

Diplomarbeit

Quantenoperationen an Ionen in einer Mikrofalle

zur Erlangung des akademischen Grades

Diplom-Physiker

vorgelegt von

Markus Johannes Deiß

Institut für Quanteninformationsverarbeitung

Universität Ulm

1. Juli 2009

Hauptberichter: Prof. Dr. Ferdinand Schmidt-Kaler
Mitberichter: apl. Prof. Dr. Matthias Freyberger

Abstract

Ions in linear Paul traps represent a suitable system for quantum information processing. In the last years substantial progress has been reached concerning the realization of a quantum computer using trapped ions. The main problem until now is the low scalability. A promising approach to overcome this problem is given by segmented ion traps, which allow for shuttling qubits in different regions of the trap.

Our aim is the development of a scalable quantum computer using a multisegmented, microstructured, linear Paul trap. The qubit is encoded in the Zeeman sublevels $m_j = +1/2$ and $m_j = -1/2$ of the ground state $S_{1/2}$ in $^{40}\text{Ca}^+$.

In this diploma thesis the initialization and readout of such a spinqubit will be demonstrated. We could achieve a combined preparation- and readout-efficiency of 99.6%. For manipulating the qubit, we employ a raman system close to the resonance of the $S_{1/2} \leftrightarrow P_{1/2}$ dipole transition. The experimental setup allows us to change between two different arrangements of the beam pair. We have performed single qubit operations with high fidelity, which is shown by Rabi oscillations on the Raman transition. Furthermore the coherence of the system was investigated by means of Ramsey- and spin-echo-sequences.

Another important prerequisite for various quantum logic experiments is the ability of cooling the ion close to the ground state of motion. For this purpose we have carried out sideband cooling employing the narrow quadrupole transition $S_{1/2} \leftrightarrow D_{5/2}$. Thereby we could reach a mean phonon number of $\bar{n} = 0,24$ in axial direction. The phonon number distribution was extracted from Rabi oscillations on the first blue sideband of the Raman transition. We inserted different waiting times between cooling and readout. From this we could determine the trap-induced heating rate, which was found to be 0,3 phonons/ms. Alternatively the Raman transition can be used for sideband cooling. In this manner a mean phonon number of $\bar{n} = 0,27$ was achieved. Here \bar{n} was deduced from the spectrum after cooling.

The highly evolved techniques for preparation, coherent manipulation and readout of atomic states developed in the context of quantum information processing can be employed to investigate the properties of the trapped ions. In this thesis we present a novel method to determine precisely the natural linewidth Γ of the $S_{1/2} \leftrightarrow P_{1/2}$ transition in $^{40}\text{Ca}^+$. For this purpose we use the off-resonant beams of the Raman-transition and combine measurements of scatter rates and AC-Stark shifts. The experimental result for the linewidth is $\Gamma = 2\pi \cdot 23,24\text{MHz}$ with an error of 1,2%. By the acquisition of more data and with an improved stabilization of the laser intensity we should be able to reduce the error to less than 1% in near future. In principle the method can be applied to other transitions and other ion species.

Kurzfassung

Ionen, die in linearen Paul-Fallen gefangen sind, stellen in vielerlei Hinsicht ein geeignetes System für Quanteninformationsverarbeitung dar. In den letzten Jahren konnten damit bedeutende Fortschritte hinsichtlich der Realisierung eines Quantencomputers gemacht werden. Das Hauptproblem ist die bislang noch geringe Skalierbarkeit solcher Systeme. Einen vielversprechenden Ansatz zur Überwindung dieses Problems stellen segmentierte Ionenfallen dar, die es erlauben, Qubits in verschiedene Bereiche der Falle zu transportieren und dort zu speichern.

Unser Ziel ist die Entwicklung eines skalierbaren Quantencomputers basierend auf einer multisegmentierten, mikrostrukturierten, linearen Paul-Falle. Wir benutzen die beiden Zeeman-Unterniveaus $m_j = +1/2$ und $m_j = -1/2$ des Grundzustands $S_{1/2}$ in $^{40}\text{Ca}^+$ zur Implementierung eines Qubits.

In dieser Diplomarbeit wird gezeigt, dass wir in der Lage sind, ein solches Spinqubit sehr genau zu initialisieren und auszulesen. Es konnte eine kombinierte Präparations- und Ausleseeffizienz von 99,6% erreicht werden. Um das Qubit zu manipulieren, verwenden wir ein Raman-System nahe der Resonanz des Dipolübergangs $S_{1/2} \leftrightarrow P_{1/2}$. Dabei kann in unserem Fall experimentell zwischen zwei grundlegend verschiedenen Anordnungen der beiden Laserstrahlen gewählt werden. Wir haben entsprechende Ein-Qubit-Operationen durchgeführt, deren Qualität anhand von Rabioszillationen verdeutlicht wird. Des Weiteren wurde die Kohärenz des Systems mit Hilfe von Ramsey- bzw. Spinecho-Sequenzen untersucht.

Eine weitere wichtige Grundvoraussetzung für viele Quantenlogikexperimente ist das Kühlen von Ionen in den Grundzustand der Bewegung. Zu diesem Zweck haben wir Seitenbandkühlen auf dem schmalen Quadrupolübergang $S_{1/2} \leftrightarrow D_{5/2}$ durchgeführt. Dadurch konnte die mittlere Phononenzahl in axialer Richtung auf $\bar{n} = 0,24$ gesenkt werden. Die Phononenzahl-Verteilung wurde dabei aus Rabioszillationen auf dem ersten blauen Seitenband des Raman-Übergangs ermittelt. Durch Einfügen verschiedener Wartezeiten zwischen Kühlen und Auslese konnte die Heizrate der Falle zu 0,3 Phononen/ms bestimmt werden. Alternativ kann auch der Raman-Übergang zum Seitenbandkühlen verwendet werden. Auf diesem Wege konnte für die mittlere Phononenzahl der Wert $\bar{n} = 0,27$ erreicht werden, wobei \bar{n} hier aus dem Spektrum nach dem Kühlen ermittelt wurde.

Die für Zwecke der Quanteninformationsverarbeitung entwickelten Techniken zur Präparation, kohärenten Manipulation und Auslese von atomaren Zuständen können wiederum benutzt werden, um die Eigenschaften der gefangenen Ionen näher zu untersuchen. Wir werden hier eine neuartige Methode vorstellen, mit der die natürliche Linienbreite Γ des Übergangs $S_{1/2} \leftrightarrow P_{1/2}$ in $^{40}\text{Ca}^+$ sehr genau bestimmt werden kann. Zu diesem Zweck verwenden wir die nicht-resonanten Strahlen des Raman-Systems und kombinieren in geschickter Weise Messungen von Streuraten und AC-Stark Verschiebungen. Als Ergebnis erhalten wir für die

Linienbreite den Wert $\Gamma = 2\pi \cdot 23,24\text{MHz}$ mit einem Fehler von 1,2%. Durch die Aufnahme von mehr Messdaten und eine verbesserte Stabilisierung der Laserintensität sollte es uns in naher Zukunft möglich sein, den Fehler auf unter 1% zu senken. Das prinzipielle Verfahren kann auch auf andere Übergänge angewendet werden und ist nicht elementspezifisch.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Qubits und Quantengatter	3
2.1	Qubits	3
2.2	Zwei-Qubit-Quantengatter	4
3	Dynamischer Einschluss eines Ions in einer Paul-Falle	7
3.1	Lineare Paul-Falle	7
3.2	Klassische Bewegung eines Ions in einer Paul-Falle	8
3.2.1	Bewegungsgleichungen und Stabilitätsdiagramm	8
3.2.2	Säkular- und Mikrobewegung	11
3.3	Quantisierung der Bewegung	12
4	Laser-Ion-Wechselwirkung	15
4.1	Beschreibung der Wechselwirkung	15
4.1.1	Hamiltonoperator	15
4.1.2	Zeitentwicklung	19
4.1.3	Lamb-Dicke Regime	20
4.1.4	Stimulierte Raman-Übergänge	22
4.1.5	Resonante Rabi-Frequenz	23
4.1.6	Nicht-resonante Laser-Ion-Wechselwirkung	24
4.2	Linienbreiten von Spektrallinien	25
4.2.1	Natürliche Linienbreite	25
4.2.2	Linienverbreiterungen	26
4.3	Laserkühlen von Ionen	27
4.3.1	Dopplerkühlen	27
4.3.2	Seitenbandkühlen	28
5	Kalziumionen für Qubits	31
5.1	Zweistufige Photoionisation	31
5.2	Optische Übergänge in $^{40}\text{Ca}^+$	32
5.3	Implementierung von Qubits in Kalzium	35
6	Aufbau des Mikrofallenexperiments	39
6.1	Segmentierte Mikrofalle	39
6.2	UHV-Vakuumkammer	40

6.3	Detektion der Fluoreszenz einzelner Ionen	42
6.4	Lasersysteme, Frequenzstabilisierung und Wellenlängenmessung	43
6.4.1	Überblick über alle verwendeten Lasersysteme	43
6.4.2	Pound-Drever-Hall-Frequenzstabilisierung	43
6.4.3	Wellenlängenmessung	45
6.5	Optischer Aufbau	46
6.5.1	Kühlaser bei 397nm, IR-Laser und Ionisationslaser	46
6.5.2	Das Raman-System	49
6.6	Experimentsteuerung	52
7	Zustandsdiskriminierung und Sättigungsparameter	53
7.1	Diskriminierung der Zustände $S_{1/2}$ und $D_{5/2}$	53
7.2	Bestimmung des Sättigungsparameters auf dem Dipolübergang	55
8	Präparation und Auslese des Spinqubits	57
8.1	Präparation	57
8.2	Auslese	59
9	Kohärente Spektroskopie auf dem Raman-Übergang	63
9.1	Spektren	63
9.2	Rabioszillationen auf dem Raman-Übergang	64
9.3	Messung der zeitlichen Kohärenz	65
9.4	Ramsey-Spektroskopie zur Bestimmung der Resonanzfrequenz eines Übergangs	68
10	Kühlen in den Grundzustand der Bewegung	71
10.1	Seitenbandkühlen auf dem Quadrupolübergang	71
10.2	Seitenbandkühlen auf dem Raman-Übergang	76
11	Genaue Bestimmung der Linienbreite des Übergangs $S_{1/2} \leftrightarrow P_{1/2}$	79
11.1	Messung von Streuraten	80
11.2	Messung der AC-Stark Verschiebung	82
11.3	Ergebnisse für die Linienbreite	85
12	Zusammenfassung und Ausblick	87
A	Anhang	89
A.1	Schaltplan und Wahrheitstabelle zum Schalten der Raman-Strahlen	89
A.2	Wissenschaftliche Publikationen	91
	Literaturverzeichnis	97

1 Einleitung

1982 schlug Richard P. Feynman vor, quantenmechanische Systeme mit Maschinen zu simulieren, die selbst aus quantenmechanischen Elementen aufgebaut sind [1]. Dies kann als Geburtsstunde der Quanteninformationsverarbeitung angesehen werden. Insbesondere seit der Entwicklung eines Faktorisierungsalgorithmus durch Shor im Jahr 1994 hat das Interesse an diesem Teilgebiet der Physik stark zugenommen [2]. Dieser und weitere Quantenalgorithmen zeigen, dass gewisse Problemstellungen mit Hilfe eines Quantencomputers sehr viel effizienter gelöst werden können als mit einem klassischen Computer.

Die Grundlage eines Quantencomputers sind sogenannte Qubits, die als Informationsspeicher dienen. Sie unterscheiden sich vom klassischen Bit dadurch, dass sie neben $|0\rangle$ und $|1\rangle$ auch Superpositionen dieser Zustände annehmen können. Aufgrund der Linearität in der Quantenmechanik wirkt sich eine Rechenoperation gleichzeitig auf alle Zustände einer Superposition aus. Dies gilt auch für den Fall, dass viele Qubits an einer solchen Überlagerung beteiligt sind. Die Effizienz von Quantenalgorithmen ist im Wesentlichen durch diesen sogenannten Quantenparallelismus begründet.

Für die Implementierung eines Quantencomputers wurden von DiVincenzo fünf prinzipielle Kriterien aufgestellt [3]:

1. Es muss sich um ein skalierbares System wohldefinierter Qubits handeln.
2. Die Qubits müssen initialisiert werden können.
3. Die Kohärenzzeit des Systems muss sehr viel länger als die Dauer der Gatteroperation sein.
4. Es muss möglich sein, einen universellen Satz von Quantengattern zu implementieren.
5. Jedes Qubit muss abgelesen werden können.

Eines der vielversprechendsten Systeme in der Quanteninformationsverarbeitung stellen gefangene Ionen in Paul-Fallen dar. Die Qubits werden dabei in zwei langlebigen Energieniveaus der Ionen implementiert. Durch die kontrollierte Wechselwirkung der Ionen mit Laserlicht ist es möglich, die Qubits zu manipulieren. Auf diese Weise konnten bereits mehrere Quantengatter realisiert werden [4, 5, 6, 7]. Weitere Erfolge sind beispielsweise die Teleportation von Zuständen [8, 9] und die Implementierung des Deutsch-Jozsa-Algorithmus [10].

Das Hauptproblem besteht noch in der Skalierbarkeit des Systems. Bisher konnten maximal acht Ionen miteinander verschränkt werden [11]. Eine weitere Erhöhung dieser Zahl ist mit konventionellen Paul-Fallen kaum möglich. Somit wird eine Erweiterung dieses Designs erforderlich. Die Lösung des Problems könnten segmentierte Ionenfallen sein [12]. Dabei handelt es

sich um ein Netzwerk vieler unabhängiger Fallen. Der Ansatz sieht eine Einteilung in Speicher- und Prozessorbereiche vor. Durch Änderung der Spannungen an den einzelnen Fallensegmenten können die Ionen innerhalb des Netzwerks zu den einzelnen Bereichen transportiert werden. Auf dieser Grundlage wurde in Ulm eine multisegmentierte, mikrostrukturierte Ionenfalle entwickelt.

In der vorliegenden Diplomarbeit werden experimentelle Ergebnisse mit einzelnen $^{40}\text{Ca}^+$ -Ionen in dieser Mikrofalle vorgestellt. Wir werden zeigen, dass wir ein Qubit sehr effizient präparieren, kohärent manipulieren und auslesen können. Dies sind essentielle Schritte hinsichtlich der Realisierung eines Quantencomputers. Außerdem wurde die Kohärenz des Systems mit Ramsey- bzw. Spinecho-Sequenzen untersucht. Weitere Resultate sind das erfolgreiche Kühlen des Ions in den Grundzustand der Bewegung und die Messung der Fallenheizrate.

Die ursprünglich zu Zwecken der Quanteninformationsverarbeitung entwickelten Techniken eröffnen neue Möglichkeiten zur Untersuchung von Eigenschaften der gefangenen Ionen. Dadurch ergeben sich beispielsweise auch Anwendungen im Bereich der Quanten-Metrologie [13]. Hier soll eine neuartige Methode beschrieben werden, mit der die Linienbreite des Übergangs $S_{1/2} \leftrightarrow P_{1/2}$ in $^{40}\text{Ca}^+$ sehr genau bestimmt werden kann. Das prinzipielle Verfahren ist auch auf andere Übergänge und Ionensorten übertragbar.

2 Qubits und Quantengatter

Das Qubit stellt den quantenmechanischen Informationsträger dar und ist deshalb essentiell für die gesamte Quanteninformationsverarbeitung. Im ersten Abschnitt dieses Kapitels soll das Qubit formal beschrieben werden. Wir wollen uns dabei auf reine Zustände beschränken. Anschließend werden kurz Zwei-Qubit-Quantengatter und deren Realisierung angesprochen.

2.1 Qubits

Wir betrachten den zweidimensionalen Hilbertraum \mathcal{H} . Durch die beiden Zustände $\{|0\rangle, |1\rangle\}$ sei eine vollständige Orthonormalbasis gegeben. Man nennt diese Basis oft auch Rechenbasis. Ein beliebiger reiner Zustand $|\psi\rangle$ kann dann durch

$$|\psi\rangle = c_0 |0\rangle + c_1 |1\rangle \quad (2.1)$$

dargestellt werden, wobei die Koeffizienten c_0 und c_1 komplexe Zahlen sind. Für diese Koeffizienten folgt aus der Normierbarkeit von $|\psi\rangle$ die Bedingung:

$$|c_0|^2 + |c_1|^2 = 1 . \quad (2.2)$$

Der Zustand (2.1) wird als Qubit bezeichnet. Das Qubit unterscheidet sich vom klassischen Bit dadurch, dass außer $|0\rangle$ und $|1\rangle$ auch beliebige Superpositionen dieser beiden Zustände möglich sind, solange Gleichung (2.2) erfüllt ist. Bei einer Messung an $|\psi\rangle$ wird eine solche Superposition allerdings reduziert. Nach der Messung liegt das System mit der Wahrscheinlichkeit $|\langle 0|\psi\rangle|^2 = |c_0|^2$ im Zustand $|0\rangle$ und mit der Wahrscheinlichkeit $|\langle 1|\psi\rangle|^2 = |c_1|^2$ im Zustand $|1\rangle$ vor.

Gleichung (2.2) wird auch erfüllt, wenn man die Vorfaktoren so wählt, dass der Zustand (2.1) die Form

$$|\psi\rangle = \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) |0\rangle + e^{i\phi} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) |1\rangle \quad (2.3)$$

annimmt. Mit dieser Darstellung kann der Zustand des Qubits auf anschauliche Weise interpretiert werden. Man definiert den sogenannten Bloch-Vektor \vec{s} durch

$$\vec{s} := \langle \hat{\vec{\sigma}} \rangle = \langle \psi | \hat{\vec{\sigma}} | \psi \rangle , \quad (2.4)$$

wobei die Komponenten des Vektors $\hat{\vec{\sigma}} = (\hat{\sigma}_x, \hat{\sigma}_y, \hat{\sigma}_z)^T$ durch die Pauli-Operatoren

$$\begin{aligned} \hat{\sigma}_x &= |0\rangle\langle 1| + |1\rangle\langle 0| , \\ \hat{\sigma}_y &= i(|1\rangle\langle 0| - |0\rangle\langle 1|) , \\ \hat{\sigma}_z &= |0\rangle\langle 0| - |1\rangle\langle 1| \end{aligned}$$

gegeben sind. Setzt man Gleichung (2.3) in (2.4) ein, so erhält man:

$$\vec{s} = \begin{pmatrix} \cos \phi \sin \theta \\ \sin \phi \sin \theta \\ \cos \theta \end{pmatrix} .$$

Dieser Vektor hat die Länge $|\vec{s}| = 1$. Wenn man sich eine Einheitskugel im \mathbb{R}^3 vorstellt und den Vektor \vec{s} am Mittelpunkt dieser Kugel beginnen lässt, dann zeigt er für jede beliebige Wahl von θ und ϕ auf einen Punkt auf der Oberfläche dieser Kugel. Das bedeutet, dass jeder reine Qubitzustand (2.3) durch einen Punkt auf der Oberfläche dieser sogenannten Bloch-Kugel repräsentiert wird. Der Sachverhalt ist in Abbildung 2.1 dargestellt. Der Zustand $|0\rangle$ entspricht dem Nordpol der Bloch-Kugel und der Zustand $|1\rangle$ entspricht dem Südpol.

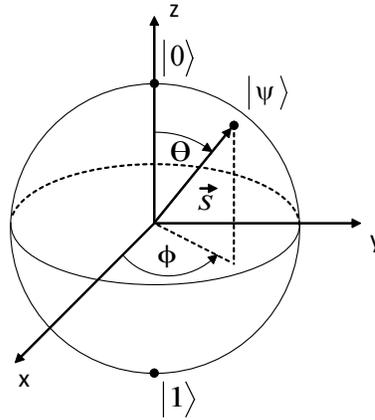


Abbildung 2.1: Blochkugel.

In Abschnitt 5.3 werden mehrere Möglichkeiten diskutiert, wie ein Qubit in einem $^{40}\text{Ca}^+$ -Ion implementiert werden kann. Für unsere Experimente verwenden wir ein sogenanntes Spinqubit.

2.2 Zwei-Qubit-Quantengatter

Jede unitäre Transformation bezüglich beliebig vielen Qubits kann in eine Abfolge von CNOT¹-Gattern und Ein-Qubit-Gatteroperationen zerlegt werden [14]. Bei einem CNOT-Gatter handelt es sich um ein Zwei-Qubit-Gatter, das einen Zustand $|a\rangle_A |b\rangle_B = |a, b\rangle$ ($a, b \in \{0, 1\}$) wie folgt transformiert:

$$|a, b\rangle \xrightarrow{\hat{U}_{CNOT}} |a, a \oplus b\rangle ,$$

wobei das Symbol \oplus eine Modulo-2-Addition darstellt. Das CNOT-Gatter kann wiederum durch

$$\hat{U}_{CNOT} = \hat{H}_B \hat{U}_\Phi \hat{H}_B$$

¹Steht für controlled NOT.

ausgedrückt werden. Dabei repräsentiert \hat{U}_Φ das folgende Zwei-Qubit-Phasengatter:

$$|a, b\rangle \xrightarrow{\hat{U}_\Phi} e^{i\pi\delta_{1,a}\delta_{1,b}} |a, b\rangle .$$

Die Größen $\delta_{1,a}$ und $\delta_{1,b}$ in diesem Ausdruck stellen Kronecker-Deltas dar. Im Gegensatz dazu beschreibt \hat{H}_B ein spezielles Ein-Qubit-Gatter, welches hier nur auf das Qubit mit Index B wirken soll. Dieses sogenannte Hadamard-Gatter ist gegeben durch

$$\begin{aligned} |0\rangle &\xrightarrow{\hat{H}} \frac{1}{\sqrt{2}} (|0\rangle + |1\rangle) \\ |1\rangle &\xrightarrow{\hat{H}} \frac{1}{\sqrt{2}} (|0\rangle - |1\rangle) . \end{aligned}$$

Die Hauptschwierigkeit besteht nun darin, ein entsprechendes Zwei-Qubit-Gatter zu verwirklichen. In linearen Paul-Fallen kann man die gemeinsame Schwingung der Ionen zur Realisierung eines CNOT-Gatters verwenden [15]. Der ursprüngliche Vorschlag von Cirac und Zoller wurde 2003 experimentell mit $^{40}\text{Ca}^+$ -Ionen realisiert. [4, 16]. Ein weiterer Ansatz benutzt bichromatische Lichtfelder und geht auf Sørensen und Mølmer zurück [17]. Auch solche Gatter wurden bereits experimentell gezeigt [18, 6]. Sie besitzen gegenüber dem ursprünglichen Cirac-Zoller-Gatter einige Vorteile [19]. Insbesondere ist Grundzustandskühlen nicht zwingend erforderlich. Nach einem ähnlichen Grundprinzip funktioniert das sogenannte geometrische Phasengatter. Die Verschränkung wird dabei mit Hilfe einer zustandsabhängigen optischen Dipolkraft erzeugt. Das Gatter wurde zuerst mit $^9\text{Be}^+$ realisiert [5]. Inzwischen konnte es aber auch mit $^{40}\text{Ca}^+$ -Spinqubits durchgeführt werden [20].

3 Dynamischer Einschluss eines Ions in einer Paul-Falle

In einer Paul-Falle werden elektrische Felder verwendet, um Ionen für längere Zeit in allen drei Raumrichtungen einzuschließen. Sie ist eine Modifikation des 1953 von W. Paul² und H. Steinwedel entwickelten Quadrupol-Massenspektrometers, das ein elektrisches Radio-Frequenz-Wechselfeld benutzt, um unterschiedliche Ionen zu trennen [21].

Im ersten Abschnitt dieses Kapitels wird die prinzipielle Funktionsweise einer Paul-Falle anhand einer linearen Stabfalle dargestellt. Die im Experiment verwendete segmentierte Falle stellt eine Weiterentwicklung dieser linearen Paul-Falle dar und wird in Abschnitt 6.1 näher beschrieben. Des weiteren wollen wir im zweiten Abschnitt die klassische Bewegung eines Ions in einer Paul-Falle betrachten. Zu diesem Zweck werden die Bewegungsgleichungen für dieses Problem aufgestellt und anschließend deren Lösung diskutiert. Wenn die kinetische Energie des Ions sehr klein ist, so muss seine Bewegung quantenmechanisch betrachtet werden. Dies erfolgt im dritten Abschnitt dieses Kapitels.

3.1 Lineare Paul-Falle

Betrachten wir ein elektrisches Potential, welches ein Ion in jeder Raumrichtung harmonisch einschließen würde. Ein solches Potential müsste folgende Form annehmen:

$$\Phi \sim \alpha x^2 + \beta y^2 + \gamma z^2 , \quad (3.1)$$

wobei die resultierende Kraft nur dann in allen drei Raumrichtungen rücktreibend ist, falls alle Koeffizienten α , β und γ positiv sind. Dieser Fall ist allerdings unmöglich, da die Laplace-Gleichung

$$\Delta\Phi = 0 \quad (3.2)$$

für das Potential (3.1) folgende Bedingung liefert:

$$\alpha + \beta + \gamma = 0 .$$

Zumindest ein Koeffizient muss also stets negativ sein. Aus diesem Grund kann mit einem statischen Potential kein dreidimensionaler Einschluss eines Ions erreicht werden. Einen Ausweg bietet ein dynamisches Potential, welches die Eigenschaft hat, dass abwechselnd für kurze Zeitschritte jeweils ein anderer Koeffizient negativ ist. Mit einem solchen Potential wird die

²Wolfgang Paul (1913-1993), Nobelpreis für Physik 1989.

Laplace-Gleichung stets erfüllt und dennoch der Einschluss eines Ions in allen drei Raumrichtungen ermöglicht. Dieser Sachverhalt wird in einer Paul-Falle ausgenutzt.

Die Funktionsweise einer Paul-Falle lässt sich anschaulich am Beispiel einer linearen Stabfalle erläutern. Eine schematische Darstellung einer solchen linearen Stabfalle ist in Abbildung 3.1 zu sehen. Ein typischer Aufbau besteht aus acht Elektroden. An den durchgezogenen Elektroden wird eine Wechselfspannung angelegt. Die mittleren kurzen Elektroden liegen auf Masse. Zusammen erzeugen diese vier Elektroden ein dynamisches Quadrupol-Potential, welches den radialen Einschluss des Ions in der x - y -Ebene bewirkt. Hierfür muss die Frequenz der Wechselfspannung im Radiofrequenz-Bereich liegen. Der axiale Einschluss des Ions in z -Richtung wird durch Anlegen einer statischen Spannung an den äußeren vier kleinen Elektroden erreicht. Um, wie in unserem Fall, einfach positiv geladene Ionen zu fangen, muss diese Spannung positiv sein. Natürlich können mit einer linearen Ionenfalle auch mehrere Ionen gleichzeitig eingeschlossen werden. Ist das statische Potential schwach verglichen mit dem dynamischen Quadrupolpotential, so werden sich zwei oder mehr gefangene Ionen entlang der z -Achse aufreihen und eine Ionenkette bilden. Diese Konfiguration ist nützlich, um einzelne Ionen individuell mit Laserlicht anzusprechen.

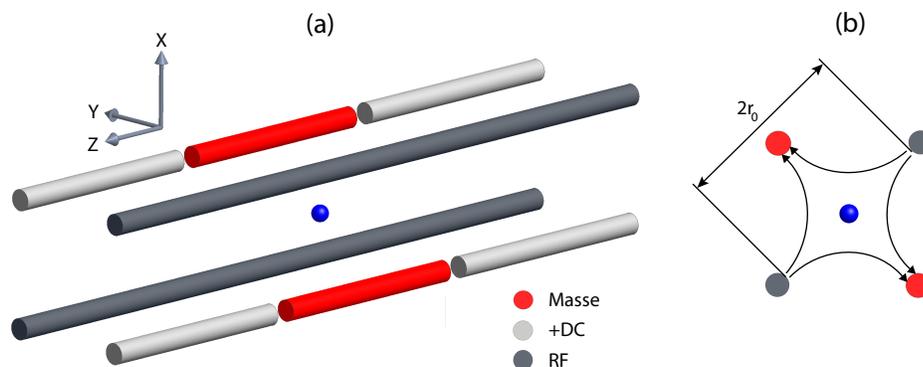


Abbildung 3.1: Lineare Stabfalle: (a) Schematischer Aufbau und (b) Schnitt durch radiale Ebene. Die Pfeile symbolisieren das elektrische Feld, welches durch das RF-Potential erzeugt wird, für den Fall, dass die Wechselfspannung gerade positiv ist.

3.2 Klassische Bewegung eines Ions in einer Paul-Falle

3.2.1 Bewegungsgleichungen und Stabilitätsdiagramm

Um die klassischen Bewegungsgleichungen eines geladenen Teilchens in einer Paul-Falle zu berechnen, wollen wir ein elektrisches Potential der Form

$$\Phi(x, y, z, t) = U \frac{1}{2} (\alpha_x x^2 + \alpha_y y^2 + \alpha_z z^2) + \tilde{U} \cos(\Omega_{RF} t) \frac{1}{2} (\alpha'_x x^2 + \alpha'_y y^2 + \alpha'_z z^2) \quad (3.3)$$

annehmen. Es besteht aus einem zeitabhängigen Anteil, der sich sinusförmig mit der Radiofrequenz Ω_{RF} ändert und einem statischen Anteil. Die Größe \tilde{U} kennzeichnet eine Wechselspannungsamplitude und U stellt eine Gleichspannung dar. Zu jedem Zeitpunkt muss dieses Potential die Laplace-Gleichung (3.2) erfüllen. Dadurch ergeben sich für die Geometriefaktoren α, β, γ und α', β', γ' folgende Bedingungen:

$$\begin{aligned}\alpha_x + \alpha_y + \alpha_z &= 0, \\ \alpha'_x + \alpha'_y + \alpha'_z &= 0.\end{aligned}$$

Wenn man die Geometriefaktoren so wählt, dass

$$-(\alpha_x + \alpha_y) = \alpha_z > 0, \quad (3.4)$$

$$\alpha'_x = -\alpha'_y, \quad (\Rightarrow \alpha'_z = 0), \quad (3.5)$$

dann ist das Potential (3.3) in der x - y -Ebene dynamisch und statisch in z -Richtung. Dies entspricht genau der in Abschnitt 3.1 beschriebenen linearen Paul-Falle.

Die klassischen Bewegungsgleichungen eines Teilchens mit Masse m und Ladung $Q = Z|e|$ in einem elektrischen Potential erhält man aus $\vec{F} = Q\vec{E}$, wobei das elektrische Feld durch $\vec{E} = -\nabla\Phi$ gegeben ist. Für das Potential (3.3) sind die resultierenden Bewegungsgleichungen nicht gekoppelt. Daher wollen wir im Folgenden nur die Bewegung in x -Richtung diskutieren. Für die anderen Richtungen gilt alles analog. Die Bewegungsgleichung in x -Richtung lautet:

$$\ddot{x} = -\frac{Q}{m} \frac{\partial \Phi}{\partial x} = -\frac{Q}{m} \left[U\alpha_x + \tilde{U} \cos(\Omega_{RF}t) \alpha'_x \right] x. \quad (3.6)$$

Mit den Substitutionen

$$\xi = \frac{\Omega_{RF}t}{2}, \quad a_x = \frac{4QU\alpha_x}{m\Omega_{RF}^2}, \quad q_x = \frac{2Q\tilde{U}\alpha'_x}{m\Omega_{RF}^2}, \quad (3.7)$$

erhält man aus Gleichung (3.6) die Standarddarstellung der Mathieschen Differentialgleichung:

$$\frac{d^2x}{d\xi^2} + [a_x - 2q_x \cos(2\xi)] x = 0. \quad (3.8)$$

Die stabilen Lösungen dieser Differentialgleichung lassen sich mit Hilfe des Floquet Theorems [22] berechnen. Man erhält:

$$x(\xi) = A e^{i\beta_x \xi} \sum_{n \in \mathbb{Z}} C_{2n} e^{i2n\xi} + B e^{-i\beta_x \xi} \sum_{n \in \mathbb{Z}} C_{2n} e^{-i2n\xi}, \quad (3.9)$$

wobei die Koeffizienten C_{2n} eine spezielle Rekursionsformel [23] erfüllen und β_x eine reellwertige Zahl darstellt. Sowohl β_x als auch die Koeffizienten C_{2n} hängen nur von den Parametern a_x und q_x ab. Die Konstanten A und B werden durch die Anfangsbedingungen festgelegt.

Stabile Lösungen bedeuten, dass die Bahn des Ions beschränkt ist, während im instabilen Fall das Ion so stark ausgelenkt wird, dass es verloren geht. Die Bewegung eines gefangenen Ions ist nur dann in allen drei Raumrichtungen stabil, falls

$$0 \leq \beta_i \leq 1, \quad \forall i \in \{x, y, z\} .$$

Da die β_i nur jeweils von den Parametern a_i und q_i abhängen, ergeben sich aus diesen Bedingungen Stabilitätsbereiche in den a_i - q_i -Ebenen. Der Bereich, der alle Punkte

$$a_i = q_i = 0, \quad \forall i \in \{x, y, z\}$$

beinhaltet, wird oft als der erste Stabilitätsbereich bezeichnet. Aus (3.7) ist ersichtlich, dass die a_i und q_i durch Betriebsparameter wie Radiofrequenz Ω_{RF} , Wechselspannungsamplitude \tilde{U} und Gleichspannung U gesteuert werden können. Das heißt, man kann durch diese Betriebsparameter die Stabilität eines Ions in einer Falle beeinflussen. Bemerkenswert ist, dass die Anfangsbedingungen des Ions keinerlei Auswirkungen auf dessen Stabilität haben, da die a_i und q_i unabhängig davon sind. In Experimenten verwendete Fallen werden üblicherweise so betrieben, dass sie im ersten Stabilitätsbereich arbeiten, wobei alle $a_i \approx 0$ sind.

Für eine lineare Paul-Falle wie in Abschnitt 3.1 beschrieben, ergeben sich mit (3.5) folgende Relationen zwischen den Parametern q_i :

$$q_y = -q_x, \quad q_z = 0 .$$

Abbildung 3.2 zeigt das Stabilitätsdiagramm für solch eine Falle. Dargestellt ist der erste Stabilitätsbereich für den radialen Einschluss in x - und y -Richtung.

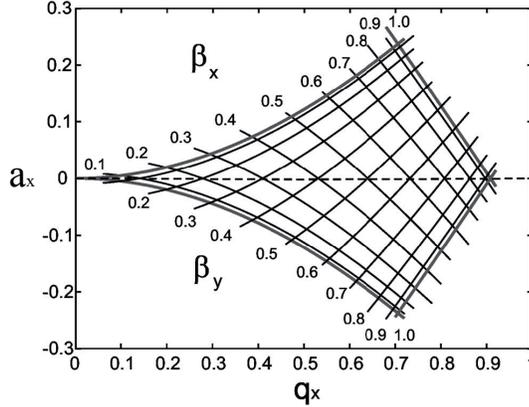


Abbildung 3.2: Stabilitätsdiagramm einer linearen Paul-Falle [24].

Da das Potential einer linearen Paul-Falle in z -Richtung nicht dynamisch ist, lautet Gleichung (3.6) für diese Richtung wie folgt:

$$\ddot{z} + \frac{Q}{m} U \alpha_z z = 0 .$$

Dies entspricht der Bewegungsgleichung eines harmonischen Oszillators. Das heißt, das Ion führt in axialer Richtung harmonische Schwingungen mit der Kreisfrequenz

$$\omega_z = \sqrt{\frac{Q}{m} U \alpha_z}$$

aus.

3.2.2 Säkular- und Mikrobewegung

Für den Fall ($|a_x|, q_x^2 \ll 1$) kann eine Näherungslösung der Mathieschen Differentialgleichung (3.8) bestimmt werden. In diesem Bereich kann Gleichung (3.9) in erster Ordnung angenähert werden durch [23]:

$$x(t) \approx 2AC_0 \cos\left(\beta_x \frac{\Omega_{RF}}{2} t\right) \left[1 - \frac{q_x}{2} \cos(\Omega_{RF} t)\right]$$

mit

$$\beta_x \approx \sqrt{a_x + \frac{q_x^2}{2}},$$

wobei die Anfangsbedingung $A = B$ verwendet wurde. Für die y - und z -Richtung ergeben sich analoge Gleichungen.

Die Bewegung eines gefangenen Ions in einer Paul-Falle kann demnach in zwei Anteile zerlegt werden. Die harmonische Bewegung mit der Frequenz

$$\omega_x = \beta_x \frac{\Omega_{RF}}{2} \ll \Omega_{RF}$$

wird Säkularbewegung genannt. Ihr ist eine amplitudenmodulierte, schnelle Bewegung mit der Radiofrequenz Ω_{RF} überlagert. Diese schnelle Schwingung wird Mikrobewegung genannt, da ihre Amplitude gegenüber der Säkularbewegung um einen Faktor $q_x/2$ kleiner ist. Die Amplitude der Mikrobewegung wächst linear mit der Auslenkung des Ions durch die Säkularbewegung. Im Nulldurchgang der Säkularbewegung tritt keine Mikrobewegung auf. Für kleine Auslenkungen des Ions durch die Säkularbewegung kann die Mikrobewegung vernachlässigt werden. Die Bewegung des Ions in jeder Richtung kann dann als eine Bewegung in einem harmonischen Potential interpretiert werden. Insgesamt sieht dieses Potential V wie folgt aus:

$$V = Q\Psi = \frac{1}{2} \sum_i m\omega_i^2 r_i^2, \quad i \in \{x, y, z\},$$

wobei die drei Raumrichtungen hier mit r_x, r_y und r_z bezeichnet werden. Das elektrische Potential Ψ bezeichnet man oft als Pseudopotential, um es vom erzeugenden Potential Φ (Gleichung (3.3)) zu unterscheiden.

