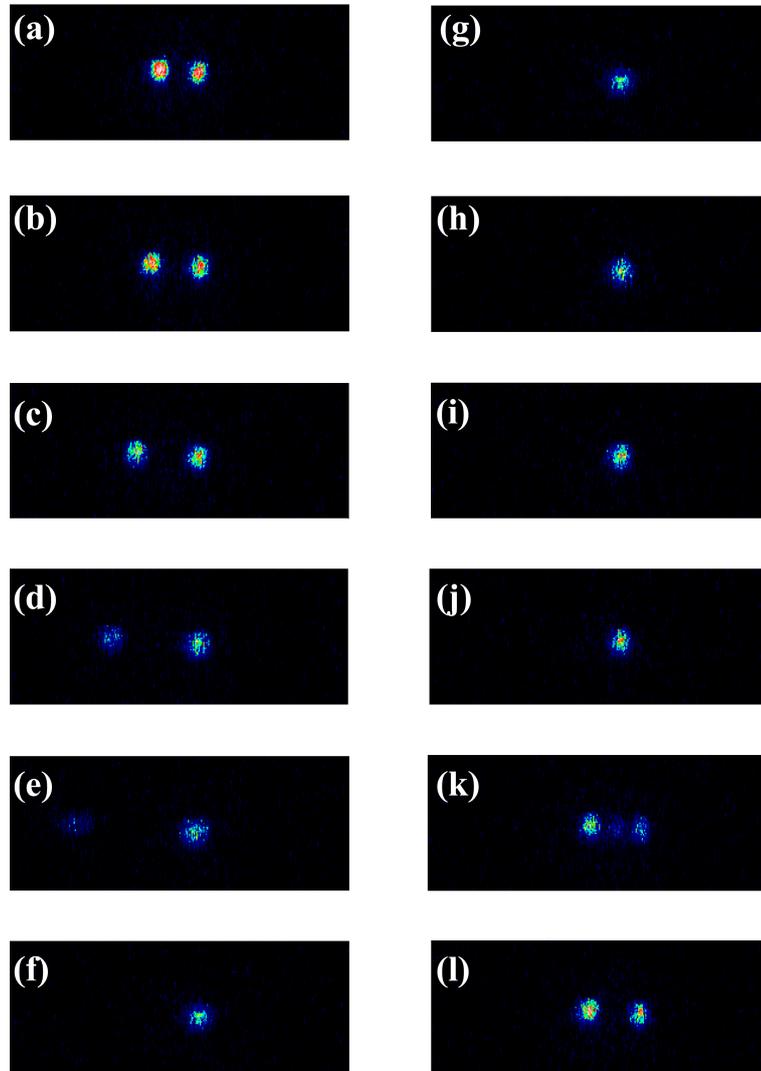


Abbildung 5.14: Wie zuvor beim Trennen regeln wir Segment M so nach oben, dass die Ionen linear auseinandergeschoben werden und verwenden Segment L1 zur Positionskontrolle. Auf den Bildern (a) bis (f) wird der Kristall aufgetrennt. Nach erfolgreicher Trennung sieht man auf den Bildern (g) bis (l), wie die Position des verbliebenen Ions festgehalten wird bis das abgetrennte Ion wieder zurückgeholt wurde. Dabei vermindern wir einfach wieder die Spannung an Segment M bis das zweite Ion wieder im Ursprungstopf ist.

6 Stehwellenspektroskopie der Ionenwellenfunktion

In jüngster Zeit hat die Stimulated Emission Depletion Mikroskopie oder kurz STED-Mikroskopie gezeigt, dass sie im Gegensatz zu anderen Fernfeldmikroskopien nicht beugungsbegrenzt ist. Lösen bisherige Optische Verfahren Objekte bis zu einer Größe von 200nm auf [Dem99], so ist es mit der STED-Mikroskopie möglich, Objekte bis zu einer Größe von 5,8 nm aufzulösen [RHI⁺09]. Prinzipiell braucht man für dieses Verfahren, zumindest in den bisherigen Anwendungen, ein Laser-Raster-Mikroskop und einen Farbstoff, der ein drei Niveausystem besitzt.

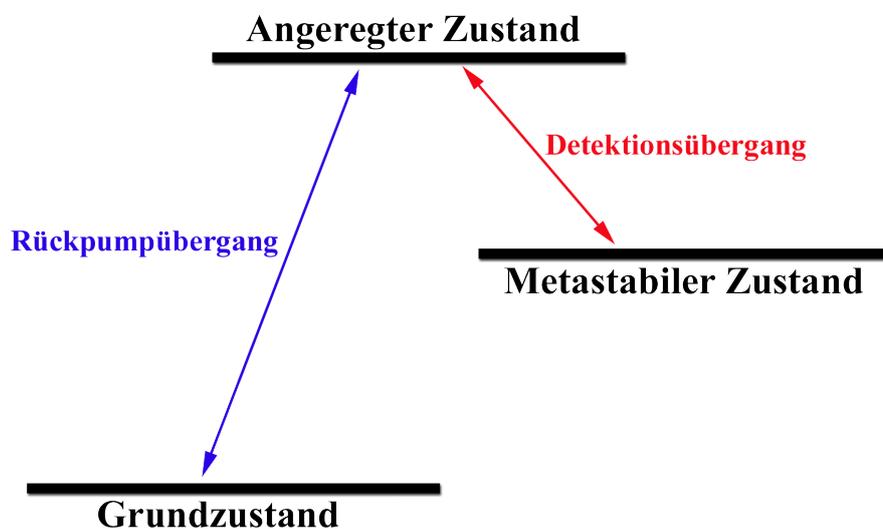


Abbildung 6.1: Levelschema, welches bei der STED-Mikroskopie ausgenutzt wird.

Nachdem der Farbstoff in den angeregten Zustand versetzt wurde (Abbildung 6.1) strahlt man den Rückpumplaser in einer Torusmode ein. Durch die stimulierte Emission werden alle Farbstoffmoleküle, welche sich nicht im Zentrum des Torus befinden, in den Grundzustand gebracht. Übersättigt man nun den Rückpumplaser, so wird der Radius im Zentrum

6 Stehwellenspektroskopie der Ionenwellenfunktion

des Torus, in dem keine Intensität vorhanden ist, mit steigender Übersättigung stetig kleiner. Strahlt man nun einen zweiten Laser auf dem Detektionsübergang ein, so können nur noch Farbstoffmoleküle, welche sich im angeregten Zustand befinden, also jene die im Zentrum des Torus sind, zur Fluoreszenz auf diesem Übergang angeregt werden. Mit dem Einsatz eines geeigneten Filters erreicht man, dass die gemessene Fluoreszenz auf die Farbstoffmoleküle auf dem Detektionsübergang eingegrenzt wird. Auf diese Weise können nanometergenaue Aufnahmen erstellt werden. Bei einer genaueren Betrachtung des STED-Termschemas stellten wir fest, dass bei unseren $^{40}\text{Ca}^+$ Ionen die gleiche Situation vorliegt. Der $D_{3/2}$ Zustand ist mit seiner Lebensdauer von etwa einer Sekunde sehr langlebig im Vergleich zum $P_{1/2}$ Zustand, der innerhalb von 8 ns in den Grundzustand zerfällt (siehe Abbildung 2.7). Nun erzeugen wir mit unserem 866 nm Laser eine Stehwelle entlang der Fallachse. Diese pumpt uns überall dort wo kein Knoten ist, also eine nichtverschwindende Intensität, die Ionen zurück in den $P_{1/2}$ Zustand und damit in den Grundzustand. Wenn wir diese Stehwelle nun übersättigen, dann werden die Minima auf einen immer kleineren Bereich eingegrenzt. Für ein Ion, welches sich in einem Minimum befindet, detektieren wir keine Fluoreszenz. Damit sind wir in der Lage, die Aufenthaltswahrscheinlichkeit des Ions auf wenige Nanometer genau zu bestimmen, was bedeutet, dass wir direkt die Wellenfunktion des Ions im Ortsraum messen können.

Experimenteller Nachweis der Konzepttauglichkeit

Um die Wellenfunktion des Ions abzubilden, müssen wir in der Lage sein, das Ion auf wenige Nanometer genau zu positionieren oder zumindest zu verschieben, darum müssen wir unsere Segmentspannungen kalibrieren. Die erreichen wir wie folgt. Wir können die Position unseres Ions auf mindestens 200 nm genau bestimmen und unsere Spannungen in einem kleinsten Schritt von 300 μV ändern. Wenn wir unser Ion nun in dem Potential, in dem wir die Messung mit der Stehwelle durchführen wollen, gefangen haben, müssen wir das Ion mit einer weit entfernten Elektrode, hier Segment L3, verschieben.

Dabei ändern wir die Spannung um mehrere Volt und messen die Strecke, um die wir das Ion verschoben haben. Daraus können wir dann zurückrechnen, was die kleinste Entfernung ist, um die wir unser Ion verschieben können. In Abbildung 6.2 sehen wir, dass unser Ion um 10 Pixel verschoben wurde, während wir die Spannung an Segment L3 um 3,45 V geändert haben. Da man deutlich sieht, dass wir noch im linearen Bereich des Verschiebens waren, was bedeutet, dass wir das Potential nicht zu sehr verformt haben, ergibt sich damit die

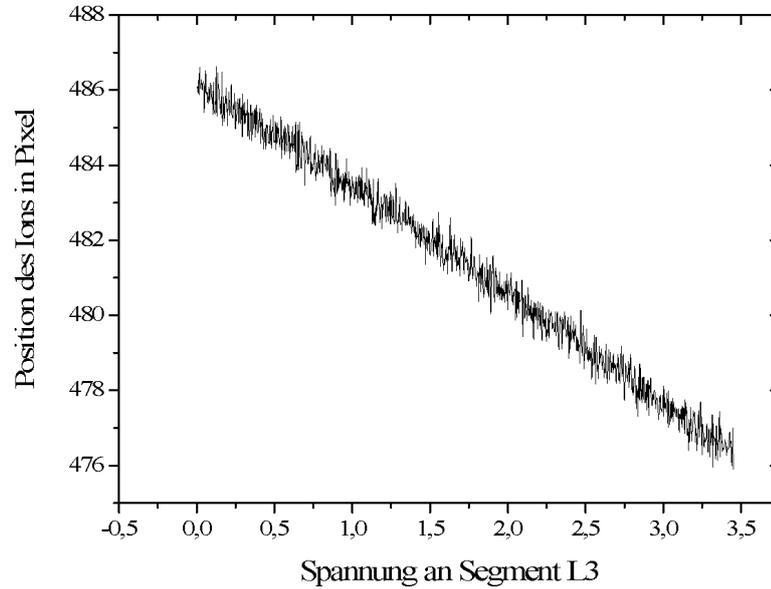


Abbildung 6.2: Ionenposition über die Segmentspannung.

kleinste Verschiebestrecke, die wir realisieren können zu

$$\Delta x_{min} = \frac{\Delta V_{min} \cdot \Delta x}{\Delta V} \quad (6.1)$$

was in diesem Potential 2,04 nm sind. Damit sind wir also in der Lage unser Ion genau wenige Nanometer weit in der Falle zu bewegen, und können somit in Zukunft die Wellenfunktion des Ions abbilden. Denn dabei müssen wir das Ion genau in eines der Minima der Stehwelle transportieren und es an diesem Punkt festhalten.

