



Aufbau und Betrieb einer Paulfalle zur Rydberganregung von Ionen



Quantum

Johannes Gutenberg University, Mainz

Erstgutachter: Prof. Dr. Ferdinand Schmidt-Kaler Zweitgutachter: Prof. Dr. Jochen Walz eingereicht von: Julian Naber

Mainz, 27. März 2012

Inhaltsverzeichnis

Ak	Abbildungsverzeichnis i			
Та	belle	nverze	ichnis	vii
1	Einf	ührung]	1
2	The	orie		13
	2.1	Rydbe	rg-Atome	13
		2.1.1	Elementare Eigenschaften	13
		2.1.2	Dipol-Matrix-Elemente und Lebensdauer	15
		2.1.3	Energieniveaus von Kalzium-Ionen	17
	2.2	Elektro	ostatische Wechselwirkung zwischen Atomen	19
		2.2.1	Van-der-Waals-Wechselwirkung zwischen Atomen	20
		2.2.2	Statische Dipole	26
		2.2.3	Beiträge 1. Ordnung Störungstheorie	27
		2.2.4	Resonante Wechselwirkung	29
		2.2.5	Dipolmoment durch Mikrowellen	35
	2.3 Rydberg-Ionen in der Paulfalle		rg-Ionen in der Paulfalle	37
		2.3.1	Wechselwirkung zwischen Ionen	37
		2.3.2	Bewegungsgleichungen	39
		2.3.3	Elektron-Fallen-Wechselwirkung	42
		2.3.4	Elektron-Ion-Wechselwirkung	43
		2.3.5	Wechselwirkung von Rydberg-Ionen	45
	2.4	Elektro	onische Übergänge für Kalzium-Ionen	48
3	Ехр	erimen	teller Aufbau	51
	3.1 Ionenfalle			

Lit	teratu	urverze	eichnis	117
6	Anh	ang		113
		5.2.3	Beeinflussung des Ionenkristalls durch lokale Anregung	110
		5.2.2	Zwei-Qubit-Gatter	108
		5.2.1	Spin-Dynamik	107
	5.2	Möglio	che Anwendungen von Rydberg-Ionen	107
	5.1	Exper	imentelle Weiterentwicklung	107
5	Aus	blick		107
	4.4	Doppe	elionisation	103
		4.3.2		101
		4.3.1	397 nm-Laser	98
	4.3	Laser	charakteristik	98
	4.2	Große	e lonenkristalle	95
	4.1	Fallen	frequenzen	93
4	Ехр	erimen	itelle Ergebnisse	93
	3.6	Comp	utersteuerung	89
	3.5	Spanr	nungsversorgung der Paulfalle	84
		3.4.2	Charakterisierung	81
		3.4.1	Aufbau	80
	3.4	Kame	rasystem	79
		3.3.5	Strahlengang	74
		3.3.4	Konstantstromquelle	71
		3.3.3	Infrarotlaser: Aufbau und Dokumentation	67
		3.3.2	Laser im Experiment	65
		3.3.1	VUV-Laser	62
	3.3	Lasera	aufbau	61
		3.2.3	Kalzium-Ofen	60
		3.2.2	Verschiebetisch	58
	0.2	3.2.1	Abmessungen Komponenten und Aufbau	56
	3.2 Vakuumkammer		53	

Abbildungsverzeichnis

1.1	Unterdrückung der Anregung bei kalten Atomen
1.2	Rydberg-Dimer
1.3	Prinzip der Dipol-Blockade
1.4	Dipol-Blockade
2.1	Feinstruktur von ⁴⁰ Ca ⁺
2.2	Winkelstruktur der van-der-Waals-Wechselwirkung
2.3	Resonanter Stoßprozess 30
2.4	Termschema von ⁶ Li- ⁷ Li
2.5	Resonante Wechselwirkung
2.6	Energieaufspaltung bei resonanter Wechselwirkung
2.7	Microwave-Dressing
2.8	Größenskalen für Rydberg-Ionen
2.9	Adiabatische Potentialfläche in der Paulfalle 45
2.10	Ion-Ion-Wechselwirkung