Bei einer linearen Paul-Falle ist in z -Richtung keine Mikrobewegung vorhanden, da $q_z = 0$. In der radialen Ebene dagegen verschwindet die Amplitude der Mikrobewegung nur, wenn sich das Ion genau im Zentrum des Quadrupolfeldes befindet. Für reale, in Experimenten

eingesetzte, lineare Paul-Fallen kann im Allgemeinen nicht davon ausgegangen werden, dass der Nulldurchgang der Bewegung des Ions sich genau im Zentrum des Quadrupolpotentials befindet. So können zum Beispiel Aufladungen von Isolatoren in der Nähe der Falle oder Potentialschwankungen auf den Elektrodenoberflächen zu statischen elektrischen Feldern führen. Die Anwesenheit dieser zusätzlichen elektrischen Störfelder verschiebt den Nulldurchgang der Bewegung des Ions, so dass dieser nicht mehr mit dem Zentrum des Quadrupolpotentials übereinstimmt. In der Bewegungsgleichung (3.8) können diese Störfelder durch einen zusätzlichen Term berücksichtigt werden. Eine detailliertere Beschreibung dieses Problems ist in [24] zu finden. Es zeigt sich, dass die Stabilität der Lösungen für realistische Parameter durch die zusätzlichen Störfelder kaum beeinflusst wird. Das Stabilitätsdiagramm verändert sich nur geringfügig. Das Ion führt aber eine sehr viel stärkere Mikrobewegung aus. Viele Experimente werden durch die Mikrobewegung beeinträchtigt [25]. Deshalb versucht man, sie zu kompensieren. Zu diesem Zweck werden zusätzliche Spannungen an die einzelnen Elektroden angelegt, die den Nulldurchgang der Bewegung des Ions möglichst nahe an das Zentrum des Quadrupolfeldes schieben.

3.3 Quantisierung der Bewegung

Wir haben in Abschnitt 3.2.2 gesehen, dass für kleine Auslenkungen aus der Gleichgewichtslage die Bewegung eines Ions in einer Paul-Falle als rein harmonisch angesehen werden kann. In diesem Fall lautet die Hamiltonfunktion für die Bewegung des Ions:

$$H^{(m)} = \sum_i \left(\frac{p_i^2}{2m} + \frac{1}{2} m \omega_i^2 r_i^2 \right), \quad i \in \{x, y, z\}. \quad (3.10)$$

Die p_i stehen dabei für die Impulskomponenten des Ions.

Wenn das Ion genügend kalt ist, das heißt seine kinetische Energie sehr gering ist, dann muss die Bewegung des Ions quantisiert werden und aus der Hamiltonfunktion (3.10) wird der Hamiltonoperator

$$\hat{H}^{(m)} = \sum_i \left(\frac{\hat{p}_i^2}{2m} + \frac{1}{2} m \omega_i^2 \hat{r}_i^2 \right). \quad (3.11)$$

Wir führen nun die Erzeugungsoperatoren \hat{a}_i^\dagger und die Vernichtungsoperatoren \hat{a}_i ein. Sie sind gegeben durch:

$$\hat{a}_i^\dagger = \sqrt{\frac{m\omega_i}{2\hbar}} \hat{r}_i + \frac{i}{\sqrt{2m\hbar\omega_i}} \hat{p}_i, \quad (3.12)$$

$$\hat{a}_i = \sqrt{\frac{m\omega_i}{2\hbar}} \hat{r}_i - \frac{i}{\sqrt{2m\hbar\omega_i}} \hat{p}_i \quad (3.13)$$

und erfüllen die Vertauschungsrelation

$$[\hat{a}_i, \hat{a}_{i'}^\dagger] = \delta_{ii'}.$$

Mit ihnen kann der Hamiltonoperator (3.11) in der Form

$$\hat{H}^{(m)} = \sum_i \hbar\omega_i \left(\hat{a}_i^\dagger \hat{a}_i + \frac{1}{2} \right)$$

dargestellt werden. Diese Gleichung entspricht der Standarddarstellung des Hamiltonoperators eines dreidimensionalen harmonischen Oszillators.

Im Folgenden sollen kurz noch einige Eigenschaften des harmonischen Oszillators angegeben werden. Wir wollen uns dabei auf die Bewegung in einer Dimension beschränken. Der Hamiltonoperator des eindimensionalen harmonischen Oszillators lautet:

$$\hat{H} = \hbar\omega \left(\hat{a}^\dagger \hat{a} + \frac{1}{2} \right) . \quad (3.14)$$

Die dazugehörigen Energie-Eigenzustände heißen Fock-Zustände $|n\rangle$. Es gilt die Eigenwertgleichung

$$\hat{H} |n\rangle = \left(n + \frac{1}{2} \right) \hbar\omega |n\rangle , \quad n = 0, 1, 2, \dots ,$$

wobei die Energie-Eigenwerte durch

$$E_n = \left(n + \frac{1}{2} \right) \hbar\omega$$

gegeben sind. Dabei gibt n die Anzahl vorhandener Energiequanten $\hbar\omega$ an. Im Zusammenhang mit Ionenschwingungen wird ein solches Energiequant Phonon genannt. Wendet man den Operator \hat{a} bzw. \hat{a}^\dagger auf einen Fock-Zustand an, so gelten die Relationen

$$\hat{a}^\dagger |n\rangle = \sqrt{n+1} |n+1\rangle , \quad (3.15)$$

$$\hat{a} |n\rangle = \sqrt{n} |n-1\rangle , \quad (3.16)$$

$$\hat{a} |0\rangle = 0 ,$$

wobei $|0\rangle$ der Grundzustand ist. Der Erzeugungsoperator \hat{a}^\dagger führt also $|n\rangle$ in den Zustand $|n+1\rangle$ über. Dadurch wird der Anregungszustand um ein Energiequant erhöht, das heißt es wird ein Phonon erzeugt. Bei Anwendung des Vernichtungsoperators \hat{a} auf den Zustand $|n\rangle$ wird dagegen der Anregungszustand um ein Energiequant verringert, also ein Phonon vernichtet. Häufig nennt man \hat{a}^\dagger auch Aufsteigeoperator und \hat{a} Absteigeoperator.

4 Laser-Ion-Wechselwirkung

In Kapitel 3 haben wir gesehen, dass es mit einer Paul-Falle möglich ist, ein oder mehrere Ionen in einem begrenzten Raumvolumen einzusperren. Dadurch können einzelne Ionen individuell mit Laserlicht angesprochen werden. Wird ein Ion mit Laserlicht bestrahlt, so wechselwirkt es mit ihm. Diese Laser-Ion-Wechselwirkung bietet die Möglichkeit, Quantenoperationen an Ionen durchzuführen. Laserlicht kann benutzt werden, um den Quantenzustand eines Ions zu manipulieren und zu analysieren.

Das Kapitel ist in drei Abschnitte gegliedert. Zunächst wird im ersten Abschnitt die Laser-Ion-Wechselwirkung prinzipiell beschrieben. Zu diesem Zweck wird der entsprechende Hamiltonoperator hergeleitet und die zeitliche Entwicklung des Systems diskutiert. Ein Unterabschnitt ist speziell der Beschreibung stimulierter Raman-Übergänge gewidmet. Der zweite Abschnitt befasst sich mit den Linienbreiten von Spektrallinien. Zum Schluss dieses Kapitels wird dann noch erläutert, wie Ionen mit Hilfe von Laserlicht gekühlt werden können.

4.1 Beschreibung der Wechselwirkung

4.1.1 Hamiltonoperator

Wir betrachten ein Ion, das in einer linearen Paul-Falle gefangen ist und mit Laserlicht bestrahlt wird. Der Hamiltonoperator \hat{H} für dieses System setzt sich aus zwei Anteilen zusammen:

$$\hat{H} = \hat{H}_{ion} + \hat{H}_{int} . \quad (4.1)$$

Dabei ist \hat{H}_{ion} der Hamiltonoperator des Ions und \hat{H}_{int} beschreibt ausschließlich die Wechselwirkung des Ions mit dem Laserlicht.

Hamiltonoperator des Ions

Wir nehmen an, dass das Ion durch ein effektives Zwei-Niveau-System beschrieben werden kann. Diese Annahme ist gerechtfertigt, falls die Frequenz des Laserlichts nur nahe der Resonanz eines speziellen Übergangs innerhalb des Ions liegt. Man bezeichnet die beiden relevanten Zustände als Grundzustand $|g\rangle$ und angeregten Zustand $|e\rangle$. Dabei stellt $|g\rangle$ den energetisch niedrigeren Zustand dar. Die Energiedifferenz zwischen beiden Niveaus ist durch $\hbar\omega_0 = \hbar(\omega_e - \omega_g)$ gegeben. Der Hamiltonoperator für die internen Zustände des Atoms soll mit $\hat{H}^{(i)}$ bezeichnet werden. In Spektraldarstellung sieht er folgendermaßen aus:

$$\hat{H}^{(i)} = \hbar\omega_e |e\rangle\langle e| + \hbar\omega_g |g\rangle\langle g| . \quad (4.2)$$

Verwendet man nun den Pauli-Operator $\hat{\sigma}_z = |e\rangle\langle e| - |g\rangle\langle g|$ und den Einheitsoperator $\hat{1} = |e\rangle\langle e| + |g\rangle\langle g|$ dann lässt sich (4.2) durch

$$\hat{H}^{(i)} = \hbar \frac{\omega_e + \omega_g}{2} \hat{1} + \hbar \frac{\omega}{2} \hat{\sigma}_z$$

darstellen. Verschiebt man die Energie um den konstanten Wert $-\hbar(\omega_e + \omega_g)/2$, dann sieht \hat{H}_i folgendermaßen aus:

$$\hat{H}^{(i)} = \hbar \frac{\omega_0}{2} \hat{\sigma}_z. \quad (4.3)$$

Betrachten wir nun die Bewegung des Ions in der linearen Paul-Falle. Dabei wollen wir uns auf die Schwingung entlang der axialen Richtung, das heißt der z -Achse beschränken. Bei einer linearen Paul-Falle bewegt sich das Ion axial in einem rein harmonischen Potential, da in dieser Richtung keine Mikrobewegung auftritt. Der Hamiltonoperator $\hat{H}^{(m)}$ der Bewegung des Ions ist durch Gleichung (3.14) gegeben. Er lautet also

$$\hat{H}^{(m)} = \hbar\omega \left(\hat{a}^\dagger \hat{a} + \frac{1}{2} \right). \quad (4.4)$$

Der Hamiltonoperator \hat{H}_{ion} setzt sich aus $\hat{H}^{(i)}$ und $\hat{H}^{(m)}$ zusammen. Mit den Gleichungen (4.3) und (4.4) erhält man:

$$\hat{H}_{ion} = \hat{H}^{(i)} + \hat{H}^{(m)} = \hbar \frac{\omega_0}{2} \hat{\sigma}_z + \hbar\omega \left(\hat{a}^\dagger \hat{a} + \frac{1}{2} \right). \quad (4.5)$$

Wechselwirkungshamiltonian

Prinzipiell gibt es verschiedene Arten, wie ein Ion mit einem Lichtfeld wechselwirken kann. Für die im Rahmen dieser Diplomarbeit durchgeführten Experimente genügt eine Betrachtung elektrischer Dipolübergänge, elektrischer Quadrupolübergänge³ und sogenannter stimulierter Raman-Übergänge (siehe Abschnitt 4.1.4).

Alle diese Übergänge können in einem einheitlichen Bild beschrieben werden. Das Laserlicht soll dazu klassisch, durch eine ebene elektromagnetische Welle beschrieben werden. Außerdem nehmen wir an, dass der Laserstrahl in z -Richtung auf das Ion gerichtet ist. Der Wellenvektor \vec{k} hat also nur eine Komponente k_z und sein Betrag ist in diesem Fall gegeben durch $k = k_z$. Das Lichtfeld kann somit durch

$$\vec{E}(z, t) = \vec{E}_0 \left[e^{i(kz - \omega_L t)} + \text{c.c.} \right] \quad (4.6)$$

beschrieben werden, wobei ω_L die Laserfrequenz ist. Es soll gelten, dass $\omega_L \approx \omega_0$, um zu gewährleisten, dass das Ion als effektives Zwei-Niveau-System betrachtet werden kann.

Laut [23] kann der Wechselwirkungshamiltonian in diesem Fall durch

$$\hat{H}_{int} = \frac{1}{2} \hbar \Omega (\hat{\sigma}^+ + \hat{\sigma}^-) \left[e^{i(k\hat{z} - \omega_L + \phi)} + e^{-i(k\hat{z} - \omega_L + \phi)} \right] \quad (4.7)$$

³Wird im Folgenden von Dipol- und Quadrupolübergängen gesprochen, so sind stets elektrische Übergänge gemeint.

ausgedrückt werden. Dabei sind die Operatoren $\hat{\sigma}_+$ und $\hat{\sigma}_-$ durch

$$\begin{aligned}\hat{\sigma}^+ &= |e\rangle\langle g|, \\ \hat{\sigma}^- &= |g\rangle\langle e|\end{aligned}$$

gegeben. $\hat{\sigma}^+$ wirkt als Aufsteigeoperator auf die internen Zustände des Ions, da er den Grundzustand $|g\rangle$ in den angeregten Zustand $|e\rangle$ überführt. Der entsprechende Absteigeoperator wird durch $\hat{\sigma}^-$ repräsentiert. Die Größe Ω wird resonante Rabi-Frequenz genannt. Sie beschreibt die Kopplungsstärke zwischen Lichtfeld und Ion. Die explizite Darstellung von Ω hängt von der Art der Wechselwirkung ab und ist deshalb für Dipolübergänge, Quadrupolübergänge und stimulierte Raman-Übergänge verschieden. Die jeweiligen Darstellungen werden in Abschnitt 4.1.5 angegeben. Auch der Phasenfaktor ϕ hängt von der Art des Übergangs ab. \hat{z} beschreibt die axiale Auslenkung des Ions aus der Gleichgewichtslage. Kombiniert man die Gleichungen (3.12) und (3.13), so lässt sich \hat{z} durch

$$\hat{z} = \sqrt{\frac{\hbar}{2m\omega}} (\hat{a} + \hat{a}^\dagger) \quad (4.8)$$

darstellen.

Wir definieren jetzt den sogenannten Lamb-Dicke Parameter⁴ η :

$$\eta = k\sqrt{\frac{\hbar}{2m\omega}}. \quad (4.9)$$

Mit η kann man Gleichung (4.8) umschreiben und man erhält

$$\hat{z} = \frac{\eta}{k} (\hat{a} + \hat{a}^\dagger). \quad (4.10)$$

Verwendet man (4.10), so nimmt der Hamiltonoperator (4.7) die Form

$$\hat{H}_{int} = \frac{1}{2}\hbar\Omega (\hat{\sigma}^+ + \hat{\sigma}^-) \left[e^{i(\eta(\hat{a}+\hat{a}^\dagger)-\omega_L+\phi)} + e^{-i(\eta(\hat{a}+\hat{a}^\dagger)-\omega_L+\phi)} \right] \quad (4.11)$$

an.

Transformation ins Wechselwirkungsbild

Setzt man (4.5) und (4.7) in Gleichung (4.1) ein, so erhält man die Darstellung des Hamiltonoperators \hat{H} im Schrödingerbild:

$$\hat{H} = \hbar\frac{\omega_0}{2}\hat{\sigma}_z + \hbar\omega \left(\hat{a}^\dagger\hat{a} + \frac{1}{2} \right) + \frac{1}{2}\hbar\Omega (\hat{\sigma}^+ + \hat{\sigma}^-) \left[e^{i(\eta(\hat{a}+\hat{a}^\dagger)-\omega_L+\phi)} + e^{-i(\eta(\hat{a}+\hat{a}^\dagger)-\omega_L+\phi)} \right].$$

⁴Wenn der Laser in einem Winkel Θ zur z -Richtung auf das Ion fällt, dann muss statt k die Projektion des Wellenvektors auf die z -Achse verwendet werden. Der Lamb-Dicke Parameter ist in diesem Fall gegeben durch: $\eta = k \cos \Theta \sqrt{\hbar/(2m\omega)}$.

Für die weitere Beschreibung ist eine Transformation ins Wechselwirkungsbild sinnvoll. Die Transformationsvorschrift lautet

$$\hat{H}_{int}^I = \hat{U}^\dagger \hat{H}_{int} \hat{U} ,$$

wobei der unitäre Operator \hat{U} durch

$$\hat{U} = e^{-\frac{i}{\hbar} \hat{H}_{ion} t}$$

gegeben ist. Man erhält \hat{H}_{int}^I aber auch, wenn man die in \hat{H}_{int} vorkommenden Operatoren einfach durch ihre Darstellung im Wechselwirkungsbild ersetzt. Wir machen folgende Ersetzungen:

$$\begin{aligned} \hat{\sigma}^+ &\longrightarrow \hat{\sigma}_I^+ = \hat{U}^\dagger \hat{\sigma}^+ \hat{U} = \hat{\sigma}^+ e^{i\omega_0 t} , \\ \hat{\sigma}^- &\longrightarrow \hat{\sigma}_I^- = \hat{U}^\dagger \hat{\sigma}^- \hat{U} = \hat{\sigma}^- e^{-i\omega_0 t} , \\ \hat{a} &\longrightarrow \hat{a}_I = \hat{U}^\dagger \hat{a} \hat{U} = \hat{a} e^{i\omega t} , \\ \hat{a}^\dagger &\longrightarrow \hat{a}_I^\dagger = \hat{U}^\dagger \hat{a}^\dagger \hat{U} = \hat{a}^\dagger e^{-i\omega t} . \end{aligned} \tag{4.12}$$

$$\tag{4.13}$$

Der Hamiltonoperator nimmt im Wechselwirkungsbild dann die Form

$$\begin{aligned} \hat{H}_{int}^I &= \frac{1}{2} \hbar \Omega (\hat{\sigma}^+ e^{i\omega_0 t} + \hat{\sigma}^- e^{-i\omega_0 t}) \left[\exp \left\{ i \left(\eta \left(\hat{a} e^{-i\omega t} + \hat{a}^\dagger e^{i\omega t} \right) - \omega_L + \phi \right) \right\} \right. \\ &\quad \left. + \exp \left\{ -i \left(\eta \left(\hat{a} e^{-i\omega t} + \hat{a}^\dagger e^{i\omega t} \right) - \omega_L + \phi \right) \right\} \right] \end{aligned} \tag{4.14}$$

an.

Multipliziert man Gleichung (4.14) aus, so ergeben sich vier Terme mit den Vorfaktoren $\exp \{ \pm i (\omega_L \pm \omega_0) t \}$. Für unsere Betrachtung haben wir angenommen, dass $\omega_L \approx \omega_0$. Daher ist $\omega_L + \omega_0 \gg \omega_L - \omega_0$. Die zwei Terme mit $\omega_L + \omega_0$ oszillieren schnell, während die anderen beiden Terme mit $\omega_L - \omega_0$ langsam oszillieren. Durch die schnell oszillierenden Terme wird die zeitliche Entwicklung des Systems kaum beeinflusst und so können sie vernachlässigt werden. Diese Näherung wird rotating wave approximation (RWA) genannt. Wir führen jetzt noch die Größe $\delta = \omega_L - \omega_0$ ein. Sie gibt die Verstimmung der Laserfrequenz gegenüber der Übergangsfrequenz der internen Zustände des Ions an. Die endgültige Form von \hat{H}_{int}^I ist somit gegeben durch:

$$\hat{H}_{int}^I = \frac{1}{2} \hbar \Omega \left(\hat{\sigma}^+ \exp \left\{ i \eta \left(\hat{a} e^{-i\omega t} + \hat{a}^\dagger e^{i\omega t} \right) \right\} e^{i(\phi - \delta t)} + \text{h.c.} \right) . \tag{4.15}$$

Der Laser koppelt die Zustände $|g, n\rangle$ und $|e, n'\rangle$. Das bedeutet, dass gleichzeitig sowohl der interne Zustand als auch der Bewegungszustand des Ions verändert werden kann. Welche Zustände genau miteinander gekoppelt sind, hängt von der Verstimmung δ ab. Ist $\delta \approx m\omega$, wobei $m \in \mathbb{Z}$, so sind die Zustände $|g, n\rangle \longleftrightarrow |e, n+m\rangle$ für jedes n jeweils paarweise resonant gekoppelt. Übergänge, bei denen sich der Bewegungszustand des Ions nicht ändert ($m = 0$), nennt man Trägerübergänge. Alle anderen Übergänge bezeichnet man als Seitenbandübergänge. Ist $m > 0$, so spricht man vom m -ten blauen Seitenband und analog für $m < 0$ vom m -ten roten Seitenband⁵.

⁵Im Folgenden wird blaues Seitenband mit BSB und rotes Seitenband mit RSB abgekürzt.

4.1.2 Zeitentwicklung

Ein beliebiger Zustand des Systems kann folgendermaßen dargestellt werden:

$$|\Psi(t)\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} (c_{g,n}(t) |g, n\rangle + c_{e,n}(t) |e, n\rangle) .$$

Seine zeitliche Entwicklung wird durch

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} |\Psi(t)\rangle = \hat{H}_{int}^I |\Psi(t)\rangle \quad (4.16)$$

beschrieben, wobei \hat{H}_{int}^I durch Gleichung (4.15) gegeben ist. Setzt man die entsprechenden Größen in Gleichung (4.16) ein und verwendet für die Verstimmung δ den Ausdruck $\delta = m\omega + \delta'$, so erhält man einen Satz gekoppelter Gleichungen

$$\dot{c}_{g,n} = -i^{(1-|m|)} e^{i(\delta't - \phi)} (\Omega_{n+m,n}/2) c_{e,n+m} , \quad (4.17)$$

$$\dot{c}_{e,n+m} = -i^{(1-|m|)} e^{i(\delta't - \phi)} (\Omega_{n+m,n}/2) c_{g,n} . \quad (4.18)$$

Die darin vorkommende Kopplungskonstante $\Omega_{n+m,n}$ nennt man Rabi-Frequenz. Es gilt:

$$\Omega_{n+m,n} = \Omega |\langle n+m | e^{i\eta(\hat{a}_I + \hat{a}_I^\dagger)} |n\rangle| . \quad (4.19)$$

Dabei ist \hat{a}_I durch Gleichung (4.12) und \hat{a}_I^\dagger durch (4.13) gegeben. Laut [26] kann das Matrixelement in Gleichung (4.19) mit Hilfe der Laguerreschen Polynome

$$L_n^\alpha(x) = \sum_{k=0}^n (-1)^k \binom{n+\alpha}{n-k} \frac{x^k}{k!}$$

wie folgt ausgedrückt werden:

$$\langle n+m | e^{i\eta(\hat{a}_I + \hat{a}_I^\dagger)} |n\rangle = e^{-\frac{\eta^2}{2}} \eta^{|m|} L_n^{|m|}(\eta^2) \left(\frac{n!}{(n+m)!} \right)^{\text{sign}(m)/2} .$$

In Abbildung 4.1 ist die relative Kopplungsstärke $\Omega_{n+m,n}/\Omega$ des Trägers und des ersten blauen Seitenbandes für zwei verschiedene Lamb-Dicke Parameter dargestellt.

Betrachten wir nun die gekoppelten Differentialgleichungen (4.17) und (4.18). Die Lösung dieses Gleichungssystems kann laut [23] durch

$$\begin{pmatrix} c_{g,n}(t) \\ c_{e,n+m}(t) \end{pmatrix} = T_n^m \begin{pmatrix} c_{g,n}(0) \\ c_{e,n+m}(0) \end{pmatrix}$$

dargestellt werden, wobei die Koeffizienten T_n^m durch

$$T_n^m = \begin{pmatrix} e^{-\delta't/2} \left(\cos\left(\frac{f_n^m t}{2}\right) + i \frac{\delta'}{f_n^m} \sin\left(\frac{f_n^m t}{2}\right) \right) & -\frac{2i\Omega_{n+m,n}}{f_n^m} e^{i\left(-\frac{\delta'}{2}t + \frac{\pi}{2}|m| + \phi\right)} \sin\left(\frac{f_n^m t}{2}\right) \\ -\frac{2i\Omega_{n+m,n}}{f_n^m} e^{-i\left(-\frac{\delta'}{2}t + \frac{\pi}{2}|m| + \phi\right)} \sin\left(\frac{f_n^m t}{2}\right) & e^{\delta't/2} \left(\cos\left(\frac{f_n^m t}{2}\right) - i \frac{\delta'}{f_n^m} \sin\left(\frac{f_n^m t}{2}\right) \right) \end{pmatrix}$$

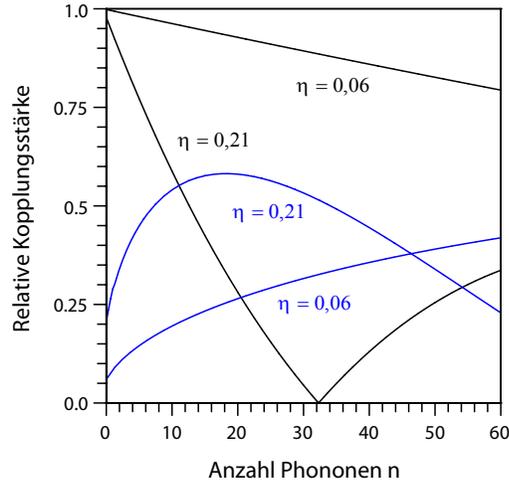


Abbildung 4.1: Relative Kopplungsstärke $\Omega_{n+m,n}/\Omega$ in Abhängigkeit von der Phononenzahl n für zwei relevante Werte des Lamb-Dicke Parameters η ($\eta = 0,06$ ist in unserem Experiment der Lamb-Dicke Parameter auf dem Quadrupolübergang und $\eta = 0,21$ ist der Wert für die orthogonale Geometrie der Raman-Strahlen (vergleiche Abschnitt 6.5)). Dargestellt ist jeweils die Kurve für den Träger (schwarz) und das erste blaue Seitenband (blau).

gegeben sind. Dabei ist

$$f_n^m = \sqrt{\delta'^2 + \Omega_{n+m,n}^2}.$$

Man erhält sogenannte Rabioszillationen zwischen den gekoppelten Zuständen $|g, n\rangle$ und $|e, n + m\rangle$. Die Besetzungswahrscheinlichkeit dieser beiden Zustände schwankt periodisch mit der Frequenz f_n^m zwischen ihnen hin und her. Im resonanten Fall $\delta' = 0$ nehmen die Koeffizienten T_n^m folgende Form an:

$$T_n^m = \begin{pmatrix} \cos\left(\frac{\Omega_{n+m,n}t}{2}\right) & -e^{i(\frac{\pi}{2}|m|+\phi)} \sin\left(\frac{\Omega_{n+m,n}t}{2}\right) \\ -e^{-i(\frac{\pi}{2}|m|+\phi)} \sin\left(\frac{\Omega_{n+m,n}t}{2}\right) & \cos\left(\frac{\Omega_{n+m,n}t}{2}\right) \end{pmatrix}.$$

Nur in diesem Fall findet ein totaler Austausch der Besetzungswahrscheinlichkeit zwischen den Zuständen $|g, n\rangle$ und $|e, n + m\rangle$ statt. Die Frequenz der Rabioszillationen ist dann genau $\Omega_{n+m,n}/2$.

4.1.3 Lamb-Dicke Regime

In Gleichung (4.9) wurde der Lamb-Dicke Parameter η definiert. Was ist aber die physikalische Bedeutung dieser Größe? Um diese Frage zu klären, betrachten wir den Grundzustand $|0\rangle$

der Bewegung des Ions. Die räumliche Ausdehnung dieses Zustands kann leicht mit Hilfe von Gleichung (4.8) berechnet werden und man erhält: $\langle 0 | \hat{z}^2 | 0 \rangle^{1/2} = \sqrt{\hbar / (2m\omega)}$. In den Lamb-Dicke Parameter η geht also die Wellenlänge des eingestrahnten Laserlichts und die räumliche Ausdehnung des Grundzustands der Bewegung ein.

Das sogenannte Lamb-Dicke Regime ist durch die Bedingung

$$\eta^2 (2n + 1) \ll 1 \quad (4.20)$$

definiert, wobei n die Anzahl Phononen angibt. Ist Gleichung (4.20) erfüllt, so ist die Wellenlänge des eingestrahnten Laserlichts sehr viel größer als die räumliche Ausdehnung des Grundzustands der Bewegung. Das Ion ist also in einem Bereich eingesperrt, der sehr viel kleiner als die Wellenlänge des Laserlichts ist. Im Lamb-Dicke Regime genügt es deshalb die Exponentialfunktion in Gleichung (4.15) und (4.19) bis zur ersten Ordnung in η zu entwickeln. Höhere Ordnungen können vernachlässigt werden. Der Hamiltonoperator ist dann durch

$$\hat{H}_{int}^I = \frac{1}{2} \hbar \Omega \left(\hat{\sigma}^+ \left\{ 1 + i\eta \left(\hat{a} e^{-i\omega t} + \hat{a}^\dagger e^{i\omega t} \right) \right\} e^{i(\phi - \delta t)} + \text{h.c.} \right) \quad (4.21)$$

gegeben und die Rabi-Frequenz nimmt die Form

$$\Omega_{n+m,n} = \Omega |\langle n+m | \left(1 + i\eta \left(\hat{a} e^{-i\omega t} + \hat{a}^\dagger e^{i\omega t} \right) \right) | n \rangle| \quad (4.22)$$

an. Mit Hilfe von (3.15) und (3.16) folgt aus Gleichung (4.22), dass es in diesem Fall nur noch drei Resonanzmöglichkeiten gibt: Träger ($m = 0$), erstes RSB ($m = -1$) und erstes BSB ($m = 1$).

Betrachten wir zunächst den Trägerübergang. Wenn man $\delta = 0$ setzt und die rotating wave approximation anwendet, das heißt Terme mit den Vorfaktoren $\exp \{ \pm i\omega t \}$ vernachlässigt, so vereinfacht sich der Hamiltonoperator (4.21) zu

$$\hat{H}_{int}^I = \frac{1}{2} \hbar \Omega \left(\hat{\sigma}^+ e^{i\phi} + \hat{\sigma}^- e^{-i\phi} \right) .$$

Die Rabi-Frequenz ist gegeben durch:

$$\Omega_{n,n} = \Omega .$$

Analog erhält man für das erste RSB, wenn man $\delta = -\omega$ setzt und die RWA anwendet

$$\hat{H}_{int}^I = \frac{1}{2} \hbar \Omega \eta \left(\hat{a} \hat{\sigma}^+ e^{i\phi} + \hat{a}^\dagger \hat{\sigma}^- e^{-i\phi} \right) , \quad (4.23)$$

wobei der Faktor i in den Phasenfaktor ϕ eingegangen ist. Der Hamiltonoperator (4.23) entspricht formal dem Jaynes-Cummings Hamiltonian, welcher aus der Cavity-QED bekannt ist. Die entsprechende Rabi-Frequenz lautet:

$$\Omega_{n,n-1} = \eta \sqrt{n} \Omega .$$

Für das erste blaue Seitenband folgt ($\delta = \omega$, RWA, Faktor i geht in Phasenfaktor ϕ ein):

$$\hat{H}_{int}^I = \frac{1}{2} \hbar \Omega \eta \left(\hat{a}^\dagger \hat{\sigma}^+ e^{i\phi} + \hat{a} \hat{\sigma}^- e^{-i\phi} \right) , \quad (4.24)$$

$$\Omega_{n,n+1} = \eta \sqrt{n+1} \Omega .$$

Häufig wird der Hamiltonoperator (4.24) auch Anti-Jaynes-Cummings Hamiltonian genannt.

Wie bereits in Abschnitt 4.1.2 erwähnt wurde, ist in unserem Fall der Lamb-Dicke Parameter auf dem Quadrupolübergang gegeben durch $\eta = 0,06$, während man für die orthogonale Geometrie der Raman-Strahlen $\eta = 0,21$ erhält. Durch Dopplerkühlen erreichen wir in unseren Experimenten eine mittlere Phononenzahl von $\bar{n} \sim 15$. Für den Quadrupolübergang ergibt sich damit $\eta^2 (2n+1) = 0,11$. Durch das Dopplerkühlen wird also hier das Lamb-Dicke Regime erreicht. Der entsprechende Wert für den Raman-Übergang ist $\eta^2 (2n+1) = 1,37$, das heißt die Bedingung (4.20) ist in diesem Fall nicht erfüllt.

4.1.4 Stimulierte Raman-Übergänge

Zwei interne Zustände eines Ions können mit Hilfe eines Lasers miteinander gekoppelt werden. Dafür muss lediglich ein Laserstrahl passender Wellenlänge auf das Ion gerichtet sein. Eine weitere Möglichkeit, eine Kopplung zwischen zwei internen Zuständen eines Ions zu realisieren, sind stimulierte Raman-Übergänge, die im Folgenden beschrieben werden sollen.

Bei einem stimulierten Raman-Übergang werden zwei Niveaus $|0\rangle$ und $|1\rangle$ über ein virtuelles Zwischenniveau miteinander gekoppelt. Es handelt sich also um einen Zweiphotonenprozess, welcher aus einer Anregung und einer stimulierten Emission besteht. Daher sind zwei Laserstrahlen erforderlich, die gleichzeitig auf das Ion treffen müssen. In Abbildung 4.2 ist die Situation schematisch dargestellt.

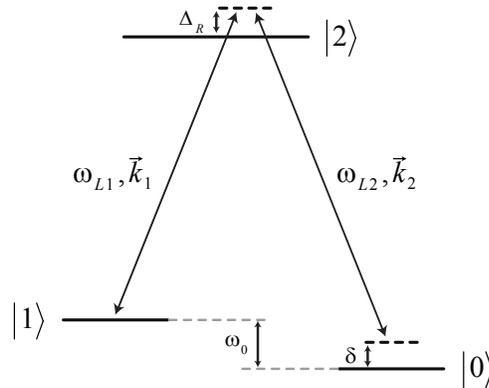


Abbildung 4.2: Raman-Übergang.

Dabei sind ω_{L1} und ω_{L2} die Frequenzen der beiden Laserfelder. Die Größe Δ_R ist die Verstimmung von einem angeregten Niveau $|2\rangle$. Sie ist positiv, falls die Strahlen blau verstimmt

sind. Ist jedoch das virtuelle Niveau energetisch niedriger als der Zustand $|2\rangle$, so hat Δ_R ein negatives Vorzeichen. Im Folgenden wollen wir Δ_R auch als Raman-Verstimmung bezeichnen.

Der Zustand $|2\rangle$ kann in einer theoretischen Betrachtung adiabatisch eliminiert werden [27]. Es ist deshalb möglich, den Raman-Übergang formal durch ein Zwei-Niveau-System zu beschreiben. In diesem Zusammenhang wird das Lichtfeld durch die effektive Laserfrequenz $\omega_L = \omega_{L2} - \omega_{L1}$ und den effektiven \vec{k} -Vektor $\vec{k} = \vec{k}_2 - \vec{k}_1$ charakterisiert. Die Verstimmung von der Resonanz des Übergangs $|0\rangle \leftrightarrow |1\rangle$ ist dann gegeben durch $\delta = \omega_L - \omega_0$. Mit der Verwendung dieser Größen kann der Hamiltonoperator für stimulierte Raman-Übergänge in der gleichen Form wie für Dipol- und Quadrupolübergänge (Gleichung (4.15)) angegeben werden.

Der effektive \vec{k} -Vektor hängt vom Winkel ab, den die beiden Raman-Strahlen einschließen. Es ist also möglich, den Lamb-Dicke Parameter η (Gleichung 4.9) mit Hilfe der geometrischen Anordnung dieser Strahlen zu verändern. In unseren Experimenten werden zwei spezielle Strahlgeometrien verwendet, die im Folgenden beschrieben werden sollen. Wenn sich beide Strahlen in die gleiche Richtung ausbreiten, so ist der Betrag des effektiven \vec{k} -Vektors und damit der Lamb-Dicke Parameter annähernd Null. In diesem Fall können keine Seitenbandübergänge stattfinden. In einem Spektrum ist der Träger also die einzige Linie. Ist die Strahlgeometrie so gewählt, dass der effektive \vec{k} -Vektor in Richtung der Fallachse zeigt, dann ist keine Kopplung mit radialen Bewegungsmoden möglich. Nur der Träger und die axialen Seitenbänder sind in einem Spektrum somit zu sehen.

4.1.5 Resonante Rabi-Frequenz

Für Dipolübergänge, Quadrupolübergänge und stimulierte Raman-Übergänge ist die explizite Darstellung der resonanten Rabi-Frequenz Ω verschieden. Handelt es sich um einen Dipolübergang, so ist Ω laut [23] durch

$$\Omega = \frac{2e}{\hbar} \langle g | (\vec{E}_0 \vec{x}) | e \rangle$$

gegeben, wobei \vec{E}_0 die Amplitude des klassischen Laserfeldes (4.30) und $\vec{x} = (x, y, z)^T$ die Position des Ions ist. Die Konstante e stellt die Ladung eines Elektrons dar. Wenn man einen Quadrupolübergang betrachtet, so erhält man [23]:

$$\Omega = \frac{ek}{\hbar} \langle g | x (\vec{E}_0 \vec{x}) | e \rangle .$$

Oft wird \vec{E}_0 mit Hilfe des normierten Polarisationsvektors $\vec{\epsilon}$ dargestellt. Die entsprechende Relation lautet $\vec{E}_0 = \vec{\epsilon} E_0$. Für Dipol- und Quadrupolübergänge ist Ω also von der Polarisation des elektrischen Feldes abhängig. Eine genauere Berechnung der resonanten Rabi-Frequenz für diese beiden Übergangsarten ist in [28] zu finden.

Bei einem Raman-Übergang nimmt Ω die Form

$$\Omega = -2 \frac{|\Omega_1 \Omega_2|}{\Delta_R} e^{i\Delta\phi} \quad (4.25)$$

an [23], wobei Ω_1 und Ω_2 die resonanten Rabi-Frequenzen der am Raman-Übergang beteiligten Strahlen sind. $\Delta\phi$ ist die Phasendifferenz der beiden Strahlen.