6 Stehwellenspektroskopie der Ionenwellenfunktion

7 Ausblick und Zusammenfassung

Im Verlauf meiner Diplomarbeit haben wir in unserem Experiment erfolgreich gemischte Ionenkristalle gefangen, selbstanpassende und selbstregulierende Algorithmen für die Automation von fundamentalen Transportoperationen in einer segmentierten linearen Paulfalle realisiert, und gezeigt, dass unser Aufbau die nötigen Voraussetzungen erfüllt um die Wellenfunktion des Ions abzubilden. Damit haben wir Methoden entwickelt, welche für die Quanteninformationsverarbeitung mit gefangenen Ionen wichtig sind. Bei allen Methoden spielte unsere empfindliche EMCCD-Kamera eine entscheidende Rolle. Indem wir über ein entferntes Segment eine Radiofrequenz eingestrahlt haben, brachten wir die gefangenen Ionen zu Schwerpunktsschwingungen, welche wir über die Kamera beobachten konnten. Somit konnten wir die aktuelle axiale Fallenfrequenz auf $0,5 \text{ kHz}$ genau im Vergleich zu theoretisch berechneten Werten nachmessen. Mit diesen Werten überprüften wir unsere Fallensimulation und stellten fest, dass für hohe axiale Fallenspannungen die von uns aus unserer Simulation berechneten Werte nur um $(-0,1 \pm 1,0) \text{ kHz}$ von den von uns gemessenen Werten abweichen. Auf diese Weise ist es uns gelungen über die veränderte Schwerpunktmodenfrequenz nachzuweisen, dass wir Magnesium und Kohlenstoff als dunkle Ionen in unseren Kristallen gefangen hatten. Durch die automatische Kompensation unserer Ionen, mit Hilfe der detektierten Helligkeit dieser, konnten wir die optimalen Kompensationsspannungen finden. Die Fluoreszenzverteilung der Ionen haben wir dann auch dazu verwendet die genauen Ionenpositionen zu detektieren. Dabei erreichten wir mit einer von uns entwickelten Methode eine Genauigkeit von 170 nm , während wir mit einem Gaußfit es auf eine Genauigkeit von 100 nm schafften. Allerdings arbeitet unser Algorithmus in Echtzeit und ist wesentlich robuster gegen Störungen als der Gaußfit. Wir haben die von unserem Algorithmus detektierten Positionen auch mit theoretisch vorherberechneten verglichen und dabei Übereinstimmungen von $1/5$ tel eines Pixels, was bei unserer Optik $(0,1382 \pm 0,0005) \mu\text{m}$ entspricht, erreicht. Desweiteren versuchten wir unsere Ionen über eine Mustererkennung zu detektieren. Unsere zweite Methode kommt dabei auf eine Genauigkeit von 184 nm , kann jedoch als Vorfilter für den Gaußfit verwendet werden um diesen stabiler zu machen. Für den Bau einer Regelungsschleife verwendeten wir somit unsere Kamera für die Ionendetektion, und eine Softwareregulierung, für die

7 Ausblick und Zusammenfassung

Spannungsänderungen jedes Fallensegmentes. Dies ermöglichte uns eine geregelte Positionierung eines Ions an jeder gewünschten Stelle in axialer Fallenrichtung mit Hilfe eines Software-PI-Reglers. Mit diesem Regler wurden 100 Transporte durchgeführt und damit die Erfolgswahrscheinlichkeit von 99,8% für einen erfolgreichen Transport bestimmt, wobei die Ionen die neue Position innerhalb einer Zeitspanne von 600 ms erreichten. Aufgrund unserer genauen Positionsregelung konnten wir ein asymmetrisches Trennverfahren implementieren. Bei dessen wiederholten Anwendungen haben wir eine Erfolgswahrscheinlichkeit von 95 % erzielt. Indem wir zwei Fangpotentiale in der axialen Richtung erzeugt und deren Tiefe angepasst haben, haben wir das geregelte Trennen und Wiedervereinen von Ionenkristallen realisiert. Um die Wellenfunktion des Ions abzubilden, müssen wir in der Lage sein, ein Ion sehr genau in der Falle zu positionieren und zu bewegen. Indem wir unser Ion um 10 Pixel verschoben haben, und dazu die Spannung an Segment L3 um 3,45 V ändern mussten, kommen wir (mit einer kleinsten einstellbaren Spannungsänderung von 300 μV) auf eine minimale Verschiebestrecke von 2,04 nm. Folglich können wir unser Ion gezielt in die Minima der Stehwelle verschieben und es dort dann auch festhalten, was es uns in Zukunft erlaubt die Wellenfunktion des Ions abzubilden.

Damit komme ich auch zum Ausblick. Bei der Spektroskopie gemischter Kristalle wollen wir einerseits auch andere Schwingungsmoden, wie etwa die Atmungsmoden, des gemischten Kristalls vermessen, da deren Frequenz von der Position des dunklen Ions im Ionenkristall abhängt. Dies kann auch, indem man die relative Masse eines Ions über eine Stehwelle verändert, dazu verwendet werden ein BEC aus Phononen zu erhalten [IVSSK10]. Andererseits wollen wir auch schwerere Elemente als unser $^{40}\text{Ca}^+$, wie etwa Chrom oder Cer, einfangen, da diese für die deterministische Einzelionenimplantation [SJF⁺10] interessant sind. Die Positionsbestimmung der Ionen kann noch verbessert werden, indem wir nur einen Teilbereich des Bildes auslesen oder eine schnellere EMCCD-Kamera verwenden. Dadurch können wir die Detektion und somit die komplette Kontrolle beschleunigen. In unserer Falle sind aufgrund der Segmentbreite von 700 μm große Ion-Ion Distanzen, zum Zeitpunkt des Trennens und damit niedrige Fallenfrequenzen kaum zu vermeiden. Deshalb versprechen wir uns einen bedeutenden Geschwindigkeitszuwachs, wenn wir die Algorithmen auf Ionenkristalle anwenden, welche in einer segmentierten Mikroionenfalle mit Segmentdimensionen von 125 μm [SPZSK08] gespeichert sind. Außerdem sind die Fallenkontrollsegmente dieser Falle für den Transport von Ionen und für Trennoperationen optimiert worden. Eine weitere Verbesserung wird eine komplexere Regelungsschleife sein, etwa das Optimierte Gradientenverfahren eignet sich besonders dann, wenn nicht nur ein einzelner sondern mehrere Fallenkontrollparameter angepasst werden müssen. Wir beabsichtigen in Zukunft nicht nur Regelungsmethoden für die Position des Ionenkristalls zu verwenden,

sondern auch für die internen elektronischen Qubit Zustände zu verwenden. Abschließend planen wir, nachdem wir nun gezeigt haben, dass wir die nötige Kontrolle über unser Ion besitzen, eine an die STED-Mikroskopie angelehnte Messung durchzuführen, bei der wir in der Lage sein sollten die Wellenfunktion des Ions im Ortsraum direkt aufzulösen.

7 *Ausblick und Zusammenfassung*

Literaturverzeichnis

- [BAB⁺05] BLOCK, M., D. ACKERMANN, D. BECK, K. BLAUM, M. BREITENFELDT, A. CHAUDURI, A. DOEMER, S. ELISEEV, D. HABS, S. HEINZ, F. HERFURTH, F. P. HESSBERGER, S. HOFMANN, H. GEISSEL, H. J. KLUGE, V. KOLHINEN, G. MARX, J. B. NEUMAYR, M. MUKHERJEE, M. PETRICK, W. PLASS, W. QUINT, S. RAHAMAN, C. RAUTH, D. RODRIGUEZ, C. SCHEIDENBERGER, L. SCHWEIKHARD, M. SUHONEN, P. G. THIROLF, Z. WANG, C. WEBER und THE SHIPTRAP COLLABORATION: *The ion-trap facility SHIPTRAP Status and perspectives*. The European Physical Journal A - Hadrons and Nuclei, 25(1):49–50, September 2005.
- [BB84] BENNETT, C.H. und G. BRASSARD: *Quantum Cryptography: Public Key Distribution and Coin Tossing*. Proceedings of IEEE International Conference on Computers Systems and Signal Processing, Seiten 175–179, Dezember 1984.
- [BCS⁺04] BARRETT, M. D., J. CHIAVERINI, T. SCHAETZ, J. BRITTON, W. M. ITANO, J. D. JOST, E. KNILL, C. LANGER, D. LEIBFRIED, R. OZERI und D. J. WINELAND: *Deterministic quantum teleportation of atomic qubits*. Nature, 429:737, 2004.
- [BOV⁺09] BLAKESTAD, R. B., C. OSPELKAUS, A. P. VANDEVENDER, J. M. AMINI, J. BRITTON, D. LEIBFRIED und D. J. WINELAND: *High fidelity transport of trapped-ion qubits through an X-junction trap array*. Phys. Rev. Lett., 102:153002, 2009.
- [BRW⁺06] BUSHEV, P., D. ROTTER, A. WILSON, F. DUBIN, C. BECHER, J. ESCHNER, R. BLATT, V. STEIXNER, P. RABL und P. ZOLLER: *Feedback Cooling of a Single Trapped Ion*. Phys. Rev. Lett., 96:043003, 2006.
- [BW08] BLATT, R. und D. J. WINELAND: *Entangled states of trapped atomic ions*. Nature, 453:1008, 2008.

Literaturverzeichnis

- [CGD⁺10] CLARK, CRAIG R., JAMES E. GOEDERS, YATIS K. DODIA, C. RICARDO VITERI und KENNETH R. BROWN: *Detection of Single Ion Spectra by Coulomb Crystal Heating*. arXiv, 1003.1428v2, 2010.
- [CLS⁺04] CHIAVERINI, J., D. LEIBFRIED, T. SCHAEZT, M. D. BARRETT, R. B. BLAKESTAD, J. BRITTON, W.M. ITANO, J. D. JOST, E. KNILL, C. LANGER, R. OZERI und D. J. WINELAND: *Realization of quantum error correction*. Nature, 432:602, 2004.
- [Dem99] DEMTRÖDER, WOLFGANG: *Experimentalphysik 2: Elektrizität und Optik*. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York, 3. Auflage, 1999.
- [DJ92] DEUTSCH, DAVID und RICHARD JOSZA: *Rapid Solution of Problems by Quantum Computation*. Proceedings of the Royal Society of London A, 439:553–558, 1992.
- [DMM⁺04] DREWSSEN, M., A. MORTENSEN, R. MARTINUSSEN, P. STAANUM und J. L. SØRENSEN: *Non-Destructive Identification of Cold and Extremely Localized Single Molecular Ions*. Phys. Rev. Lett., 93:243201, 2004.
- [GMW⁺09] GAËTAN, A., Y. MIROSHNYCHENKO, T. WILK, A. CHOTIA, M. VITEAU, D. COMPARAT, P. PILLET, A. BROWAEYS und P. GRANGIER: *Observation of collective excitation of two individual atoms in the Rydberg blockade regime*. Nature Physics, 5:115, 2009.
- [Gol86] GOLDSTEIN, E.: *Canalstrahlen*. Sitzungsbericht der Preussischen Akademie der Wissenschaften, 691:691–699, 1886.
- [GRB⁺01] GULDE, S., D. ROTTER, P. BARTON, F. SCHMIDT-KALER, R. BLATT und W. HOGERVORST: *Simple and efficient photoionization loading of ions for precision ion-trapping experiments*. Appl. Phys. B, 73:861, 2001.
- [Gro01] GROVER, LOV K: *From Schrödinger's equation to the quantum search algorithm*. PRAMANA journal of physics, 56(2):333–348, 2001.
- [HDS⁺08] HUBER, G., T. DEUSCHLE, W. SCHNITZLER, R. REICHEL, K. SINGER und F. SCHMIDT-KALER: *Transport of ions in a segmented linear Paul trap in printed-circuit-board technology*. New J. Phys., 10:013004, 2008.
- [HHR⁺00] HÄFFNER, H., W. HÄNSEL, C. F. ROOS, J. BENHELM, D. CHEK –AL –KAR, M. CHWALLA, T. KÖRBER, U. D. RAPOL, M. // RIEBE, P. O. SCHMIDT,

- O. GÜHNE, W. DÜR und R. BLATT: *multi-particle entanglement of trapped ions*. Nature, 48:643, 2000.
- [HHR⁺05] HÄFFNER, H., W. HÄNSEL, C. F. ROOS, J. BENHELM, D. CHEK –AL –KAR, M. CHWALLA, T. KÖRBER, U. D. RAPOL, M. // RIEBE, P. O. SCHMIDT, C. BECHER, O. GÜHNE, W. DÜR und R. BLATT: *Scalable multi-particle entanglement of trapped ions*. Nature, 438:643, 2005.
- [HKU⁺08] HARKE, BENJAMIN, JAN KELLER, CHAITANYA K. ULLAL, VOLKER WESTPHAL, ANDREAS SCHÖNLE und STEFAN W. HELL: *Resolution scaling in STED microscopy*. Opt. Express, 16:4154–4162, 2008.
- [HRB08] HÄFFNER, H., C. ROOS und R. BLATT: *Quantum computing with trapped ions*. Phys. Rep., 469:155, 2008.
- [HSS⁺96] HAUBRICH, D., H. SCHADWINKEL, F. STRAUCH, B. UEBERHOLZ, R. WYLANDS und D. MESCHEDÉ: *Observation of individual neutral atoms in magnetic and magneto-optical traps*. Europhys. Lett., 34:9, 1996.
- [HW94] HELL, STEFAN W. und JAN WICHMANN: *Breaking the diffraction resolution limit by stimulated emission: stimulated-emission-depletion fluorescence microscopy*. Opt. Lett., 19(11):780–782, 1994.
- [IVSSK10] IVANOV, PETER A., NIKOLAY V. VITANOV, KILIAN SINGER und FERDINAND SCHMIDT-KALER: *Dynamical control and novel quantum phases in impurity doped linear ion crystals*. arXiv, 1002.3033v1, 2010.
- [Jam98] JAMES, D. F. V.: *Quantum dynamics of cold trapped ions with application to quantum computation*. Appl. Phys. B, 66:181, 1998.
- [KAB⁺04] KELLERBAUER, A., G. AUDI, D. BECK, K. BLAUM, G. BOLLEN, B.A. BROWN, P. DELAHAYE, C. GUENAUT, F. HERFURTH, H.-J. KLUGE, D. LUNNEY, S. SCHWARZ, L. SCHWEIKHARD und C. YAZIDJIAN: *Direct mass measurements on the superallowed emitter ^{74}Rb and its daughter ^{74}Kr : Isospin-symmetry-breaking correction for Standard-Model tests*. Phys. Rev. Lett., 93:072502, 2004.
- [KAS⁺01] KUHR, S., W. ALT, D. SCHRADER, M. MÜLLER, V. GOMER und D. MESCHEDÉ: *Deterministic Delivery of a Single Atom*. Science, 293:278, 2001.

Literaturverzeichnis

- [LBMW03] LEIBFRIED, D., R. BLATT, C. MONROE und D. WINELAND: *Quantum dynamics of single trapped ions*. Rev. Mod. Phys., 75(1):281–324, Mar 2003.
- [MW01] MORIGI, G. und H. WALTHER: *Two-species Coulomb chains for quantum information*. The European Physical Journal D - Atomic, Molecular, Optical and Plasma Physics, 13(2):261–269, January 2001.
- [NHTD80] NEUHAUSER, W., M. HOHENSTATT, P. E. TOSCHEK und H. DEHMELT: *Localized visible Ba⁺ mono-ion oscillator*. Phys. Rev. Lett, 22:1137, 1980.
- [PS56] PAUL, WOLFGANG und HELMUT STEINWEDEL: *Verfahren zur Trennung bzw. zum getrennten Nachweis von Ionen verschiedener spezifischer Ladung*. Deutsches Patentamt, Juni 1956.
- [RBKD⁺02] ROWE, M. A., A. BEN-KISH, B. DEMARCO, D. LEIBFRIED, V. MEYER, J. BEALL, J. BRITTON, J. HUGHES, W. M. ITANO, B. // JELENKOVIC, C. LANGER, T. ROSEN BAND und D. J. WINELAND: *Transport of quantum states and separation of ions in a dual rf ion trap*. Quantum Information and Computation, 2(4):257, 2002.
- [RGB⁺92] RAIZEN, M. G., J. M. GILLIGAN, J. C. BERGQUIST, W. M. ITANO und D. J. WINELAND: *Ionic crystals in a linear Paul trap*. Phys. Rev. A, 45(9):6493–6501, May 1992.
- [RHI⁺09] RITTWEGER, EVA, KYU YOUNG HAN, SCOTT E. IRVINE, CHRISTIAN EGGLING und STEFAN W. HELL: *STED microscopy reveals crystal colour centres with nanometric resolution*. Nature Photonics, 3(3):144–147, März 2009.
- [RHR⁺04] RIEBE, M., H. HÄFFNER, C. F. ROOS, W. HÄNSEL, J. BENHELM, G. P. T. LANCASTER, T. W. KÖRBER, C. BECHER, F. SCHMIDT-KALER, D. F. V. JAMES und R. BLATT: *Deterministic quantum teleportation with atoms*. Nature, 429:734, 2004.
- [RLB⁺06] REICHLER, R., D. LEIBFRIED, R. B. BLAKESTAD, J. BRITTON, J. D. JOST, E. KNILL, C. LANGER, R. OZERI, S. SEIDELIN und D. J. WINELAND: *Transport dynamics of single ions in segmented microstructured Paul trap arrays*. Progress of Physics, Wiley 54(8 - 10):666, 2006.
- [Roo00] ROOS, CHRISTIAN FELIX: *Controlling the quantum state of trapped ions*. Doktorarbeit, Leopold-Franzens-Universität Innsbruck, 2000.

- [SBB⁺90] STOLZENBERG, H., ST. BECKER, G. BOLLEN, F. KERN, H.-J. KLUGE, TH. OTTO, G. SAVARD, L. SCHWEIKHARD, G. AUDI und R.B. MOORE: *Accurate Mass Determination of Short-Lived Isotopes by a Tandem Penning-Trap Mass Spectrometer*. Phys. Rev. Lett., 65:3104–3107, 1990.
- [Sch09] SCHÜTZ, GEORG: *Kühlen von Ionenketten mit elektromagnetisch induzierter Transparenz*. Universität Ulm, 2009.
- [Sch10] SCHITZLER, WOLFGANG: *Deterministic ultracold ion source targeting the Heisenberg limit*. Doktorarbeit, Universität Ulm, 2010.
- [Sho99] SHOR, PETER W.: *Polynomial-Time Algorithms for Prime Factorization and Discrete Logarithms on a Quantum Computer*. SIAM Review, 41(2):303–332, 1999.
- [SJF⁺10] SCHNITZLER, WOLFGANG, GEORG JACOB, ROBERT FICKLER, FERDINAND SCHMIDT-KALER und KILIAN SINGER: *Focusing a deterministic single-ion beam*. arXiv, 0912.1258v2, 2010.
- [SLF⁺09] SCHNITZLER, W., N. M. LINKE, R. FICKLER, J. MEIJER, F. SCHMIDT-KALER und K. SINGER: *Deterministic Ultracold Ion Source Targeting the Heisenberg Limit*. Phys. Rev. Lett., 102(7):070501, Feb 2009.
- [SPM⁺09] SINGER, K., U. POSCHINGER, M. MURPHY, P. IVANOV, F. ZIESEL, T. CAILARCO und F. SCHMIDT-KALER: *Colloquium: Experiments with atomic quantum bits - essential numerical tools*. arXiv, 0912.0196, 2009.
- [SPZSK08] SCHULZ, S. A., U. POSCHINGER, F. ZIESEL und F. SCHMIDT-KALER: *Sideband cooling and coherent dynamics in a microchip multi-segmented ion trap*. New J. Phys., 10:045007, 2008.
- [SRPG01] SCHLOSSER, N., G. REYMOND, I. PROTSENKO und P. GRANGIER: *Subpoissonian loading of single atoms in a microscopic dipole trap*. Nature, 411:1024, 2001.
- [THB02] THOMPSON, R.I., T.J. HARMON und M.G. BALL: *The rotating-saddle trap: a mechanical analogy to RF-electricquadrupole ion trapping?* Can. J. Phys., 80:1433–1448, 2002.
- [Tho97] THOMSON, J. J.: *Cathode Rays*. Philosophical Magazine, 44:293, 1897.

Literaturverzeichnis

- [WBB⁺01] WINELAND, D. J., J. C. BERGQUIST, J. J. BOLLINGER, R. E. DRULLINGER und W. M. ITANO: *Quantum Computers and Atomic Clocks*. Proc. 6th Symposium on Frequency Standards and Metrology, Seiten 361–368, 2001.
- [web07] *Fotographie eines lachenden Affens*. http://thesituationist.files.wordpress.com/2007/06/monkey_smile.jpg, 2007.
- [web08] *Fotographie von Wolfgang Paul*. <http://www.if.ufrj.br/famous/paul.jpg>, 2008.
- [web10] *Abbildung des Sattelpotentials*. http://www.e18.physik.tu-muenchen.de/jobs/staatsexamen/paul_falle.gif, 2010.
- [Zei09] ZEILINGER, ANTON: *Einsteins Spuk Teleportation und weitere Mysterien der Quantenphysik*. C. Bertelsmann, 1. Auflage, 2009.
- [Zie08] ZIESEL, FRANK: *Spektroskopie und Transport von Ionen in einer Mikrofalle*. Universität Ulm, 2008.
- [ZK94] Z.HU und H. J. KIMBLE: *Observation of a single atom in a magneto-optical trap*. Opt. Lett., 19:22, 1994.

A Autokompensation

A.1 Mathematica Code

Graphische Bestimmung der optimalen Kompensationsspannungen

Hier ist der vollständige Mathematica Code zur Bestimmung der optimalen Kompensationsspannungen abgedruckt.

```

(* Minimumsuche in 3d Graph für autocompensation*)
(*Achtung:horizontal und vertical Datensatz aus selber
Messung nehmen bei unterschiedlicher gröÙe schwere Fehler!!*)
(*Achtung:Bei horizontal == verticalem Datensatz schlägt
Solv fehl da alle Punkte gleich sind :-*)*)
hsample =
  Import[
    "Y:\BERYLLIUM\messdaten\090630_autocompensationsfit\autocompensation_horizontal_test.
    dat", "Table"];
vsample = Import[
  "Y:\BERYLLIUM\messdaten\090630_autocompensationsfit\autocompensation_vertical_test.
  dat", "Table"];

subsample = {}; (*Umskalieren der hsample Daten*)
For[i = 1, i < Extract[Dimensions[hsample], {1}] + 1
, i++, {var =
  {hsample[[i, 1]], hsample[[i, 2]], hsample[[i, 3]] / N[Max[hsample] / Max[vsample]]},
  AppendTo[subsample, var]}
]
htsample = Delete[subsample, 1];

subsample2 = {}; (*Summierung der zwei Datensätze*)
For[i = 1, i < Extract[Dimensions[hsample], {1}] + 1
, i++,
{var = {hsample[[i, 1]], hsample[[i, 2]], hsample[[i, 3]] / N[Max[hsample] / Max[vsample]] +
vsample[[i, 3]]}, (*Umskalieren der hsample Daten*)
  AppendTo[subsample2, var]}
]
sumsample = Delete[subsample2, 1];

{ListContourPlot[vsample,
  FrameLabel -> {diffset, diffsetK}, ColorFunction -> "DeepSeaColors"],
ListDensityPlot[vsample, ColorFunction -> "DeepSeaColors"],
ListPointPlot3D[vsample, ColorFunction -> "Rainbow"]}
{ListContourPlot[htsample, FrameLabel -> {diffset, diffsetK}],
ListDensityPlot[htsample, ColorFunction -> "DeepSeaColors"],
ListPointPlot3D[htsample, ColorFunction -> "Rainbow"]}
{ListContourPlot[sumsample, FrameLabel -> {diffset, diffsetK}],
ListDensityPlot[sumsample, ColorFunction -> "DeepSeaColors"],
ListPointPlot3D[sumsample, ColorFunction -> "Rainbow"]}

(*-----Horizontal Kompensiert-----*)
(*-----Hauptmaximum jeder Zeile bestimmen-----*)
maxarray = {{1, 1, 1, 1}};
max = {{1, 1, 0, 0}};
dim = Sqrt[Extract[Dimensions[htsample], 1]];
For[i = 0, i < dim, i++,
  For[j = 1, j < dim + 1, j++,
    If[htsample[[i * dim + j], 3]] > max[[1, 3]],
      {max[[1, 1]] = htsample[[i * dim + j, 1]], max[[1, 2]] = htsample[[i * dim + j, 2]],
        max[[1, 3]] = htsample[[i * dim + j, 3]], max[[1, 4]] = j, Null}, Null]
  ]
  {var2 = {max[[1, 1]], max[[1, 2]], max[[1, 3]], max[[1, 4]]}};
  AppendTo[maxarray, var2];
  max[[1, 1]] = 1;
  max[[1, 2]] = 1;
  max[[1, 3]] = 0;