4.1.6 Nicht-resonante Laser-Ion-Wechselwirkung

Wenn wir von nicht-resonanter Wechselwirkung sprechen, so sind damit zwei verschiedene Prozesse gemeint: Nicht-resonanter Populationstransfer und AC-Stark Verschiebungen. Beides wurde bei der bisherigen Betrachtung nicht berücksichtigt und soll im Folgenden beschrieben werden.

Nicht-resonanter Populationstransfer

Dabei wird Population aus einem Zustand in einen anderen Zustand transferiert, obwohl das Laserlicht bezüglich dieses Übergangs gar nicht resonant ist. Die Situation ist in Abbildung 4.3 dargestellt. Es wird Laserlicht eingestrahlt, welches von der Resonanz des Übergangs $|g, n\rangle \rightarrow |e, n+m\rangle$ um den Wert $\Delta_{off} = \omega_L - \omega_0$ verstimmt ist. Es zeigt sich nun, dass selbst für $\Delta_{off} \neq 0$ das Niveau $|e, n+m\rangle$ mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit p_{off} angeregt wird. Dabei gilt folgender Zusammenhang:

$$p_{off} \sim \frac{\Omega_{n,n+m}^2}{\Delta_{off}^2}, \quad (4.26)$$

das heißt p_{off} hängt ab vom Verhältnis aus Rabi-Frequenz und Verstimmung.

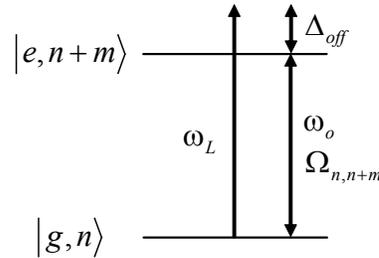


Abbildung 4.3: Nicht-resonante Wechselwirkung.

AC-Stark Verschiebung

Wir betrachten wiederum die beiden Zustände $|g, n\rangle$ und $|e, n+m\rangle$ aus Abbildung 4.3. Wird nicht-resonantes Laserlicht auf das Ion eingestrahlt, so bewirkt dies, dass beide Zustände des Zwei-Niveau-Systems energetisch verschoben werden. Für die Energieverschiebung Δ_{AC} der einzelnen Niveaus gilt jeweils:

$$\Delta_{AC} = \tilde{E} - E \sim \frac{\Omega_{n,n+m}^2}{\Delta_{off}}, \quad (4.27)$$

wobei E die Energie des betrachteten Niveaus darstellt, falls keine Lichtkopplung vorhanden ist. Durch \tilde{E} wird die Energie des verschobenen Niveaus gekennzeichnet. Die Größenordnung

dieser sogenannten AC-Stark Verschiebung kann für die beiden Zustände unterschiedlich sein. Ist dies der Fall, so ändert sich auch die Übergangsfrequenz.

Für viele Anwendungen in der Quanteninformationsverarbeitung sind AC-Stark Verschiebungen störend und müssen kompensiert werden [29]. Andererseits können sie aber auch dazu benutzt werden, um mehrere Qubits miteinander zu verschränken und um Quantengatter zu realisieren [30].

4.2 Linienbreiten von Spektrallinien

Ein Übergang zwischen zwei internen Zuständen $|g\rangle$ und $|e\rangle$ des Ions wird durch die Übergangsfrequenz $\omega_0 = \omega_e - \omega_g$ charakterisiert. Tatsächlich ist eine Spektrallinie aber nicht beliebig scharf. Die absorbierte bzw. emittierte Intensität wird durch eine Verteilung $I(\omega)$ beschrieben, wobei ω_0 die Mittenfrequenz dieser Verteilung darstellt. Die volle Halbwertsbreite (FWHM⁶) der Funktion $I(\omega)$ wird Linienbreite Γ genannt.

4.2.1 Natürliche Linienbreite

Wir wollen ein Ion betrachten, welches sich im angeregten Zustand $|e\rangle$ befindet und durch spontane Emission in den Zustand $|g\rangle$ übergeht. Klassisch kann das angeregte Elektron als harmonischer Oszillator beschrieben werden. Die Energieabstrahlung führt zu einer Dämpfung der harmonischen Schwingung. Die Bewegungsgleichung des Elektrons lautet also

$$\ddot{x} + \gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = 0 ,$$

wobei γ die Dämpfungskonstante ist. Mit diesem Ansatz kann die Intensitätsverteilung $I(\omega)$ berechnet werden und man erhält [31]:

$$I(\omega) = I_0 \frac{\gamma/(2\pi)}{(\omega - \omega_0)^2 + (\gamma/2)^2} .$$

Es handelt sich hierbei um ein sogenanntes Lorentz-Profil. Die volle Halbwertsbreite Γ dieser Funktion ist gegeben durch die Dämpfungskonstante des Systems, das heißt $\Gamma = \gamma$. In diesem Fall wird Γ als natürliche Linienbreite bezeichnet.

Die Linienbreite kann unter Verwendung der Heisenbergschen Unschärferelation mit der Lebensdauer τ des angeregten Zustands verknüpft werden. Die Energie E_e des angeregten Niveaus lässt sich danach nur bis auf $\Delta E_e = \hbar/\tau$ bestimmen. Die Frequenzunschärfe $\Delta\omega = \Delta E_e/\hbar$ entspricht der Linienbreite Γ . Aus diesen beiden Formeln erhält man den Zusammenhang

$$\Gamma = \frac{1}{\tau} .$$

⁶Abkürzung für full width at half maximum.

4.2.2 Linienverbreiterungen

Es gibt verschiedene Effekte, die eine Verbreiterung der Linie bewirken und auch das Linienprofil ändern. Hier wollen wir uns auf eine kurze Beschreibung der Dopplerverbreiterung und Sättigungsverbreiterung beschränken.

- Dopplerverbreiterung: Wenn sich ein Ion mit der Geschwindigkeit \vec{v} bewegt, so ist für einen ruhenden Beobachter die Frequenz ω des vom Molekül emittierten bzw. absorbierten Lichts aufgrund des Doppler-Effekts verschoben. Nimmt man eine Maxwell'sche Geschwindigkeitsverteilung an, so erhält man ein sogenanntes Voigt-Profil, welches eine Faltung aus Lorentz-Profil und Gauß-Profil darstellt.
- Sättigungsverbreiterung: Mit Lasern können leicht hohe Intensitäten erreicht werden, so dass eine Änderung der Besetzungsdichten der am Übergang beteiligten Energieniveaus durch optisches Pumpen auftritt. Dies führt zu einer Linienverbreiterung.

Weitere Verbreiterungen wie Druckverbreiterung oder Flugzeitverbreiterung spielen im Rahmen unserer Experimente praktisch keine Rolle. Eine detaillierte Beschreibung aller aufgeführten Verbreiterungsarten ist in [32] zu finden.

Im Zusammenhang mit der Sättigungsverbreiterung ist es sinnvoll, einen Parameter S einzuführen. Dieser sogenannte Sättigungsparameter ist gegeben durch [33]:

$$S = \frac{S_0}{1 + 4\delta^2/\Gamma^2} .$$

Ist die Verstimmung $\delta = 0$, so ist $S = S_0$. Für diesen resonanten Sättigungsparameter S_0 kann die Relation

$$S_0 = \frac{I}{I_{sat}} \tag{4.28}$$

mit

$$I_{sat} = \frac{\pi h c}{3\lambda^3 \tau}$$

aufgestellt werden. Dabei ist I die Laserintensität am Ort des Ions und I_{sat} die sogenannte Sättigungsintensität des Übergangs. I_{sat} hängt von der Lebensdauer $\tau = 1/\Gamma$ des angeregten Niveaus und von der Übergangswellenlänge λ ab. Für $S \ll 1$ befindet sich die Besetzung des Ions hauptsächlich im Grundzustand, während für $S \gg 1$ die Besetzung des Grundzustands und des angeregten Zustands gleich groß wird.

Der resonante Sättigungsparameter hat großen Einfluss auf die Photonenstreurate. Die Rate R mit der Photonen an einem Ion gestreut werden können, ist gerade das Produkt der Rate Γ mit der ein einzelnes Ion aus dem angeregten Zustand in den Grundzustand zerfällt und der Wahrscheinlichkeit ρ , ein Ion im angeregten Zustand vorzufinden. Man erhält [33]:

$$R = \Gamma \rho = \frac{\Gamma}{2} \frac{S_0}{1 + S_0 + 4\delta^2/\Gamma^2} . \tag{4.29}$$

Für hohe Intensitäten ($S_0 \rightarrow \infty$) hat die Photonenstreurate R den oberen Grenzwert $\Gamma/2$.

4.3 Laserkühlen von Ionen

Für viele Experimente ist es notwendig, dass die kinetische Energie des gefangenen Ions möglichst klein ist. Es gibt mehrere Möglichkeiten, wie das Ion mit Hilfe von Laserlicht gekühlt werden kann [34]. In diesem Abschnitt sollen zwei dieser Methoden vorgestellt werden, nämlich Dopplerkühlen und Seitenbandkühlen.

4.3.1 Dopplerkühlen

Wir betrachten das Ion als effektives Zwei-Niveau-System, wobei die Übergangsfrequenz zwischen den beiden internen Zuständen durch ω_0 gegeben ist. Dieser Übergang soll die Linienbreite Γ besitzen. Dabei wollen wir annehmen, dass $\Gamma \gg \omega$ ist, wobei ω die Fallenfrequenz darstellt. Das heißt die Bewegungsseitenbänder des Übergangs können spektroskopisch nicht aufgelöst werden.

Das Ion sei im Grundzustand $|g\rangle$ und es bewegt sich mit der Geschwindigkeit v . Strahlt man Laserlicht ein, so bewirkt der Dopplereffekt, dass die Laserfrequenz für Ionen, die sich entgegen der Ausbreitungsrichtung des Laserstrahls bewegen, ins Blaue verschoben ist. Analog erhält man eine Rotverschiebung für Ionen, die sich in Richtung des Strahls bewegen. Zum Dopplerkühlen wird die Laserfrequenz so gewählt, dass das Licht gegenüber der Resonanz etwas rotverstimmt ist, das heißt $\omega_L < \omega_0$. Für ein Ion, das sich entgegen dem Laserstrahl bewegt, ist die Laserfrequenz zur Resonanz hin verschoben, während sich in der anderen Bewegungsrichtung eine zusätzliche Rotverstimmung ergibt. Ein Photon wird also wahrscheinlicher absorbiert, wenn es sich entgegengesetzt zum Ion bewegt. Bei der Absorption wird das Ion angeregt und der Impuls des Photons auf das Ion übertragen. Ist die Flugrichtung des Ions entgegen der des Photons, so wird das Ion dadurch abgebremst. Wenn es durch spontane Emission wieder in den Grundzustand zurückfällt, dann wird das Photon in eine zufällige Richtung ausgesendet. Im Mittel ist daher der Impulsübertrag auf das Ion bei der spontanen Emission Null. Aus der Impulsbilanz vieler Emissions-Absorptions-Prozesse folgt also, dass ein Ion, das sich entgegen der Ausbreitungsrichtung des Lasers bewegt, im Mittel abgebremst wird.

Ein Ion in einem Fallenpotential kann mit Hilfe eines einzigen Laserstrahls in allen drei Schwingungsrichtungen gekühlt werden. Voraussetzung dafür ist, dass der einfallende Strahl weder zur axialen noch zu den beiden radialen Richtungen senkrecht steht.

Prinzipiell eignen sich zum Dopplerkühlen besonders gut Übergänge, die eine kurze Lebensdauer besitzen, da dies eine hohe Kühlrate bewirkt. Allerdings kann mit dieser Methode nicht bis in den Grundzustand der Bewegung gekühlt werden. Sowohl die Absorption als auch die Emission eines Photons stellt einen zufallsbehafteten Prozess dar. Dadurch ergeben sich Heizeffekte. Eine genauere Beschreibung dieses Sachverhalts ist in [35] zu finden. Mit Dopplerkühlen können deshalb nicht beliebig tiefe Temperaturen erreicht werden. Die niedrigste mögliche Temperatur ist erreicht, wenn Gleichgewicht zwischen Heizen und Kühlen herrscht. Nimmt man ein Zwei-Niveau-System an, so erhält man für dieses sogenannte Dopplerlimit T_{min} folgende Proportionalität [36]:

$$T_{min} \sim \Gamma \sqrt{1 + 2(|\Omega|^2 / \Gamma^2) \cos^2 \Theta} .$$

Dabei ist Γ die Linienbreite, Ω die Rabi-Frequenz der Laserkopplung und Θ der Winkel zwischen Laserstrahl und betrachteter Achse.

Um tatsächlich in den Grundzustand der Bewegung zu kühlen, sind experimentell aufwändigere Techniken erforderlich. In unseren Experimenten realisieren wir dies durch Seitenbandkühlen. Dafür ist es allerdings notwendig, dass die Bewegungsseitenbänder spektroskopisch aufgelöst werden können. Somit kommen zum Seitenbandkühlen nur Übergänge mit einer Linienbreite $\Gamma \gg \omega$ in Frage. Eine andere Methode ist das sogenannte EIT⁷-Kühlen [37, 38], auf welches im Rahmen dieser Diplomarbeit aber nicht näher eingegangen werden soll.

4.3.2 Seitenbandkühlen

Für das Seitenbandkühlen ist es von Vorteil, wenn sich das Ion bereits im Lamb-Dicke Regime befindet. In unserem Fall wird das Ion zunächst mittels Dopplerkühlen in dieses Regime gebracht. Anschließend wird es durch Seitenbandkühlen in den Grundzustand der Bewegung überführt. Im Folgenden wollen wir also annehmen, dass das Seitenbandkühlen stets innerhalb des Lamb-Dicke Regimes gestartet wird.

Das Grundprinzip dieser Technik ist in Abbildung 4.4 schematisch dargestellt.

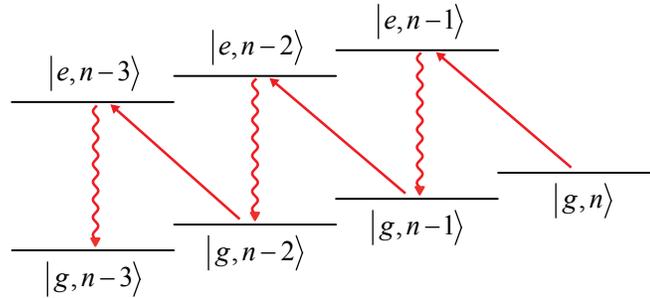


Abbildung 4.4: Seitenbandkühlen.

Wir betrachten einen Übergang auf dem ersten RSB, das heißt es wird Laserlicht mit einer Verstimmung $\delta = -\omega$ eingestrahlt. Ein Ion, das sich anfangs im Zustand $|g, n\rangle$ befindet, geht dabei in den Zustand $|e, n-1\rangle$ über. Es wird also ein Phonon vernichtet und dadurch die kinetische Energie des Ions um $\hbar\omega$ verringert. Findet nun ein spontaner Zerfall dieses angeregten Niveaus statt, so endet das Ion in der Regel im Zustand $|g, n-1\rangle$, da innerhalb des Lamb-Dicke Regimes der Bewegungszustand des Ions bei einem spontanen Zerfall meistens unverändert bleibt. Wird dieser Kühlzyklus genügend oft wiederholt, so erreicht man den Grundzustand der Bewegung.

Die Kühlrate ist laut [35] gegeben durch

$$R_n = \Gamma \frac{(\eta\sqrt{n}\Omega)^2}{2(\eta\sqrt{n}\Omega)^2 + \Gamma^2} .$$

⁷Abkürzung für electromagnetically induced transparency.

Sie hängt also von der jeweiligen Phononenzahl n ab. Eine weitere wichtige Größe ist die niedrigste mittlere Phononenzahl \bar{n}_{min} , die mittels Seitenbandkühlen erreicht werden kann. Obwohl die Rabi-Frequenzen für eine nicht-resonante Anregung des Trägers oder des ersten blauen Seitenbandes sehr viel kleiner als $|\delta|$ sind, können diese insbesondere im Lamb-Dicke Regime nicht vollständig vernachlässigt werden. Dadurch kann das Ion aus dem Grundzustand der Bewegung geheizt werden. Werden diese Prozesse berücksichtigt, so erhält man [23]:

$$\bar{n}_{min} \approx \frac{\Gamma^2}{4\omega^2} \left\{ \left(\frac{\tilde{\eta}}{\eta} \right)^2 + \frac{1}{4} \right\} . \quad (4.30)$$

Dabei ist η der Lamb-Dicke Parameter für die stimulierte Absorption eines Photons und $\tilde{\eta}$ für die spontane Emission eines Photons. Diese beiden Prozesse haben unterschiedliche Lamb-Dicke Parameter, da die spontane Emission eines Photons in eine beliebige Richtung erfolgen kann. Dagegen werden bei der stimulierten Absorption nur Photonen aufgenommen, die sich in Richtung des Wellenvektors des Laserstrahls bewegen. Aus Gleichung (4.30) folgt, dass für $\Gamma \ll \omega$ das Ion mit großer Wahrscheinlichkeit in den Grundzustand der Bewegung gekühlt werden kann.

Wenn die Lebensdauer des angeregten Zustands sehr lang ist, so kann es hilfreich sein, mit einem zusätzlichen Laser in ein anderes, schneller zerfallendes Niveau zu pumpen. Voraussetzung dabei ist nur, dass dieses Niveau in den gleichen Zustand zerfällt, so dass der Kühlzyklus nicht verlassen wird.

Natürlich kann in analoger Weise das Ion auch geheizt werden. Dazu wird die Wellenlänge des Lasers so gewählt, dass Übergänge auf dem ersten BSB stattfinden, die Verstimmung ist also $\delta = \omega$. Ein Ion, das sich anfänglich im Zustand $|g, n\rangle$ befindet, geht dadurch in den Zustand $|e, n+1\rangle$ über. Bei diesem Prozess wird somit jeweils ein Phonon erzeugt.

5 Kalziumionen für Qubits

In den vorigen Kapiteln haben wir gesehen, dass Ionen in einer Falle gefangen werden können und ihr Quantenzustand mit Hilfe von Laserlicht verändert werden kann. Ein geeignetes Element für solche Experimente ist Kalzium, da sein Levelschema die Implementierung und Manipulation von Qubits erlaubt. Außerdem sind für alle benötigten Wellenlängen kommerzielle Lasersysteme erhältlich.

Das Erdalkalimetall Kalzium besitzt sechs stabile Isotope, deren Massenzahl zwischen 40u und 48u liegt. In der Natur ist ^{40}Ca mit fast 97% am häufigsten vertreten. Die Elektronenkonfiguration von Kalzium lautet $[\text{Ar}] 4s^2$. Alle stabilen Isotope haben Kernspin Null mit Ausnahme von ^{43}Ca , welches den Kernspin $I = 7/2$ besitzt.

In unseren Experimenten verwenden wir $^{40}\text{Ca}^+$ -Ionen. Ein solches Ion erhalten wir durch zweistufige Photoionisation eines neutralen Kalziumatoms. Diese Methode wird im ersten Abschnitt dieses Kapitels erläutert. Anhand des Levelschemas von $^{40}\text{Ca}^+$ wollen wir dann alle relevanten optischen Übergänge beschreiben. Schließlich sollen noch mehrere Möglichkeiten verglichen werden, wie Qubits in Kalzium implementiert werden können. Dabei wollen wir begründen, warum wir uns für das Spinqubit entschieden haben.

5.1 Zweistufige Photoionisation

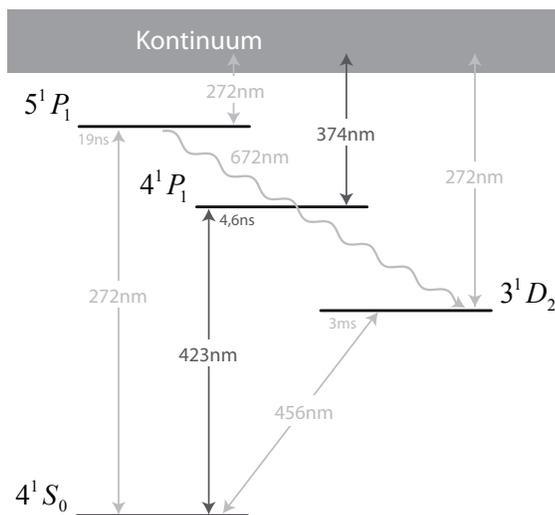
Es gibt verschiedene Verfahren, wie Kalzium ionisiert werden kann. Eine Methode ist die sogenannte Elektronenstoßionisation. Dabei werden neutrale Kalziumatome einfach mit Elektronen beschossen und dadurch ionisiert. Die Elektronenstoßionisation findet inzwischen kaum noch Anwendung. Geeigneter ist ein optisches Verfahren, wobei das Kalziumatom in zwei Stufen ionisiert wird. Diese Methode soll im Folgenden beschrieben werden.

In Abbildung 5.1 ist das Levelschema eines neutralen ^{40}Ca -Atoms dargestellt. Bei den angeregten Niveaus sind zusätzlich die Lebensdauern angegeben.

Zunächst wird das Atom mit einem Laser der Wellenlänge 423nm ⁸ vom Grundzustand 4^1S_0 in den Zustand 4^1P_1 angeregt. Von diesem Zwischenniveau aus erfolgt die Ionisation, falls Laserlicht mit einer Wellenlänge $\lambda < 389\text{nm}$ eingestrahlt wird. In unserem Fall werden die Ionen mit diesem Verfahren erzeugt, wobei für den zweiten Schritt ein Laser der Wellenlänge 374nm verwendet wird.

Eine solche zweistufige Photoionisation hat mehrere Vorteile gegenüber der Elektronenstoßionisation [39]. Prinzipiell sind Elektronen im Fallenbereich unerwünscht, da sie isolierende Materialien aufladen können und dadurch die Experimente beeinträchtigen. Außerdem ist eine

⁸In dieser Diplomarbeit werden alle Wellenlängen im Vakuum angegeben.

Abbildung 5.1: Levelschema von ^{40}Ca .

zweistufige Photoionisation isotopenselektiv, das heißt nur das gewünschte Isotop wird tatsächlich ionisiert. Dies ist übrigens auch der Grund, weshalb man für die Ionisierung nicht nur einen Laser genügend kurzer Wellenlänge verwendet. Eine direkte Ionisierung durch einen Einphotonen-Prozess wäre nicht isotopenselektiv. Des weiteren ist eine zweistufige Photoionisation sehr viel effizienter als die Elektronenstoßionisation.

5.2 Optische Übergänge in $^{40}\text{Ca}^+$

In Abbildung 5.2 ist das Levelschema eines $^{40}\text{Ca}^+$ -Ions mit allen relevanten Energieniveaus, Übergängen und Lebensdauern dargestellt. Der Dipolübergang vom Grundzustand $S_{1/2}$ in den angeregten Zustand $P_{1/2}$ besitzt mit $\Gamma = 2\pi \cdot 22,3\text{MHz}$ eine relativ große natürliche Linienbreite. Laut Gleichung (4.29) ergibt sich daraus eine hohe Streurrate. Das ausgesendete Fluoreszenzlicht ermöglicht den Nachweis eines gefangenen Ions mit Hilfe einer Kamera oder eines Photomultiplifiers. Außerdem spielt der Übergang eine wichtige Rolle bei der Zustandspräparation und -detektion.

Der Laser bei 397nm kann aber nicht zum Seitenbandkühlen benutzt werden. Die axialen und radialen Fallenfrequenzen sind normalerweise in der Größenordnung von 1 bis 2MHz, also sehr viel kleiner als die natürliche Linienbreite dieses Übergangs. Deshalb ist es nicht möglich, Bewegungsseitenbänder aufzulösen. Da der $S_{1/2} \leftrightarrow P_{1/2}$ -Übergang aber eine sehr hohe Streurrate hat, eignet er sich hervorragend zum Dopplerkühlen. Dazu wird der Laser bei 397nm geringfügig rot verstimmt bezüglich der Resonanz ($\omega_L < \omega_0$). Um effektiv gekühlt zu werden, sollte sich das Ion immer entweder im Grundzustand $S_{1/2}$ oder im angeregten Zustand $P_{1/2}$ befinden. Wie man aus Tabelle 5.1 entnehmen kann, ist aus dem Zustand $P_{1/2}$ aber auch Zerfall

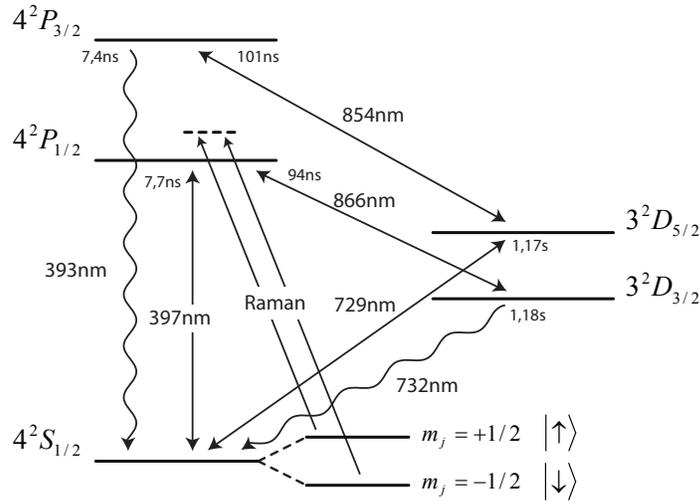


Abbildung 5.2: Levelschema von $^{40}\text{Ca}^+$: Geschweifte Pfeile kennzeichnen Übergänge für die kein Lasersystem vorhanden ist.

in den metastabilen Zustand $D_{3/2}$ möglich. Etwa sechs Prozent aller Zerfälle enden im Zustand $D_{3/2}$. In diesen Fällen würde das Ion für die Lebensdauer des Niveaus $D_{3/2}$ (1,18s) nicht gekühlt werden. Um dies zu verhindern, wird Laserlicht bei 866nm eingestrahlt. Durch diesen Rückpumpplaser wird das Ion aus dem metastabilen Zustand $D_{3/2}$ zurück in den Zustand $P_{1/2}$ angeregt und der Kühlzyklus somit wieder geschlossen. Die optimale Wellenlänge des Rückpumpplasers kann durch Maximieren der Fluoreszenz auf dem Dipolübergang herausgefunden werden.

$\frac{P_{1/2} \rightarrow S_{1/2}}{P_{1/2} \rightarrow D_{3/2}}$	$\frac{P_{3/2} \rightarrow S_{1/2}}{P_{3/2} \rightarrow D_{3/2}}$	$\frac{P_{3/2} \rightarrow S_{1/2}}{P_{3/2} \rightarrow D_{5/2}}$
15,88	150,8	17,6

Tabelle 5.1: Verzweigungsverhältnisse für Zerfälle aus den P-Niveaus [35].

Analog ist es für viele Anwendungen nötig, die Lebensdauer des metastabilen Niveaus $D_{5/2}$ künstlich zu verkürzen. Der Zustand $D_{5/2}$ hat eine Lebensdauer von 1,17s. Man kann aber den Zerfall in den Grundzustand $S_{1/2}$ mit Hilfe eines Lasers bei 854nm beschleunigen. Bei dieser Wellenlänge erfolgt eine Anregung aus dem Zustand $D_{5/2}$ nach $P_{3/2}$. Da dieser Übergang eine Lebensdauer von nur 7,4ns besitzt, erfolgt von dort sehr schnell ein Übergang in den Grundzustand $S_{1/2}$. Im Folgenden wollen wir den Laser bei 854nm auch als Quenching-Laser bezeichnen.

Auf dem Quadrupolübergang vom Grundzustand $S_{1/2}$ in den angeregten Zustand $D_{5/2}$ können Seitenbänder aufgelöst werden. Hier ist die natürliche Linienbreite mit $\Gamma = 2\pi \cdot 0,2\text{Hz}$

deutlich kleiner als die üblichen axialen und radialen Fallenfrequenzen. Der Übergang bei 729nm wird deshalb unter anderem zu Spektroskopiezwecken und zum Seitenbandkühlen verwendet.

Wenn man ein Magnetfeld anlegt, so spaltet sich jeder Zustand aufgrund des Zeeman-Effekts in $(2j + 1)$ Unterniveaus auf, wobei j die Quantenzahl des Gesamtdrehimpulses ist. Die Energieverschiebung ΔE bezüglich des nicht aufgespalteten Niveaus hängt von der Stärke des Magnetfeldes B ab und ist gegeben durch

$$\Delta E = g_j m_j \mu_B B .$$

Dabei ist m_j die magnetische Quantenzahl, g_j der Landé-Faktor und μ_B das Bohrsche Magneton. Die Berechnung von g_j liefert für $^{40}\text{Ca}^+$ die nachfolgend aufgelisteten Werte.

	$S_{1/2}$	$P_{1/2}$	$P_{3/2}$	$D_{3/2}$	$D_{5/2}$
g_j	2	2/3	4/3	4/5	6/5

Tabelle 5.2: Landé-Faktor für alle relevanten Niveaus des $^{40}\text{Ca}^+$ -Ions [36].

Bei einem Quadrupolübergang muss die Änderung $\Delta m = m_{j'} - m_j$ der magnetischen Quantenzahl im Bereich $|\Delta m| \leq 2$ liegen, ansonsten ist der Übergang verboten. Diese Auswahlregel erlaubt zehn verschiedene Übergänge zwischen den zwei Zeeman-Niveaus des Grundzustands $S_{1/2}$ und den sechs Zeeman-Niveaus des Zustands $D_{5/2}$. Die verschiedenen Übergänge haben allerdings unterschiedliche Kopplungsmatrixelemente. In Abbildung 5.3 sind die zehn möglichen Übergänge und ihre maximale relative Linienstärke dargestellt. Die relative Linienstärke ist geometrieabhängig. Sie kann durch zwei Winkel variiert werden. Zum einen durch den Winkel ϕ zwischen dem Laserstrahl und dem Magnetfeld und zum anderen durch den Winkel γ zwischen der Polarisation $\vec{\varepsilon}$ und der Projektion des Magnetfeldvektors auf die Einfallsebene. Eine detaillierte Beschreibung dieser Geometrieabhängigkeit ist in [35, 40] zu finden.

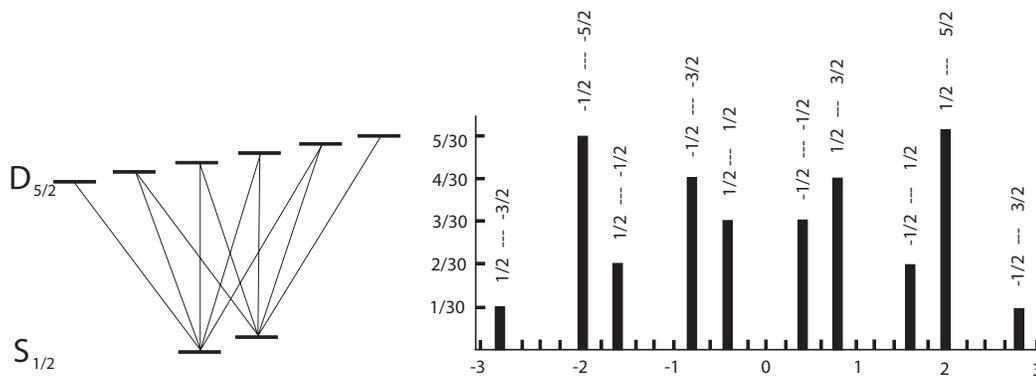


Abbildung 5.3: Maximale relative Linienstärke der zehn möglichen Übergänge zwischen den Zeeman-Niveaus des $S_{1/2} \leftrightarrow D_{5/2}$ Quadrupolübergangs [35]. Auf der Abszisse ist die Energiedifferenz zwischen den Zeeman-aufgespaltenen Übergängen und dem Übergang ohne Magnetfeld in Einheiten von $\mu_B B / \hbar$ dargestellt.

Betrachten wir nun den Einfluss eines Magnetfeldes auf den Dipolübergang von $S_{1/2}$ nach $P_{1/2}$. Zwischen den jeweils zwei Zeeman-Niveaus dieser beiden Zustände können prinzipiell vier verschiedene Übergänge ablaufen. Durch geschickte Wahl der Geometrie kann aber auch hier erreicht werden, dass nur gewisse Übergänge angeregt werden können und die anderen verboten sind. Im Folgenden sollen zwei wichtige Spezialfälle angegeben werden:

- Wird rechtzirkular polarisiertes Licht (σ^+) mit $\vec{k} \parallel \vec{B}$ eingestrahlt, dann wird nur der Übergang mit $\Delta m = +1$ getrieben.
- Wird linkszirkular polarisiertes Licht (σ^-) mit $\vec{k} \parallel \vec{B}$ eingestrahlt, dann wird nur der Übergang mit $\Delta m = -1$ getrieben.

5.3 Implementierung von Qubits in Kalzium

Es gibt verschiedene Möglichkeiten, Qubits in einfach positiv geladenen Kalziumionen zu realisieren. Für die im Rahmen dieser Diplomarbeit durchgeführten Experimente benutzen wir zu diesem Zweck die beiden Zeeman-Niveaus des Grundzustands $S_{1/2}$ eines $^{40}\text{Ca}^+$ -Ions. Die beiden Basiszustände dieses Spinqubits sind also gegeben durch $|S_{1/2}, m_j = +1/2\rangle \equiv |\uparrow\rangle$ und $|S_{1/2}, m_j = -1/2\rangle \equiv |\downarrow\rangle$. Kohärente Manipulationen werden mittels eines Raman-Übergangs durchgeführt. Dieser wird durch zwei Laserstrahlen realisiert, deren Wellenlänge nahe der Resonanz des Dipolübergangs $S_{1/2} \leftrightarrow P_{1/2}$ liegt. Wenn wir die Notation von Abbildung 4.2 verwenden, so entspricht also das Niveau $P_{1/2}$ dem angeregten Zustand $|2\rangle$. Die Raman-Verstimmung Δ_R von der Resonanz des Übergangs $S_{1/2} \leftrightarrow P_{1/2}$ ist in unseren Experimenten üblicherweise im Bereich mehrerer GHz, während die Zeeman-Aufspaltung der beiden Zustände $S_{1/2}$ und $P_{1/2}$ jeweils nur einige MHz beträgt. Für alle möglichen Kombinationen von Zeeman-Niveaus der beteiligten Zustände kann Δ_R deshalb als konstant angenommen werden.

Die Verwendung eines Raman-Übergangs für Quantenoperationen hat mehrere Vorteile [41]:

- Bei großen Strahlintensitäten und kleinen Verstimmungen werden große Rabi-Frequenzen erreicht (siehe Gleichung (4.25)). Somit können schnelle Quantenoperationen durchgeführt werden.
- Der Lamb-Dicke Parameter η kann abhängig von der Strahlgeometrie variiert werden. Prinzipiell sind bei einem solchen UV-Raman-Übergang relativ hohe Werte für η realisierbar.
- Die Laserquelle braucht nicht ultrastabil zu sein. Bei einem Raman-System ist ausschließlich eine hohe relative Frequenzstabilität der beiden Einzelstrahlen wichtig. Dies ist gewährleistet, wenn beide Strahlen von einer gemeinsamen Quelle erzeugt werden. Im Experiment wird deshalb ein Laser verwendet, dessen Licht dann in die beiden Raman-Strahlen aufgeteilt wird. Die absolute Frequenzstabilität dieses Lasers ist nicht entscheidend.

- Die Lebensdauer des Zustands $|\uparrow\rangle$ ist praktisch unendlich, da $|\uparrow\rangle$ und $|\downarrow\rangle$ Zeeman-Niveaus des Grundzustands sind. Das heißt, bei der Durchführung von Quantenoperationen ist der Fehler durch spontane Emission aus dem Zustand $|\uparrow\rangle$ vernachlässigbar.

Eine typische experimentelle Sequenz besteht aus mehreren Schritten. Zunächst wird das Ion dopplergekühlt. Anschließend wird es durch Seitenbandkühlen in den Grundzustand der Bewegung gebracht. Danach wird das Qubit initialisiert und es werden kohärente Manipulationen auf dem Raman-Übergang durchgeführt. Schließlich wird der Quantenzustand ausgelesen.

Ein Nachteil des Spinqubits ist, dass es nicht direkt ausgelesen werden kann. Zwischen $|\uparrow\rangle$ und $|\downarrow\rangle$ kann nicht direkt unterschieden werden, da beide Zustände Photonen bei 397nm streuen können. Daher muss zunächst die gesamte Population aus dem Zustand $|\uparrow\rangle$ in das $D_{5/2}$ -Niveau transferiert werden. Erst danach erfolgt die Auslese durch Messung des Fluoreszenzlichts auf dem Dipolübergang bei 397nm. Ist das Ion dunkel, so liegt der Zustand $D_{5/2}$ vor. Dadurch wird indirekt der Zustand $|\uparrow\rangle$ nachgewiesen. Wird dagegen Fluoreszenzlicht detektiert, so befindet sich das Ion im Zustand $|\downarrow\rangle$. Nach einem Laserpuls bei 854nm kann die Sequenz wiederholt werden. Üblicherweise werden 50 oder 100 Zyklen durchgeführt und somit kann das Spinqubit probabilistisch ausgelesen werden.

Ein weiteres Problem sind Intensitätsschwankungen des Raman-Lasers, die sich auf die Rabi-Frequenz auswirken und außerdem Magnetfeldschwankungen, da das Spinqubit sehr empfindlich darauf reagiert. Beides verursacht Dekohärenz. Daher wird in unserem Fall sowohl das Magnetfeld als auch die Intensität der Laserquelle aktiv stabilisiert. Dekohärenz aufgrund von Magnetfeldschwankungen könnte prinzipiell vermieden werden, wenn man zwei physikalische Qubits (Ionen) zur Implementierung eines logischen Qubits verwenden würde [42, 43, 44, 45]. Betrachten wir dazu die beiden Bell-Zustände $|\Psi^\pm\rangle = (|\uparrow\downarrow\rangle \pm |\downarrow\uparrow\rangle) / \sqrt{2}$. Die einzelnen Komponenten dieser Superpositionen haben dieselbe Energie und sind daher unempfindlich gegenüber Magnetfeldfluktuationen, die beide Ionen in gleichem Maße betreffen. Beide Zustände zusammen spannen einen zweidimensionalen, dekohärenzfreien Unterraum auf, der zur Implementierung eines logischen Qubits verwendet werden kann.

Eine weitere Möglichkeit zur Realisierung eines Qubits in $^{40}\text{Ca}^+$ ist durch den Grundzustand $S_{1/2} \equiv |0\rangle$ und den metastabilen Zustand $D_{5/2} \equiv |1\rangle$ gegeben. In diesem Zusammenhang spricht man oft auch von optischen Qubits. Kohärente Manipulationen werden auf dem Quadrupolübergang bei 729nm durchgeführt. Ausgelesen wird das Qubit hier direkt durch Messung des Fluoreszenzlichts auf dem Dipolübergang bei 397nm. Ein dunkles Ion entspricht dem Zustand $|1\rangle$ und ein helles Ion dem Zustand $|0\rangle$. Dieser Ansatz hat aber gewisse Nachteile. Durch mangelnde Phasenstabilität des Lasers bei 729nm und Magnetfeldfluktuationen wird Dekohärenz hervorgerufen. Es ist also eine ultrastabile Laserquelle erforderlich. Außerdem ist hier der erreichbare Lamb-Dicke Parameter η relativ klein, verglichen zu einem UV-Raman-Übergang.

Wenn man $^{43}\text{Ca}^+$ verwendet, so ergibt sich noch eine weitere Option. Nur dieses Kalziumisotop hat einen von Null verschiedenen Kernspin und besitzt deshalb eine Hyperfeinstrukturaufspaltung. Diese kann dazu ausgenutzt werden, ein Qubit zu realisieren [46]. Dazu werden die beiden Niveaus $S_{1/2}(F=4, m_F=0)$ und $S_{1/2}(F=3, m_F=0)$ verwendet. Für niedrige Magnetfelder sind diese Zustände unempfindlich bezüglich des linearen Zeeman-Effekts und deshalb als Informationsträger interessant. Für kohärente Manipulationen kann auch hier ein

Raman-Übergang verwendet werden. Allerdings beträgt die Hyperfeinstrukturaufspaltung der beiden Niveaus mehrere GHz und es werden deshalb akusto-optische Modulatoren (AOMs) großer Bandbreite benötigt. Bei dem von uns verwendeten Spinqubit ist die Frequenzaufspaltung lediglich einige MHz und es können deshalb effizientere AOMs eingesetzt werden. Die Funktionsweise eines solchen Bauteils wird in Abschnitt 6.5.1 näher beschrieben. Ein weiterer Nachteil des Hyperfein-Qubits ist, dass aufgrund der Komplexität des Levelschemas von $^{43}\text{Ca}^+$, der experimentelle Aufwand deutlich höher ist.

6 Aufbau des Mikrofallenexperiments

Wenn eine Paul-Falle in eine Vakuumkammer eingebaut ist, so sind die gefangenen Ionen hervorragend von der Umgebung isoliert. Durch die kontrollierte Wechselwirkung mit Laserlicht können Quantenoperationen an diesen Ionen durchgeführt werden.

In diesem Kapitel soll der Aufbau des Experiments beschrieben werden. Dazu soll zunächst auf die von uns verwendete mikrostrukturierte, segmentierte Ionenfalle und im Anschluss daran auf die Vakuumkammer eingegangen werden. Der dritte Abschnitt handelt vom Detektions-system inklusive der Abbildungsoptik, während im vierten Abschnitt eine Beschreibung der vorhandenen Lasersysteme und der Wellenlängenmessung erfolgt. Danach wird der optische Aufbau näher erläutert. Zum Schluss des Kapitels wird dann noch auf die Experimentsteuerung eingegangen.

6.1 Segmentierte Mikrofalle

Für unsere Experimente verwenden wir eine segmentierte, mikrostrukturierte Paul-Falle, welche in Ulm entwickelt wurde. Sie ist detailliert in [47, 48] beschrieben. Ihr Aufbau ist schematisch in Abbildung 6.1 dargestellt.

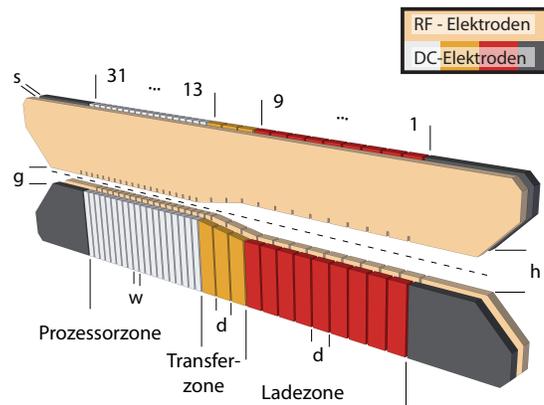


Abbildung 6.1: Schematische Darstellung der segmentierten Mikrofalle.

Die Radiofrequenz wird an den durchgezogenen Elektroden angelegt, während die kleinen Segmente für Gleichspannungen vorgesehen sind. Die RF-Elektroden erstrecken sich über die gesamte Länge der Falle, während die DC-Elektroden in axialer Richtung $30\mu\text{m}$ voneinan-

der getrennt sind. Symmetrisch zur Position dieser Lücken besitzen auch die RF-Elektroden kleine Aussparungen, um das RF-Feld in axialer Richtung wieder zu glätten. Es gibt drei Fallenregionen, die durch unterschiedliche Elektrodengrößen und -abstände gekennzeichnet sind. Innerhalb der Ladezone beträgt die Fallenschlitzbreite $h = 500\mu\text{m}$. In der anderen Richtung ist der Abstand zwischen den Elektroden $s = 125\mu\text{m}$. Das Verhältnis von h zu s ist also 4:1. Die DC-Segmente haben hier eine Breite von $d = 250\mu\text{m}$. In der sogenannten Prozessorzone ist der Fallenschlitz dagegen nur $g = 250\mu\text{m}$ groß, das heißt $g = 2s$. Außerdem sind die DC-Segmente dort lediglich $w = 100\mu\text{m}$ breit. Zwischen der Lade- und Prozessorzone befindet sich eine Übergangsregion, die sogenannte Transferzone. In ihr wird der Fallenschlitz linear von $500\mu\text{m}$ auf $250\mu\text{m}$ reduziert, wobei die Breite der DC-Segmente gleich wie in der Ladezone ist. Insgesamt stehen 2×31 individuell ansteuerbare DC-Elektroden zur Verfügung. Durch Anlegen geeigneter Spannungsrampen können die Ionen zwischen den verschiedenen Regionen hin und her transportiert werden. Simulationen und erste Experimente dazu wurden bereits durchgeführt [49, 24].

Die RF-Elektroden werden üblicherweise bei einer Spannung von bis zu $300V_{PP}$ mit einer Frequenz von $\Omega_{RF} = 2\pi \cdot 24,8\text{MHz}$ betrieben. Das RF-Signal wird von einem Frequenzgenerator erzeugt, anschließend verstärkt und zu einem Koaxial-Resonator (Topfkreis) weitergeleitet, der die Amplitude nochmals erhöht, so dass das gewünschte Level erreicht wird. Der Topfkreis befindet sich direkt auf dem Deckel der Vakuumkammer. Er besteht im Wesentlichen aus einer Kupferhelix, die sich im Inneren eines Kupferrohres befindet. Sind die Abmessungen richtig gewählt, so liegt die Resonanz bei der gewünschten Frequenz. Weitere Details können in [50] nachgelesen werden. Die RF-Amplitude nach dem Topfkreis kann über einen kapazitiven Teiler mit Hilfe eines Oszilloskops überwacht werden.

Zum Fangen wird an einem DC-Segmentpaar der Ladezone eine Spannung von etwa $-6V$ angelegt, während alle anderen DC-Segmente auf Masse liegen. Simulationen des radialen und axialen Einschlusses sind in [47] zu finden. Das zum Fangen benutzte Segmentpaar dient auch zur Kompensation der Mikrobewegung. Hierfür wird zusätzlich eine Spannungsdifferenz an diese beiden Elektroden angelegt. Abhängig von der Größe der Spannungsdifferenz kann das DC-Fallenminimum relativ zum RF-Fallenminimum verschoben werden. Die bestmögliche Konfiguration ist erreicht, wenn das Fluoreszenzverhalten des Ions optimal ist. Natürlich kann durch diese Methode nur in einer Dimension kompensiert werden. Bei den genannten Betriebsparametern wird eine axiale Schwingungsfrequenz von $\omega_{ax} = 2\pi \cdot 1,35\text{MHz}$ gemessen. Die Frequenz der radialen Schwingungsmoden ist $\omega_{rad}^{x,y} = 2\pi \cdot \{2,0; 3,5\}\text{MHz}$.

6.2 UHV-Vakuumkammer

Um die Wechselwirkung der gefangenen Ionen mit anderen Atomen so gut wie möglich zu verhindern, werden unsere Experimente im Ultrahochvakuum (UHV) durchgeführt. In Abbildung 6.2 ist die von uns verwendete Vakuumkammer schematisch dargestellt. Darin herrscht üblicherweise ein Druck von $3 \cdot 10^{-10}\text{mbar}$, welcher durch eine Ionengetterpumpe⁹ und eine

⁹VacIon Plus 75 der Firma Varian, Inc., Palo Alto, USA.

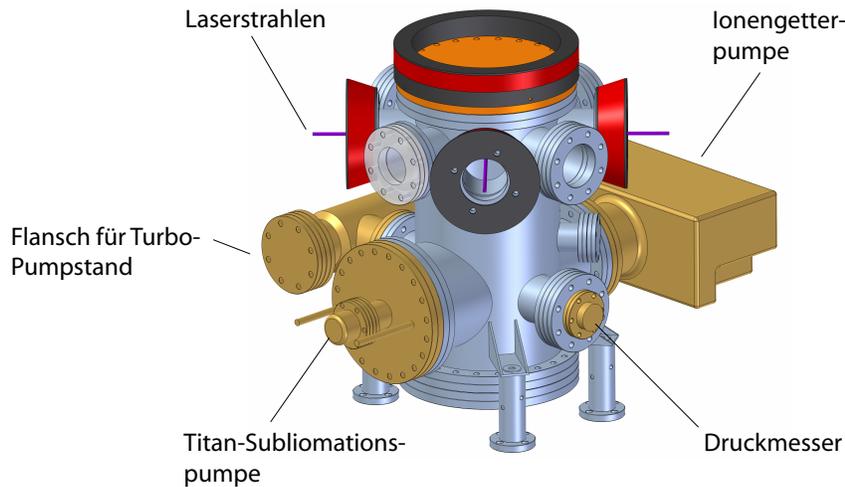


Abbildung 6.2: Vakuumkammer.

Titan-Sublimationspumpe¹⁰ aufrechterhalten wird und mit einem Druckmesser überwacht werden kann. Außerdem ist an der Kammer ein Ventil vorhanden, an dem ein Turbo-Pumpstand angeflanscht werden kann.

Der Chipträger inklusive der Mikrofalle ist direkt am Deckel der Vakuumkammer auf einem passenden Gegenstück, einer sogenannten PCB¹¹-Platine befestigt. Diese ist so gefertigt, dass die Pins des Fallenchips mit Goldleiterbahnen auf der Platine Kontakt haben. Sämtliche Fallenspannungen werden außerhalb der Kammer erzeugt und über spezielle Durchführungen am Deckelflansch zu den Goldleiterbahnen auf der PCB-Platine weitergeleitet. Die 62 DC-Spannungsleitungen sind direkt auf der Platine mit Tiefpässen bestückt, die mit einer Grenzfrequenz von ungefähr 10MHz die induzierte RF-Wechselspannung von den DC-Elektroden filtern.

Der optische Zugang zur Falle ist durch acht Fenster möglich, welche für die relevanten Wellenlängen antireflexbeschichtet sind. Drei dieser sogenannten Viewports sind invertiert. Durch ihre Becherform ragen sie weit in die Kammer hinein und es ist so möglich, optische Elemente näher am Ion zu positionieren. Dies ist insbesondere für die Abbildungsoptik nützlich.

Außerhalb der Vakuumkammer sind insgesamt fünf Kupferspulen in jeder Raunrichtung angebracht. In Abbildung 6.2 sind diese rot gekennzeichnet. Sie werden benutzt, um ein Magnetfeld am Ort des Ions zu erzeugen. Durch die Wahl des Spulenstroms kann die Stärke des Magnetfeldes und der daraus resultierenden Zeeman-Aufspaltung eingestellt werden.

Als Quelle neutraler Kalziumatome dient ein Ofen, der einen kollimierten Atomstrahl erzeugt [51]. Die Spannungsversorgung für den Ofen befindet sich außerhalb der Vakuumkammer, das heißt die Stromzufuhr erfolgt über entsprechende Vakuumdurchführungen. Der Ofen wird im Normalfall bei 3,2A betrieben und die Laderate beträgt dann etwa ein Ion pro Minute.

¹⁰TSP der Firma Varian, Inc., Palo Alto, USA.

¹¹Abkürzung für printed circuit board.

Um Magnetfeldfluktuationen aufgrund von Schwankungen des Ofenstroms zu verhindern, wird dieser mit Hilfe eines Tiefpasses stabilisiert.

In unserer Kammer stehen prinzipiell zwei Kalziumöfen zur Verfügung, die unterschiedlich ausgerichtet sind. Zur Verdeutlichung ist in Abbildung 6.3 die Mikrofalle mit den Öfen dargestellt. Im Normalbetrieb wird aber nur einer der Öfen benutzt.

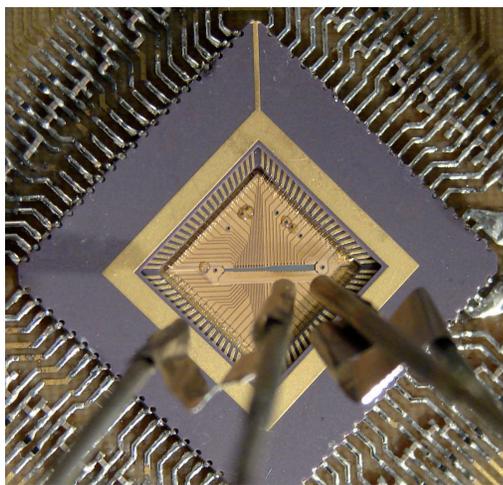


Abbildung 6.3: Foto der Mikrofalle in der Vakuummkammer: Die Falle befindet sich auf einem Chipträger, der wiederum auf einer PCB-Platine befestigt ist. Im Vordergrund sind die beiden Öfen zu erkennen.

6.3 Detektion der Fluoreszenz einzelner Ionen

Der Nachweis des Ions und die Auslese seines Quantenzustandes erfolgt durch Fluoreszenz auf dem Dipolübergang bei 397nm. Das Licht wird mit einem Objektiv gesammelt, dessen Brennweite 66,8mm ist und das eine numerische Apertur von 0,27 besitzt. Der Öffnungsdurchmesser beträgt lediglich 38mm. Um dennoch einen großen Raumwinkel abzudecken, sollte der Abstand zum Ion so gering wie möglich sein. Das Objektiv ist deshalb so platziert, dass es weit in einen invertierten Viewport hineinragt. Die resultierende Abbildung ist um den Faktor 20 vergrößert. Mit Hilfe eines x-y-z-Verschiebetisches kann das Objektiv bewegt werden und so ist es möglich, eine Positionsänderung des Ions ausgleichen.

Nach dem Objektiv befindet sich ein Strahlteiler, der 20 % des Lichts transmittiert. Dieser Teilstrahl wird dazu verwendet, ein Bild mit einer EMCCD-Kamera¹² zu erzeugen. Die reflektierten 80% des Lichts werden zu einem Photomultiplier weitergeleitet. Sowohl vor der Kamera als auch vor dem Photomultiplier befindet sich ein optischer Bandpassfilter¹³, der unerwünsch-

¹²iXon DV860-BI der Firma Andor Technology, Belfast. Die Abkürzung EMCCD steht für electron multiplying charge-coupled device.

¹³SEM-FF01-395/11-25 der Firma Laser 2000 GmbH, Wessling.

te Wellenlängen weitgehend herausfiltert, während seine Transmission bei 397nm hervorragend ist.

Die Kamera dient zur schnellen und eindeutigen Prüfung des Ladezustandes der Falle. Ist ein Ion gefangen, so wird eingestrahktes Laserlicht bei 397nm gestreut und im Kamerabild kann die Position des Ions bestimmt werden. Außerdem ist es mit Hilfe des Kameraprogramms möglich, das gesamte Fluoreszenzlicht eines ausgewählten Bildbereichs darzustellen. Wird ein Ion geladen, so führt dies in einem solchen Diagramm zu einem sprunghaften Anstieg des Signals. Neben dem Nachweis eines Ions wird auch die Kompensation der Mikrobewegung anhand des Kamerabildes durchgeführt. Der Photomultiplier wird hingegen vorwiegend dafür benutzt, den Quantenzustand des Ions auszulesen. Er besitzt eine Quanteneffizienz von 27%.

Weitere Details bezüglich eines derartigen Detektionssystems sind in [52] zu finden.

6.4 Lasersysteme, Frequenzstabilisierung und Wellenlängenmessung

Für unsere Experimente wird Laserlicht bei 374nm, 397nm, 423nm, 854nm und 866nm benötigt. Als Quelle dienen kommerzielle Lasersysteme¹⁴, die jeweils auf einem Diodenlaser basieren. Mit Ausnahme des Lasers bei 374nm sind alle verwendeten Diodenlaser gitterstabilisiert.

6.4.1 Überblick über alle verwendeten Lasersysteme

In Tabelle 6.1 werden alle verwendeten Lasertypen mit ihren Eigenschaften und Besonderheiten aufgeführt. Mit Lichtverstärkung ist dabei gemeint, dass die Ausgangsleistung bei diesen Modellen mit Hilfe eines “tapered amplifiers” (TA) erhöht wird. Der leistungsstarke Laser bei 397nm wird zum Treiben des Raman-Übergangs verwendet. Im Folgenden wollen wir ihn als Raman-Laser bezeichnen.

6.4.2 Pound-Drever-Hall-Frequenzstabilisierung

Das Pound-Drever-Hall-Verfahren (PDH) stellt eine Möglichkeit dar, die Laserfrequenz aktiv zu stabilisieren. Es soll hier nur kurz erläutert werden. Weitergehende Beschreibungen sind in [53, 54] zu finden.

In Abbildung 6.4 ist schematisch der Aufbau einer PDH-Frequenzstabilisierung dargestellt. Ein kleiner Teil des Laserlichts wird in einen stabilen externen Resonator eingekoppelt und bildet dort frequenzabhängige Moden [55]. Je nach Wellenlänge reflektiert bzw. transmittiert der Resonator das Licht unterschiedlich gut. Die Stabilisierung beruht jetzt darauf, dass die vom Resonator reflektierte Intensität möglichst gering gehalten wird. Dem Minimum entspricht eine Wellenlänge, die den Sollwert für die Regelung darstellt. Die vom Resonator reflektierte Intensität wird mit der Photodiode PD1 gemessen.

Um ein Fehlersignal zu generieren, ist bei der PDH-Methode eine Wechselspannung erforderlich. Sie wird dazu benutzt, die Frequenz des Laserlichts sinusförmig zu modulieren, wodurch

¹⁴Sämtliche Lasersysteme stammen von der Firma TOPTICA Photonics AG, Gräfelfing.

λ [nm]	Bezeichnung	Typ	maximale Ausgangsleistung [mW]	Besonderheiten
374	DL 100	Diodenlaser	10	
397	DL 100	gitterstab. Diodenlaser	13	
397 Raman	TA-SHG 110	gitterstab. Diodenlaser	150	frequenzverdoppelt, Lichtverstärkung
423	DL-SHG 110	gitterstab. Diodenlaser	10	frequenzverdoppelt
854	DL 100	gitterstab. Diodenlaser	50	
866	DL100	gitterstab. Diodenlaser	50	
729	TA 100	gitterstab. Diodenlaser	500	Lichtverstärkung

Tabelle 6.1: Verwendete Lasersysteme.

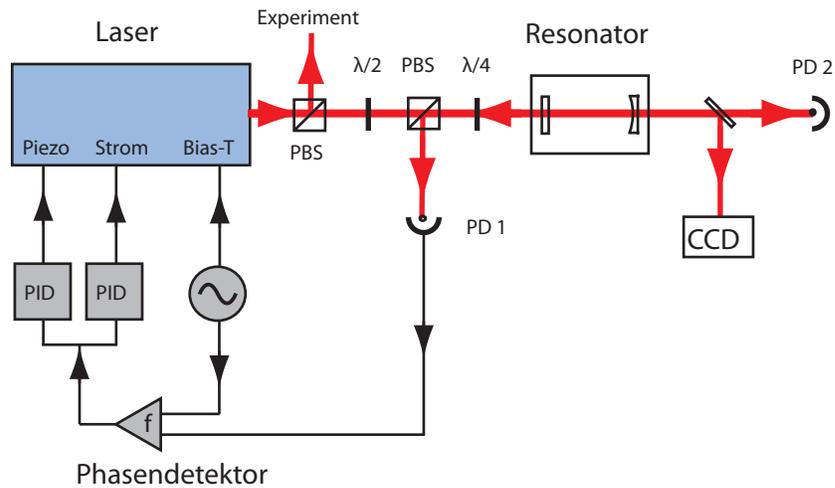


Abbildung 6.4: Pound-Drever-Hall-Frequenzstabilisierung [36].

sich auch die am externen Resonator reflektierte Leistung sinusförmig ändert. Die Wechselspannung liegt nicht nur am Laser, sondern auch an einem Phasendetektor an. Dieser mischt das Signal der Photodiode PD1 mit der Wechselspannung und erzeugt dadurch ein Fehlersignal. Das Fehlersignal wird zu zwei PID-Reglern¹⁵ weitergeleitet. Während der eine schnelle Störungen über den Strom der Laserdiode regelt, kompensiert der andere langsame Drifts mit Hilfe des Gitterpiezos.

Die minimal erreichbare Linienbreite eines so stabilisierten Lasers hängt von der Finesse \mathcal{F} des externen Resonators ab. In unserem Experiment verwenden wir insgesamt drei Fabry-Perot-Cavities, die sich jeweils in Vakuumkammern mit optischen Zugängen befinden. Der Kühllaser bei 397nm und der IR-Laser bei 866nm sind jeweils auf eine Cavity mit $\mathcal{F}=250$ stabilisiert. Die Resonatorlänge der Cavities und damit die Laserfrequenz kann mit Piezos verändert werden. Es ist möglich, die Piezos direkt über die Steuersoftware anzusprechen. Die Piezospannung wird so gewählt, dass die Cavity eine Resonanz in der Nähe der gewünschten Wellenlänge hat.

Für die PDH-Stabilisierung des Spektroskopielasers bei 729nm wird die Frequenzmodulation mit Hilfe eines elektro-optischen Modulators (EOM) durchgeführt. Er befindet sich in dem Teilstrahl, der zum Resonator weitergeleitet wird. Die Modulation des Lichts findet also außerhalb des Lasers statt und der Strahl, der zur Vakuumkammer führt, bleibt davon unbeeinflusst. Da der Laser bei 729nm eine sehr schmale Linienbreite besitzen sollte, wird er auf eine ULE-High-Finesse-Cavity¹⁶ stabilisiert. Die Cavity selbst befindet sich in einem Gehäuse aus Kunststoffplatten, um sie gegenüber thermischen Luftströmungen abzuschirmen. Aus Ramsey-Messungen auf dem Quadrupolübergang konnte abgeleitet werden, dass die Linienbreite kleiner als 5kHz ist.

6.4.3 Wellenlängenmessung

Zur Bestimmung der Laserwellenlängen benutzen wir das Wavelengthmeter WS/Ultimate-30 der Firma HighFinesse GmbH aus Tübingen. Das Licht der verschiedenen Laser wird zunächst jeweils mit einer Glasfaser auf einen Multi Channel Switcher gelegt. Mit diesem kann zwischen den einzelnen zu messenden Wellenlängen hin und her geschaltet werden. Das gewünschte Laserlicht wird dann mit einer Glasfaser zum Wavelengthmeter weitergeleitet. Dort wird der Strahl aufgeteilt und auf sechs Fizeau-Interferometer verteilt. Es entstehen Interferenzmuster, die mit einer CCD-Linienkamera detektiert und an einen Computer übermittelt werden. Die Wellenlänge wird nun durch Vergleich der Interferenzmuster mit kalibrierten Daten ermittelt. Für die Kalibrierung steht ein polarisationsstabilisierter Helium-Neon-Laser zur Verfügung. Mit dem verwendeten Wavelengthmeter können Wellenlängen im Bereich von 350nm bis 1120nm gemessen werden. Die relative Genauigkeit ist $3 \cdot 10^{-8}$, was einer absoluten Genauigkeit von 10MHz bei 350THz entspricht.

Das Wavelengthmeter kann auch zur Frequenzstabilisierung eines Lasers verwendet werden. Zu diesem Zweck wird die gemessene aktuelle Wellenlänge an einen Computer übermittelt, der

¹⁵Ein PID-Regler besteht aus einem Proportional-, Integral-, und Differential-Glied.

¹⁶ULE steht für ultra low expansion. Die Spiegel dieser Cavity sind auf einem Material befestigt, das eine sehr geringe thermische Ausdehnung im Temperaturbereich um 20°C besitzt.

sie mit einer Zielwellenlänge vergleicht. Ein Software PID-Regler erzeugt aus der Abweichung ein Regelsignal, welches von einem Digital-Analog-Wandler (DAC) in eine Spannung umgewandelt wird. Über einen Tiefpass wird die Spannung an den Laser weitergeleitet. Der Laser ändert nun entsprechend die Gittereinstellung und den Diodenstrom, so dass die gewünschte Wellenlänge erreicht wird. Diese Methode kann aber nicht nur zur Stabilisierung eines Lasers verwendet werden. Wenn man die Sollwellenlänge mit Hilfe der Software kontinuierlich verändert, so wird die Laserwellenlänge über einen gewissen Bereich kontrolliert durchgestimmt. Dies ist für manche Anwendungen hilfreich.

Weitere Informationen zur Funktionsweise des Wavelengthmeters und der darauf basierenden Frequenzstabilisierung können in [56] nachgelesen werden.

6.5 Optischer Aufbau

Das gesamte Experiment ist auf zwei optischen Tischen aufgebaut. In Abbildung 6.5 ist oben ein Foto davon zu sehen. Im vorderen Bereich des rechten Tisches befindet sich die Vakuumkammer mit der Mikrofalle. In einer weiteren Kammer auf dem Tisch ist eine planare Falle eingebaut [57]. Einige Laser sind durch ihre blauen Gehäuse erkennbar. Auf dem linken Tisch befindet sich hinten in der grauen Box die High-Finesse-Cavity. Im Vordergrund ist auf der obersten Ablage dieses Tisches das Wavelengthmeter zu sehen. Um Gebäudeschwingungen zu kompensieren, sind die optischen Tische luftgefedert. Außerdem ist das Labor klimatisiert. Dies hat den Vorteil, dass größere Temperaturschwankungen vermieden werden, die zu einer Dejustage von Spiegeln und anderen optischen Elementen führen.

Das untere Foto in Abbildung 6.5 zeigt die Vakuumkammer und den optischen Aufbau davor. Die Strahlführung der einzelnen Laserstrahlen wird im Folgenden detailliert beschrieben.

6.5.1 Kühllaser bei 397nm, IR-Laser und Ionisationslaser

In Abbildung 6.6 ist die geometrische Anordnung aller verwendeten Laserstrahlen dargestellt. Außerdem ist die Richtung des mit Hilfe der Spulen erzeugten Magnetfeldes eingezeichnet. Das Magnetfeld hat eine Stärke von $B = 6,8 \cdot 10^{-4} \text{T}$ und sorgt damit für eine Zeeman-Aufspaltung von 19MHz zwischen den beiden Niveaus des Grundzustands $S_{1/2}$. Um Magnetfeldfluktuationen zu vermeiden, wird der notwendige Spulenstrom von etwa 2A stabilisiert.

Nachfolgend sollen alle Laserstrahlen mit Ausnahme des Raman-Systems beschrieben werden. Die Raman-Strahlen (R1, R2, CC) werden im Anschluß in einem gesonderten Abschnitt behandelt.

Die Strahlen der Photoionisationslaser bei 374nm und 423nm werden überlagert und mit Spiegeln und Linsen direkt zur Vakuumkammer geführt. Sie können mit Hilfe eines mechanischen Shutters abgeschaltet werden [58]. Die beiden Shutterpositionen können mit der Experimentsteuerung über ein TTL-Signal geschaltet werden.

Der Quenclaser bei 854nm wird mit Hilfe zweier AOMs an- bzw. abgeschaltet. Ein AOM funktioniert nach folgendem Prinzip: Er besteht aus einem Kristall, der an einem Piezo befestigt ist. Der Piezo wird mit einer sinusförmigen RF-Wechselspannung betrieben. Die Wechselspan-

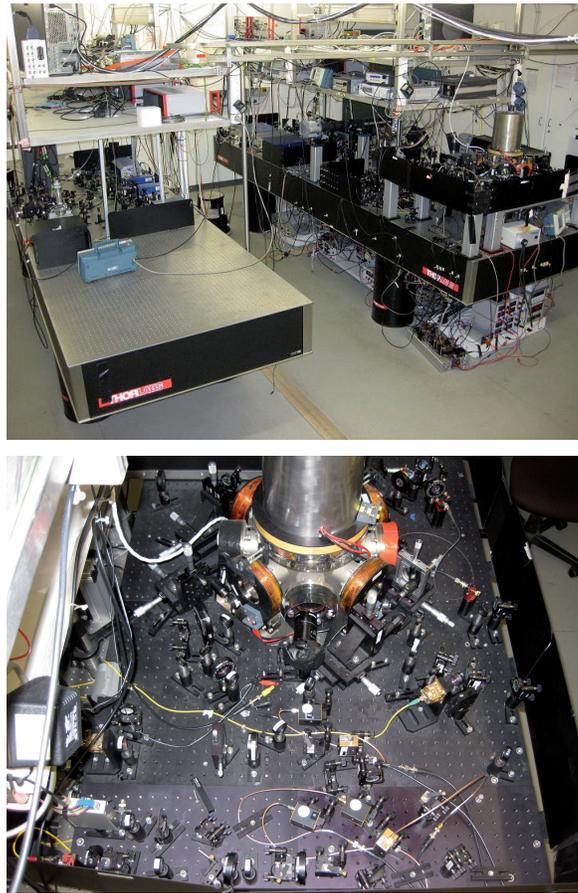


Abbildung 6.5: Fotos des Experimentaufbaus: Oben sind die beiden optischen Tische dargestellt. Das untere Foto zeigt die Vakuumkammer mit dem optischen Aufbau davor.

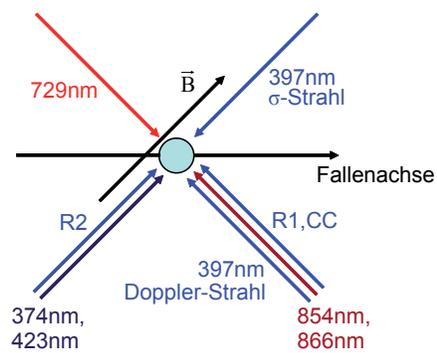


Abbildung 6.6: Strahlgeometrie.

nung wird von einem VCO¹⁷ oder einem RF-Synthesizer erzeugt, anschließend verstärkt und zum AOM weitergeleitet. Eine typische Antriebsfrequenz ist beispielsweise 80MHz. Durch die schnelle Bewegung des Kristalls werden Schallwellen erzeugt, die sich im Kristall ausbreiten und zu einer Dichtemodulation führen. Dadurch wird auch der Brechungsindex innerhalb des Kristalls periodisch moduliert. Der einfallende Laserstrahl sieht somit effektiv ein sich bewegendes Beugungsgitter. Es bilden sich Beugungsordnungen aus, wobei die Lichtfrequenz der n-ten Beugungsordnung um das n-fache der Antriebsfrequenz des AOMs verstimmt ist. Meistens wird das Licht der ersten Beugungsordnung weiterverwendet, da in ihr die höchste Intensität erreicht werden kann. Durch Abschalten der Wechsellspannung wird somit auch das gebeugte Licht ausgeschaltet. Die Schaltgeschwindigkeit liegt dabei im Bereich von einigen ns. Wenn die Frequenz der Wechsellspannung verändert wird, so ändert sich auch die Frequenz des Lichts in den Beugungsordnungen entsprechend. Durch diese Eigenschaft kann ein AOM zur kontrollierten Verstimmung der Lichtfrequenz benutzt werden und ermöglicht somit Frequenzscans. Die Beugungseffizienz des AOMs nimmt allerdings mit zunehmender Abweichung von der optimalen Antriebsfrequenz ab [24].

Das Licht des Quenclasers durchläuft zunächst einen AOM und wird dann mit Hilfe einer Glasfaser zu einem sogenannten Doppelpass weitergeleitet. Bei einem Doppelpass durchläuft das Laserlicht zwei Mal denselben AOM [24]. Anschließend wird mit einer weiteren Glasfaser das Licht zur Vakuumkammer geführt. Insgesamt wird der Quenclaser also dreifach abgeschaltet. Dadurch ist gewährleistet, dass im abgeschalteten Zustand praktisch kein Restlicht mehr im Strahl ist. Der Strahldurchmesser¹⁸ ist etwa 60 μ m an der Position des Ions und die Strahlleistung beträgt etwa 270 μ W.

Der Rückpumpplaser bei 866nm wird mit Hilfe eines Doppelpass-AOMs geschaltet. Im Strahlengang befinden sich zwei Glasfasern, die das Licht zum Doppelpass bzw. von ihm weg zur Kammer führen. Am Ort des Ions ist der Strahldurchmesser etwa 60 μ m bei einer Laserleistung von 500 μ W.

Der Laserstrahl bei 397nm wird über einen AOM und eine Glasfaser zur Kammer geleitet. Vor der Kammer wird das Licht mit Hilfe eines $\lambda/2$ -Plättchens und eines PBS¹⁹ in zwei Teilstrahlen aufgespaltet. Ein Teilstrahl wird zum Dopplerkühlen verwendet. Er wird über einen AOM direkt zur Falle weitergeleitet. Der AOM kann über einen elektronischen Schalter (Switch) mit zwei unterschiedlichen Wechsellspannungsamplituden versorgt werden. Je nach Schalterstellung ist die Beugung somit unterschiedlich gut. Die Amplituden sind so gewählt, dass sich die resultierenden Strahlleistungen etwa um einen Faktor sechs unterscheiden. Über die Experimentsteuerung kann der Switch geschaltet werden. Die kleinere Leistung wird zum Dopplerkühlen und die größere zur Detektion verwendet. Typische Leistungen sind 150 μ W bzw. 25 μ W bei einem Strahldurchmesser von etwa 60 μ m am Ort des Ions.

Der andere Teilstrahl wird über einen AOM und eine Glasfaser zu einem anderen Viewport geführt. Seine Polarisation kann mit Hilfe eines $\lambda/4$ -Plättchens verändert werden. Der Strahl

¹⁷Abkürzung für voltage controlled oscillator.

¹⁸Der Strahldurchmesser ist $2w$, wobei w den Radius darstellt, an dem die Intensität auf den Faktor $1/e^2$ des maximalen Wertes abgefallen ist.

¹⁹Steht für polarizing beam splitter.

wird zum optischen Pumpen verwendet. Je nach Polarisation ist es möglich, Population aus dem Zustand $|\downarrow\rangle$ in den Zustand $|\uparrow\rangle$ zu transferieren und umgekehrt. Die Orientierung des Strahls bezüglich des Magnetfeldes ist in unserem Aufbau so gewählt, dass für σ^+ -polarisiertes Licht die gesamte Population in den Zustand $|\uparrow\rangle$ gepumpt werden kann und für σ^- -polarisiertes Licht in den Zustand $|\downarrow\rangle$. In Abschnitt 8.1 wird das optische Pumpen noch näher beschrieben. Die Leistung in diesem sogenannten σ -Strahl beträgt üblicherweise etwa $50\mu\text{W}$.

Da der Laser bei 729nm auch für Spektroskopiezwecke benutzt wird, muss der Laserstrahl sowohl geschaltet als auch in seiner Frequenz und Leistung verstimmt werden können. Dies geschieht mit Hilfe eines Doppelpass-AOMs. Der AOM wird von einem VFG 150²⁰ gesteuert. Der VFG kann über die Experimentsteuerung angesprochen werden. Mit seiner Hilfe können Laserpulse mit beinahe beliebiger Frequenz, Phase und Intensität erzeugt werden.

Das Licht des Lasers wird mit Hilfe einer Glasfaser zum Doppelpass geführt. Nach dem Doppelpass wird es mit Spiegeln zur Kammer weitergeleitet. Der Laserstrahl hat eine Leistung von maximal 140mW bei einem Strahldurchmesser von etwa $20\mu\text{m}$. Die Polarisation des Strahls ist so gewählt, dass sie in einem Winkel von 45° zum Magnetfeld steht. Der Strahl selbst ist orthogonal dazu. Dadurch können alle erlaubten Übergänge zwischen den Zeeman-Niveaus der Zustände $S_{1/2}$ und $D_{5/2}$ getrieben werden [35]. Der Winkel des Strahls zur Fallachse beträgt 45° . Dies bewirkt, dass sowohl die axiale als auch die radialen Schwingungsmoden angeregt werden können. Die dazugehörigen Lamb-Dicke Parameter sind $\eta_{ax} = 0,06$ und $\eta_{rad}^{x,y} = \{0,034; 0,026\}$.