```

A Autokompensation

2 | autocompensation_graphisch_Minimum.nb

```

max[[1, 4]] = 0;
]
maxarray = Delete[maxarray, 1];
maxarray;
(*-----Minimum bestimmen-----*)
nebenminarray = {{-1, -1, -3}};
nebenmax = {{1, 1, -10}};
nebenmin = {{-1, -1, -3}};

For[i = 0, i < dim, i++,
  nebenmin = {{-1, -1, -3}};
  For[j = maxarray[[i + 1, 4]], j < dim, j++,
    If[(htsample[[i * dim + j + 1, 3]] - htsample[[i * dim + j, 3]]) < 0,
      Null, {nebenmin = {{i, j, +1}}, j = dim + 1}
    ]
  ]
  {var3 = {nebenmin[[1, 1]], nebenmin[[1, 2]], nebenmin[[1, 3]]}};
  If[nebenmin[[1, 1]] != -1, AppendTo[nebenminarray, var3],
    {
      For[j = maxarray[[i + 1, 4]] - 1, j > 1, j--,
        If[(htsample[[i * dim + j, 3]] - htsample[[i * dim + j - 1, 3]]) > 0,
          Null, {nebenmin = {{i, j, -1}}, j = 0}
        ]
      ],
      {var3 = {nebenmin[[1, 1]], nebenmin[[1, 2]], nebenmin[[1, 3]]}};
      AppendTo[nebenminarray, var3]
    }
  ]
]
nebenminarray = Delete[nebenminarray, 1];
nebenminarray;
(*-----Nebenmaximum bestimmen-----*)
nebenmax = {{-1, -1, -10, -1}};
nebenmaxarray = {{-1, -1, -1, -1}};
For[i = 0, i < dim, i++,
  For[If[(nebenminarray[[i + 1, 1]] == -1), j = -1, j = nebenminarray[[i + 1, 2]]],
    If[nebenminarray[[i + 1, 3]] > 0, j < dim + 1, j > 0], j = j + nebenminarray[[i + 1, 3]],
      If[htsample[[i * dim + j, 3]] > nebenmax[[1, 3]],
        {nebenmax[[1, 1]] = htsample[[i * dim + j, 1]],
          nebenmax[[1, 2]] = htsample[[i * dim + j, 2]],
          nebenmax[[1, 3]] = htsample[[i * dim + j, 3]], nebenmax[[1, 4]] = j,
          Null}, Null
        ]
      ]
  {var4 = {nebenmax[[1, 1]], nebenmax[[1, 2]], nebenmax[[1, 3]], nebenmax[[1, 4]]}};
  AppendTo[nebenmaxarray, var4];
  nebenmax = {{-1, -1, -10, -1}};
]
nebenmaxarray = Delete[nebenmaxarray, 1];
nebenmaxarray;
(*-----Fit-----*)
minimum = {};
For[i = 0, i < dim, i++, {
  line = {{1, 1}};
  linepart = {{1, 1}};
  For[j = 1, j < dim + 1, j++, {
    linepart[[1, 1]] = htsample[[i * dim + j, 2]],

```

```

linepart[[1, 2]] = htssample[[i * dim + j, 3]],
{var6 = {linepart[[1, 1]], linepart[[1, 2]]}};
AppendTo[line, var6];
linepart = {{1, 1}};
}
]
line = Delete[line, 1];
If[nebenmaxarray[[i + 1, 4]] > 0, {
If[maxarray[[i + 1, 4]] < nebenmaxarray[[i + 1, 4]],
fitpoly = Fit[line[[maxarray[[i + 1, 4]] ;; nebenmaxarray[[i + 1, 4]], 1 ;; 2]],
{1, x, x^2, x^3, x^4, x^5, x^6}, x],
fitpoly = Fit[line[[nebenmaxarray[[i + 1, 4]] ;; maxarray[[i + 1, 4]], 1 ;; 2]],
{1, x, x^2, x^3, x^4, x^5, x^6}, x]]

If[(maxarray[[i + 1, 4]] < nebenmaxarray[[i + 1, 4]]),
{
ycomp = FindMinimum[{fitpoly, maxarray[[i + 1, 2]] ≤ x ≤ nebenmaxarray[[i + 1, 2]]},
{x, (maxarray[[i + 1, 2]] + nebenmaxarray[[i + 1, 2]]) / 2}],
AppendTo[minimum, ycomp]

},
{
ycomp = FindMinimum[{fitpoly, nebenmaxarray[[i + 1, 2]] ≤ x ≤ maxarray[[i + 1, 2]]},
{x, (nebenmaxarray[[i + 1, 2]] + maxarray[[i + 1, 2]]) / 2}],
AppendTo[minimum, ycomp]
}
]
}, {ycomp = {-10, {x → 0}}, AppendTo[minimum, ycomp]]
]
}
]
minimum = Delete[minimum, 1];
minimum;
del = {{1}};
For[i = 1, i ≤ dim, i++,
If[minimum[[i, 1]] < 0,
AppendTo[del, {i}], Null]
]
del = Delete[del, 1];
minimum[[1 ;; dim, 2]] = x /. minimum[[1 ;; dim, 2]];
minimum[[1 ;; dim, 1]] = maxarray[[1 ;; dim, 1]];
minimum = Delete[minimum, del];
(*-----Vertikal Kompensiert-----*)
(*-----Hauptmaximum jeder Zeile bestimmen-----*)
vmaxarray = {{1, 1, 1, 1}};
max = {{1, 1, 0, 0}};
dim = Sqrt[Extract[Dimensions[vsample], 1]];
For[i = 0, i < dim, i++,
For[j = 1, j < dim + 1, j++,
If[vsample[[i * dim + j, 3]] > max[[1, 3]],
{max[[1, 1]] = vsample[[i * dim + j, 1]], max[[1, 2]] = vsample[[i * dim + j, 2]],
max[[1, 3]] = vsample[[i * dim + j, 3]], max[[1, 4]] = j, Null}, Null]
]
{var2 = {max[[1, 1]], max[[1, 2]], max[[1, 3]], max[[1, 4]]}};
AppendTo[vmaxarray, var2];
max[[1, 1]] = 1;
max[[1, 2]] = 1;
max[[1, 3]] = 0;

```

A Autokompensation

4 | autocompensation_graphisch_Minimum.nb

```

max[[1, 4]] = 0;
]
vmaxarray = Delete[vmaxarray, 1];
vmaxarray[[1, 4]];
(*-----Minimum bestimmen-----*)
vnebenminarray = {{-1, -1, -3}};
nebenmax = {{1, 1, -10}};
nebenmin = {{-1, -1, -3}};
For[i = 0, i < dim, i++,
  nebenmin = {{-1, -1, -3}};
  For[j = vmaxarray[[i + 1, 4]], j < dim, j++,
    If[(vsample[[i * dim + j + 1, 3]] - vsample[[i * dim + j, 3]]) < 0,
      Null, {nebenmin = {{i, j, +1}}, j = dim + 1}
    ]
  ]
  {var3 = {nebenmin[[1, 1]], nebenmin[[1, 2]], nebenmin[[1, 3]]}};
If[nebenmin[[1, 1]] ≠ -1, AppendTo[vnebenminarray, var3],
  {
    For[j = vmaxarray[[i + 1, 4]] - 1, j > 1, j--,
      If[(vsample[[i * dim + j, 3]] - vsample[[i * dim + j - 1, 3]]) > 0,
        Null, {nebenmin = {{i, j, -1}}, j = 0}
      ]
    ],
  {var3 = {nebenmin[[1, 1]], nebenmin[[1, 2]], nebenmin[[1, 3]]}};
  AppendTo[vnebenminarray, var3]
]
]
vnebenminarray = Delete[vnebenminarray, 1];
vnebenminarray;
(*-----Nebenmaximum bestimmen-----*)
nebenmax = {{-1, -1, -10, -1}};
vnebenmaxarray = {{-1, -1, -1, -1}};
For[i = 0, i < dim, i++,
  For[If[(vnebenminarray[[i + 1, 1]] = -1), j = -1, j = vnebenminarray[[i + 1, 2]]],
    If[vnebenminarray[[i + 1, 3]] > 0, j < dim + 1, j > 0], j = j + vnebenminarray[[i + 1, 3]],
      If[vsample[[i * dim + j, 3]] > nebenmax[[1, 3]],
        {nebenmax[[1, 1]] = vsample[[i * dim + j, 1]],
          nebenmax[[1, 2]] = vsample[[i * dim + j, 2]],
          nebenmax[[1, 3]] = vsample[[i * dim + j, 3]], nebenmax[[1, 4]] = j,
          Null}, Null
        ]
      ]
  {var4 = {nebenmax[[1, 1]], nebenmax[[1, 2]], nebenmax[[1, 3]], nebenmax[[1, 4]]}};
  AppendTo[vnebenmaxarray, var4];
  nebenmax = {{-1, -1, -10, -1}};
]
vnebenmaxarray = Delete[vnebenmaxarray, 1];
vnebenmaxarray;
(*-----Fit-----*)
vminimum = {};
For[i = 0, i < dim, i++, {
  line = {{1, 1}};
  linepart = {{1, 1}};
  For[j = 1, j < dim + 1, j++, {
    linepart[[1, 1]] = vsample[[i * dim + j, 2]],
    linepart[[1, 2]] = vsample[[i * dim + j, 3]],
    {var6 = {linepart[[1, 1]], linepart[[1, 2]]}};
  }
}
]