6.5.2 Das Raman-System

In Abschnitt 4.1.4 haben wir gesehen, dass der Lamb-Dicke Parameter von der Strahlgeometrie der Raman-Strahlen abhängt. Prinzipiell kann in unserem Aufbau zwischen zwei unterschiedlichen Geometrien gewählt werden. Es gibt drei Teilstrahlen, die mit R1, R2 und CC bezeichnet werden. Die Strahlen R1 und CC verlaufen parallel zueinander und orthogonal zum Magnetfeld (vergleiche Abbildung 6.6). Dadurch ist der effektive \vec{k} -Vektor dieses Paares und somit der Lamb-Dicke Parameter annähernd Null. Ein Spektrum weist deshalb keine Bewegungsseitenbänder auf. Der Strahl R2 zeigt in Richtung des Magnetfeldes. Er ist also orthogonal zu den beiden anderen Strahlen. Der effektive \vec{k} -Vektor der Paare R2/R1 und R2/CC zeigt also jeweils in Richtung der Fallachse und in einem Spektrum sind somit nur der Träger und axiale Seitenbänder zu sehen. Aus der Strahlgeometrie und der axialen Schwingungsfrequenz kann für diesen Fall ein Lamb-Dicke Parameter von $\eta = 0,21$ abgeleitet werden. Er ist also deutlich größer als für den Quadrupolübergang.

Die drei Teilstrahlen unterscheiden sich auch in ihrer Polarisation. R2 und CC sind orthogonal zum Magnetfeld polarisiert und enthalten somit beide zirkularen Komponenten (σ^+ und σ^-). Für R1 dagegen gilt $\vec{E} \parallel \vec{B}$, das heißt der Strahl ist π -polarisiert.

Die experimentelle Realisierung dieses Systems ist relativ komplex. Zunächst steht direkt nach dem Raman-Laser ein AOM im Strahlengang. Anschließend wird das Licht mit einer

²⁰Versatile 150MHz function generator der Firma TOPTICA Photonics AG, Gräfelfing. Eigenschaften des Geräts sind in [59] zu finden.

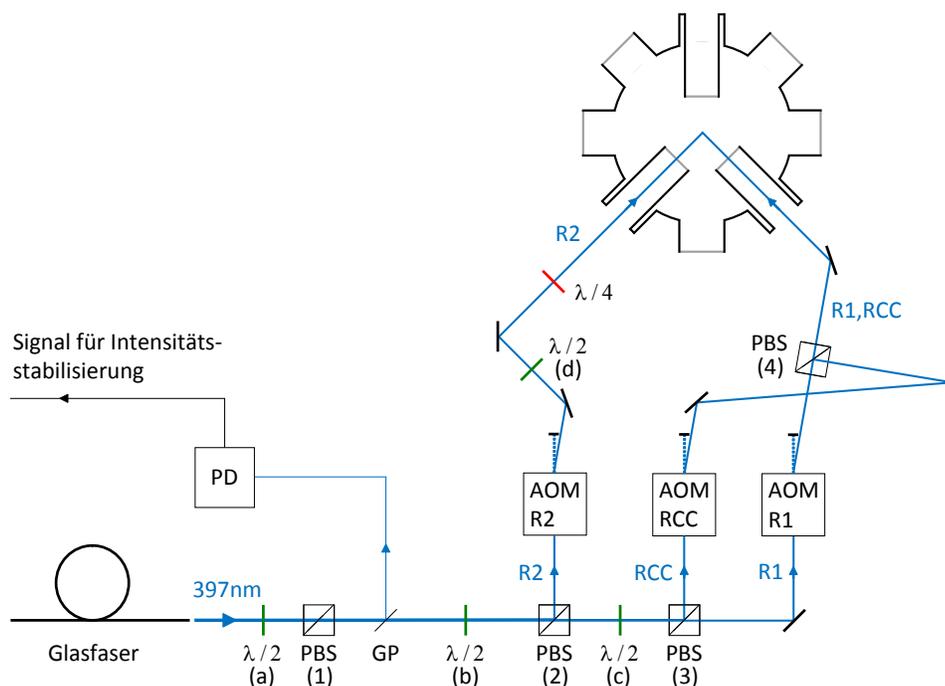


Abbildung 6.7: Raman-System.

Glasfaser weitergeleitet. Betrachten wir nun Abbildung 6.7. Sie zeigt schematisch den optischen Aufbau vor der Vakuummikrofallenkammer.

Direkt nach der Glasfaser ist das Licht noch mit unerwünschten Polarisationskomponenten verunreinigt. Diese Komponenten werden mit Hilfe eines $\lambda/2$ -Plättchen (a) und eines PBS (1) weitgehend entfernt. Außerdem kann damit die Leistung des Strahls bei Bedarf verringert werden. Mit Hilfe zweier weiterer Paare ((b) und (2) bzw. (c) und (3)) aus je einem $\lambda/2$ -Plättchen und einem PBS werden drei Teilstrahlen erzeugt, die mit R1, R2 und CC bezeichnet werden. Durch die beiden $\lambda/2$ -Plättchen kann die vorhandene Strahlleistung von bis zu 15mW auf die drei Äste beliebig aufgeteilt werden. In jedem Teilstrahl befindet sich ein AOM, der zum Schalten und Verstimmen des jeweiligen Strahls verwendet wird. Als RF-Quellen für diese AOMs werden zwei VFGs²¹ und ein weiterer RF-Generator²² benutzt, der zusätzlich als Phasenreferenz für die VFGs dient. Dadurch wird die Phasenstabilität zwischen den Teilstrahlen für alle möglichen Paare gewährleistet. Um alle Raman-Strahlen geeignet an- bzw. abschalten zu können, sind mehrere elektronische Schalter notwendig, die über drei TTL-Signale von der Experimentsteuerung angesprochen werden können. Der entsprechende Schaltplan inklusive der Wahrheitstabelle ist in Anhang A.1 zu finden. Dadurch ist es möglich, jedes der drei Paare R2/R1, R1/CC und R2/CC unabhängig voneinander zu benutzen, ohne dass die Konfiguration

²¹Einer dieser beiden VFGs wird auch zum Schalten des Laserlichts bei 729nm verwendet.

²²Rohde&Schwarz SML01

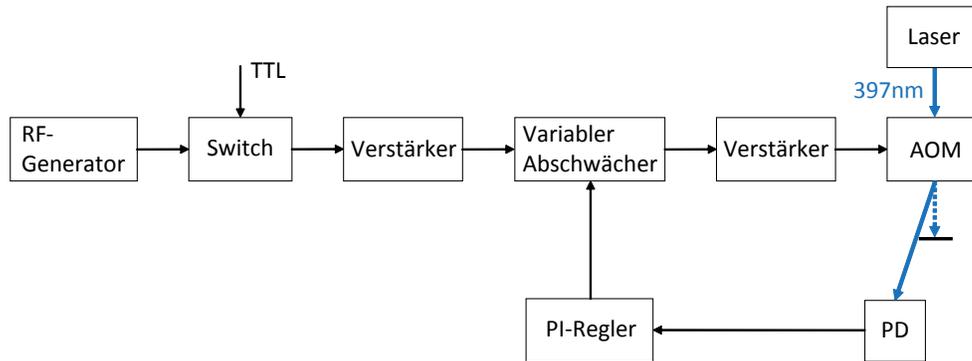


Abbildung 6.8: Regelkreis der Intensitätsstabilisierung.

der Strahlen verändert werden muss.

Vor der Vakuumkammer werden die Strahlen R1 und CC mit Hilfe eines weiteren PBS (4) wieder überlagert. Der Strahl R2 wird so weitergeleitet, dass er orthogonal zu R1 und CC auf das Ion trifft. In seinem Strahlengang steht außer einem $\lambda/2$ -Plättchen (d) noch ein $\lambda/4$ -Plättchen. Mit ihm kann das Verhältnis der zirkularen Polarisationskomponenten verändert werden. Dadurch kann beispielsweise auch die AC-Stark Verschiebung kompensiert bzw. eingestellt werden.

Um sinnvoll Quantenoperationen auf dem Raman-Übergang durchführen zu können, sollten Dekohärenzeffekte so gut wie möglich unterdrückt werden. Aus diesem Grund wird die Intensität des Ramanstrahls stabilisiert. Der zu diesem Zweck verwendete Regelkreis ist in Abbildung 6.8 dargestellt. Die Stabilisierung erfolgt durch Anpassung des RF-Signals, welches zum Steuern des AOMs verwendet wird, der sich vor der Glasfaser befindet. Es wird von einem RF-Generator²³ bereitgestellt und durchläuft anschließend einen Switch²⁴, der es ermöglicht, den AOM mit Hilfe eines TTLs über die Experimentsteuerung zu schalten. Danach wird das Signal verstärkt und zu einem variablen Abschwächer weitergeleitet. Ein variabler Abschwächer ist ein Bauteil, mit dem die RF-Amplitude in Abhängigkeit von einer angelegten Kontrollspannung vermindert werden kann. Das Signal wird dann über einen weiteren Verstärker zum AOM geführt. Mit Hilfe der Kontrollspannung des variablen Abschwächers kann die Beugungseffizienz des AOMs kontrolliert verändert werden. Dies kann zur Stabilisierung der Intensität des gebeugten Laserstrahls genutzt werden. Das notwendige Regelsignal wird wie folgt erzeugt: Ein geringer Teil des Laserlichts wird an einem dünnen Glasplättchen (GP) reflektiert und eine Photodiode (PD) misst die Leistung in diesem Strahl. Das von der Photodiode erzeugte Signal wird zu einem PI-Regler (Eigenbau) weitergeleitet, der die Kontrollspannung für den variablen Abschwächer liefert.

Zusätzlich kann die Frequenz des Raman-Lasers stabilisiert werden. Dies geschieht mit Hilfe des Wavelengthmeters, nach der in Abschnitt 6.4.3 beschriebenen Methode.

²³Rohde&Schwarz SML01

²⁴ZYSW-2-50DR der Firma Mini-Circuits, Brooklyn, NY, USA.

6.6 Experimentsteuerung

Um beispielsweise Transportexperimente in der segmentierten Mikrofalle durchzuführen, werden eine Vielzahl variabler Gleichspannungen für die einzelnen Elektroden benötigt. Zu diesem Zweck verwenden wir zwei Platinen, die mit insgesamt 16 DACs bestückt sind und 64 unabhängige Kanäle zur Verfügung stellen. Die einzelnen DACs besitzen eine Auflösung von 16 Bit und können Spannungen im Bereich von $\pm 10\text{V}$ auf den einzelnen Kanälen ausgeben. Das Design wurde in Ulm entworfen und dabei wurde auf eine besonders rauscharme Realisierung Wert gelegt. Aus diesem Grund besitzen die Platinen eine autarke Stromversorgung durch Blei-Gel-Akkumulatoren. Die DACs werden über einen Parallelport mit Hilfe eines Computers angesteuert. Inzwischen steht zusätzlich ein FPGA²⁵ zur Verfügung, der eine weitaus schnellere Ansteuerung der DACs erlaubt und somit schnellere Transporte ermöglicht.

Für viele Anwendungen muss das Ion nicht verschoben werden und es werden somit nur für ein Segmentpaar Gleichspannungen benötigt. In diesem Fall kann die Fallensteuerung von weniger aufwändigen Schaltungen übernommen werden.

Zur Steuerung des Experiments ist eine Vielzahl weiterer analoger bzw. digitaler Spannungssignale erforderlich. Diese werden größtenteils mit Hilfe von PCI-Karten²⁶ erzeugt. Durch die 50Hz Netzspannung kann es zu Beeinträchtigungen der Messergebnisse kommen, insbesondere wenn man Kohärenz zeigen will. Um diesen Effekt abzumildern, verwenden wir einen Linetrigger, der den Startpunkt jeder Einzelmessung auf die gleiche Netzphase triggert.

Die Steuersoftware ist in C++ geschrieben und besitzt eine mit Visual C++ erstellte graphische Oberfläche. Mit Hilfe eines eingebundenen C-Interpreters²⁷ können Teilskripte ohne langwieriges Kompilieren aufgerufen werden. Weitere Informationen zur Steuersoftware sind in [52] zu finden.

²⁵Abkürzung für field programmable gate array.

²⁶NI-6703, NI PCI-6713 und NI PCI-6733 der Firma National Instruments Corp., Austin, TX, USA.

²⁷CINT C++ interpreter des root Frameworks.

7 Zustandsdiskriminierung und Sättigungsparameter

Der Laser bei 397nm wird für mehrere Zwecke benutzt. Man kann das gestreute Licht auf dem Dipolübergang beispielsweise dazu verwenden, das Ion in der Falle nachzuweisen. Dazu wird die Fluoreszenz mit Hilfe einer CCD-Kamera aufgenommen. In Abbildung 7.1 ist ein solches Kamerabild eines leuchtenden Ions dargestellt. Des weiteren wird Licht bei 397nm zum Dopp-
lerkühlen der Ionen, zum optischen Pumpen und zum Unterscheiden der Zustände $S_{1/2}$ und $D_{5/2}$ benutzt. Letzteres wird im ersten Abschnitt dieses Kapitels näher beschrieben. Anschließend wird eine experimentelle Bestimmung des Sättigungsparameters für den Dipolübergang präsentiert.

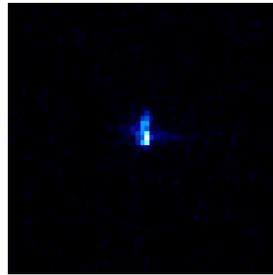


Abbildung 7.1: Kamerabild eines Ions.

7.1 Diskriminierung der Zustände $S_{1/2}$ und $D_{5/2}$

Zur Diskriminierung zwischen $S_{1/2}$ und $D_{5/2}$ wird die stark unterschiedliche Lebensdauer der beiden Zustände $P_{1/2}$ und $D_{5/2}$ ausgenutzt. Die Streurate auf dem Dipolübergang bei 397nm ist sehr groß. Wenn sich also das Ion im Zustand $S_{1/2}$ befindet, dann detektiert der Photomultiplier bei angeschaltetem Laser sehr viel Fluoreszenzlicht. Befindet sich das Ion hingegen im metastabilen Zustand $D_{5/2}$, so ist das Signal deutlich geringer. In diesem Fall wird praktisch nur noch Hintergrundstreulicht (von den Fallenelektroden usw.) gemessen. Das Ion selbst ist dunkel. Zur Unterscheidung der Zustände muss eine Schwelle für das detektierte Licht festgelegt werden. Liegt der gemessene Wert über der Schwelle, so wird das Ion als hell interpretiert, das heißt der Zustand $S_{1/2}$ ist nachgewiesen. Jedem Wert unterhalb der Schwelle wird der Zustand $D_{5/2}$ zugeordnet.

Zur Ermittlung einer solchen Schwelle wird Laserlicht bei 397nm eingestrahlt. Für eine bestimmte Dauer τ (typischerweise 2-3ms) wird das Fluoreszenzlicht gemessen, wobei die bei-

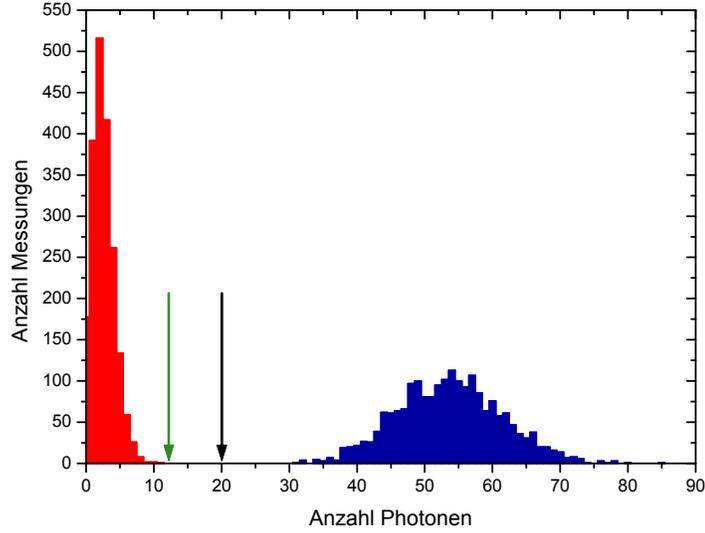


Abbildung 7.2: Histogramm: Jeweils 2000 Einzelmessungen für “Ion dunkel” (rot) und “Ion hell” (blau) wurden aufgenommen. Die Detektionszeit betrug 2ms pro Messung. Außerdem sind die unterschiedlichen Schwellen σ (grün) und $\tilde{\sigma}$ (schwarz) dargestellt.

den Rückpumplaser (854nm und 866nm) angeschaltet sind. Anschließend wird dasselbe ohne Rückpumplaser durchgeführt. Wenn viele solche Messungen gemacht werden, erhält man ein Histogramm, wie es in Abbildung 7.2 dargestellt ist.

Wenn man Gaußverteilungen annimmt, kann die Schwelle σ durch

$$\sigma = \sqrt{\bar{s}\bar{n}} \tag{7.1}$$

festgelegt werden, wobei \bar{s} und \bar{n} die Mittelwerte der detektierten Photonenzahl des hellen bzw. des dunklen Ions darstellen [35]. Für das Histogramm aus Abbildung 7.2 erhält man $\sigma = 12$. In unseren Messungen haben wir festgestellt, dass diese Schwelle etwas zu nah am “dunklen Peak” liegt und somit gelegentlich tatsächlich dunkle Ionen als hell interpretiert werden. Der Grund hierfür ist, dass die Annahme von Gaußverteilungen nur für lange Detektionszeiten τ gerechtfertigt ist. Vielmehr handelt es sich bei den Peaks im Histogramm um Poisson-Verteilungen.

Statt Gleichung (7.1) verwenden wir eine empirisch ermittelte Formel, um die Schwelle festzulegen. Dafür definieren wir einen Parameter q_i durch

$$q_i = \sum_{j=\bar{n}}^{\bar{s}} \left(\frac{\sqrt{a_j}}{\sqrt{|i-j|+1}} + \frac{\sqrt{b_j}}{\sqrt{|i-j|+1}} \right), \quad \text{wobei } i \in [\bar{s}, \bar{n}] .$$

Dabei ist a_j die Anzahl Messungen für ein helles Ion, bei denen das Ergebnis j war. b_j ist die

entsprechende Anzahl für ein dunkles Ion. Die Schwelle $\tilde{\sigma}$ ist dann durch

$$\tilde{\sigma} = \min_i \{q_i\}$$

gegeben. Für das Histogramm aus Abbildung 7.2 ist $\tilde{\sigma} = 20$. Mit dieser Formel für die Diskriminierungsschwelle konnten bessere Ausleseeffizienzen erreicht werden.

Teilt man die gemessene Photonenanzahl durch die Detektionszeit, so erhält man die vom Photomultiplier gemessene Streurrate auf dem Dipolübergang. Aus Abbildung 7.2 folgt beispielsweise eine mittlere Streurrate von 26,8kHz für ein helles Ion und 1,3kHz für ein dunkles Ion. Da letzteres Hintergrundlicht darstellt, muss die Differenz der beiden Werte gebildet werden, um die reine Streurrate R_{PM} des Ions zu erhalten. Dabei kennzeichnet der Index PM , dass die Streurrate mit Hilfe des Photomultipliers aufgenommen wurde. Für die gemessenen Werte ergibt sich $R_{PM} = 25,5\text{kHz}$. Dieser Wert ist deshalb so niedrig (die tatsächliche Streurrate liegt im Bereich von MHz), da der Photomultiplier nur Photonen aus einem begrenzten Raumwinkel aufnehmen kann. Außerdem wird das Histogramm nicht genau auf der Resonanz des Übergangs durchgeführt, da die Laserfrequenz zwischen Dopplerkühlen und Zustandsdetektion nicht geschaltet wird.

7.2 Bestimmung des Sättigungsparameters auf dem Dipolübergang

Wenn die mittlere Streurrate R_{PM} für verschiedene Verstimmungen δ von der Resonanz des Dipolübergangs bei 397nm gemessen wird, so kann aus diesen Daten mit Hilfe von Gleichung (4.29) der resonante Sättigungsparameter S_0 bestimmt werden. Wie bereits in Abschnitt 7.1 erwähnt, können mit dem Photomultiplier keine absoluten Streuraten aufgenommen werden. Zur Auswertung der Messergebnisse wird Gleichung (4.29) deshalb mit einem zusätzlichen Fitparameter A multipliziert, der zur Normierung dient. Die tatsächliche Fitfunktion ist somit gegeben durch:

$$R_{PM} = A \cdot R = \frac{A\tilde{\Gamma}}{2} \frac{S_0}{1 + S_0 + 4\delta^2/\tilde{\Gamma}^2} .$$

Abbildung 7.3 zeigt Messergebnisse für zwei verschiedene Leistungen im Dopplerstrahl bei 397nm. Für die Fitkurven wurde der Sättigungsparameter S_0 , die Resonanzfrequenz $\nu_0 = \omega_0/(2\pi)$ und die Linienbreite $\tilde{\Gamma}$ als freie Parameter gewählt. Bei der größeren Leistung war zusätzlich auch die Normierungskonstante A variabel. Da diese sich nicht ändern darf, wurde der ermittelte Wert für die Fitkurve der kleineren Leistung fest vorgegeben. Die gesamten Ergebnisse (gerundete Werte) sind in Tabelle 7.1 aufgeführt. Das Verhältnis der Sättigungsparameter entspricht in etwa dem Verhältnis der Strahlleistungen wie aus der Theorie (vergleiche Gleichung (4.28)) zu erwarten war. Bemerkenswert sind die großen Werte für $\tilde{\Gamma}$ im Vergleich zur natürlichen Linienbreite von $2\pi \cdot 22,3\text{MHz}$. Es sind verschiedene Gründe für diese Verbreiterung vorstellbar. Beispielsweise haben wir es aufgrund der Zeeman-Aufspaltung nicht mit einem idealen Zwei-Niveau-System zu tun. Zusätzlich muss auch die Linienbreite des Lasers

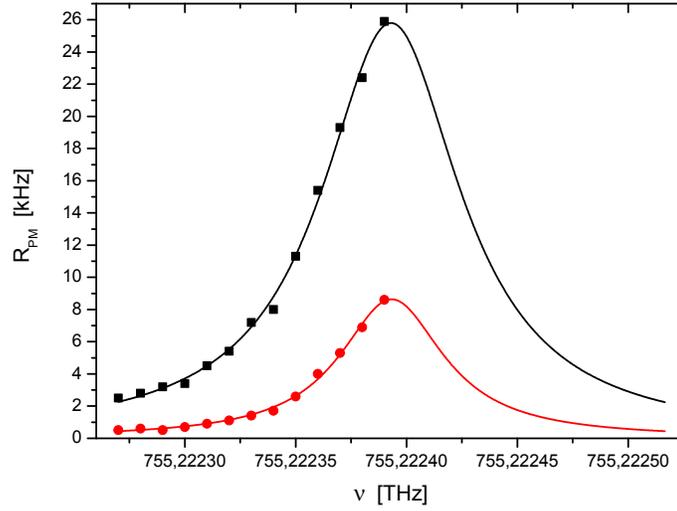


Abbildung 7.3: Messwerte und Fitkurven zur Bestimmung des Sättigungsparameters für eine Strahlleistung von 169µW (schwarz) bzw. 27µW (rot) vor der Kammer. Aufgetragen ist die Streurrate R_{PM} in Abhängigkeit von der Laserfrequenz ν .

Strahlleistung [µW]	S_0	A	ν_0 [THz]	$\tilde{\Gamma}/(2\pi)$ [MHz]
169	1,19	$2,93 \cdot 10^{-4}$	755,2223930	51,6
27	0,22	$2,93 \cdot 10^{-4}$	755,2223933	51,9

Tabelle 7.1: Ergebnisse der Fitkurven aus Abbildung 7.3.

beachtet werden. Diese ist aber kleiner als 2MHz und sollte deshalb nur geringe Auswirkungen haben. Eine weitere Ursache könnte noch die Mikrobewegung des Ions sein. Durch die Mikrobewegung wird das Fluoreszenzsignal mit Seitenbändern moduliert, deren Abstand von der Resonanzfrequenz gerade durch Vielfache der Radiofrequenz $\nu_{RF} = \Omega_{RF}/2\pi = 24,8\text{MHz}$ gegeben ist. Um diesen Effekt zu untersuchen, haben wir versucht, die Messwerte nach folgendem Modell zu fitten:

$$\tilde{R}_{PM} = J_0^2(\beta) \cdot R_{PM}(\nu) + J_1^2(\beta) \cdot R_{PM}(\nu + \nu_{RF}) + J_1^2(\beta) \cdot R_{PM}(\nu - \nu_{RF}) .$$

Dabei sind $J_0(\beta)$ bzw. $J_1(\beta)$ Besselfunktionen nullter bzw. erster Ordnung. Die Größe β war ein zusätzlicher Fitparameter, während $\tilde{\Gamma} = 2\pi \cdot 22,3\text{MHz}$ hier fest vorgegeben wurde. Es konnte allerdings kein sinnvoller Parametersatz für beide Kurven gefunden werden. Somit kann der Effekt nicht alleine durch die Mikrobewegung erklärt werden.

8 Präparation und Auslese des Spinqubits

In diesem Kapitel sollen Messergebnisse vorgestellt werden, die zeigen, dass wir ein Spinqubit in $^{40}\text{Ca}^+$ sehr genau präparieren und auslesen können.

8.1 Präparation

Für praktisch jede Messung ist es erforderlich, das Spinqubit in einem der beiden Zeeman-Niveaus des Grundzustands $S_{1/2}$ zu initialisieren. Dies kann prinzipiell durch optisches Pumpen auf dem Dipolübergang oder auf dem Quadrupolübergang erreicht werden. Mit Hilfe von Abbildung 8.1 können beide Methoden anschaulich erläutert werden. Dazu wollen wir annehmen, dass das Qubit im Zustand $|\uparrow\rangle$ initialisiert werden soll.

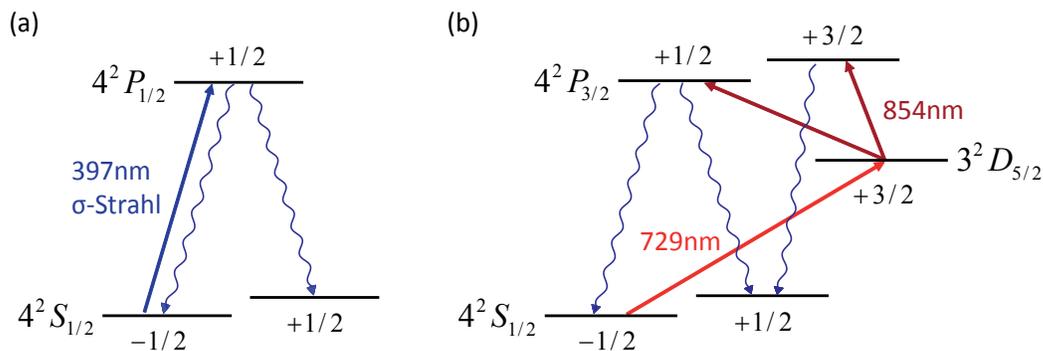


Abbildung 8.1: Grundprinzip des optischen Pumpens: (a) auf dem Dipolübergang und (b) auf dem Quadrupolübergang.

Zum optischen Pumpen auf dem Dipolübergang wird der σ -Strahl verwendet. Befindet sich das Ion im Zustand $|\downarrow\rangle$, so wird es durch σ^+ -polarisiertes Licht in den Zustand $|P_{1/2}, m_j = +1/2\rangle$ angeregt (vergleiche Abschnitt 5.2). Von dort kann das Ion sowohl in den Zustand $|\uparrow\rangle$ als auch wieder in den Zustand $|\downarrow\rangle$ zerfallen. Nach einer ausreichend langen Einstrahlzeit, das heißt nach genügend vielen Zyklen befindet sich das Ion mit großer Wahrscheinlichkeit im Zustand $|\uparrow\rangle$. Analog kann mit σ^- -polarisiertem Licht über $|P_{1/2}, m_j = -1/2\rangle$ in den Zustand $|\downarrow\rangle$ gepumpt werden.

Beim Pumpen auf dem Quadrupolübergang wird das Ion zunächst aus $|\downarrow\rangle$ mit Hilfe des Lasers bei 729nm in den Zustand $|D_{5/2}, m_j = +3/2\rangle$ angeregt. Anschließend wird es durch den Quenclaser in den Zustand $P_{3/2}$ überführt. Aufgrund der Auswahlregeln für den Dipol-

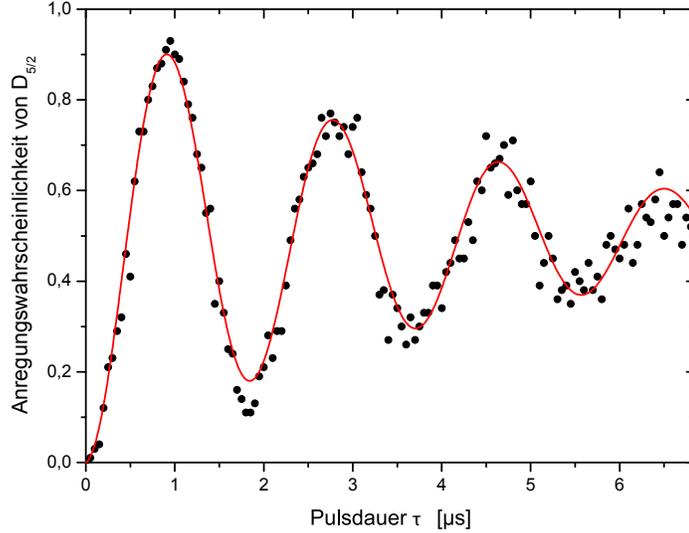


Abbildung 8.2: Pulslängenscan für den Träger des Übergangs $|\downarrow\rangle \rightarrow |D_{5/2}, m_j = +3/2\rangle$. Jeder Messpunkt setzt sich aus 100 Einzelmessungen zusammen. Die π -Zeit beträgt $8,43\mu\text{s}$.

übergang bei 854nm kann dabei lediglich ein Übergang in die beiden Niveaus $m_j = +3/2$ und $m_j = +1/2$ erfolgen. Aus dem selben Grund zerfällt $|P_{3/2}, m_j = +3/2\rangle$ ausschließlich in den Zustand $|\uparrow\rangle$, während $|P_{3/2}, m_j = +1/2\rangle$ sowohl in $|\uparrow\rangle$ als auch in $|\downarrow\rangle$ zerfallen kann. Wird der Prozess genügend oft durchgeführt, so kann mit großer Wahrscheinlichkeit davon ausgegangen werden, dass sich das Ion im Zustand $|\uparrow\rangle$ befindet. Man könnte die Polarisation des Quenclasers so wählen, dass nur das Niveau $|P_{3/2}, m_j = +3/2\rangle$ angesprochen wird. Dies ist allerdings ungünstig für viele Experimente, denn in diesem Fall kann auch der Übergang $|D_{5/2}, m_j = +5/2\rangle \rightarrow |P_{3/2}, m_j = +3/2\rangle$ nicht getrieben werden.

Da auf dem schmalen Quadrupolübergang kohärente Dynamik möglich ist, macht es im Gegensatz zum σ -Pumpen hier einen Unterschied, ob das Licht bei 729nm kontinuierlich oder gepulst eingestrahlt wird. Um die richtige Pulsdauer zu ermitteln, muss die Rabi-Frequenz auf dem Quadrupolübergang gemessen werden. Sie hängt von der Intensität des Laserstrahls am Ort des Ions ab und wird mit Hilfe eines Pulslängenscans bestimmt (siehe auch Abschnitt 9.2). Dabei wird die Anregungswahrscheinlichkeit des Zustands $|D_{5/2}, m_j = +3/2\rangle$ in Abhängigkeit von der Pulsdauer τ des eingestrahlichten Lichts aufgenommen. Ein solcher Pulslängenscan für den Trägerübergang ist in Abbildung 8.2 dargestellt. Die Rabi-Frequenz kann durch $\Omega = \pi/\tau_\pi$ berechnet werden. Dabei ist τ_π die sogenannte π -Zeit²⁸. Wird der Laserstrahl für genau diese Zeit eingestrahlt (man spricht dann von einem π -Puls), so ist die Anregung des Zustands

²⁸Die Frequenz der Rabioszillationen ist gegeben durch $\Omega_{n+m,n}/2$. Berücksichtigt man, dass Anregungswahrscheinlichkeiten gemessen werden, so sieht man bei einem Pulslängenscan Oszillationen mit der Frequenz $\Omega_{n+m,n}$. Die Periodendauer ist $T = 2\tau_\pi$. Daraus erhält man $\Omega_{n+m,n} = \pi/\tau_\pi$.

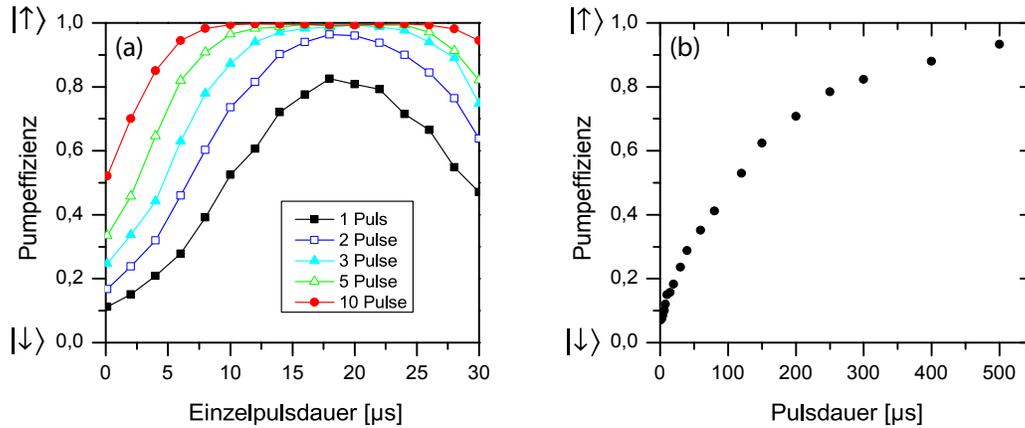


Abbildung 8.3: Effizienz des optischen Pumpens auf dem Quadrupolübergang: (a) gepulstes Schema und (b) Licht wird kontinuierlich eingestrahlt. In beiden Fällen wurde zu Beginn jeder Messung das Ion jeweils mit σ^- -polarisiertem Licht bei 397nm in den Zustand $|\downarrow\rangle$ gepumpt.

$|D_{5/2}, m_j = +3/2\rangle$ maximal.

Eine Pulssequenz zum optischen Pumpen sieht nun wie folgt aus: Zunächst wird ein π -Puls auf dem Quadrupolübergang eingestrahlt. Anschließend wird der Quenclaser kurz angeschaltet. Wir haben dabei festgestellt, dass ein Puls von 2µs ausreicht, um sämtliche Population aus dem $D_{5/2}$ -Niveau zu pumpen. In Abbildung 8.3 ist links die Effizienz des optischen Pumpens für verschiedene Pulslängen und unterschiedlich viele Pumpzyklen dargestellt. Zum Vergleich sind rechts die Ergebnisse für das kontinuierliche Schema aufgetragen. Dabei wird Laserlicht bei 729nm und der Quenclaser gleichzeitig für eine bestimmte Dauer eingestrahlt. Es zeigt sich, dass die Effizienz des gepulsten Schemas deutlich besser ist. Damit konnte eine kombinierte Initialisierungs- und Ausleseseffizienz von 99,6% erreicht werden (siehe auch Abschnitt 8.2).

Auch das σ -Pumpen wurde experimentell untersucht. Die Effizienz war hierbei aber nicht so gut wie beim Pumpen auf dem Quadrupolübergang. Ein Grund dafür könnte sein, dass die Polarisation nicht beliebig gut eingestellt werden kann. Die Reinheit der Polarisation wird durch Doppelbrechung und mögliche geringe Abweichungen des \vec{k} -Vektors von der Magnetfeldrichtung beeinträchtigt.

8.2 Auslese

Um das Sinqubit auslesen zu können, muss zunächst die gesamte Population aus dem Zustand $|\uparrow\rangle$ in das $D_{5/2}$ -Niveau transferiert werden (vergleiche Abschnitt 5.3). Prinzipiell könnte man zu diesem Zweck einen entsprechenden π -Puls auf dem Quadrupolübergang einstrahlen. Diese Methode hat allerdings den Nachteil, dass sie sehr empfindlich gegenüber Frequenzdrifts

und Intensitätsschwankungen des Lasers ist. Bereits geringe Abweichungen von der Resonanzfrequenz (im Bereich weniger kHz) führen zu einer deutlichen Verschlechterung der maximal erreichbaren Anregungswahrscheinlichkeit. Intensitätsschwankungen bewirken Schwankungen der π -Zeit und beeinträchtigen dadurch das Ergebnis.

Eine gegenüber beiden Fehlerquellen deutlich robustere Technik ist unter dem Namen “Rapid Adiabatic Passage” (RAP) bekannt [59]. Der Populationstransfer von $|\uparrow\rangle$ nach $D_{5/2}$ erfolgt hierbei auch auf dem Quadrupolübergang, aber mit einem speziell geformten Puls. Dabei wird die sinusförmige RF-Wechselspannung für den AOM sowohl frequenz- als auch amplitudenmoduliert. Die Einhüllende $E(t)$ der Wechselspannung hat die Form einer Gaußglocke:

$$E(t) = Ae^{-\frac{(t-T/2)^2}{2\sigma^2}} ,$$

wobei $\sigma = T/(6\sqrt{2})$. Der Parameter T ist die Pulsdauer, das heißt $t \in [0, T]$. Die Radiofrequenz f wird bei einem RAP-Puls linear mit der Zeit erhöht. Es gilt:

$$f(t) = f_r - \frac{\Delta f}{2} + \frac{\Delta f}{T}t .$$

Dabei ist f_r diejenige AOM-Frequenz, bei der der Übergang resonant ist. Δf stellt die gesamte Frequenzänderung während des Pulses dar. Der entsprechende Frequenzbereich ist symmetrisch um f_r .

Die vier Parameter A , T , f_r und Δf legen den RAP-Puls fest. Sie werden experimentell bestimmt. Die Resonanzfrequenz f_r wird durch eine Spektroskopiemessung ermittelt. Alle anderen Parameter werden so angepasst, dass die Anregung des $D_{5/2}$ -Niveaus maximal wird. Zur Optimierung werden sogenannte RAP-Powerscans durchgeführt. Dafür wird das Qubit im Zustand $|\uparrow\rangle$ initialisiert. Anschließend wird für die feste Frequenz f_r die Anregungswahrscheinlichkeit des $D_{5/2}$ -Niveaus in Abhängigkeit von der Amplitude A gemessen. Daraus kann dann der beste Wert für A bestimmt werden. Wenn man solche Scans für verschiedene Pulsdauern T durchführt, so kann aus dem Vergleich der Kurven auch der optimale Wert für diesen Parameter gefunden werden. Es zeigte sich, dass eine Pulsdauer von etwa $50\mu\text{s}$ zu guten Ergebnissen führt. Eine solche Optimierung ist analog auch für den Parameter Δf möglich. Dabei muss berücksichtigt werden, dass das Laserlicht bei 729nm mit einem Doppelpass-AOM geschaltet wird. Durch den AOM wird die Frequenz des Lichts also um den Wert $2f(t)$ geändert. Die Verstimmung δ von der Resonanz des Übergangs ist somit gegeben durch

$$\delta = \omega_L - \omega_0 = 2\pi(\nu_L - \nu_0) = 4\pi (f(t) - f_r) .$$

In Abbildung 8.4 sind experimentelle Ergebnisse für die Optimierung des Parameters $\Delta\nu = 2\Delta f$ dargestellt. Es wurden dabei RAP-Powerscans auf dem Übergang von $|\uparrow\rangle$ nach $|D_{5/2}, m_j = +5/2\rangle$ für drei verschiedene Werte von $\Delta\nu$ gemessen. Um zusätzlich die Robustheit des RAPs gegenüber Frequenzdrifts des Lasers zu verdeutlichen, wurden die Scans jeweils nicht nur für die Resonanzfrequenz, sondern auch bei Verstimmungen $\delta \neq 0$ durchgeführt. Für $\Delta\nu = 100\text{kHz}$ ist die Resonanz am geringsten ausgeprägt. Wenn man $\Delta\nu = 300\text{kHz}$ wählt, so ist der RAP sehr robust gegenüber Frequenzdrifts des Lasers. Im Gegensatz dazu ist für

$\Delta\nu = 200\text{kHz}$ die Empfindlichkeit bezüglich Intensitätsschwankungen geringer. In diesem Fall ist die Resonanz sehr symmetrisch, das heißt der RAP ist außerdem robust gegenüber Frequenzdrifts. Von den drei Werten ist also $\Delta\nu = 200\text{kHz}$ die beste Wahl für einen RAP-Puls.

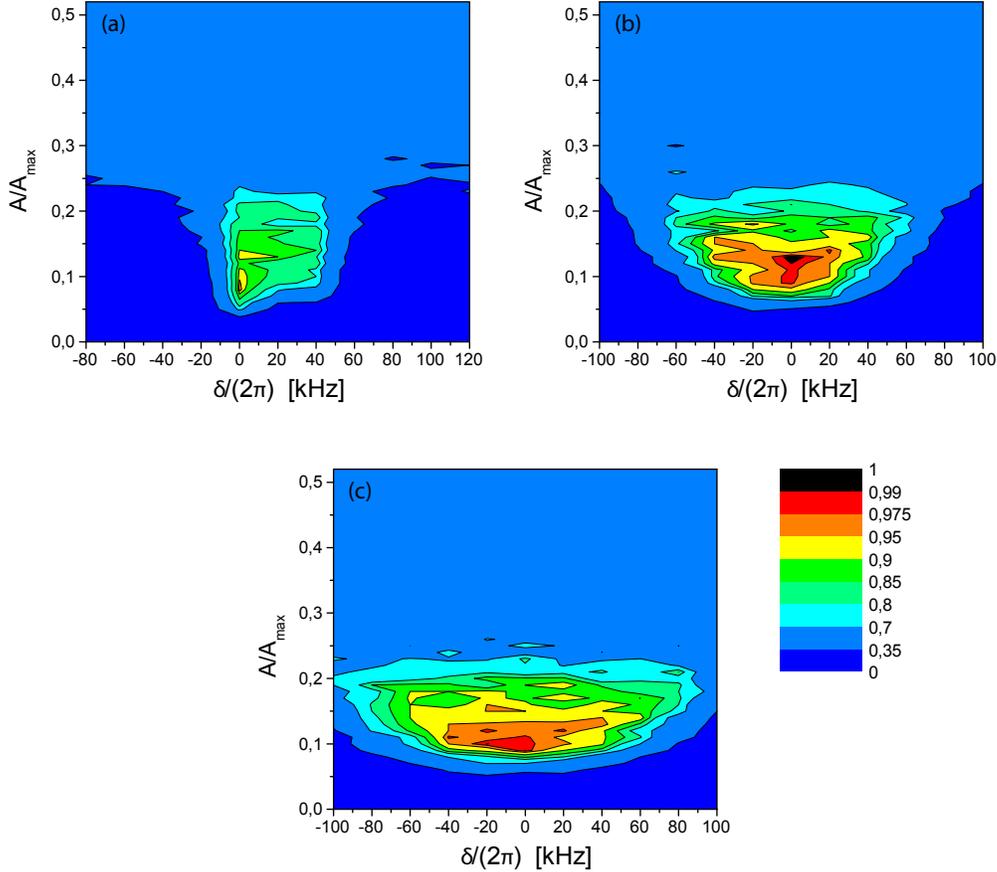


Abbildung 8.4: Robustheit des RAPs. Zu sehen sind die Ergebnisse von RAP-Powerscans auf dem Übergang $|\uparrow\rangle \rightarrow |D_{5/2}, m_j = +5/2\rangle$ für $\Delta\nu = 100\text{kHz}$ (a), $\Delta\nu = 200\text{kHz}$ (b) und $\Delta\nu = 300\text{kHz}$ (c). Die Auftragung ist so gewählt, dass A auf die maximal einstellbare Amplitude A_{\max} normiert ist. Jedes Bild setzt sich aus insgesamt elf Scans zusammen, wobei die Pulsdauer stets $T = 50\mu\text{s}$ war. Die Verstimmung $\delta/(2\pi)$ erfolgte jeweils in 10kHz-Schritten. Durch die Höhenlinien wird die Anregungswahrscheinlichkeit des Zustands $D_{5/2}$ dargestellt.

Mit einem einzelnen RAP-Puls auf dem Übergang $|\uparrow\rangle \rightarrow |D_{5/2}, m_j = +5/2\rangle$ konnte bei optimalen Parametern eine kombinierte Präparations- und Ausleseeffizienz von 95% erreicht werden. Um die restliche Population in den Zustand $D_{5/2}$ zu transferieren haben wir zusätzlich

einen zweiten RAP-Puls auf dem Übergang $|\uparrow\rangle \rightarrow |D_{5/2}, m_j = +3/2\rangle$ durchgeführt. Mit beiden Pulsen konnte die Effizienz auf 99,6% gesteigert werden. Der zweite RAP verbessert zusätzlich noch die Robustheit gegen Frequenzdrifts des Lasers, wie in Abbildung 8.5 zu sehen ist.

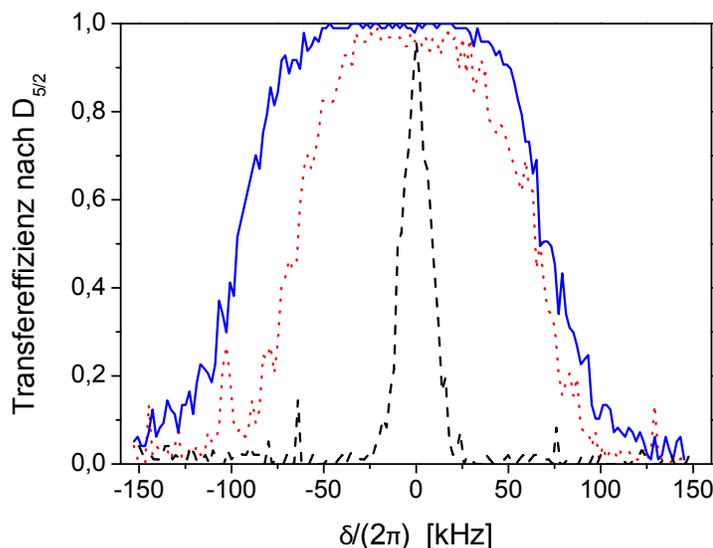


Abbildung 8.5: Transfereffizienz von $|\uparrow\rangle$ nach $|D_{5/2}, m_j = +5/2\rangle$ für einen gaußförmigen π -Puls (schwarz), einen RAP-Puls (rot) und zwei RAP-Pulse (blau). Sowohl die Effizienz als auch die Robustheit gegenüber Frequenzdrifts des Lasers ist für zwei RAP-Pulse am besten.

Außerdem haben wir noch die sogenannte SCROFULOUS-Technik²⁹ ausprobiert, welche ursprünglich in der NMR entwickelt wurde [60, 61]. Dabei wird eine Sequenz aus drei Pulsen dazu verwendet, einen effektiven π -Puls zu generieren. Mit der Technik konnte eine ähnlich gute Anregung wie bei einem RAP erreicht werden. Des weiteren zeigte sich, dass das Verfahren sehr robust gegenüber Intensitätsfluktuationen ist. Dagegen war die Empfindlichkeit gegenüber Frequenzdrifts deutlich größer als beim RAP. Aus diesem Grund wurde die SCROFULOUS-Technik von uns nicht weiter verfolgt.

²⁹Steht für Short Composite ROTation For Undoing Length Over and Under Shoot.

9 Kohärente Spektroskopie auf dem Raman-Übergang

Die beiden Zustände $|\uparrow\rangle$ und $|\downarrow\rangle$ werden durch die Lichtfelder zweier Raman-Strahlen miteinander gekoppelt. In diesem Kapitel sollen charakteristische Eigenschaften des von uns verwendeten Raman-Systems anhand von experimentellen Ergebnissen beschrieben werden.

9.1 Spektren

Wie in Abschnitt 6.5.2 erläutert, stehen prinzipiell zwei unterschiedliche Strahlgeometrien zur Verfügung. Die beiden am Raman-Übergang beteiligten Strahlen sind entweder parallel oder orthogonal zueinander. Für beide Geometrien ist in Abbildung 9.1 ein Spektrum dargestellt. Im Fall R1/R2 treten neben dem Träger nur axiale Seitenbänder auf. Die Linien sind äquidistant, wobei der Abstand zwischen ihnen gerade durch die axiale Fallenfrequenz gegeben ist. Im Gegensatz dazu weist das Spektrum für R1/CC nur den Trägerübergang auf.

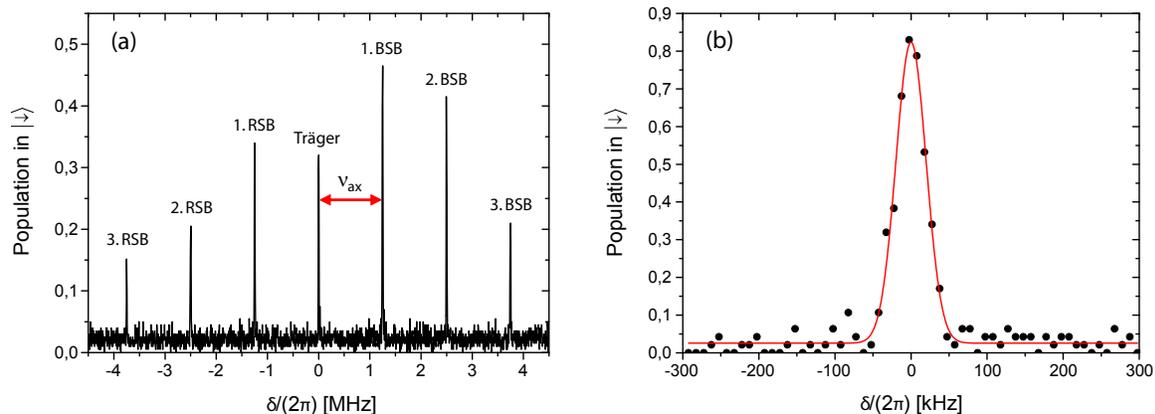


Abbildung 9.1: Raman-Spektren: (a) Strahlenpaar R1/R2. Die axiale Fallenfrequenz beträgt in dieser Messung $\nu_{ax} = \omega_{ax} / (2\pi) = 1,25\text{MHz}$. (b) Strahlenpaar R1/CC. Die Linienbreite ist im Wesentlichen durch die endliche Pulsdauer bestimmt. Zum Messen der Spektren wurde jeweils die Frequenz von R2 bzw. CC durchgeföhren, während die Frequenz von R1 stets unverändert blieb.

9.2 Rabioszillationen auf dem Raman-Übergang

Rabioszillationen stellen die kohärente Dynamik eines effektiven Zwei-Niveau-Systems dar und sind somit ein guter Indikator dafür, wie gut Quantenoperationen mit einem einzelnen Qubit durchgeführt werden können. In Abbildung 9.2 sind Rabioszillationen für den Übergang $|\downarrow\rangle \leftrightarrow |\uparrow\rangle$ dargestellt, wobei dieser durch das Strahlenpaar R1/CC getrieben wurde.

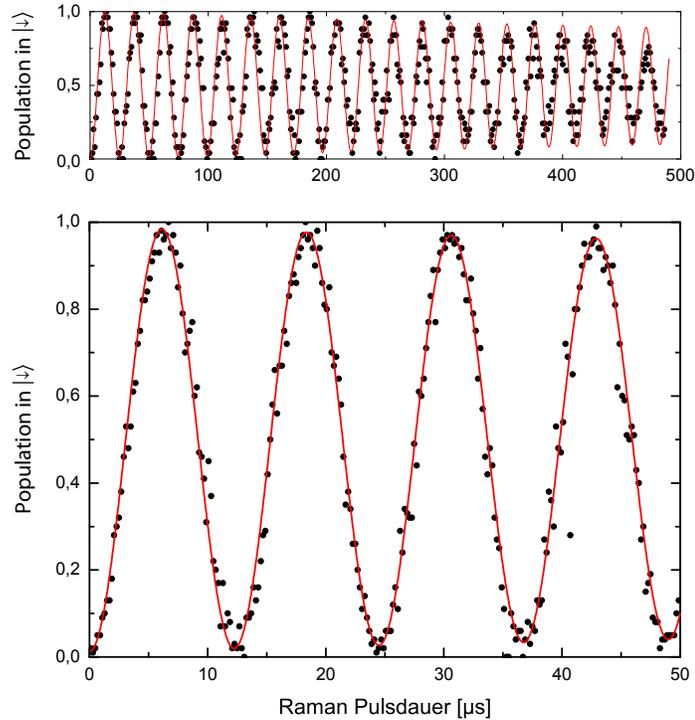


Abbildung 9.2: Raman-Rabioszillationen für das Strahlenpaar R1/CC. Oben: Die Kurve zeigt die große Kohärenzzeit des Systems. Jeder Punkt ist dabei der Mittelwert aus 25 Einzelmessungen. Die Raman-Verstimmung betrug $\Delta_R/(2\pi) \sim +20\text{GHz}$. Während des Scans ist die Rabi-Frequenz geringfügig gedriftet. Im Fit wurde dies durch eine lineare Abhängigkeit der Rabi-Frequenz von der Zeit berücksichtigt. Unten: Vier Rabioszillationen wurden hochauflösend bei $\Delta_R/(2\pi) \sim +30\text{GHz}$ aufgenommen, wobei hier jeder Punkt 100 Einzelmessungen repräsentiert. Der Kontrast K der Rabioszillationen beträgt 96%.

Das Prinzip der Messung ist analog wie in Abschnitt 8.1 beschrieben. Für jede Einzelmessung wird das Qubit im Zustand $|\uparrow\rangle$ präpariert. Abhängig von der Einstrahlzeit der beiden Laser erzeugt man dann eine Superposition $c_0|\uparrow\rangle + c_1|\downarrow\rangle$. Anschließend wird das Qubit ausgelesen. Für jede Pulslänge τ werden viele Einzelmessungen durchgeführt und so kann die Anregungswahrscheinlichkeit $p_\uparrow = |c_0|^2$ für den Zustand $|\uparrow\rangle$ bestimmt werden. Die entsprechende

Population im Zustand $|\downarrow\rangle$ ist $p_{\downarrow} = |c_1|^2 = 1 - |c_0|^2$. Eine wichtige Größe zur Charakterisierung von Rabi-Oszillationen ist der Kontrast K , der definiert ist durch

$$K := \frac{p_{\downarrow,max} - p_{\downarrow,min}}{p_{\downarrow,max} + p_{\downarrow,min}}, \quad (9.1)$$

wobei $p_{\downarrow,max}$ und $p_{\downarrow,min}$ die maximale bzw. minimale Anregungswahrscheinlichkeit darstellt.

Die untere Kurve in Abbildung 9.2 zeichnet sich durch einen hohen Kontrast von 96% aus. Bemerkenswert an der oberen Kurve ist vor allem die lange Kohärenzzeit, obwohl das Ion für die Messungen lediglich dopplergekühlt war (dadurch wird in unserem Fall eine mittlere Phononenzahl von $\bar{n} \sim 15$ erreicht). Für das Strahlenpaar R1/CC ist der Lamb-Dicke Parameter praktisch Null, das heißt es gibt keine Bewegungsseitenbänder und so kann durch Phononen bewirktes Dephasieren hier nicht stattfinden. Dadurch ist eine der Hauptdekohärenzquellen ausgeschlossen. Der zu sehende Kontrastverlust wird durch andere Effekte verursacht. Dazu gehören beispielsweise Schwankungen des Magnetfelds und der Laserintensität. Ein weiterer Grund sind Fluktuationen der relativen Phase der Raman-Strahlen aufgrund von Luftströmungen oder mechanischen Schwingungen. Auch durch nicht-resonante Anregung in den Zustand $P_{1/2}$ wird Dekohärenz verursacht. Jeder der beiden Raman-Strahlen i trägt dazu bei. Es gilt:

$$p_{P_{1/2},i} \sim \frac{\Omega_i^2}{\Delta_R^2},$$

wobei Δ_R die für beide Strahlen gleiche Raman-Verstimmung und Ω_i die jeweilige Rabi-Frequenz auf dem Dipolübergang ist. Der Zerfall des $P_{1/2}$ -Niveaus endet entweder im Zustand $|\uparrow\rangle$ oder im Zustand $|\downarrow\rangle$. Dies bewirkt eine zufällige Wiederbevölkerung dieser Niveaus.

9.3 Messung der zeitlichen Kohärenz

Die Kohärenz des Systems kann mit Hilfe einer Ramsey-Pulssequenz untersucht werden. In Abbildung 9.3 (a) ist eine solche Pulssequenz dargestellt. Ihre Wirkungsweise kann anschaulich anhand der in Abbildung 2.1 dargestellten Blochkugel erläutert werden. Dabei soll $|\uparrow\rangle$ dem Zustand $|1\rangle$ und $|\downarrow\rangle$ dem Zustand $|0\rangle$ entsprechen. Wir betrachten ein Bezugssystem, das mit der Lichtfrequenz ω_L um die z -Achse rotiert. Nehmen wir an, das Qubit wird im Zustand $|\uparrow\rangle$ initialisiert. Der Blochvektor zeigt also auf den Südpol der Blochkugel. Durch einen $\pi/2$ -Puls der Phase ϕ_1 wird nun dieser Zustand in eine Superposition $(|0\rangle + e^{i\phi_1}|1\rangle)/\sqrt{2}$ überführt. Es findet somit eine Anregung auf den Äquator der Blochkugel statt. Während der Wartezeit τ_R rotiert der Blochvektor in der Äquatorebene. Dabei hängt die Rotationsgeschwindigkeit ausschließlich von der Verstimmung $\delta = \omega_L - \omega_0$ des eingestrahlten $\pi/2$ -Pulses ab. Nach der Zeit τ_R hat das Ion zusätzlich die Phase ϕ_R aufgesammelt. Somit befindet es sich jetzt im Zustand $(|0\rangle + e^{i\phi}|1\rangle)/\sqrt{2}$, wobei $\phi = \phi_1 + \phi_R$. Nun folgt ein zweiter $\pi/2$ -Puls der Phase ϕ_2 . Nehmen wir beispielsweise an, dass $\phi_2 = \phi_1$. Ist ϕ_R ein Vielfaches von π , so wird das Ion durch den zweiten $\pi/2$ -Puls wieder in den Zustand $|1\rangle$ transferiert. Für Vielfache von 2π erhält man dagegen ausschließlich den Zustand $|0\rangle$. Wenn die Anregung p_1 des Zustands $|1\rangle$ gemessen

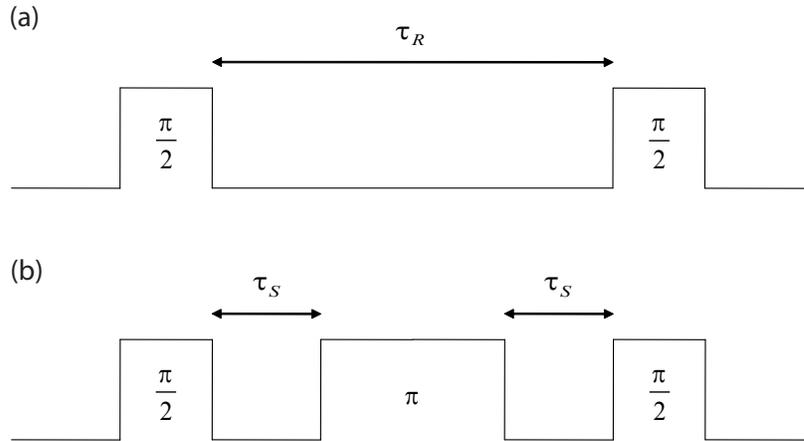


Abbildung 9.3: Ramsey- und Spinecho-Pulssequenz: (a) Bei der Ramsey-Pulssequenz sind zwei $\pi/2$ -Pulse durch eine Wartezeit τ_R getrennt. (b) Wird zwischen den beiden $\pi/2$ -Pulsen noch ein π -Puls durchgeführt, so erhält man eine Spinecho-Sequenz. Dabei ist die Zeit zwischen dem π -Puls und den $\pi/2$ -Pulsen jeweils τ_S .

wird, so ist diese im ersten Fall eins und im zweiten Fall null, vorausgesetzt es findet keine Dekohärenz statt. Für alle anderen Werte von ϕ_R ist $p_1 < 1$.

Wenn man für eine feste Wartezeit τ_R die Verstimmung δ kontinuierlich verändert, so kann man Oszillationen in der gemessenen Anregungswahrscheinlichkeit, sogenannte Ramsey-Fringe beobachten. Die Periodendauer dieser Oszillationen ist $1/\tau_R$. Alternativ können Ramsey-Fringe auch gemessen werden, indem die Wartezeit τ_R bei gleichbleibender Verstimmung δ variiert wird. In diesem Fall ist die Periodendauer gegeben durch $2\pi/\delta$. Eine dritte Möglichkeit besteht darin, die Anregungswahrscheinlichkeit in Abhängigkeit von der relativen Phase $\Delta\phi = \phi_2 - \phi_1$ der beiden $\pi/2$ -Pulse aufzunehmen. Das Resultat sind Ramsey-Fringe mit der Periodendauer 2π .

Durch Dekohärenz wird der Kontrast der Fringe beeinträchtigt. Daher kann mit Hilfe der Ramsey-Spektroskopie die Kohärenzzeit des Systems bestimmt werden.

In der Quanteninformationsverarbeitung, insbesondere bei der Realisierung von Quantengattern verwendet man häufig die sogenannte Spinecho-Sequenz. Sie ist in Abbildung 9.3 (b) dargestellt. Der prinzipielle Ausgangspunkt ist eine Ramsey-Sequenz. Nun wird aber zwischen den beiden $\pi/2$ -Pulsen noch ein zusätzlicher π -Puls durchgeführt, der von den beiden $\pi/2$ -Pulsen jeweils durch die Zeit τ_S getrennt ist.

Der Vorteil dieser Sequenz besteht nun darin, dass durch den π -Puls Dekohärenzeffekte kompensiert werden können, die auf einer langsamen Zeitskala im Vergleich zur Dauer der Sequenz ablaufen. Insbesondere kann somit der störende Einfluss von langsamen Magnetfeldschwankungen minimiert werden. Die Wirkungsweise des π -Pulses kann anhand der Blochkugel beschrieben werden. Wir betrachten wieder ein Qubit, das im Zustand $|\uparrow\rangle$ initialisiert wird. Durch den ersten $\pi/2$ -Puls wird der Blochvektor auf die Äquatorebene gedreht und beginnt

zu rotieren. Betrachten wir nun den Fall mit und ohne Dekohärenz. Die beiden Blochvektoren laufen auf der Blochkugel während der Wartezeit τ_S auseinander. Der π -Puls bewirkt nun, dass die Blochvektoren derart gedreht werden, dass sie nach der zweiten Wartezeit τ_S wieder zusammengelaufen sind, vorausgesetzt, die Dekohärenzmechanismen sind langsam im Vergleich zur Dauer der Sequenz. Nach dem zweiten $\pi/2$ -Puls ergibt die Zustandsauslese somit für beide Fälle genau denselben Wert.

In Abbildung 9.4 werden experimentelle Ergebnisse einer Ramsey-Sequenz und einer Spinecho-Sequenz für gleiche Wartezeiten ($\tau_R = 2\tau_S = 300\mu\text{s}$) miteinander verglichen. Dabei wurde das Strahlenpaar R1/CC verwendet. Zu sehen ist, dass der Kontrast für die Ramsey-Sequenz deutlich geringer ist. Außerdem ist die Streuung der Messwerte um die Fitkurve sehr viel größer als bei der Spinecho-Sequenz.

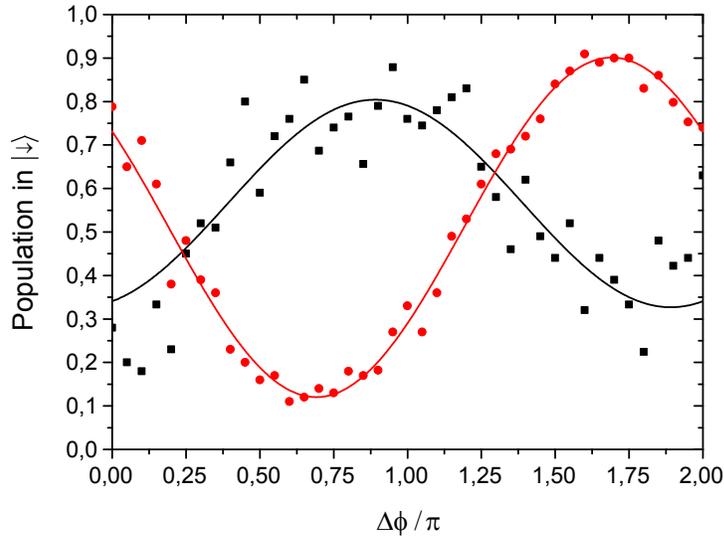


Abbildung 9.4: Experimentelle Ergebnisse einer Ramsey-Sequenz (schwarz) und einer Spinecho-Sequenz (rot) für das Strahlenpaar R1/CC und gleiche Wartezeiten $\tau_R = 2\tau_S = 300\mu\text{s}$. Dargestellt ist die Anregungswahrscheinlichkeit in Abhängigkeit von der relativen Phase $\Delta\phi = \phi_2 - \phi_1$ der beiden $\pi/2$ -Pulse. Beide Messungen wurden mit Linetrigger durchgeführt.

Die Verwendung des Strahlenpaares R1/CC hat den Vorteil, dass sich dadurch Dekohärenzmechanismen untersuchen lassen, die nicht durch Phononen bewirkt werden. Wir haben Spinecho-Messungen für verschiedene Wartezeiten τ_S durchgeführt und jeweils den Kontrast bestimmt. Die Ergebnisse sind in Abbildung 9.5 dargestellt. Ohne Linetrigger ergibt sich eine Kohärenzzeit von $T = 0,63\text{ms}$. Mit Linetrigger vergrößert sich dieser Wert auf $T = 2,14\text{ms}$. Für beide Raman-Geometrien sind π -Zeiten von wenigen μs ohne großen Aufwand erreichbar. Aus den Spinecho-Experimenten kann somit gefolgert werden, dass beispielsweise die Stabilität des Magnetfeldes und des optischen Aufbaus absolut ausreichend für Quantenlogikoperationen ist.

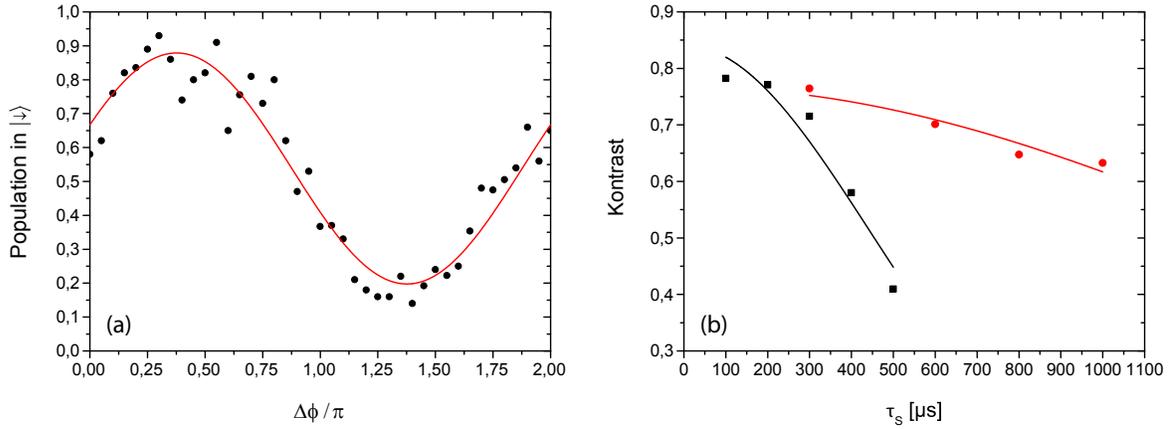


Abbildung 9.5: Bestimmung der Kohärenzzeit des Systems mit Hilfe des Strahlenpaares R1/CC: (a) Ergebnis einer Spinecho-Sequenz für $\tau_S = 1\text{ms}$ mit Linetrigger. Selbst bei dieser langen Wartezeit ist der Kontrast noch 63%. (b) Kontrast der Ramsey-Fringe für unterschiedliche Wartezeiten. Resultate ohne Linetrigger sind schwarz und Resultate mit Linetrigger sind rot dargestellt. Um die Kohärenzzeit T des Systems zu ermitteln, wurde in beiden Fällen eine Kurve $\sim \exp(-\tau_S^2/T^2)$ angefitet. Ohne Linetrigger ergibt sich $T = 0,63\text{ms}$ und mit Linetrigger erhält man $T = 2,14\text{ms}$.

9.4 Ramsey-Spektroskopie zur Bestimmung der Resonanzfrequenz eines Übergangs

Mit Hilfe von Ramsey- bzw. Spinecho-Sequenzen kann die Resonanzfrequenz eines Übergangs sehr genau bestimmt werden. Dazu müssen zwei Messungen durchgeführt werden, wobei die relative Phase $\Delta\phi$ der beiden $\pi/2$ -Pulse unterschiedlich gewählt wird [62]. Eine Kurve wird für $\Delta\phi = +90^\circ$ und die andere für $\Delta\phi = -90^\circ$ aufgenommen. Dabei wird jeweils die Verstimmung δ bei gleichbleibender Wartezeit τ_S variiert. Beide Kurven sind im Gegensatz zu den Fällen $\Delta\phi = 0^\circ$ und $\Delta\phi = 180^\circ$ nicht symmetrisch bezüglich der Resonanzfrequenz. Das Differenzsignal besitzt allerdings genau dort einen Nulldurchgang. In Abbildung 9.6 sind experimentelle Ergebnisse für das Strahlenpaar R1/CC dargestellt. Dabei wurde die AOM-Frequenz des Strahls CC verändert, während die AOM-Frequenz des Strahls R1 konstant bei 90MHz gehalten wurde. Der richtige Nulldurchgang des Differenzsignals (c) liegt bei 70,897MHz. Dies entspricht der Resonanzfrequenz des Übergangs, das heißt $\delta = 0$. Die Zeeman-Aufspaltung zwischen den beiden Niveaus des Grundzustands $S_{1/2}$ ist gegeben durch die Differenz der beiden AOM-Frequenzen und beträgt somit 19,103MHz.

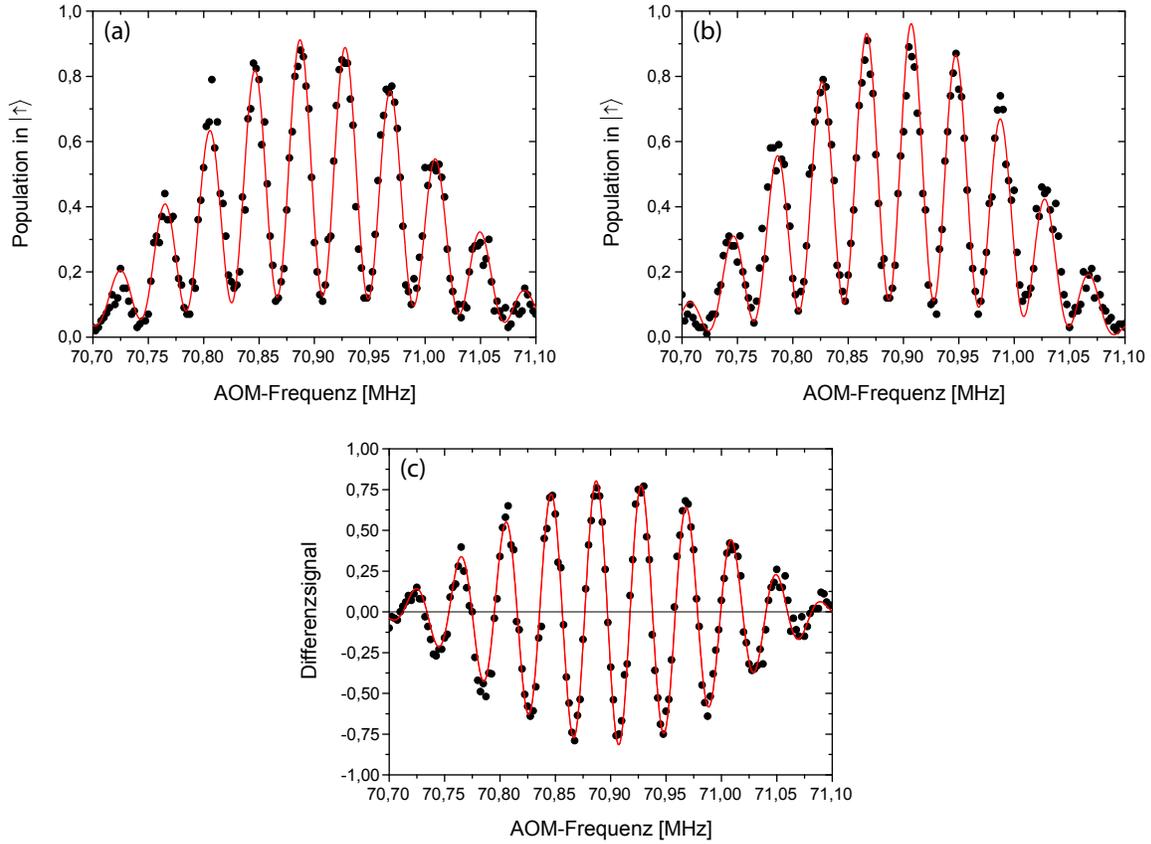


Abbildung 9.6: Bestimmung der Resonanzfrequenz des Raman-Übergangs R1/CC. Es wurde jeweils eine Spinecho-Messung für $\Delta\phi = +90^\circ$ (a) und $\Delta\phi = -90^\circ$ (b) durchgeführt. In beiden Fällen war $\tau_S = 10\mu\text{s}$. Auf der Abszisse ist jeweils die AOM-Frequenz des Strahls CC aufgetragen. Bei den Messungen war die AOM-Frequenz des Strahls R1 konstant bei 90MHz. Das Schaubild (c) zeigt das Differenzsignal der Anregungswahrscheinlichkeiten des Zustands $|\uparrow\rangle$. Dabei wurden die Messpunkte für den Fall $\Delta\phi = -90^\circ$ von den Ergebnissen für $\Delta\phi = +90^\circ$ abgezogen. Die Resonanzfrequenz ($\delta = 0$) liegt bei 70,897MHz.

10 Kühlen in den Grundzustand der Bewegung

Für viele Experimente ist es notwendig, dass sich das Ion mit möglichst hoher Wahrscheinlichkeit im Grundzustand der Bewegung befindet. Durch Dopplerkühlen erreichen wir in unseren Experimenten eine mittlere Phononenzahl von $\bar{n} \sim 15$. Um tiefere Temperaturen zu erreichen, benutzen wir die Technik des Seitenbandkühlens. Um diese Methode anzuwenden, benötigt man einen Übergang, der ausreichend schmal ist, so dass die einzelnen Seitenbänder spektroskopisch aufgelöst werden können. In unserem Fall ist dies auf dem Quadrupolübergang und auf dem R1/R2-Raman-Übergang möglich. In diesem Kapitel werden Kühlergebnisse für beide Optionen vorgestellt. Außerdem wurde die Heizrate der Falle gemessen. Sie gibt an, wie viele Phononen pro Zeiteinheit durch die Falle selbst erzeugt werden.