```

```

AppendTo[line, var6];
linepart = {{1, 1}};
}
]
line = Delete[line, 1];
If[nebenmaxarray[[i + 1, 4]] > 0, {
  If[vmaxarray[[i + 1, 4]] < vnebenmaxarray[[i + 1, 4]],
    fitpoly = Fit[line[[vmaxarray[[i + 1, 4]] ;; vnebenmaxarray[[i + 1, 4]], 1 ;; 2]],
      {1, x, x^2, x^3, x^4, x^5, x^6}, x],
    fitpoly = Fit[line[[vnebenmaxarray[[i + 1, 4]] ;; vmaxarray[[i + 1, 4]], 1 ;; 2]],
      {1, x, x^2, x^3, x^4, x^5, x^6}, x];
  If[(vmaxarray[[i + 1, 4]] < vnebenmaxarray[[i + 1, 4]]),
    {
      ycomp = FindMinimum[{fitpoly, vmaxarray[[i + 1, 2]] ≤ x ≤ vnebenmaxarray[[i + 1, 2]]},
        {x, (vmaxarray[[i + 1, 2]] + vnebenmaxarray[[i + 1, 2]]) / 2}], (*Print[ycomp]*)
      AppendTo[vminimum, ycomp]
    },
    {
      ycomp = FindMinimum[{fitpoly, vnebenmaxarray[[i + 1, 2]] ≤ x ≤ vmaxarray[[i + 1, 2]]},
        {x, (vnebenmaxarray[[i + 1, 2]] + vmaxarray[[i + 1, 2]]) / 2}],
      AppendTo[vminimum, ycomp]
    }
  ],
  {ycomp = {-10, {x → 0}}, AppendTo[vminimum, ycomp]}
]
}
]
vminimum = Delete[vminimum, 1];
vminimum;
del = {{1}};
For[i = 1, i ≤ dim, i++,
  If[vminimum[[i, 1]] < 0,
    AppendTo[del, {i}], Null]
]
del = Delete[del, 1];
vminimum[[1 ;; dim, 2]] = x /. vminimum[[1 ;; dim, 2]];
vminimum[[1 ;; dim, 1]] = vmaxarray[[1 ;; dim, 1]];
vminimum = Delete[vminimum, del];
(*-----Schnittpunkt der
Ausgleichgeraden durch die Minima-----*)
fitmin = Fit[minimum, {1, x, x^2, x^3, x^4, x^5, x^6}, x];
gradpol = 6;
minimum;
fitvmin = Fit[vminimum, {1, x, x^2, x^3, x^4, x^5, x^6}, x];
vminimum;
sol = Solve[fitmin == fitvmin, x];
sol = x /. sol;
ergebniss = {};
For[i = 1, i ≤ gradpol, i++,
  If[Im[sol[[i]]] ≠ 0, Null, AppendTo[ergebniss, sol[[i]]]]
]
ergebniss = Delete[ergebniss, 1];
dim2 = Extract[Dimensions[ergebniss], {1}];
y = fitmin /. x → ergebniss;
erg = {};
For[i = 1, i ≤ dim2, i++, {
  var = {ergebniss[[i]], y[[i]]},
  AppendTo[erg, var]}
]

```

A Autokompensation

6 | autocompensation_graphisch_Minimum.nb

```
]
erg = Delete[erg, 1];
del = {{1}};
dim = Extract[Dimensions[vminimum], {1}];

For[i = 1, i ≤ dim2, i++,
  If[erg[[i, 1]] < vminimum[[1, 1]] - 0.5 || (erg[[i, 1]] > (vminimum[[dim, 1]] + 0.5)),
    AppendTo[del, {i}], Null]
]
del = Delete[del, 1];
erg = Delete[erg, del]
dim2 = Extract[Dimensions[erg], {1}];
Plot[{fitmin, fitvmin}, {x, vminimum[[1, 1]] - 0.2, vminimum[[dim, 1]] + 0.2},
  PlotRange → {Automatic, {vminimum[[1, 2]] - 0.5, vminimum[[dim, 2]] + 0.5}},
  Epilog → {Red, PointSize[0.01], Point[vminimum[[1 ;; dim, 1 ;; 2]]],
    Blue, PointSize[0.01], Point[minimum[[1 ;; dim, 1 ;; 2]]],
    Green, PointSize[0.02], Point[erg[[1 ;; dim2, 1 ;; 2]]]}

(*-----Plots-----*)
y = fitmin /. x -> vminimum[[1 ;; dim, 1]];
htfit = {{1, 1}};
For[i = 1, i ≤ dim, i++, {
  var = {vminimum[[i, 1]], y[[i]]},
  AppendTo[htfit, var]}
]
htfit = Delete[htfit, 1];
ListDensityPlot[htsample, ColorFunction → "DeepSeaColors", Epilog → {Red, Line[htfit]}]
y = fitvmin /. x -> vminimum[[1 ;; dim, 1]];
vfit = {{1, 1}};
For[i = 1, i ≤ dim, i++, {
  var = {vminimum[[i, 1]], y[[i]]},
  AppendTo[vfit, var]}
]
vfit = Delete[vfit, 1];
ListDensityPlot[vsample, ColorFunction → "DeepSeaColors", Epilog → {Red, Line[vfit]}]
```

B Gaußfit

B.1 Mathematica Code

Zweidimensionaler Gaußfit

Hier ist der vollständige Mathematica Code, in dem der zweidimensionale Gaußfit implementiert ist, mit dem die Ionenpositionen bestimmt wurden.

(*Einlesen*)

```
hsample = Import["Y:\BERYLLIUM\messdaten\091028_Bilder\Serie4\Picture1.dat", "Table"];
```

```
data = {{1, 1, 1}};
For[i = 25, i < 45, i++,
  For[j = 270, j < 350, j++,
    {
      {var = {j, i, hsample[[i, j]]}};
      AppendTo[data, var];
    }
  ]
]
```

```
data = Delete[data, 1];
(*ListPlot3D[data, PlotRange -> {{25, 45}, {270, 350}, {0, 10000}},
  FaceGrids -> {{0, 0, 1}, {0, 0, -1}}]*)
ListContourPlot[data, PlotRange -> {{270, 349}, {25, 44}, {0, 10000}}]
```

(*Fitten*)

```
model1 = A1 * Exp[-((x - x1)^2 / (2 *  $\sigma$ 1^2) + (y - y1)^2 / (2 *  $\sigma$ y1^2))] + offset;
model2 = A1 * Exp[-((x - x2)^2 / (2 *  $\sigma$ 1^2) + (y - y2)^2 / (2 *  $\sigma$ y1^2))];

model3 = A1 * Exp[-((x - x3)^2 / (2 *  $\sigma$ 1^2) + (y - y3)^2 / (2 *  $\sigma$ y1^2))];
model4 = A1 * Exp[-((x - x4)^2 / (2 *  $\sigma$ 1^2) + (y - y4)^2 / (2 *  $\sigma$ y1^2))];
model = model1 + model2 + model3 + model4;
fitpoly = FindFit[data, model, {{A1, 500}, {x1, 285}, {x2, 295}, {x3, 310}, {x4, 322},
  {y1, 33}, {y2, 33}, {y3, 33}, {y4, 33}, { $\sigma$ 1, 1.9}, { $\sigma$ y1, 3.5}, {offset, 1500}}, {x, y}]
```

(*Ausgabe*)

```
fitpoly[[6]][[2]]
fitpoly[[7]][[2]]
fitpoly[[8]][[2]]
fitpoly[[9]][[2]]
fitpoly[[2]][[2]]
fitpoly[[3]][[2]]
fitpoly[[4]][[2]]
fitpoly[[5]][[2]]
```

(*Kontrolle*)

```
ContourPlot[model /. fitpoly, {x, 270, 350},
  {y, 25, 45}, PlotRange -> {{270, 349}, {25, 44}, {1, 10000}}]
```

2 | Gauss2DFit4.nb

```

model = Function[{x, y}, Evaluate[model /. fitpoly]];
d = {{1, 1, 1}};
For[i = 20, i < 50, i++,
  For[j = 270, j < 350, j++,
    {
      {diff = {i, j, (*hsample[[i, j]] - *)model[i, j]}};
      AppendTo[d, diff];
    }
  ]
]
d = Delete[d, 1];
ListPlot3D[d, PlotRange -> {{20, 50}, {270, 350}, {-5000, 10 000}},
  FaceGrids -> {{0, 0, 1}, {0, 0, -1}}]
ListPlot3D[data, PlotRange -> {{21, 45}, {270, 350}, {0, 10 000}},
  FaceGrids -> {{0, 0, 1}, {0, 0, -1}}]
Plot3D[model /. fitpoly, {x, 21, 45}, {y, 270, 350}]
(*ContourPlot[d, {x, 25, 45}, {y, 270, 350}, PlotRange -> {{20, 50}, {270, 295}, {-5000, 10000}}]*)

```

(*Parameter ausprobieren*)

```

A = 4700;
x1 = 33;
ox1 = 1.9;
y1 = 285;
oy1 = 3.5;
offset = -1100;
model = A * Exp[-((x - x1)^2 / (2 * ox1^2) + (y - y1)^2 / (2 * oy1^2))] + offset;
Plot3D[model, {x, 20, 50}, {y, 270, 294}, PlotPoints -> 100,
  PlotRange -> {{20, 50}, {270, 294}, {0, 10 000}}, FaceGrids -> {{0, 0, 1}, {0, 0, -1}}]

d = {{1, 1, 1}};
For[i = 20, i < 50, i++,
  For[j = 270, j < 294, j++,
    {
      {diff = {i, j, hsample[[i, j]] -
        A * Exp[-((i - x1)^2 / (2 * ox1^2) + (j - y1)^2 / (2 * oy1^2))] + offset}};
      AppendTo[d, diff];
    }
  ]
]
d = Delete[d, 1];
ListPlot3D[d, PlotRange -> {{20, 50}, {270, 295}, {-5000, 10 000}},
  FaceGrids -> {{0, 0, 1}, {0, 0, -1}}]

```

```

model1 = A1 * Exp[-((x - x1)^2 / (2 *  $\sigma$ x1^2) + (y - y1)^2 / (2 *  $\sigma$ y1^2))] + offset;
model2 = A1 * Exp[-((x - x2)^2 / (2 *  $\sigma$ x1^2) + (y - y2)^2 / (2 *  $\sigma$ y1^2))];

(*Serie*)
model3 = A1 * Exp[-((x - x3)^2 / (2 *  $\sigma$ x1^2) + (y - y3)^2 / (2 *  $\sigma$ y1^2))];
model4 = A1 * Exp[-((x - x4)^2 / (2 *  $\sigma$ x1^2) + (y - y4)^2 / (2 *  $\sigma$ y1^2))];
model = model1 + model2 + model3 + model4;
data = {{1, 1, 1}};
data = Delete[data, 1];
s2 = "";
For[count = 1, count < 101, count++,
{
  hsample = Import[StringJoin["Y:\BERYLLIUM\messdaten\091928_Bilder\Serie4\Picture",
    ToString[count], ".dat"], "Table"];

  For[i = 25, i < 45, i++,
  For[j = 270, j < 350, j++,
  {
    {var = {i, j, hsample[[i, j]]}};
    AppendTo[data, var];
  }
  ],
],
fitpoly =
  FindFit[data, model, {{A1, 500}, {x1, 33}, {x2, 33}, {x3, 33}, {x4, 33}, {y1, 285},
    {y2, 295}, {y3, 310}, {y4, 322}, { $\sigma$ x1, 1.9}, { $\sigma$ y1, 3.5}, {offset, 1500}}, {x, y}],
Print[fitpoly[[6]][[2]]],
s = StringJoin[ToString[count], " ",
  ToString[fitpoly[[6]][[2]]], " ", ToString[fitpoly[[7]][[2]]], " ",
  ToString[fitpoly[[8]][[2]]], " ", ToString[fitpoly[[9]][[2]]], "\n"];
s2 = StringJoin[s2, s];
data = {};

}
]

Export["Y:\BERYLLIUM\messdaten\091928_Bilder\Serie4\Test.dat", s2];

```


C Wissenschaftliche Publikation

C.1 Journal of the Optical Society of America B

Feedback-optimized operations with linear ion crystals

J. F. Eble, S. Ulm, P. Zahariev, F. Schmidt-Kaler, und K. Singer

Veröffentlicht am 1 Juni 2010 in der Fachzeitschrift:

Journal of the Optical Society of America B

Band: **27**

Ausgabe:**6**

Seiten:**A99-A104**

Jahrgang: **2010**

Feedback-Optimized Operations with Linear Ion Crystals

J. F. Eble,¹ S. Ulm,^{1,*} P. Zahariev,² F. Schmidt-Kaler¹ and K. Singer¹

¹*Institut für Quanteninformationsverarbeitung, Universität Ulm,
Albert-Einstein-Allee 11, D-89069 Ulm, Germany*

²*Institute of Solid State Physics, Bulgarian Academy of Science
Tzarigradsko Chaussee Blvd. 72, 1784 Sofia, Bulgaria*

**Corresponding author: stefan.ulm@uni-ulm.de*

We report on transport operations with linear crystals of $^{40}\text{Ca}^+$ ions by applying complex electric time-dependent potentials. For their control we use the information obtained from the ions' fluorescence. We demonstrate that by means of this feedback technique, we can transport a predefined number of ions and also split and unify ion crystals. The feedback control allows for a robust scheme, compensating for experimental errors as it does not rely on a precisely known electrical modeling of the electric potentials in the ion trap beforehand. Our method allows us to generate a self-learning voltage ramp for the required process. With an experimental demonstration of a transport with more than 99.8% success probability, this technique may facilitate the operation of a future ion based quantum processor. © 2010 Optical Society of America

OCIS codes: 020.1335, 100.3008, 270.5585

1. Introduction

Single trapped ions are promising candidates for the realization of quantum information processing. Quantum computing with up to 8 ions already has been successfully demonstrated [1]. However, the complexity of the control of an ion crystal in an electrostatic potential rapidly increases with the number of participating ions. Therefore, it is preferable to divide an ion trap in processing and storage regions where different actions like ion loading or ion addressing with specific laser pulses are performed [2, 3]. A highly reliable method for the shuttling of ions in micro segmented traps [4] is essential.