10.1 Seitenbandkühlen auf dem Quadrupolübergang

Das Grundprinzip des Seitenbandkühlens wurde in Abschnitt 4.3.2 beschrieben. Die tatsächliche experimentelle Umsetzung sieht folgendermaßen aus: Das Qubit wird in $|\uparrow\rangle$ initialisiert. Zum Kühlen benutzen wir den Übergang von $|\uparrow\rangle$ nach $|D_{5/2}, m_j = +5/2\rangle$. Die Frequenz des Laserlichts bei 729nm wird so gewählt, dass eine Anregung auf dem ersten roten Seitenband (axial) stattfindet. Um effektiv zu kühlen, ist es nun sinnvoll, den Zerfall aus dem metastabilen Niveau $D_{5/2}$ zu beschleunigen. Dazu wird der Quenclaser bei 854nm eingestrahlt, der das Ion in den Zustand $P_{3/2}$ transferiert, wobei aufgrund der Auswahlregeln nur ein Übergang nach $|P_{3/2}, m_j = +3/2\rangle$ erlaubt ist. Das $P_{3/2}$ -Niveau besitzt eine sehr kurze Lebensdauer von 7,4ns und zerfällt in den Grundzustand. Hierbei ist ausschließlich ein Zerfall in $|\uparrow\rangle$ möglich. Der Kühlkreislauf ist somit annähernd geschlossen. Nur unwahrscheinlicher Zerfall in eines der D-Niveaus kann zu Population in $|\downarrow\rangle$ führen.

Ähnlich wie zur Präparation benutzen wir auch zum Kühlen ein gepulstes Schema. Die Länge des Kühlpulses bei 729nm wird so gewählt, dass dadurch eine maximale Anregung auf dem ersten RSB erfolgt. Diese Zeit beträgt typischerweise etwa 10 bis 20 μ s zu Beginn der Sequenz und nimmt mit geringer werdender Phononenzahl zu, da die Rabi-Frequenz für das erste RSB gegeben ist durch $\Omega_{n,n-1} = \eta\sqrt{n}\Omega$. Nach dem Kühlpuls wird der Quenclaser für etwa 2 μ s eingestrahlt. Es werden zehn solche Zyklen durchgeführt. Anschließend haben sich etwa 10% der Population im falschen Spinzustand $|\downarrow\rangle$ gesammelt. Nun wird σ^+ -polarisiertes Licht bei 397nm eingestrahlt, welches diese Population wieder in $|\uparrow\rangle$ pumpt. Die gesamte Sequenz wird acht mal durchgeführt. Im Anschluss daran folgt eine zweite Kühlstufe. Dabei wird die Dauer der Kühlpulse auf die nun verminderte Phononenzahl angepasst, das heißt verlän-

gert. Außerdem wird das σ -Pumpen auf dem Dipolübergang durch das gepulste Schema auf dem Quadrupolübergang ersetzt. Die verlängerte Pumpsequenz wirkt sich nicht nachteilig auf das Kühlen aus, da sie nur nach jedem zehnten Kühlpuls durchgeführt wird. Die zweite Stufe beinhaltet insgesamt 4 solche Zyklen aus Kühlen und Pumpen.

Bestimmung der Kühlresultate

Die Optimierung der Kühlparameter erfolgt durch Minimierung der Anregungswahrscheinlichkeit des ersten RSB auf dem Quadrupolübergang. Je geringer die Anregung ist, desto wahrscheinlicher befindet sich das Ion im Grundzustand der Bewegung.

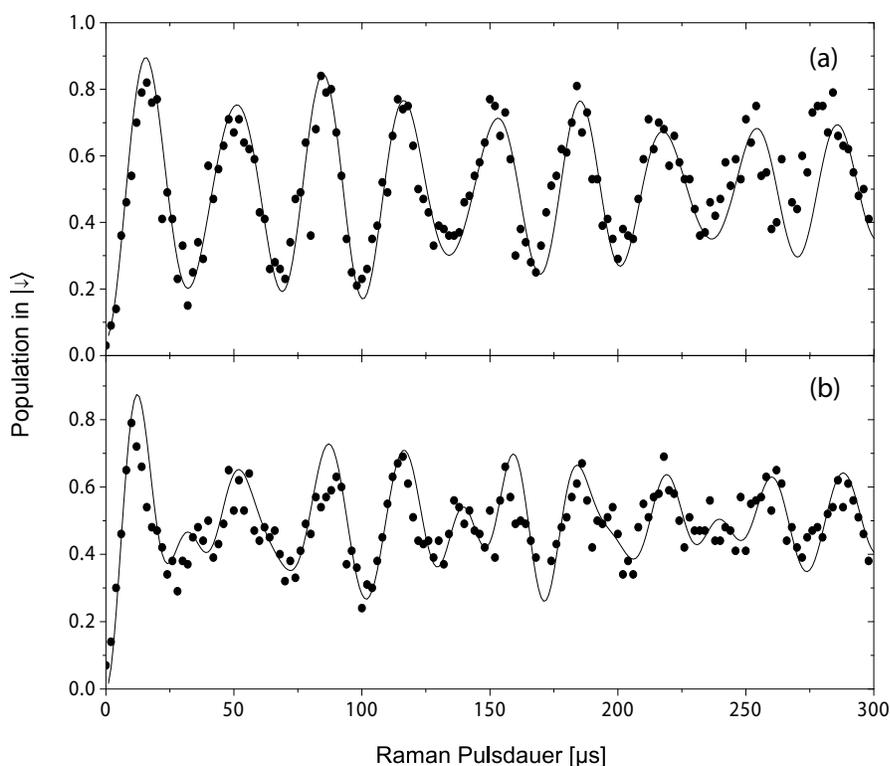


Abbildung 10.1: Pulslängenscans auf dem BSB des R1/R2-Raman-Übergangs nach dem Seitenbandkühlen. Dargestellt ist die Population im Zustand $|\downarrow\rangle$ in Abhängigkeit von der Dauer der Raman-Pulse. Bei den Daten (a) wurde die Detektion direkt nach dem Kühlen durchgeführt, während bei (b) eine Wartezeit von $\tau = 3\text{ms}$ dazwischen lag. Die Raman-Verstimmung $\Delta_R/(2\pi)$ war in beiden Fällen gleich groß und betrug etwa -40GHz . Die eingezeichneten Kurven wurden aus den ermittelten Phononenzahl-Verteilungen rekonstruiert (siehe Gleichung (10.1)), wobei die Kohärenzzeit $1/\gamma$ angepasst wurde. Dargestellt sind die Resultate für $1/\gamma = 280\mu\text{s}$.

Das optimierte Kühlergebnis wird dann mit Hilfe des Raman-Systems untersucht. Dazu werden Rabioszillationen auf dem ersten BSB des R1/R2-Übergangs aufgenommen. Dies hat den Vorteil, dass das Kühlresultat für die axiale Schwingungsmode nicht durch die radialen Moden verfälscht wird. Außerdem bewirkt der größere Lamb-Dicke Parameter des Raman-Systems, dass die Rabi-Frequenzen der einzelnen Übergänge $n \rightarrow n + 1$ besser voneinander getrennt sind.

In Abbildung 10.1 sind Rabioszillationen für zwei verschiedene Wartezeiten τ zwischen Kühlen und Detektion dargestellt. Bei der Messung (a) erfolgte die Detektion direkt im Anschluss an das Kühlen, während die Daten (b) für eine Wartezeit von $\tau = 3\text{ms}$ aufgenommen wurden. Um die Phononenzahl-Verteilung zu erhalten, wird eine Kosinustransformation der Daten aus den Pulslängenscans durchgeführt. Ein analoges Verfahren wurde beispielsweise auch in Cavity-QED-Experimenten angewendet [63]. Man erhält Peaks im Spektrum bei den Rabi-Frequenzen derjenigen Übergänge $n \rightarrow n + 1$, die zu den Rabioszillationen beitragen. Da die Aufnahmezeit der Daten begrenzt ist, treten für jeden Übergang auch noch weitere Frequenzkomponenten auf. Deshalb kann es zur Überlagerung von Anteilen verschiedener Phononenzahlen und dadurch zu systematischen Fehlern kommen. Die Störkomponenten wurden durch den Vergleich mit simulierten Daten ermittelt und anschließend entfernt. Ein auf diese Weise bereinigtes Spektrum ist in Abbildung 10.2 dargestellt.

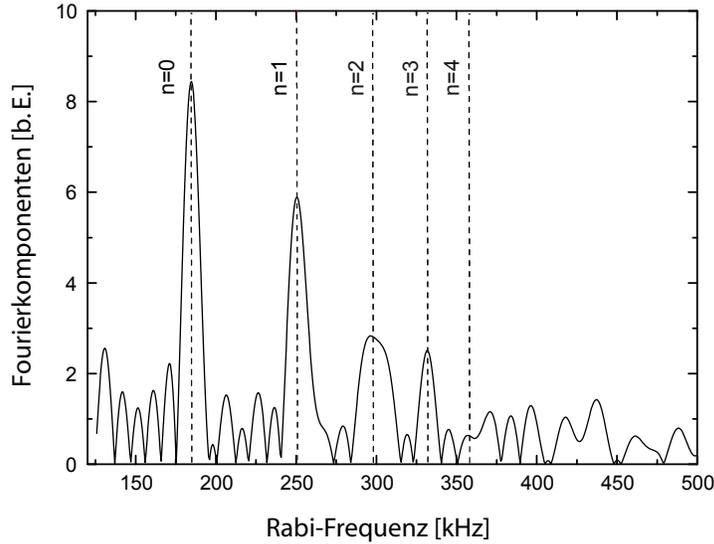


Abbildung 10.2: Kosinustransformation des Pulslängenscans (b) aus Abbildung 10.1. Die durchgezogenen Linien kennzeichnen die Rabi-Frequenzen der verschiedenen Übergänge $n \rightarrow n + 1$.

Nach einer geeigneten Normierung stellen die Peak-Höhen die Besetzungswahrscheinlichkeit P_n für die jeweiligen Phononenzahlen dar. Aus diesen Daten kann die mittlere Phononenzahl \bar{n} berechnet werden. Für den Scan ohne Wartezeit (a) ist das Ergebnis $\bar{n} = 0,24$. Dies stellt

den niedrigsten Wert dar, den wir durch Seitenbandkühlen erreichen konnten. Da \bar{n} deutlich kleiner als eins ist, befindet sich das Ion mit großer Wahrscheinlichkeit im Grundzustand der Bewegung.

Aus der Phononenzahl-Verteilung kann die kohärente Dynamik auf dem BSB rekonstruiert werden. Wir verwenden dazu folgende Formel [64]:

$$P_{|\downarrow\rangle}(t) = 1 - \sum_n \frac{P_n}{2} (A \cos(\Omega_{n,n+1}t) e^{-\gamma t} + 1) . \quad (10.1)$$

Dabei ist $P_{|\downarrow\rangle}(t)$ die Wahrscheinlichkeit, dass das Ion im Zustand $|\downarrow\rangle$ gefunden wird und P_n steht für die ermittelte Besetzungswahrscheinlichkeit der einzelnen Phononenzahlen. Der Faktor A stellt die Ausleseeffizienz dar und durch die Dämpfungskonstante γ wird die Dekohärenz des Systems berücksichtigt. Die Anpassung an die Messwerte aus Abbildung 10.1 lieferte eine Kohärenzzeit von $1/\gamma = 280\mu\text{s}$.

Das jeweilige Kühlergebnis kann mit Hilfe eines Pulslängenscans auf dem Trägerübergang nochmals überprüft werden. In Abbildung 10.3 sind Messdaten dazu dargestellt. Dabei erfolgte die Detektion direkt im Anschluss an das Kühlen und die Raman-Verstimmung war gleich wie bei dem entsprechenden Scan auf dem BSB ($\Delta_R/(2\pi) \sim -40\text{GHz}$). Für den Fit wurden die aus dem Pulslängenscan auf dem ersten BSB gewonnenen Besetzungswahrscheinlichkeiten P_n vorgegeben. Die gute Übereinstimmung der Fitkurve mit den experimentellen Daten ist eine Bestätigung des Werts $\bar{n} = 0,24$.

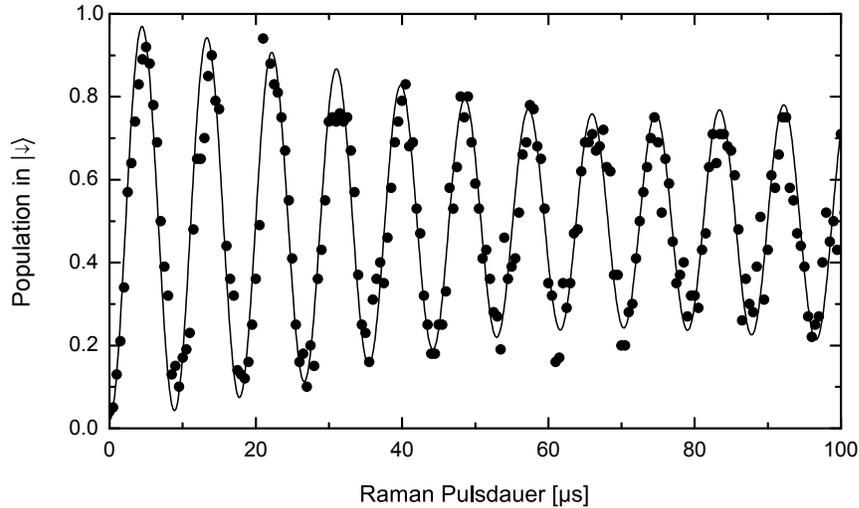


Abbildung 10.3: Kohärente Dynamik auf dem R1/R2-Trägerübergang nach dem Seitenbandkühlen ohne Wartezeit. Es wurde eine Kurve nach Gleichung (10.1) angefitet, wobei die $\Omega_{n,n+1}$ durch die entsprechenden Rabi-Frequenzen des Trägerübergangs ersetzt wurden. Für den Fit wurden die Besetzungswahrscheinlichkeiten P_n aus der entsprechenden Kosinustransformation des Pulslängenscans auf dem ersten BSB vorgegeben.

Heizrate der Mikrofalle

Wir haben nach der beschriebenen Methode die Phononenzahl-Verteilungen für verschiedene Wartezeiten τ zwischen Kühlen und Detektion bestimmt. Die Ergebnisse sind in Abbildung 10.4 dargestellt. In (a) ist die Besetzungswahrscheinlichkeit P_n für $n \leq 2$ in Abhängigkeit von τ aufgetragen, während (b) die berechneten mittleren Phononenzahlen \bar{n} zeigt. Mit zunehmender Wartezeit steigt \bar{n} an, das heißt das Ion wird durch Potentialfluktuationen in der Falle geheizt. Ein linearer Fit der Daten ergibt eine Heizrate von 0,3 Phononen/ms. Durch eine verbesserte Spannungsversorgung der Elektroden konnte die Heizrate im Vergleich zu früheren Messungen (2,1 Phononen/ms [47]) um etwa eine Größenordnung gesenkt werden.

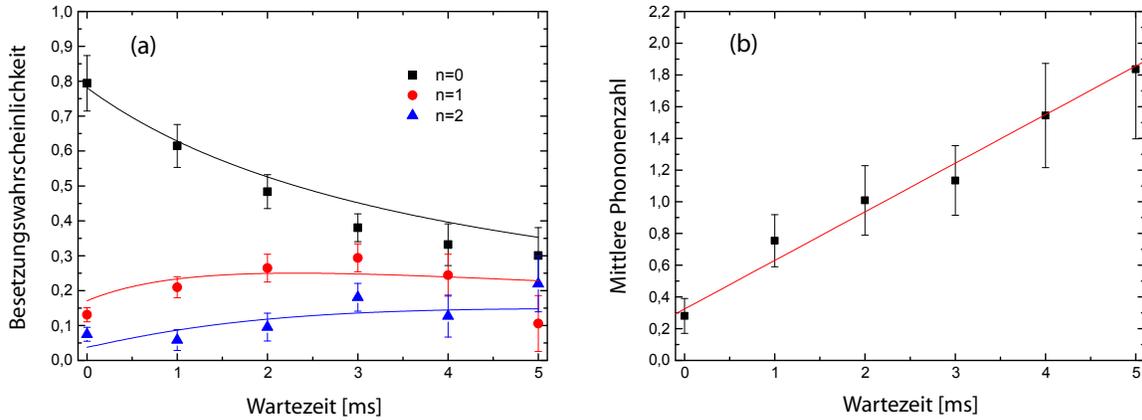


Abbildung 10.4: (a) Besetzungswahrscheinlichkeiten P_n für $n \leq 2$ und verschiedene Wartezeiten zwischen Seitenbandkühlen und Detektion. Die Daten wurden ermittelt aus dem Frequenzspektrum der Pulslängenscans auf dem ersten BSB des R1/R2-Raman-Übergangs. Zum Vergleich ist für jede Phononenzahl eine thermische Verteilung (10.2) eingezeichnet, wobei für $\bar{n}(t)$ das Ergebnis des linearen Fits aus Abbildung (b) eingesetzt wurde. (b) Mittlere Phononenzahl \bar{n} in Abhängigkeit von τ . Ein linearer Fit ergibt eine Heizrate von $\dot{n} = (0,3 \pm 0,1)/\text{ms}$.

Die in Abbildung 10.4 (a) eingezeichneten Kurven ergeben sich, wenn man eine thermische Verteilung

$$p(n) = \frac{\bar{n}^n}{(\bar{n} + 1)^{n+1}} \quad (10.2)$$

für die Besetzungswahrscheinlichkeit ansetzt und für $\bar{n}(t)$ das Ergebnis des linearen Fits aus (b) verwendet.

10.2 Seitenbandkühlen auf dem Raman-Übergang

Für das Seitenbandkühlen auf dem Raman-Übergang wird das Qubit zunächst im Zustand $|\uparrow\rangle$ initialisiert. Anschließend wird mit dem R1/R2-Strahlenpaar eine Anregung auf dem ersten RSB durchgeführt. Das Ion befindet sich nun im Zustand $|\downarrow\rangle$, wobei ihm ein Phonon entzogen wurde. Das Problem ist nun, dass das Ion nach jedem Kühlpuls wieder in den Zustand $|\uparrow\rangle$ gepumpt werden muss, um den Kühlkreislauf zu schließen. Wenn wir dazu das gepulste Schema über den Quadrupolübergang verwenden, so wird durch die lange Pumpzeit die Kühlrate verkleinert. Wird dagegen das σ -Pumpen gewählt, so ist die Pumpeffizienz nicht optimal (vergleiche Abschnitt 8.1). Beim Seitenbandkühlen auf dem Quadrupolübergang ist das Pumpen nicht so entscheidend, da nur etwa 10% der Population nach jedem zehnten Kühlzyklus transferiert werden muss.

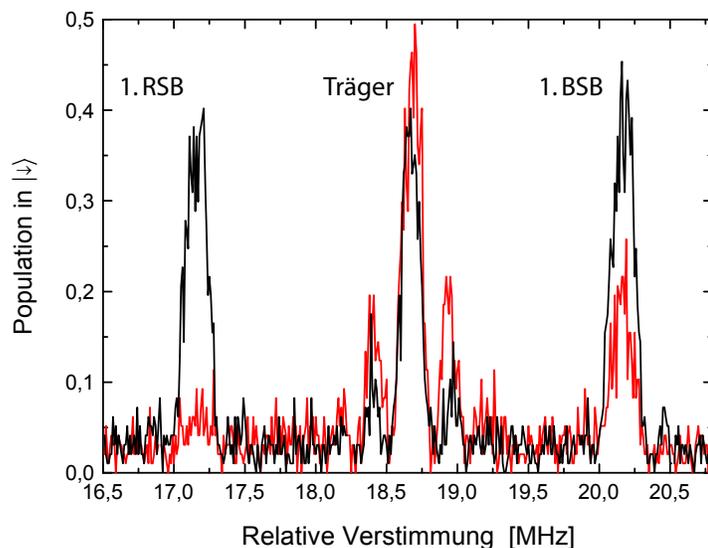


Abbildung 10.5: Seitenbandkühlen auf dem R1/R2-Raman-Übergang: Rot dargestellt ist das gemessene Spektrum nach dem Seitenbandkühlen. Dabei wurde die Anregungswahrscheinlichkeit des Zustands $|\downarrow\rangle$ in Abhängigkeit von der relativen Verstimmung $\Delta\omega/(2\pi)$ der beiden Raman-Strahlen gemessen. Die Detektion erfolgte jeweils im Anschluss an 50 Kühlzyklen, wobei zwischen Kühlen und Auslese keine Wartezeit war. Zum Vergleich ist zusätzlich das Spektrum ohne Kühlen (schwarz) aufgetragen. In beiden Fällen war die Raman-Verstimmung gleich groß und betrug $\Delta_R/(2\pi) \sim +8\text{GHz}$.

In Abbildung 10.5 ist ein Spektrum des R1/R2-Raman-Übergangs nach dem Seitenbandkühlen dargestellt, wobei zwischen dem Kühlen und der Detektion keine Wartezeit lag. Der Spektroskopiepuls folgte jeweils auf 50 Zyklen bestehend aus Kühlen und Pumpen. Letzteres wurde mit Hilfe des σ -Strahls bei 397nm durchgeführt. Im Vergleich zur Messung ohne Kühlen

ist das Spektrum deutlich unsymmetrischer, wobei das erste RSB fast vollständig verschwunden ist. Aus dem Verhältnis der Anregungswahrscheinlichkeiten des ersten RSB und des ersten BSB (P_{RSB} bzw. P_{BSB}) kann die mittlere Phononenzahl \bar{n} bestimmt werden. Es gilt [23]:

$$\bar{n} = \frac{A}{1 - A} ,$$

wobei $A = P_{RSB}/P_{BSB}$. Damit erhält man für das Kühlspektrum aus Abbildung 10.5 den Wert $\bar{n} = 0,27$. Die Größen P_{RSB} und P_{BSB} wurden dabei durch Anfitzen einer Gauß-Kurve an das jeweilige Seitenband ermittelt. Außerdem wurde berücksichtigt, dass das Spektrum einen konstanten Untergrund besitzt. Von den Ergebnissen der Fitkurven wurde deshalb der Wert $P_{Offset} = 0,025$ abgezogen.

11 Genaue Bestimmung der Linienbreite des Übergangs $S_{1/2} \leftrightarrow P_{1/2}$

In diesem Kapitel soll eine neuartige Methode vorgestellt werden, mit der die Linienbreite des Übergangs $S_{1/2} \leftrightarrow P_{1/2}$ sehr genau gemessen werden kann. Das prinzipielle Verfahren kann auch auf andere Übergänge angewendet werden und ist nicht elementspezifisch. Es beruht auf einer Kombination von Messungen der Streurrate und der AC-Stark Verschiebung unter Verwendung von nicht-resonanten Laserstrahlen. Dazu benutzen wir in unserem Fall das Raman-System.

Im Folgenden soll zunächst detailliert die experimentelle Bestimmung der Streuraten beschrieben werden. Anschließend wollen wir die Messung der AC-Stark Verschiebung erläutern. Im letzten Abschnitt dieses Kapitels werden dann die Ergebnisse für die Linienbreite dargestellt und diskutiert.

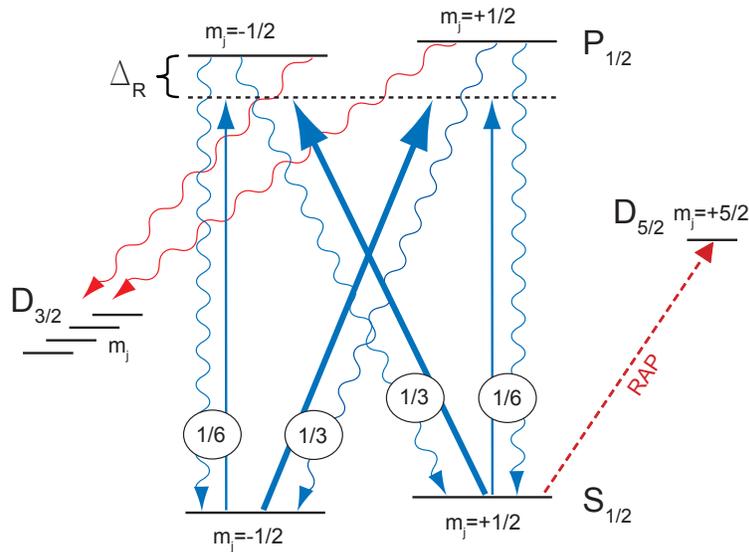


Abbildung 11.1: Relevante Übergänge zur Bestimmung der Linienbreite des Übergangs $S_{1/2} \leftrightarrow P_{1/2}$. Blau dargestellt sind sämtliche Anregungs- und Zerfallsmöglichkeiten zwischen den Zeeman-Komponenten der Niveaus $S_{1/2}$ und $P_{1/2}$. Für die vier möglichen Kopplungen der Niveaus sind die quadrierten Clebsch-Gordan Koeffizienten angegeben. Der Zerfall in das Niveau $D_{3/2}$ ist durch zwei rote Pfeile angedeutet. Der gestrichelte Pfeil rechts steht für den Zustandstransfer durch RAP, der zur Auslese des Spinqubits durchgeführt werden muss.

Für die weitere Betrachtung sind in Abbildung 11.1 alle relevanten Niveaus und Übergänge dargestellt.

11.1 Messung von Streuraten

Die Messung der Streuraten läuft nach folgendem Schema ab: Das Ion wird zunächst in einem der beiden Zustände $|\uparrow\rangle$ oder $|\downarrow\rangle$ initialisiert. Anschließend wird nicht-resonantes Laserlicht auf dem Dipolübergang für eine gewisse Dauer eingestrahlt. Dies geschieht unter Verwendung eines Raman-Strahls, dessen Verstimmung durch Δ_R gegeben ist. Es findet nicht-resonante Anregung des Niveaus $P_{1/2}$ und anschließender Zerfall in die beiden Zustände $|\uparrow\rangle$ und $|\downarrow\rangle$ statt. Nach dem Streupuls wird die Population in $|\uparrow\rangle$ über den metastabilen Zustand $|D_{5/2}, m_j = +5/2\rangle$ ausgelesen (vergleiche Abschnitt 8.2). Für jeden Anfangszustand $|\uparrow\rangle$ und $|\downarrow\rangle$ werden bei gleichbleibender Verstimmung viele solche Messungen in Abhängigkeit von der Länge des Streupulses durchgeführt.

Ist während der Sequenz der Laser bei 866nm ausgeschaltet, so beinhaltet das Ergebnis der Messung die beiden Zerfallszweige $P_{1/2} \rightarrow S_{1/2}$ und $P_{1/2} \rightarrow D_{3/2}$. Wenn der Laser während des Streupulses an ist, so wird der Zerfall in das Niveau $D_{3/2}$ nicht aufgenommen, da das Ion sofort wieder in den Zustand $P_{1/2}$ zurückgepumpt wird. Die gemessene Population in $|\uparrow\rangle$ ist in diesem Fall deshalb größer. Um den Effekt zu verdeutlichen, haben wir Streukurven mit und ohne Laserlicht bei 866nm aufgenommen. Die Ergebnisse sind in Abbildung 11.2 dargestellt. Für große Zeiten t zeigen die Kurven mit Rückpumplaser ein Sättigungsverhalten.

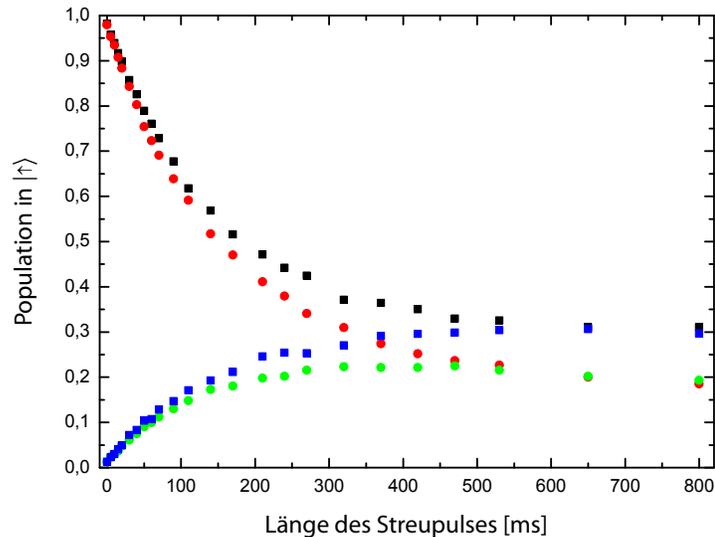


Abbildung 11.2: Streuratenmessung für $\Delta_R/(2\pi) = -11,70\text{GHz}$ mit (Quadrate) bzw. ohne (Punkte) Rückpumplaser bei 866nm. Jeder Wert ist das Ergebnis aus 10000 Einzelmessungen.

Wir wollen nun ein theoretisches Modell beschreiben, welches die Bestimmung der Streuraten aus den experimentellen Daten erlaubt. Wenn das Ion in $|\uparrow\rangle$ initialisiert wurde, so soll die Rate für Zerfälle in den anderen Zustand $|\downarrow\rangle$ mit $R^{\uparrow\rightarrow\downarrow}$ bezeichnet werden. Die Spin-Flip Rate in der anderen Richtung wird durch $R^{\downarrow\rightarrow\uparrow}$ dargestellt. Für eine beliebige Polarisation können diese beiden Größen ausgedrückt werden durch

$$R^{\uparrow\rightarrow\downarrow} = \frac{\Omega^2}{4\Delta_R^2} \frac{\Gamma}{9} (\epsilon_-^2 + \epsilon_0^2) \quad (11.1)$$

$$R^{\downarrow\rightarrow\uparrow} = \frac{\Omega^2}{4\Delta_R^2} \frac{\Gamma}{9} (\epsilon_+^2 + \epsilon_0^2) , \quad (11.2)$$

wobei die Clebsch-Gordan Koeffizienten bereits einbezogen wurden. Dabei ist Γ die Linienbreite des Übergangs $S_{1/2} \leftrightarrow P_{1/2}$ und Ω die Dipol-Rabifrequenz. Die ϵ_i stellen die Polarisationskomponenten des Raman-Strahls dar. Für rein π -polarisiertes Licht (ϵ_0) ist die Streuraten in beiden Richtungen gleich groß, während für rein zirkuläres Licht (ϵ_+ bzw. ϵ_-) nur eine Richtung getrieben werden kann. Die Formeln (11.1) und (11.2) sind nur gültig, falls einige Vereinfachungen gemacht werden. Die tatsächliche Energieaufspaltung der Zeeman-Komponenten wurde vernachlässigt. Dies ist gerechtfertigt für den Fall, dass die Energiedifferenzen der aufgespaltenen Niveaus klein gegenüber Δ_R sind. Zusätzlich wurde angenommen, dass keine weiteren elektronischen Zustände am Raman-Streuprozess beteiligt sind. Auch der Zerfall in das Niveau $D_{3/2}$ ist hier nicht einbezogen worden.

Die Dynamik des Streuprozesses kann durch die folgenden gewöhnlichen Differentialgleichungen beschrieben werden:

$$\dot{p}_\uparrow(t) = -R^{\uparrow\rightarrow\downarrow}(1+b)p_\uparrow(t) + R^{\downarrow\rightarrow\uparrow}p_\downarrow(t) \quad (11.3)$$

$$\dot{p}_\downarrow(t) = -R^{\downarrow\rightarrow\uparrow}(1+b)p_\downarrow(t) + R^{\uparrow\rightarrow\downarrow}p_\uparrow(t) . \quad (11.4)$$

Dabei ist $p_\uparrow(t)$ die Population in $|\uparrow\rangle$ und $p_\downarrow(t)$ die Population in $|\downarrow\rangle$ in Abhängigkeit von der Länge t des Streupulses. Der Faktor b beinhaltet den Zerfall in das Niveau $D_{3/2}$. Die Lösungen von (11.3) und (11.4) sollen für die Anfangsbedingung $p_\uparrow(0) = 1, p_\downarrow(0) = 0$ durch $\tilde{p}_\uparrow^\uparrow(t)$ bzw. $\tilde{p}_\downarrow^\uparrow(t)$ gekennzeichnet werden. Analog stellen $\tilde{p}_\uparrow^\downarrow(t)$ und $\tilde{p}_\downarrow^\downarrow(t)$ die Lösungen für den Fall $p_\uparrow(0) = 0, p_\downarrow(0) = 1$ dar. Der obere Index zeigt also jeweils den Zustand an, in welchem das Qubit initialisiert wurde. Wenn man noch beachtet, dass sowohl die Präparations- als auch die Ausleseeffizienz nicht perfekt ist, so kann das experimentelle Signal modelliert werden durch

$$p_\uparrow^\uparrow(t) = ra_\uparrow\tilde{p}_\uparrow^\uparrow(t) + r(1-a_\uparrow)\tilde{p}_\uparrow^\downarrow(t) \quad (11.5)$$

$$p_\uparrow^\downarrow(t) = ra_\downarrow\tilde{p}_\uparrow^\downarrow(t) + r(1-a_\downarrow)\tilde{p}_\uparrow^\uparrow(t) , \quad (11.6)$$

wobei durch $a_\uparrow \lesssim 1$ und $a_\downarrow \gtrsim 0$ die Initialisierungsfehler berücksichtigt werden, während $r \lesssim 1$ die Ausleseeffizienz darstellt.

In Abbildung 11.3 sind experimentelle Ergebnisse einer Streuratenmessung zu sehen. Dabei wurden Kurven nach Gleichung (11.5) bzw. (11.6) angefitet. Die Abweichungen der einzelnen

Messwerte von den Fitkurven sind kleiner als 1%. Dies spricht für die Qualität des angenommenen Modells.

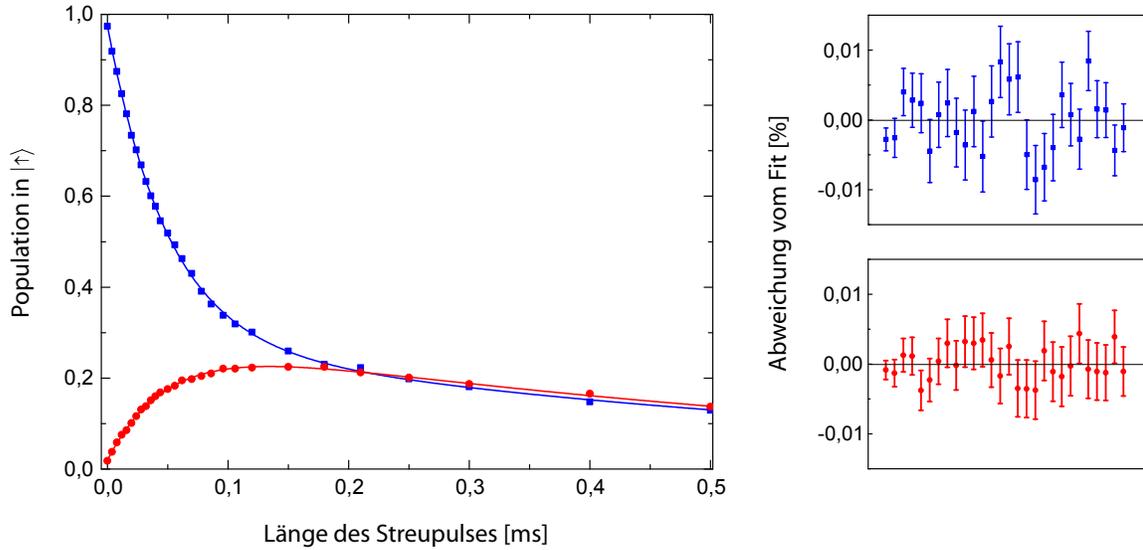


Abbildung 11.3: Streuratenmessung für $\Delta_R/(2\pi) = -6,96\text{GHz}$, wobei der Rückpumplaser bei 866nm ausgeschaltet war. In Abhängigkeit von der Länge t des Streupulses wurde die Anregungswahrscheinlichkeit des Zustands $|\uparrow\rangle$ aufgenommen. Messwerte, bei denen der Zustand in $|\uparrow\rangle$ ($|\downarrow\rangle$) initialisiert wurde, sind durch blaue Quadrate (rote Punkte) gekennzeichnet. Jeder Wert ist das Ergebnis aus 10000 Einzelmessungen. Die eingezeichneten Kurven ergeben sich durch einen Fit der Gleichungen (11.5) und (11.6). Es wurde dabei ein kombinierter Fit beider Datensätze durchgeführt. Das Ergebnis für die Spin-Flip Raten ist: $R^{\uparrow\downarrow} = 12470,2\text{s}^{-1}$, $R^{\downarrow\uparrow} = 5595,9\text{s}^{-1}$. Die Tatsache, dass sich die beiden Kurven schneiden und die rote Kurve für große Pulslängen über der blauen verläuft, kann durch die nicht perfekte Präparations- und Ausleseeffizienz erklärt werden. Rechts dargestellt sind die Abweichungen der einzelnen Messwerte von den Fitkurven. Sie ist für jeden Messpunkt kleiner als 1%.

11.2 Messung der AC-Stark Verschiebung

Die AC-Stark Verschiebung der Niveaus $|\uparrow\rangle$ bzw. $|\downarrow\rangle$ durch den nicht-resonanten Strahl ist gegeben durch

$$\Delta_{AC}^{\uparrow} = \frac{\Omega^2}{4\Delta_R} \left(\frac{1}{3}\epsilon_-^2 + \frac{1}{6}\epsilon_0^2 \right) \quad (11.7)$$

$$\Delta_{AC}^{\downarrow} = \frac{\Omega^2}{4\Delta_R} \left(\frac{1}{3}\epsilon_+^2 + \frac{1}{6}\epsilon_0^2 \right). \quad (11.8)$$

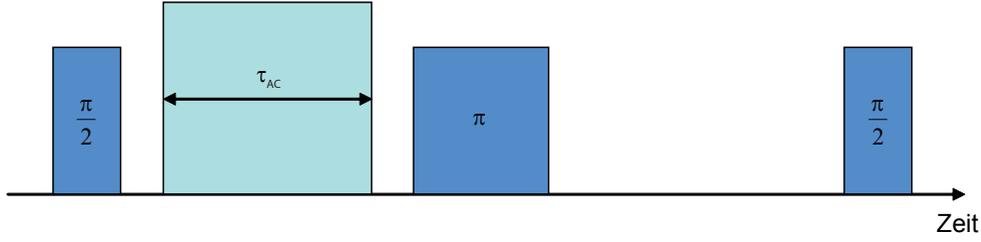


Abbildung 11.4: Pulssequenz zur Messung der differentiellen AC-Stark Verschiebung: In die Spinecho-Sequenz wird zusätzlich noch ein Puls der Länge τ_{AC} eingeführt. Für die beiden $\pi/2$ -Pulse und den π -Puls sind beide Raman-Strahlen angeschaltet, während der Verschiebungspuls nur mit einem Strahl durchgeführt wird. Die Sequenz erlaubt die Messung der differentiellen AC-Stark Verschiebung, die durch diesen Strahl verursacht wird.

Wenn man jetzt die Gleichungen (11.1), (11.2), (11.7) und (11.8) kombiniert und zusätzlich die Bedingung $\epsilon_+^2 + \epsilon_-^2 + \epsilon_0^2 = 1$ verwendet, so erhält man für die Linienbreite Γ den Ausdruck

$$\Gamma = 3\Delta_R \frac{R^{\uparrow\downarrow} - R^{\downarrow\uparrow}}{\Delta_{AC}^{\uparrow} - \Delta_{AC}^{\downarrow}}. \quad (11.9)$$

Es zeigt sich also, dass es für die Bestimmung von Γ ausreicht, die differentielle AC-Stark Verschiebung

$$\Delta_{AC}^{\uparrow\downarrow} = \Delta_{AC}^{\uparrow} - \Delta_{AC}^{\downarrow} = \frac{\Omega^2}{12\Delta_R} (\epsilon_-^2 - \epsilon_+^2) \quad (11.10)$$

zu messen. Dazu verwenden wir ein Verfahren, das auf der Spinecho-Technik basiert [29]. Die entsprechende Pulssequenz ist in Abbildung 11.4 dargestellt. Um die differentielle AC-Stark Verschiebung zu messen, die durch einen der beiden Raman-Strahlen bewirkt wird, muss die übliche Spinecho-Sequenz noch mit einem zusätzlichen Puls der Länge τ_{AC} modifiziert werden. Wir wollen ihn als Verschiebungspuls bezeichnen. Er wird nach dem ersten $\pi/2$ -Puls durchgeführt, wobei während der Zeit τ_{AC} nur dieser eine Raman-Strahl angeschaltet wird. Für die $\pi/2$ -Pulse und den π -Puls werden dagegen beide Raman-Strahlen benötigt. Es wird die Anregungswahrscheinlichkeit des Zustands $|\uparrow\rangle$ in Abhängigkeit von der Dauer τ_{AC} des Störpulses aufgenommen, wobei sämtliche anderen Parameter nicht verändert werden. Man erhält dann Ramsey-Fringe, deren Frequenz direkt durch $\Delta_{AC}^{\uparrow\downarrow}$ gegeben ist.

In Abbildung 11.5 ist das Ergebnis einer solchen Messung dargestellt. An die Messwerte wurde folgende Funktion angefitet:

$$p_{\uparrow}(\tau_{AC}) = \alpha e^{-\gamma\tau_{AC}} \sin(\Delta_{AC}^{\uparrow\downarrow}\tau_{AC} + \phi) + \beta. \quad (11.11)$$

Dabei waren α , γ , β und $\Delta_{AC}^{\uparrow\downarrow}$ freie Fitparameter.

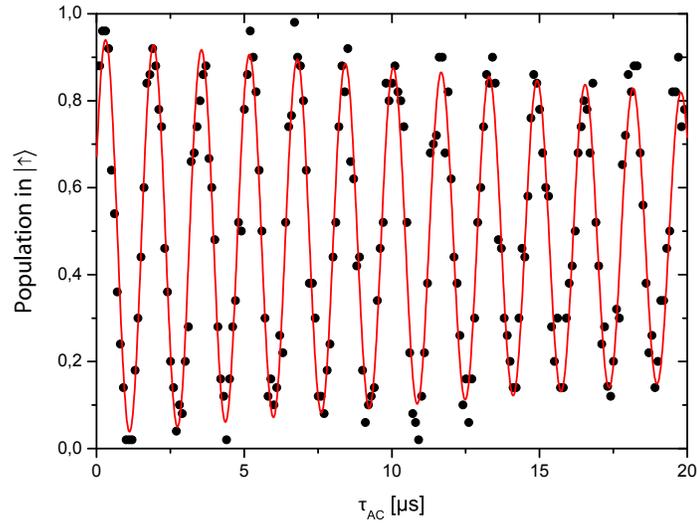


Abbildung 11.5: Messung der AC-Stark Verschiebung für $\Delta_R = -11,70\text{GHz}$. Ein Fit nach Gleichung (11.11) liefert $\Delta_{AC}^{\uparrow\downarrow} = -3,87 \cdot 10^6 \text{s}^{-1}$ (Bei dieser Messung war $\epsilon_-^2 > \epsilon_+^2$, so dass die AC-Stark Verschiebung laut Gleichung (11.10) negativ sein muss.).

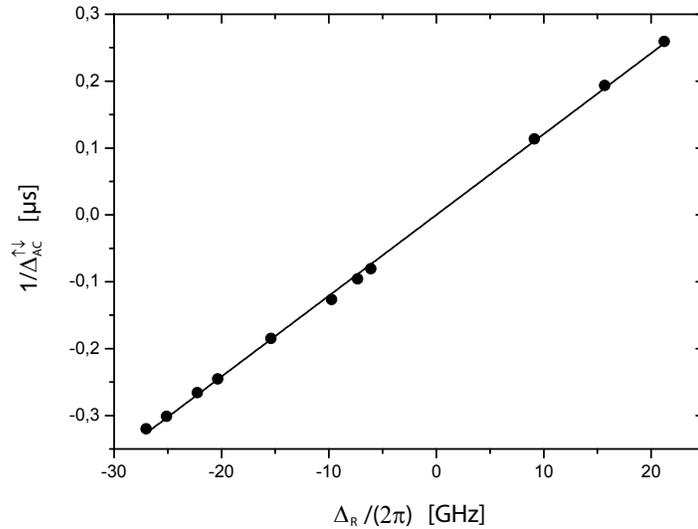


Abbildung 11.6: AC-Stark Verschiebung in Abhängigkeit von der Verstimmung Δ_R . Für verschiedene Frequenzen des Raman-Strahls wurde die AC-Stark Verschiebung gemessen. Aus einem linearen Fit kann die Resonanzfrequenz bestimmt werden. Das Ergebnis war hier $755,22215\text{THz}$. Bei dieser Frequenz wurde $\Delta_R = 0$ festgelegt.

Laut Gleichung (11.10) ist die Größe $1/\Delta_{AC}^{\uparrow\downarrow}$ linear abhängig von der Verstimmung Δ_R . Wir haben die AC-Stark Verschiebung für verschiedene Frequenzen des Raman-Strahls gemessen. Die Daten können dazu benutzt werden, der Frequenz, die das Wavelengthmeter anzeigt, die entsprechende Raman-Verstimmung zuzuordnen. Dazu wird ein linearer Fit der Datenpunkte $1/\Delta_{AC}^{\uparrow\downarrow}$ durchgeführt. Der Nulldurchgang entspricht der Resonanz, das heißt $\Delta_R = 0$. Die Ergebnisse sind in Abbildung 11.6 dargestellt.

11.3 Ergebnisse für die Linienbreite

Die Messung der Linienbreite Γ des Übergangs $S_{1/2} \rightarrow P_{1/2}$ ist nach folgendem Schema abgelaufen: Zunächst wurde die AC-Stark Verschiebung gemessen. Das Ergebnis wollen wir mit $\Delta_{AC,1}^{\uparrow\downarrow}$ kennzeichnen. Anschließend wurden die Streuraten aufgenommen. Da die Messung der Streuraten aufgrund der großen Anzahl an Messdaten relativ lange dauert, wurde im Anschluss daran nochmals eine Messung der AC-Stark Verschiebung durchgeführt, um mögliche Drifts während der Streuratenmessung auszuschließen. Das Ergebnis dieser zweiten Messung soll durch $\Delta_{AC,2}^{\uparrow\downarrow}$ dargestellt werden. Im Idealfall sollte $\Delta_{AC,1}^{\uparrow\downarrow} = \Delta_{AC,2}^{\uparrow\downarrow}$ sein.

In Tabelle 11.1 sind Messergebnisse für zwei verschiedene Verstimmungen Δ_R aufgeführt. Für jeden der beiden Datensätze wurde die Linienbreite Γ des Übergangs $S_{1/2} \rightarrow P_{1/2}$ mit Hilfe von Gleichung (11.9) berechnet. Dabei wurde für $\Delta_{AC}^{\uparrow\downarrow}$ der Mittelwert aus $\Delta_{AC,1}^{\uparrow\downarrow}$ und $\Delta_{AC,2}^{\uparrow\downarrow}$ verwendet. Im Fall $\Delta_R/(2\pi) = -11,70\text{GHz}$ weichen die Werte für $\Delta_{AC,1}^{\uparrow\downarrow}$ und $\Delta_{AC,2}^{\uparrow\downarrow}$ deutlich voneinander ab, das heißt die Strahlintensität am Ort des Ions hat sich während der Streuratenmessung geändert. Da die Intensität des Raman-Lasers aktiv stabilisiert wird, bleibt als mögliche Erklärung eine Änderung der Strahlage relativ zum Ion. Die Ursache hierfür könnten beispielsweise thermische Luftströmungen sein. Denkbar ist auch eine Aufheizung der gesamten Halterkonstruktion der Falle und damit eine Änderung der Position des Ions. Aufgrund der Diskrepanz zwischen $\Delta_{AC,1}^{\uparrow\downarrow}$ und $\Delta_{AC,2}^{\uparrow\downarrow}$ wollen wir die Messung bei $\Delta_R/(2\pi) = -11,70\text{GHz}$ von der folgenden Betrachtung ausschließen. Das Ergebnis für die Linienbreite des Übergangs $S_{1/2} \rightarrow P_{1/2}$ ist deshalb gegeben durch $\Gamma/(2\pi) = 23,24\text{MHz}$.

$\Delta_R/(2\pi)$ [GHz]	$R^{\uparrow\rightarrow\downarrow}$ [1/s]	$R^{\downarrow\rightarrow\uparrow}$ [1/s]	$\Delta_{AC,1}^{\uparrow\downarrow}$ [1/s]	$\Delta_{AC,2}^{\uparrow\downarrow}$ [1/s]	$\Gamma/(2\pi)$ [MHz]
-11,70	4321,06	1908,24	$-3,873 \cdot 10^6$	$-3,677 \cdot 10^6$	22,43
-6,96	12470,22	5595,89	$-6,159 \cdot 10^6$	$-6,195 \cdot 10^6$	23,24

Tabelle 11.1: Experimentelle Ergebnisse für die Linienbreite des Übergangs $S_{1/2} \rightarrow P_{1/2}$.

Nachfolgend sind die wichtigsten Fehlerquellen und ihr Beitrag zum Gesamtfehler aufgelistet:

- Bestimmung der Spin-Flip Raten: $<1\%$.
- Bestimmung der AC-Stark Verschiebung: $<0,6\%$.

- Vernachlässigung der Zeeman-Aufspaltung im Modell für die Bestimmung der Spin-Flip Raten: $<0,2\%$.
- Sonstige Fehler: zusammen $<0,2\%$.

Bildet man die Summe der Quadrate aller Fehlerkomponenten und zieht daraus die Wurzel, so ergibt sich für die Linienbreite ein Gesamtfehler von $1,2\%$, das heißt $\Gamma/(2\pi) = (23,24 \pm 0,28)\text{MHz}$. Durch eine Verbesserung der Intensitätsstabilisierung des Raman-Lasers kann der Fehler noch gesenkt werden. Die Genauigkeit erhöht sich außerdem, wenn die Zeeman-Aufspaltung in das Modell miteinbezogen wird und noch mehr Daten aufgenommen werden. Prinzipiell sollte es möglich sein, die Linienbreite des Übergangs $S_{1/2} \rightarrow P_{1/2}$ nach der beschriebenen Methode mit einem Fehler von deutlich weniger als 1% zu messen.

12 Zusammenfassung und Ausblick

In dieser Diplomarbeit wurde eine neuartige Methode vorgestellt, mit der es möglich ist, die Linienbreite des Übergangs $S_{1/2} \leftrightarrow P_{1/2}$ in $^{40}\text{Ca}^+$ sehr genau zu messen. Dabei finden Techniken zur Initialisierung, kohärenten Manipulation und Auslese eines Spinqubits Anwendung, die im Kontext der Quanteninformationsverarbeitung entwickelt wurden. Das experimentelle Ergebnis ist $\Gamma = 2\pi \cdot 23,24\text{MHz}$ mit einem Fehler von 1,2%.

Es konnte gezeigt werden, dass wir eine kombinierte Präparations- und Ausleseeffizienz von 99,6% für das Spinqubit erreichen. Außerdem wurde anhand von Rabi-Oszillationen verdeutlicht, dass wir Einzelqubitoperationen mit hoher Erfolgsrate durchführen können. Der Übergang zwischen den Niveaus $m_j = +1/2$ und $m_j = -1/2$ des Grundzustands $S_{1/2}$ wurde dabei mit Hilfe eines Raman-Systems getrieben.

Für viele Quantenlogikexperimente ist es erforderlich, dass die Ionen in den Grundzustand der Bewegung gekühlt werden können. Wir haben zu diesem Zweck sowohl Seitenbandkühlen auf dem Quadrupolübergang $S_{1/2} \leftrightarrow D_{5/2}$ als auch auf dem Raman-Übergang ausprobiert. In beiden Fällen konnte der Grundzustand mit hoher Wahrscheinlichkeit erreicht werden. Des Weiteren konnten wir die Heizrate der Falle zu 0,3 Phononen/ms bestimmen.

Das Raman-System wurde während der Diplomarbeit deutlich weiterentwickelt und verbessert. Dies drückt sich insbesondere in einer langen Kohärenzzeit aus. Diesbezügliche Messungen mit Ramsey- bzw. Spinecho-Sequenzen verdeutlichen, dass die Kohärenz absolut ausreichend ist für die zukünftige Realisierung eines Zwei-Qubit-Quantengatters.

Zusammengefasst kann gesagt werden, dass in dieser Arbeit viele Vorarbeiten für ein solches Gatter durchgeführt wurden. Die prinzipiellen Verfahren und experimentellen Sequenzen stehen weitgehend bereits zur Verfügung. Der nächste Schritt besteht nun darin, ein zweites Ion zu laden und das Gatter zu realisieren. Dabei sollen spinabhängige Lichtkräfte dazu benutzt werden, um Bell-Zustände zu erzeugen. Die beiden verschränkten Ionen sollen dann innerhalb der multisegmentierten Mikrofalle getrennt werden. Dadurch wird es möglich sein, die Verschränkung über eine Distanz von mehreren mm zu untersuchen.

Inzwischen steht für die segmentierte Mikrofalle ein FPGA zur Verfügung, mit dessen Hilfe schnelle Transporte in der Größenordnung der Fallenfrequenz möglich werden. Spektroskopiemethoden können dazu benutzt werden, den Einfluss von Transportfunktionen auf den Zustand der gefangenen Ionen zu untersuchen. Durch Optimal Control können diese Transportfunktionen auf den gewünschten Endzustand optimiert werden.

Prinzipiell gibt es eine Vielzahl von Experimenten, die mit schnellen Transporten in einer Mikrofalle realisiert werden könnten. So sind beispielsweise auch Anwendungen im Bereich der Quanten-Thermodynamik vorstellbar. Speziell sei hier ein Vorschlag erwähnt, der einen Test der Jarzynski-Gleichung für quantenmechanische Systeme erlaubt [65].

A Anhang

A.1 Schaltplan und Wahrheitstabelle zum Schalten der Raman-Strahlen

Damit alle möglichen Raman-Kombinationen geschaltet werden können, sind drei verschiedene TTL-Signale nötig, die durch TTL1, TTL2 und TTL3 abgekürzt werden sollen. Die RF-Quellen werden mit VFG1, VFG2 und RS bezeichnet. Nachfolgend ist der Schaltplan für die Raman-Strahlen und die dazugehörige Wahrheitstabelle dargestellt.

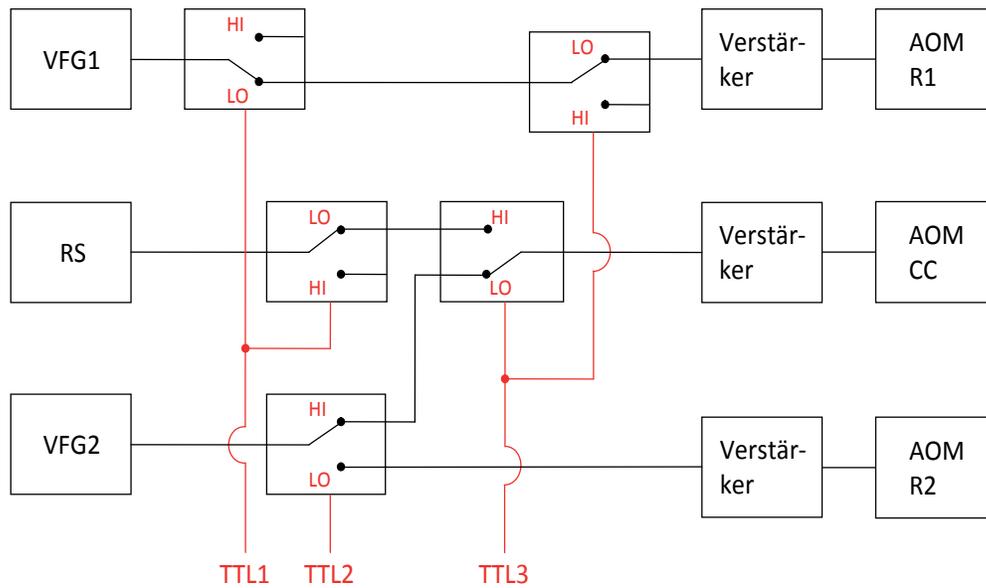


Abbildung A.1: Schaltplan für die Raman-Strahlen.

TTL1	TTL2	TTL3	R1	R2	CC
HI	LO	LO	–	VFG2	–
HI	HI	LO	–	–	VFG2
HI	HI	HI	–	–	–
HI	LO	HI	–	VFG2	–
LO	LO	LO	VFG1	VFG2	–
LO	HI	LO	VFG1	–	VFG2
LO	HI	HI	–	–	RS
LO	LO	HI	–	VFG2	RS

Tabelle A.1: Wahrheitstabelle des in Abbildung A.1 dargestellten Schaltplans. Für jede mögliche Kombination der TTL-Signale ist aufgeführt, welcher Raman-Strahl mit Hilfe welcher RF-Quelle geschaltet bzw. verstimmt werden kann.

A.2 Wissenschaftliche Publikationen

Wesentliche Ergebnisse dieser Diplomarbeit wurden veröffentlicht in:

POSCHINGER, U. G.; HUBER, H.; ZIESEL, F.; DEIB, M.; HETTRICH, M.; SCHULZ, S. A.; POULSEN, G.; DREWSSEN, M.; HENDRICKS, R. J.; SINGER, K.; SCHMIDT-KALER, F.:
Coherent Manipulation of a $^{40}\text{Ca}^+$ Spin Qubit in a Micro Ion Trap.

Akzeptiert bei: Journal of Physics B.
(arXiv:0902.2826v2 [quant-ph] (2009)).

Hiermit erkläre ich, dass ich die vorliegende Diplomarbeit selbständig verfasst und nach bestem Wissen und Gewissen keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt habe.

Ulm, den 1. Juli 2009

Markus J. Deiß

Danksagung

An dieser Stelle möchte ich all jenen danken, die mich während der Diplomarbeit unterstützt haben.

Zuallererst gilt mein Dank Prof. Dr. Ferdinand Schmidt-Kaler, der mich in seine Arbeitsgruppe aufgenommen hat und die Betreuung meiner Diplomarbeit übernahm. Von seiner großen Erfahrung habe ich zu jedem Zeitpunkt der Arbeit profitiert.

Ich möchte apl. Prof. Dr. Matthias Freyberger danken, dass er sich dazu bereit erklärt hat, das Zweitgutachten zu übernehmen. Mein Interesse an der Quanteninformationsverarbeitung wurde nicht zuletzt durch seine hervorragende Vorlesung geweckt.

Besonders dankbar bin ich allen, die mit mir am Mikrofallen-Experiment gearbeitet haben. In diesem Zusammenhang sollen vor allem Ulrich Poschinger, Gerhard Huber und Frank Ziesel genannt werden. Von ihnen konnte und durfte ich vieles lernen. Speziell danke ich Ulrich Poschinger und Gerhard Huber auch für das Korrekturlesen meiner Diplomarbeit. Außerdem sei hier noch Max Hettrich erwähnt, der insbesondere bei den Messungen zur Präparation und Auslese des Spinqubits mitgeholfen hat.

Dr. Kilian Singer, Wolfgang Schnitzler und Johannes Eble bin ich dankbar dafür, dass sie stets ein offenes Ohr für Fragen meinerseits hatten. Bei vielen Problemen konnten mir auch Georg Schütz und Robert Fickler weiterhelfen.

Mit Michael Hellwig, Amado Bautista Salvador und Michaela Petrich habe ich das Büro geteilt. Ihnen danke ich für die gute Atmosphäre trotz des Lärms der benachbarten Baustelle. Wenn Computerprobleme gelöst werden mussten, konnte ich stets auf die Hilfe von Michael Hellwig und Michael Ferner zurückgreifen.

Nicht zuletzt möchte ich meinen Eltern, Maria und Johannes Deiß, für ihre Unterstützung in jeglicher Hinsicht danken. Sie haben mir das Studium ermöglicht und ihr immerwährendes Vertrauen in meine Fähigkeiten war ein großer Rückhalt für mich.

Literaturverzeichnis

- [1] FEYNMAN, R. P.: *Simulating Physics with computers*. Int. J. theor. Phys. 21, 467 (1982)
- [2] SHOR, P. W.: *Algorithms for quantum computation: Discrete logarithms and factoring*. In Proceedings of the 35th Annual Symposium of Foundations of Computer Science, Santa Fe, NM, Nov. 20-22. IEEE Computer Society Press, 124 (1994)
- [3] DIVINCENZO, D. P.: *The physical implementation of quantum computation*. Fortschr. Phys. 48, 771 (2000)
- [4] SCHMIDT-KALER, F.; HÄFFNER, H.; RIEBE, M.; GULDE, S.; LANCASTER, G. P. T.; DEUSCHLE, T.; BECHER, C.; ROOS, C. F.; ESCHNER, J.; BLATT, R.: *Realization of the Cirac-Zoller controlled-NOT quantum gate*. Nature 422, 408 (2003)
- [5] LEIBFRIED, D.; DEMARCO, B.; MEYER, V.; LUCAS, D.; BARRETT, M.; BRITTON, J.; ITANO, W. M.; JELENKOVIĆ, B.; LANGER, C.; ROSEN BAND, T.; WINELAND, D. J.: *Experimental demonstration of a robust, high-fidelity geometric two ion-qubit phase gate*. Nature 422, 412 (2003)
- [6] BENHELM, J.; KIRCHMAIR, G.; ROOS, C. F.; BLATT, R.: *Towards fault-tolerant quantum computing with trapped ions*. Nature Physics 4, 463 (2008)
- [7] MONZ, T.; KIM, K.; HÄNSEL, W.; RIEBE, M.; VILLAR, A. S.; SCHINDLER, P.; CHWALLA, M.; HENNRICH, M.; BLATT, R.: *Realization of the quantum Toffoli gate with trapped ions*. Phys. Rev. Lett. 102, 040501 (2009)
- [8] RIEBE, M.; HÄFFNER, H.; ROOS, C. F.; HÄNSEL, W.; BENHELM, J.; LANCASTER, G. P. T.; KÖRBER, T. W.; BECHER, C.; SCHMIDT-KALER, F.; JAMES, D. F. V.; BLATT, R.: *Deterministic quantum teleportation with atoms*. Nature 429, 734 (2004)
- [9] BARRETT, M. D.; CHIAVERINI, J.; SCHÄTZ, T.; MEYER, V.; BRITTON, J.; ITANO, W. M.; JOST, J. D.; KNILL, E. LANGER, C.; LEIBFRIED, D.; OZERI, R.; WINELAND, D. J.: *Deterministic quantum teleportation of atomic qubits*. Nature 429, 737 (2004)
- [10] GULDE, S.; RIEBE, M.; LANCASTER, G. P. T.; BECHER, C.; ESCHNER, J.; HÄFFNER, H.; SCHMIDT-KALER, F.; CHUANG, I. L.; BLATT, R.: *Implementing the Deutsch-Jozsa algorithm on an ion-trap quantum computer*. Nature 421, 48 (2003)
- [11] HÄFFNER, H.; HÄNSEL, W.; ROOS, C. F.; BENHELM, J.; CHEK-AL-KAR, D.; CHWALLA, M.; KÖRBER, T.; RAPOL, U. D.; RIEBE, M. SCHMIDT, P. O.; BECHER, C.; GÜHNE, O.; DÜR, W.; BLATT, R.: *Scalable multiparticle entanglement of trapped ions*. Nature 438, 643 (2005)

- [12] KIELPINSKI, D.; MONROE, C.; WINELAND, D. J.: *Architecture for a large-scale ion-trap quantum computer*. Nature 417, 709 (2002)
- [13] ROOS, C. F.; CHWALLA, M.; KIM, K.; RIEBE, M.; BLATT, R.: *'Designer atoms' for quantum metrology*. Nature 443, 316 (2006)
- [14] BARENCO, A.; BENNETT, C. H.; CLEVE, R.; DIVINCENZO, D. P.; MARGOLUS, N.; SHOR, P.; SLEATOR, T.; SMOLIN, J.; WEINFURTER, H.: *Elementary gates for quantum computation*. Phys. Rev. A 52, 3457 (1995)
- [15] CIRAC, J. I.; ZOLLER, P.: *Quantum computations with cold trapped ions*. Phys. Rev. Lett. 74, 4091 (1995)
- [16] SCHMIDT-KALER, F.; HÄFFNER, H.; GULDE, S.; RIEBE, M.; LANCASTER, G. P. T.; DEUSCHLE, T.; BECHER, C.; HÄNSEL, W.; ESCHNER, J.; ROOS, C. F.; BLATT, R.: *How to realize a universal quantum gate with trapped ions*. Appl. Phys. B 77, 789 (2003)
- [17] SØRENSEN, A.; MØLMER, K.: *Quantum computation with ions in thermal motion*. Phys. Rev. Lett. 82, 1971 (1999)
- [18] SACKETT, C. A.; KIELPINSKI, D.; KING, B. E.; LANGER, C.; MEYER, V.; MYATT, C. J.; ROWE, M.; TURCHETTE, Q. A.; ITANO, W. M.; WINELAND, D. J.; MONROE, C.: *Experimental entanglement of four particles*. Nature 404, 256 (2000)
- [19] WINELAND, D. J.; BARRETT, M.; BRITTON, J.; CHIAVERINI, J.; DEMARCO, B.; ITANO, W.M.; JELENKOVIĆ, B.; LANGER, C.; LEIBFRIED, D.; MEYER, V.; ROSEN BAND, T.; SCHÄTZ, T.: *Quantum information processing with trapped ions*. Phil. Trans. R. Soc. Lond. A 361, 1349 (2003)
- [20] HOME, J. P.; McDONNELL, M. J.; LUCAS, D. M.; IMREH, G.; KEITCH, B. C.; SZWER, D. J.; THOMAS, N. R.; WEBSTER, S. C.; STACEY, D. N.; STEANE, A. M.: *Deterministic entanglement and tomography of ion-spin qubits*. New J. Phys. 8, 188 (2006)
- [21] PAUL, W.; OSBERGHAUS, Q.; FISCHER, E.: *Ein Ionenkäfig*. In: Forschungsberichte des Wirtschafts- und Verkehrsministeriums Nordrhein-Westfalen 415, Westfälischer Verlag (1958)
- [22] ABRAMOWITZ, M.; STEGUN, I. A.: *Handbook of Mathematical Functions*. NBS Applied Mathematics Series No. 55 (Dover, New York) (1972)
- [23] LEIBFRIED, D.; BLATT, R.; MONROE, C.; WINELAND, D. J.: *Quantum dynamics of single trapped ions*. Rev. Mod. Phys. 75, 281 (2003)
- [24] ZIESEL, F.: *Spektroskopie und Transport von Ionen in einer Mikrofalle*. Diplomarbeit, Universität Ulm (2008)

-
- [25] AMINI, J. M.; BRITTON, J.; LEIBFRIED, D.; WINELAND, D. J.: *Microfabricated Chip Traps for Ions*. arXiv: 0812.3907v1 [quant-ph] (2008)
- [26] CAHILL, K. E.; GLAUBER, R. J.: *Ordered Expansions in Boson Amplitude Operators*. Phys. Rev. 177, 1857 (1969)
- [27] HOME, J.: *Entanglement of two trapped-ion spin qubits*. Dissertation, University of Oxford (2006)
- [28] JAMES, D. F. V.: *Quantum dynamics of cold trapped ions with application to quantum computation*. Appl. Phys. B 66, 181 (1998)
- [29] HÄFFNER, H.; GULDE, S.; RIEBE, M.; LANCASTER, G.; BECHER, C.; ESCHNER, J.; SCHMIDT-KALER, F.; BLATT, R.: *Precision measurement and compensation of optical Stark Shifts for an ion-trap quantum processor*. Phys. Rev. Lett. 90, 143602 (2003)
- [30] SCHMIDT-KALER, F.; HÄFFNER, H.; GULDE, S.; RIEBE, M.; LANCASTER, G.; ESCHNER, J.; BECHER, C.; BLATT, R.: *Quantized AC-Stark Shifts and their use for multiparticle entanglement and quantum gates*. Europhys. Lett. 65, 587 (2004)
- [31] DEMTRÖDER, W.: *Experimentalphysik 3 - Atome, Moleküle und Festkörper*. Springer (2005)
- [32] DEMTRÖDER, W.: *Laserspektroskopie*. Springer (2007)
- [33] BLOCH, I.: *Licht-Atom Wechselwirkung*. Vorlesung Atomphysik, Johannes Gutenberg-Universität Mainz (2004)
- [34] ESCHNER, J.; MORIGI, G.; SCHMIDT-KALER, F.; BLATT, R.: *Laser cooling of trapped ions*. J. Opt. Soc. Am. B 20, 1003 (2003)
- [35] ROOS, C. F.: *Controlling the quantum state of trapped ions*. Dissertation, Leopold-Franzens-Universität Innsbruck (2000)
- [36] DEUSCHLE, T. W.: *Kalte Ionenkristalle in einer segmentierten Paul-Falle*. Dissertation, Universität Ulm (2007)
- [37] MORIGI, G.; ESCHNER, J.; KEITEL, C. H.: *Ground state laser cooling using electromagnetically induced transparency*. Phys. Rev. Lett. 85, 4458 (2000)
- [38] ROOS, C. F.; LEIBFRIED, D.; MUNDT, A.; SCHMIDT-KALER, F.; ESCHNER, J.; BLATT, R.: *Experimental demonstration of ground state laser cooling with electromagnetically induced transparency*. Phys. Rev. Lett. 85, 5547 (2000)
- [39] GULDE, S.; ROTTER, D.; BARTON, P.; SCHMIDT-KALER, F.; BLATT, R.; HOGERVORST, W.: *Simple and efficient photo-ionization loading of ions for precision ion-trapping experiments*. Appl. Phys. B 73, 861 (2001)

- [40] GULDE S.: *Experimental realization of quantum gates and the Deutsch-Jozsa algorithm with trapped $^{40}\text{Ca}^+$ ions*. Dissertation, Leopold-Franzens-Universität Innsbruck (2003)
- [41] GULLEY, M. S.; WHITE, A. G.; JAMES, D. F. V.: *A Raman approach to quantum logic in Calcium-like ions*. arXiv: 0112117v1 (quant-ph) (2001)
- [42] KIELPINSKI, D.; MEYER, V.; ROWE, M. A.; SACKETT, C. A.; ITANO, W. M.; MONROE, C.; WINELAND, D. J.: *A decoherence-free quantum memory using trapped ions*. Science 291, 1013 (2001)
- [43] HÄFFNER, H.; SCHMIDT-KALER, F.; HÄNSEL, W.; ROOS, C. F.; KÖRBER, T.; CHWALLA, M.; RIEBE, M.; BENHELM, J.; RAPOL, U. D.; BECHER, C.; BLATT, R.: *Robust entanglement*. Appl. Phys. B 81, 151 (2005)
- [44] KIRCHMAIR, G.; BENHELM, J.; ZÄHRINGER, F.; GERRITSMA, R.; ROOS, C. F.; BLATT, R.: *High-fidelity entanglement of $^{40}\text{Ca}^+$ hyperfine clock states*. Phys. Rev. A 79, 020304 (2009)
- [45] KWIAT, P. G.; BERGLUND, A. J.; ALTEPETER, J. B.; WHITE, A. G.: *Experimental verification of decoherence-free subspaces*. Science 290, 498 (2000)
- [46] BENHELM, J.; KIRCHMAIR, G.; ROOS, C. F.; BLATT, R.: *Experimental quantum-information processing with $^{43}\text{Ca}^+$ ions*. Phys. Rev. A 77, 062306 (2008)
- [47] SCHULZ, S. A.; POSCHINGER, U.; ZIESEL, F.; SCHMIDT-KALER, F.: *Sideband cooling and coherent dynamics in a microchip multi-segmented ion trap*. New J. Phys. 10, 045007 (2008)
- [48] SCHULZ, S. A.: *Scalable microchip ion traps for quantum computation*. Dissertation, Universität Ulm (2009)
- [49] SCHULZ, S.; POSCHINGER, U.; SINGER, K.; SCHMIDT-KALER, F.: *Optimization of segmented linear Paul traps and transport of stored particles*. Fortschr. Phys. 54, 648 (2006)
- [50] MACALPINE, W. W.; SCHILDKNECHT, R. O.: *Coaxial resonators with helical inner conductor*. Proc. of the IRE 47, 2099 (1959)
- [51] ROTTER, D.: *Photoionisation von Kalzium*. Diplomarbeit, Universität Innsbruck (2003)
- [52] MAIWALD, R.: *Abbildungs- und Steuerungssystem für ein Experiment mit einzelnen Ionen*. Diplomarbeit, Universität Ulm (2006)
- [53] DREVER, R. W. P.; HALL, J. L.; KOWALSKI, F. V.; HOUGH, J.; FORD, G. M.; MUNLEY, A. J.; WARD, H.: *Laser phase and frequency stabilization using an optical resonator*. Appl. Phys. B 31, 97 (1983)
- [54] BLACK, E. D.: *An introduction to Pound-Drever-Hall laser frequency stabilization*. Am. J. Phys. 69, 79 (2001)

- [55] KOGELNIK, H.; LI, T.: *Laser beams and resonators*. Appl. Opt. 5, 1550 (1966)
- [56] EBLE, J. F.: *Stabilisierung von Lasern zum Erzeugen und Kühlen von Ionen in einer Paul-Falle*. Diplomarbeit, Universität Ulm (2006)
- [57] BAUTISTA-SALVADOR, A.: *Microfabrication of a planar Paul trap*. Masterarbeit, Universität Ulm (2008)
- [58] SINGER, K.; JOCHIM, S.; MUDRICH, M.; MOSK, A.; WEIDEMÜLLER, M.: *Low-cost mechanical shutter for light beams*. Rev. Sci. Instrum. 73, 4402 (2002)
- [59] WUNDERLICH, C.; HANNEMANN, T.; KÖRBER, T. K.; HÄFFNER, H.; ROOS, C.; HÄNSEL, W.; BLATT, R.; SCHMIDT-KALER, F.: *Robust state preparation of a single trapped ion by adiabatic passage*. J. Mod. Opt. 54, 1541 (2007)
- [60] CUMMINS, H. K.; LLEWELLYN, G.; JONES, J. A.: *Tackling systematic errors in quantum logic gates with composite rotations*. Phys. Rev. A 67, 042308 (2003)
- [61] TIMONEY, N.; ELMAN, V.; BLASER, S.; WEISS, C.; JOHANNING, M.; NEUHAUSER, W.; WUNDERLICH, C.: *Error-resistant single-qubit gates with trapped ions*. Phys. Rev. A 77, 052334 (2008)
- [62] LETCHUMANAN, V.; GILL, P.; RISS, E.; SINCLAIR, A. G.: *Optical Ramsey spectroscopy of a single trapped $^{88}\text{Sr}^+$ ion*. Phys. Rev. A 70, 033419 (2004)
- [63] BRUNE, M.; SCHMIDT-KALER, F.; MAALI, A.; DREYER, J.; HAGLEY, E.; RAIMOND, J. M.; HAROCHE, S.: *Quantum Rabi oscillation: A direct test of field quantization in a cavity*. Phys. Rev. Lett. 76, 1800 (1996)
- [64] MEEKHOF, D. M.; MONROE, C.; KING, B. E.; ITANO, W. M.; WINELAND, D. J.: *Generation of nonclassical motional states of a trapped atom*. Phys. Rev. Lett. 77, 2346 (1996)
- [65] HUBER, G.; SCHMIDT-KALER, F.; DEFFNER, S.; LUTZ, E.: *Employing trapped cold ions to verify the quantum Jarzynski equality*. Phys. Rev. Lett. 101, 070403 (2008)