In current schemes, a predefined amount of ions has been shuttled between different areas of the trap, as required for a future quantum processor. The transport of single ions in a linear Paul trap and the symmetric separation of a two-ion crystal has been reported. Here a success probability exceeding 95 % has been shown [5]. Latest research in ion transport demonstrates shuttling through an X-junction [6]. Even optimal control theory has been used to evaluate best time-dependent potential alterations for fast non adiabatic transport of ions through the trap [7] and extended calculations [8] are necessary to obtain proper results. However, the theoretical outcome of optimal control can't be directly transferred to the experiment because the calculated potentials are derived from a trap model which does not necessarily exactly match the real experimental situation. Fabrication imperfections cause aberrations between the real trap geometry and the theoretical model. Patch charges on the surface of the trap electrodes may even worsen the situation because voltage changes in the order of 10 μ V can lead to a completely different potential shape during critical situations such as splitting operations during which a very shallow potential occurs. Similar problems may also occur for neutral atoms, where a deterministic transport has been accomplished by controlling the motion of a standing-wave in a dipole trap [9] and an optimal control scheme was proposed to improve the fidelity in a collisional gate [10].

In our approach for controlling a multi-ion crystal our aim is to automate most of the operational building blocks. We are using the information from the observation of the ion crystal to feedback control the trap potentials in a robust way. Our method can adapt to geometric imperfection, patch potentials and voltage supply drifts if inserted as calibration operation between experimental runs. Thus we have realized the transport of ions over 1 mm, the separation of single ions from a linear crystal and the re-joining of crystals in a realistic trap without any prior knowledge of the potentials. Potential changes are sensed from ion locations and compensated automatically by the feedback system. Feedback techniques are commonly used with ion traps in situations such as feedback cooling of ions [11], as well as error correction [12] or teleportation [13,14], as in all those cases the next steps of operation depend on the information read-out from the quantum system itself.

Photographic recording of a single ion was first realized in a radio frequency trap [15]. A sudden step in fluorescence is associated with the arrival and departure of individual trapped atoms. Similar discrete levels of fluorescence are also observed with single neutral atoms in a magneto-optical or dipole trap [16,17]. For single fluorescing neutral atoms in a magneto-optical or dipole trap, the discrete levels of fluorescence prove the trapping of zero or one atom [18]. Sensitive EMCCD (electron multiplying charge coupled device) cameras allow for space and time resolved observation and imaging of single fluorescing atoms or ions which is essential for the work presented.

The paper is organized as follows: A description of the experimental setup as well as a short overview of the potential simulation is given in section 2. Automatic loading and detection of a certain number of ions is demonstrated in section 3. In section 4, we explain our method for estimating the position of trapped ions. Positioning ions via feedback-control and displacing them to a given position is shown in section 5. We continue with the automatic separation of an ion crystal with an adaptive gain control and the splitting into separated potentials in section 6. We conclude with a discussion of future applications and improvements of our method.

2. Experimental setup

The segmented linear Paul trap consists of four blades, each featuring a total of 15 independent dc segments [7]. As the segments in the trap region are the most important, the middle electrode where the ion crystal is initially trapped is labeled as segment M, whereas the segments to the left and to the right of the visual focus of the camera are labeled with increasing indices as $\{L1, L2, \dots\}$ and $\{R1, R2, \dots\}$, respectively. The blades are assembled in a X-shaped manner. Each blade has an additional electrode on the edge facing to the ion. Two of those opposing segments are connected to the rf supply whereas the other two opposing are used for compensation (see Fig. 1).

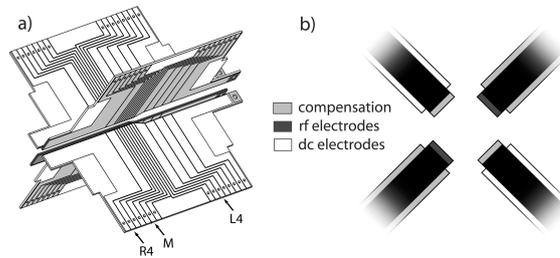


Fig. 1. a.) Sketch of the segmented linear Paul trap with dc-electrodes depicted in white and rf-electrodes in dark gray respectively. Compensation electrodes are colored light gray. b.) Front view showing that the rf-electrodes only cover two front faces of the blades. The other two are utilised as compensation electrodes.

Blade material is polyimide [19] with a 18 μm copper plating on both sides, the strip lines are produced using standard lithography and etching techniques. The blades are electropolished to decrease surface roughness, additionally they are coated with gold in order to become a chemically inactive surface. The trap region we use consists of eight 700 μm wide segments separated by 100 μm insulator. The radial distance between two trap electrodes equals 2 mm. The trap is housed in a stainless steel vacuum chamber. The base pressure is below 10^{-12} mbar. The rf peak-peak voltage for the radial confinement equals $U_{rf} = 400 V_{pp}$ at a trap drive frequency of $\Omega/2\pi = 13.4$ MHz resulting in a radial potential with trapping frequency $\omega_{rad}/2\pi = 431.65$ kHz, exceeding the axial confinement. This ensures that up to ten ions can arrange in a linear configuration. Fast dc-voltage control for each trap electrode is accomplished via a personal computer by an array of digital analog converters [20]. Their voltages range from -10 V to 10 V with a resolution of 16 bit resulting in a smallest step-size of 300 μV . This resolution is adequate because distant electrodes can be used for high resolution potential changes. Each voltage supply is low-pass filtered (cutoff frequency 390 Hz).

The ionization of ^{40}Ca atoms is accomplished with a two-photon process by laser light near 423 nm and 374 nm [21]. For optical cooling and excitation, we illuminate the ion with laser light near 397 nm, 866 nm and 854 nm and observe continuous fluorescence. The detection system consists of a specifically designed lens with $\text{NA} = 0.30$ which is placed 61 mm from the trap center at an angle perpendicular to the trap axis, and an EMCCD camera [22] featuring 1004 x 1002 pixels with a size of $8 \times 8 \mu\text{m}^2$. A distance calibration with higher accuracy is obtained by measuring the axial frequency and the distance of two ions. By applying a rf voltage to segment L6, an ion oscillation in axial direction is stimulated. The currently chosen potential yields an axial frequency of $\omega_{ax}/2\pi = 226.3 \pm 0.2$ kHz, whereas a distant unfiltered electrode is utilized for oscillation excitation. The ions inter distance on the camera picture is 21.85 ± 0.02 pixel. This results in a distance calibration of $0.6908 \pm 0.0005 \mu\text{m}/\text{pixel}$ [23]. The axial potential distribution may be simulated with the boundary element method using a three dimensional model of the trap [24]. With given voltages on the individual segments, we extract the resulting axial potential.

3. Automatic ion loading and amount determination

For the determination of the amount of ions in the trap, images are taken by the EMCCD camera. These images contain the count distribution $C(h, v)$ with $\{h, v\}$ denoting the pixel position in horizontal and vertical direction, respectively. In the following, we describe a fast, real-time image analysis used to determine the number of ions and their positions. Compared to a standard off-line two dimensional Gaussian fit, our real time method allows for a fast

feedback, with a slightly reduced position accuracy. Our algorithm is only a first approach and does not take into account asymmetric imaging distortions, in future experiments fast 1D Gaussian fits will be tested for precise ion position determination.

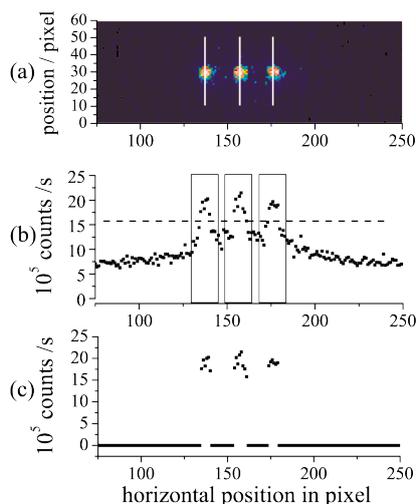


Fig. 2. Ion position determination: (a) Camera image of fluorescing ions with vertical markers to indicate the ion positions. (b) Vertically summed counts $C(h)$ with threshold parameter, here 60%, as dashed line and boxes wherein precise ion location takes place. (c) Vertically summed counts $\tilde{C}(h)$ (values below threshold are set to zero) for amount and coarse location determination of the ions.

As the ion crystal only illuminates a small area on the EMCCD chip, we choose a region of interest of 60×250 pixel from the full image of the camera. We sum the EMCCD counts over each column $C(h) = \sum_v C(h, v)$ (see Fig. 2 (b)). To get the amount of ions, we compute the maximum of $C(h)$ and introduce a threshold parameter, which is varied between the average background noise B and C_{max} . With this threshold parameter, it is possible to discriminate between closely spaced ions even if the fluorescence is overlapping and between unequally fluorescent ions stemming from the Gaussian profiled exciting laser beam. The background noise originates from stray light which is reflected back from the trap and readout noise of the EMCCD. In the next step, we set each value in $C(h)$ which is below the threshold

parameter to zero and get the array $\tilde{C}(h)$, see Fig. 2(c), containing regions with counts and regions with zeros, yielding the number of ions in the crystal. While continuously analyzing the current camera picture we load a predefined number of ions by opening and blocking the ionization light. The loading efficiency for each desired number between 1 and 10 ions is 100 % if the loading rate and the potential shape is chosen properly.

4. Ion position determination

For each ion, we determine the position h_{ion} by utilising the following method

$$h_{\text{ion}} = \frac{\sum_h h (C(h) - B)}{\sum_h (C(h) - B)}, \quad (1)$$

where $(C(h) - B)$ are pixel counts corrected by the background noise level and h is chosen such that it covers the range of one ion only. On a recorded data set of 3000 images with an exposure time of $\tau = 100$ ms, we made a comparison between our method for determining the position and the two dimensional Gaussian fit. Our method reached an accuracy of 170 nm, and the Gaussian fit yielded a 100 nm accuracy. Our method is preferable in situations where fast reaction time and robustness to variations of $C(h)$ is crucial. As expected, the accuracy increases with $\sqrt{\tau}$.

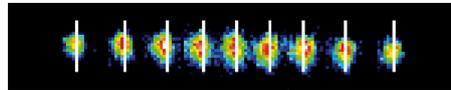


Fig. 3. Ion crystal with automatically determined equilibrium positions. The exposure time τ was set to 150 ms.

In the experiment, see Fig. 3 we apply the location algorithm to an ion crystal consisting of nine ions, for a proper linear arrangement the rf amplitude is increased to $650 V_{pp}$. Assuming a harmonic potential in the axial direction, the determined locations agree within about 1/5th of one pixel with theoretical values [23]. The automatically determined ion locations relative to the centered ion are (values in μm):

experimental:	-36.0	-25.0	-15.9	-7.6	0	8.1	16.4	25.3	35.8
theoretical:	-35.78	-25.22	-16.28	-8.00	0	8.00	16.28	25.22	35.78

5. Feedback ion position regulation

To keep a single ion or an ion crystal fixed at one position in presence of external disturbances, we performed feedback control. The trapping potential is created by a negative voltage on segment M and positive voltages on segment L1 and R1. We used a camera exposure time of 25 ms (maximum available gain). The feedback control was implemented by a digital proportional and integral (PI) controller which is fed with the position information x_{act} from the ion position determination algorithm described above. Comparing the actual value with a target value x_{aim} , the PI control regulates the ion position in axial direction by changing the voltage $V_{\text{L1}} = V_{\text{L1}}^{\text{old}} - \Delta V_{\text{L1}}$ of segment L1. The PI controlled voltage change ΔV_{L1} is calculated as

$$\Delta V_{\text{L1}} = P \cdot (x_{\text{aim}} - x_{\text{act}}) + I \cdot \sum_k (x_{\text{aim}} - x_k), \quad (2)$$

where the integral term is updated in each step k . A term pertaining to the derivative does not improve the regulation and is therefore omitted. In the test routine, the ion was regulated alternately between the initial ion position and a position shifted 60 pixels to the left, which corresponds to a distance of 41.4 μm . The optimal PI gain is found for $P = 7 \text{ mV/pixel}$ and $I = 1 \text{ mV/pixel}$ but the regulation works still if these optimal values are multiplied by a factor of 0.5 to 2. Please note that the optimal gain depends on the trapping potential, see section 6.

In Fig. 4 the position of the ion is shown during the regulation at two distinct locations A and B as a function of the time. From a large number of transports, we determine a success probability of 99.8% where the new position is achieved within a timespan of 600 ms. A successful transport is assumed if the ion is transported to the wanted position without loss. Included in the success probability is the normal loss of ions due to background gas collisions.

Interestingly, the required control voltage V_{L1} does barely show any variation for the consecutive transports, see also Fig. 5. The algorithm has "learned" the way how to transport an ion without making any assumptions of the potentials generated by the electrodes.

Only if external disturbances occur, the PI regulation will adapt the voltage ramp. Due to the robustness of our detection algorithm, which allows even the localization of blurred ions to some degree, the PI controller can handle strong disturbances of the trapping potential. It is only limited by the extension of the laser beam diameter with a FWHM of 76 μm , as we need a sufficient number of fluorescence photons to gain an adequate signal-to-noise ratio for the PI regulator. A typical application for this kind of PI control may be a long time ion position regulator in ion traps where patch charges or other disturbances cause an axial ion drift in the time domain of the performed experiments.

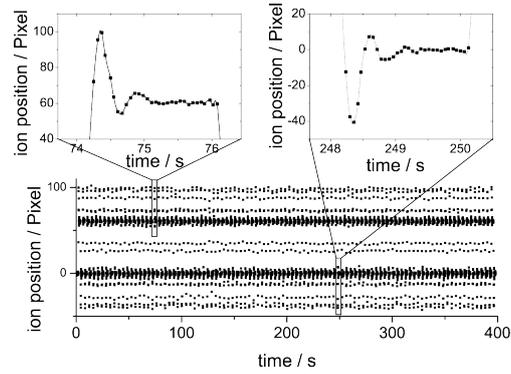


Fig. 4. Feedback regulated ion positions as a function of time, consisting of 100 consecutively executed forth and back regulations over 60 pixel. Left insert shows a zoom of a single regulation process for moving the ion from position A to B in an abrupt manner whereas the right insert shows the regulation for transporting the ion from B to A, respectively. Here, the regulation between A and B is accomplished within 600 ms.

6. Automatic splitting of an ion crystal

The separation is performed in two different ways: During a symmetric separation, the ion crystal is divided such that two equal parts move equally far apart from the initial position into well separated axial potential wells. Typically, the initial position of the crystal is exactly above one trap control segment, whose voltage is ramped down [5]. In the case of an asymmetric splitting, one or more ions may be kept at fixed positions while another part of the crystal is split off. Here, the position of the ion crystal is not limited to be exactly above a specific segment.

To split a two-ion crystal in the asymmetric mode, we start with a deep axial trapping potential created by a negative voltage on segment M and positive voltages on segment L1 and segment R1, respectively. This configuration results in a localization of the ion crystal above segment M. We reduce the potential depth by lowering the voltage supplied to segment M and control the axial position with segment L1, while segment R1 is held at a fixed value. The lowering of the potential is performed in such a way that the inter-ion distance increases linearly. With the relation between the minimal ion-ion distance in a harmonic potential and

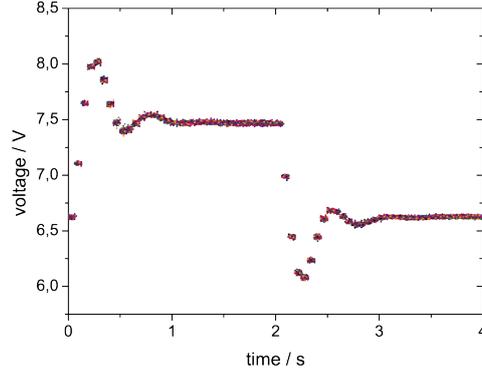


Fig. 5. Control voltage alterations on segment L1 for 100 cycles with different colors for each loop. The repetitions, lying upon each other, indicate similar reactions of the system.

the axial frequency $\Delta x \propto \omega_{ax}^{-2/3}$ [23] and by using the relation $\omega_{ax} \propto V_{ax}^{1/2}$ between the axial trapping frequency ω_{ax} and the axial confinement voltage V_{ax} , we find $\Delta x \propto V_{ax}^{-1/3}$. In a segmented linear Paul trap with ions above segment M the axial voltage is given by: $V_{ax} = V_{L1 \text{ or } R1} - V_M$, whereas the lower lateral voltage is taken. A linear increase of the ion-ion distance can be described by $mt + \Delta x_0$ where Δx_0 denotes the initial distance and m the voltage alteration velocity. The voltage alteration on segment M for decreasing the potential depth is then given by:

$$V_M = V_{L1 \text{ or } R1} - \frac{A}{(mt + \Delta x_0)^3}, \quad (3)$$

where the constant A is deduced from $V_M(t=0)$. During the decrease of the trap depth, the minimum of the potential is also shifted but this is balanced with control segment L1 via the PI-control. However, the PI gain parameters need to be dynamically adapted for this task, contrary to the transport of ions in a potential with fixed axial trapping frequency. With a change of the axial trapping frequency, the system response changes accordingly. The spring constant in a harmonic potential is given by $\mathbf{F} = -k\mathbf{x}$ with $k = m\omega_{ax}^2$. Changing k -values have to be compensated with the total PI-gain G_{PI} acting as a multiplication factor on \mathbf{F} : $G_{PI} \propto k \propto \omega_{ax}^2$. With the relation $\omega_{ax} \propto \sqrt{V_{ax}}$ the gain is given by $G_{PI} \propto V_{ax} = V_{L1 \text{ or } R1} - V_M$. By multiplying this total gain with the PI-values from equation (2), the ion positioning is

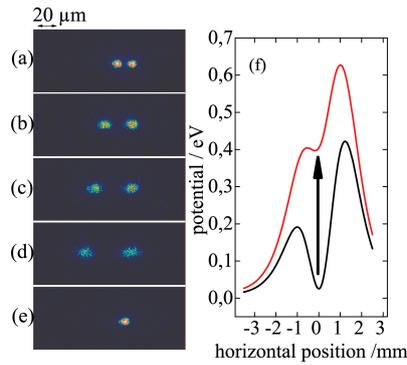


Fig. 6. Automatic asymmetric splitting of a two-ion crystal: Camera pictures of fluorescent ions - before (a), during (b)-(d) and after the splitting process (e). Pictures (b)-(d) are taken after decreasing the potential depth and moving the left hand ion. (f) Simulated potentials showing the alteration of the potential during splitting process. Starting with a deep potential at the beginning of the splitting process the voltages are changed in such a way that one ends with a shallow potential briefly before the crystal splits. In (e), only the right ion stays in the trapping potential. Here, the potential is set to its initial values, such that the ion location is precisely in the middle of the two ions depicted in (a).

achieved for altering axial trapping frequencies. When the potential is deformed, the inter-ion distance increases. If the Coulomb repulsion energy exceeds the potential depth, then ions are leaving the trap, and the desired number of ions is kept in the crystal. In the experiment, we find an ion-ion distance of $60(1) \mu\text{m}$ when only one ion is kept in the potential. The Coulomb energy reads $E_{\text{Coul}} = \frac{1}{2} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 d}$, which corresponds to a potential depth of $\Phi = E/e$ is $25(1) \mu\text{V}$. The loss of an ion can either be detected by a reduction of the fluorescence light on the EMCCD camera or from a sudden jump of the position of the remaining ion(s). Thus, we may even detect a non-fluorescing ion leaving the potential making this method applicable to ion crystals consisting of mixed ion species.

To show the high degree of automation, the separation algorithm has been repeated many times, see Fig. 7. Both, the general shape of the voltage ramps and the control electrode voltages at the point when the ion crystal is splitted differ only slightly, here about 10 mV, from shot to shot.

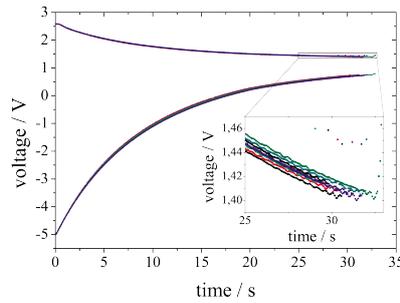


Fig. 7. Voltage alterations during repeated splitting experiments. The potential shape is manipulated with segment M (bottom curve) whereas segment L1 (upper curve) regulates the position of the ion. Each splitting cycle is plotted with different colors. The insert shows a zoom into the control voltage alteration at the very end of the separation process. To keep the remaining ion after separation at the current position, the voltage on segment L1 is abruptly increased.

We reach a success probability of 95 % for the asymmetric splitting process. We have also realized the symmetric splitting of ion crystals which were positioned above segment M by starting with control voltages of 5 V, -2 V, -5 V, -2 V and 5 V for segment L2 to segment R2. When the potential depth is reduced by changing V_M , the regulation of V_{L1} guarantees that the center of mass is not changed.

7. Conclusion and Outlook

We have presented an experimental realization of self-adapting and self-regulating algorithms for the automation of fundamental transport routines in a segmented linear Paul trap which are important for quantum information processing with trapped ions. A sensitive camera for the ion detection and a software control of each trap segment is used for building a feedback loop. We show the feedback controlled positioning of an ion to specific locations in the axial direction of the trap via a software PI regulator. By creating two trapping potentials in the axial direction we have shown the separation of ion strings. We have also realized merging of ion strings after separation into two distinct potentials (see Fig.8).

These processes can also be performed without the assistance of the camera. For that, the system has to learn the right voltage alterations. Therefore one successful separation process

has to be accomplished during which the voltage alterations for the segments are recorded. Higher separation velocities can be achieved by replaying the learned voltage sequence with higher speed without live feedback. The speed-up limit is reached for time scales approaching the axial trap frequency when non-adiabatic effects occur [25]. These effects can be minimized by introducing additional constraints. As an example the trap frequency could be maintained at a constant value during the transport to avoid parametric heating.

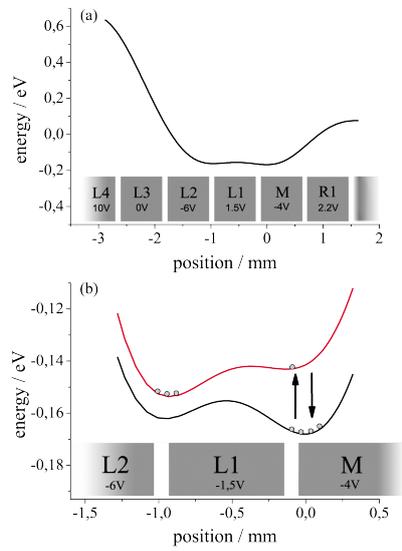


Fig. 8. Potentials during the asymmetric separation and reunification process: (a) Axial potential showing a moving minimum above the insulator between segment L1 and L2 and a stationary minimum above the insulator between segment L1 and M. The potential barrier on the left above segment L3 and L4 prevents the ions from leaving the trap during the separation. The voltage configuration displays the situation in the beginning of the separation process. (b) Zoom of the axial potential showing potentials at the beginning (lower line), during the separation (upper line) and for the reunification of the ion crystal (again lower line). The voltages on the electrodes represent the situation for the potential in the beginning and the reunification of the ion crystal. For reasons of clarity, the upper potential has been offset.

For the future, we envision several improvements of our method: The detection and the

overall control loop can be sped up, when we use a faster EMCCD camera or only read out a subsection of the image. In our trap, a segment width of $700\ \mu\text{m}$ dictates large ion-ion distances, and therefore low trap frequencies when the splitting occurs. Thus, a major increase in speed is expected when we will apply the method to ion crystals which are stored in a segmented micro ion trap with segment dimensions as small as $125\ \mu\text{m}$ [4], where the trap control segments are optimized for ion transport and splitting operations. Another improvement will be a more sophisticated feedback loop. Optimized gradient search may be helpful, especially when not only a single but multiple trap control parameters need to be adapted. Finally, we intend to apply feedback methods not only to the position of the ion crystals, but also to the internal electronic qubit states.

We acknowledge financial support by the Landesstiftung Baden-Württemberg in the framework of the excellence program, the European Commission EMALI (Contract No. MRTN-CT-2006-035369) and STREP MICROTRAP (Contract No. FP6-IST-517675) and the BMBF (06UL264I). We thank W. Schnitzler for proofreading and R. Maiwald for important contributions at an earlier stage of the experiment.

References

1. H. Häffner, W. Hänsel, C. F. Roos, J. Benhelm, D. Chek-al-kar, M. Chwalla, T. Körber, U. D. Rapol, M. Riebe, P. O. Schmidt, C. Becher, O. Gühne, W. Dür, R. Blatt, “Scalable multi-particle entanglement of trapped ions”, *Nature* **438**, 643-646 (2005).
2. R. Blatt and D. J. Wineland, “Entangled states of trapped atomic ions”, *Nature* **453**, 1008-1015 (2008).
3. H. Häffner, C. Roos, and R. Blatt, “Quantum computing with trapped ions”, *Phys. Rep.* **469**, 155-203 (2008)
4. S. A. Schulz, U. Poschinger, F. Ziesel and F. Schmidt-Kaler, “Sideband cooling and coherent dynamics in a microchip multi-segmented ion trap”, *New J. Phys.* **10**, 045007 (2008)(15pp)
5. M. A. Rowe, A. Ben-Kish, B. DeMarco, D. Leibfried, V. Meyer, J. Beall, J. Britton, J. Hughes, W. M. Itano, B. Jelenkovic, C. Langer, T. Rosenband, D. J. Wineland “Transport of quantum states and separation of ions in a dual rf ion trap”, *Quantum Information and Computation* **2**, No. 4 (2002) 257-271.
6. R. B. Blakestad, C. Ospelkaus, A. P. VanDevender, J. M. Amini, J. Britton, D. Leibfried, and D. J. Wineland, “High fidelity transport of trapped-ion qubits through an X-junction trap array”, *Phys. Rev. Lett.* **102**, 153002 (2009)(4pp).
7. G. Huber, T. Deuschle, W. Schnitzler, R. Reichle, K. Singer and F. Schmidt-Kaler, “Transport of ions in a segmented linear Paul trap in printed-circuit-board technology”,

- New J. Phys. **10**, 013004 (2008)(15pp).
8. R. Reichle, D. Leibfried, R. B. Blakestad, J. Britton, J. D. Jost, E. Knill, C. Langer, R. Ozeri, S. Seidelin, D. J. Wineland, "Transport dynamics of single ions in segmented microstructured Paul trap arrays", *Progress of Physics*, Wiley 54, No. 8 - 10, 666-685 (2006)
 9. S. Kuhr, W. Alt, D. Schrader, M. Müller, V. Gomer, D. Meschede, "Deterministic Delivery of a Single Atom", *Science* **293**, 278 - 280 (2001).
 10. A. Gaëtan, Y. Miroshnychenko, T. Wilk, A. Chotia, M. Viteau, D. Comparat, P. Pillet, A. Browaeys and P. Grangier, "Observation of collective excitation of two individual atoms in the Rydberg blockade regime", *Nature Physics* **5**, 115-118 (2009).
 11. P. Bushev, D. Rotter, A. Wilson, F. Dubin, C. Becher, J. Eschner, R. Blatt, V. Steixner, P. Rabl, and P. Zoller, "Feedback Cooling of a Single Trapped Ion", *Phys. Rev. Lett.* **96**, 043003 (2006)(4pp).
 12. J. Chiaverini, D. Leibfried, T. Schaetz, M. D. Barrett, R. B. Blakestad, J. Britton, W.M. Itano, J. D. Jost, E. Knill, C. Langer, R. Ozeri and D. J. Wineland, "Realization of quantum error correction", *Nature* **432**, 602-605 (2004).
 13. M. D. Barrett, J. Chiaverini, T. Schaetz, J. Britton, W. M. Itano, J. D. Jost, E. Knill, C. Langer, D. Leibfried, R. Ozeri and D. J. Wineland, "Deterministic quantum teleportation of atomic qubits", *Nature* **429**, 737-739 (2004).
 14. M. Riebe, H. Häffner, C. F. Roos, W. Hänsel, J. Benhelm, G. P. T. Lancaster, T. W. Körber, C. Becher, F. Schmidt-Kaler, D. F. V. James and R. Blatt, "Deterministic quantum teleportation with atoms", *Nature* **429**, 734-737 (2004).
 15. W. Neuhauser, M. Hohenstatt, P. E. Toschek, H. Dehmelt, "Localized visible Ba⁺ monocation oscillator", *Phys. Rev. Lett* **22**, 1137-1140 (1980).
 16. Z. Hu and H. J. Kimble, "Observation of a single atom in a magneto-optical trap", *Opt. Lett.* **19**, 1888-1890 (1994).
 17. D. Haubrich, H. Schadwinkel, F. Strauch, B. Ueberholz, R. Wynands and D. Meschede, "Observation of individual neutral atoms in magnetic and magneto-optical traps", *Europhys. Lett.* **34**, 663-668 (1996).
 18. N. Schlosser, G. Reymond, I. Protsenko and P. Grangier, "Sub-poissonian loading of single atoms in a microscopic dipole trap", *Nature* **411**, 1024-1027 (2001).
 19. Material P97, Isola AG, Germany.
 20. DAC8814, Texas Instruments.
 21. S. Gulde, D. Rotter, P. Barton, F. Schmidt-Kaler, R. Blatt, W. Hogervorst, "Simple and efficient photoionization loading of ions for precision ion-trapping experiments", *Appl. Phys. B* **73**, 861-863 (2001).

22. Andor iXon DV885.
23. D. F. V. James, "Quantum dynamics of cold trapped ions with application to quantum computation", *Appl. Phys. B* **66**, 181-190 (1998).
24. K. Singer, U. Poschinger, M. Murphy, P. Ivanov, F. Ziesel, T. Calarco, and F. Schmidt-Kaler, "Colloquium: Experiments with atomic quantum bits - essential numerical tools", arXiv:0912.0196 (2009)(22pp).
25. S. Schulz, U. Poschinger, K. Singer, and F. Schmidt-Kaler, "Optimization of segmented linear Paul traps and transport of stored particles", *Fortschr. Phys.* **54**, No. 8-10, 648-665 (2006).

Hiermit erkläre ich, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig und ohne fremde Hilfe verfasst und nach bestem Wissen und Gewissen keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel verwendet habe.

Ort, Datum

Stefan Ulm

Danksagung

Zum Schluss möchte ich mich bei allen bedanken, die mich im vergangenen Jahr bei meiner Diplomarbeit begleitet und unterstützt haben.

Zuerst danke ich Prof. Dr. Ferdinand Schmidt-Kaler dafür, dass er mich in seine Gruppe aufgenommen hat und mir damit diese interessante und abwechslungsreiche Diplomarbeit ermöglichte. Auch unterstützte er ihr Gelingen stets mit Rat und Tat.

Prof. Dr. Tommaso Calarco danke ich, dass er sich bereit erklärt hat mein Zweitgutachter zu werden. Er bot mir außerdem schon frühzeitig die Möglichkeit die Summer School in Innsbruck zu besuchen, wodurch ich einen tieferen Einblick in das spannende Feld der Quantenoptik erhielt.

Herzlich danke ich Dr. Kilian Singer dafür, dass er mich betreut hat und zu dem ich jederzeit mit meinen Fragen kommen konnte. Auch hat er uns Diplomanden alle nötigen Freiheiten gelassen um uns in Mainz schnell und gut einleben zu können.

Johannes Eble möchte ich für seine Betreuung in der ersten Hälfte meiner Diplomarbeit danken. Er hat mir alle Handgriffe genauestens erklärt um die zweite Hälfte meiner Arbeit ohne große Probleme meistern zu können.

Mein herzlichen Dank gilt auch Peter Zahariev, der mich bei einer Vielzahl der hier gezeigten Messungen tatkräftig unterstützt hat. Aufgrund seiner großartigen Begabung Dinge schnell und einfach zu reparieren ersparte er mir sehr viel Zeit und Ärger. Er sorgte auch dafür, dass unser Umzug nach Mainz fast reibungslos ablief. Ich wünsche ihm in Bulgarien viel Erfolg. Vielen Dank möchte ich auch Peter Ivanov sagen. Er war stets bereit mir meine Fragen zu beantworten und auch schnell mal eine Formel herzuleiten. Seine Begeisterung für die Physik ist ansteckend.

Ein ganz großes Dankeschön möchte ich Georg Jacob sagen, denn mit seiner Hilfe konnte ich unser Experiment in Mainz schnell und effektiv wieder aufbauen. Ebenso herzlichen Dank an Wolfgang Schnitzler, der mir stets mit guten Ratschlägen zur Seite stand.

Andreas Kehlberger danke ich für seine herzliche Einführung in die Mainzer Gepflogenheiten. Der gesamten Gruppe möchte ich dafür danken, dass ich ein so kollegiales Umfeld vorfinden durfte und jeder sich für Fragen und Diskussionen die nötige Zeit nahm oder einem eine helfende Hand reichte, wenn sie nötig war.

Vielen Dank an alle Korrektureure, in alphabetischer Reihenfolge: Dominik Franke (geb. Wetzl), Michael Hellwig, Maria Kimmerle, Georg Jacob, Matthias Müller, Paul Preiss, Wolfgang Schnitzler, Ferdinand Schmidt-Kaler, Rebecca Scholz, Kilian Singer und Konrad Steible. Ich weiß, ihr habt ein Wechselbad zwischen Spass und Verzweiflung durchlebt.

Ein ganz Herzliches Dankeschön meiner Freundin Rebecca Scholz. Sie nahm alle Erschwernisse, die sich durch meine Diplomarbeit ergaben, ohne Klagen hin. Meinen Eltern und meiner Schwester möchte ich aus tiefstem Herzen dafür danken, dass sie mich während meines Studiums fortlaufend unterstützt haben und immer hinter mir standen.

Zuletzt bedanke ich mich noch beim Fotografen dieses Bildes (Abbildung C.1), das mir als erheiternder Platzhalter in meiner Diplomarbeit gedient hat.



Abbildung C.1: Nicolas Chamfort: „Der verlorenste aller Tage ist der, an dem man nicht gelacht hat“. Bild entnommen aus [web07]