ABBILDUNGSVERZEICHNIS

2.11 E	Energieniveaus von ⁴⁰ Ca ⁺	49
3.1 S	Schema der Paulfalle	52
3.2 A	Abmessungen der Paulfalle	54
3.3 \	/akuumkammer im Experiment	55
3.4 E	Deckelflansch	56
3.5 \	/erschiebetisch	59
3.6 k	Kalzium-Ofen	60
3.7 L	aser im Experiment	62
3.8 ⊦	Ig-Niveaus beim Vierwellenmischprozess	63
3.9 C k	Dberstes Hg-Niveau im Zusammenhang mit Rydberg-Zuständen von Kalzium	64
3.10 V	/UV-Leistungen für Rydberg-Anregung	65
3.11 S	Strahltaille des VUV-Lasers	66
3.12 L	aderate des Pulslasers	67
3.13 A	Aufbau der Infrarotlaser	68
3.14 L	aserleistung der Infrarotlaser	70
3.15 S	Schwebungsmesser der Infrarotlaser	71
3.16 S	Stromstabiltät Konstantstomquelle	74
3.17 N	Messung RF-Eingang Stromquelle	75
3.18 N	Messung Modulations-Eingang Stromquelle	76

ABBILDUNGSVERZEICHNIS

3.19 Strahlengang im Experiment			
3.20 Ein-/Aus-Charakteristik des Akustooptischen Modulators			
3.21 Kamerasystem			
3.22 Scheinbare Größe der Ionen			
3.23 Konstruktionsskizze des Wendelresonators			
3.24 Resonanzfrequenz der Paulfalle			
3.25 TTL-Signale der Messung			
4.1 Fallenfrequenzen			
4.2 Radiale Fallenfrequenzen mit DC-Offset			
4.3 Ionenkette und Zick-Zack-Konfiguration			
4.4 Übergang Zick-Zack - Kette			
4.5 Bilder von Ionenkristallen			
4.6 Sättigungsverbreiterung des Dopplerüberganges			
4.7 Wellenlängenabhängigkeit des Umpumpens			
4.8 Umpumpeffizienz bei fokussiertem Laser			
4.9 Rückpumpen mit 854 nm			
4.10 Doppelionisation			
5.1 Zwei-Qubit-Gatter für Ionen			
5.2 Struktur eines Zick-Zack-Kristalls mit Rydberg-Ionen			

ABBILDUNGSVERZEICHNIS

6.1	Konstantstromquelle Laser	. 114
6.2	Strahlengang des Laseraufbaus	115
6.3	Bilder der Paulfalle	116

Tabellenverzeichnis

2.1	Eigenschaften von Rydberg-Atomen	15
2.2	Quantendefekte für ⁴⁰ Ca ⁺	18
2.3	Zusammenfassung der Einflüsse auf die Energieniveaus von Rydberg- Ionen	44
3.1	Unterdrückung der Laser im ausgeschalteten Zustand	79
3.2	Parameter des Wendelresonator	85

1 Einführung

Rydberg-Atome weisen interessante physikalische Eigenschaften auf, deren Erforschung in den letzten Jahren große Aufmerksamkeit gewidmet wurde. Diese Besonderheiten beruhen auf der Tatsache, dass viele atomare Eigenschaften mit der Hauptquantenzahl *n* skalieren und damit für Rydberg-Atome besonders deutlich zutage treten. Hierbei ist vor allen Dingen die lange Lebensdauer $\propto n^3$, das große Dipolmoment $\propto n^2$, und die geringe Feinstrukturaufspaltung $\propto n^{-3}$ zu nennen (siehe Kapitel 2.1.1 und 2.1.2).

In diesem Zusammenhang zeigen auch die wesentlichen Wechselwirkungen zwischen Atomen eine Abhängigkeit von n. Dies sind die van-der-Waals-Wechselwirkung (vdW-WW9 $\propto n^{11}$, die Dipol-Dipol-Wechselwirkung zwischen statischen Dipolen $\propto n^4$ und Föster-Resonanzen $\propto n^4$ (siehe Kapitel 2.2). Rydberg-Atome versprechen also ungleich langreichweitigere Wechselwirkungen als Atome im Grundzustand. Die Wechselwirkungen zwischen den Rydberg-Atomen bieten folglich Ansätze, Verschränkung über größere Distanzen zu ermöglichen. Eine Übersicht über eine Vielzahl von Experimenten zu Rydberg-Atomen aus dem Blickwinkel der Quanteninformation ist in (SWM10) zu finden.

Bereits in (MM49, XII, §3.3) wird erwähnt, dass bei inelastischen Stößen zwischen Atomen ein Energieaustausch stattfinden kann, der zu inneratomaren Übergängen führt. Sogenannte resonante Stoßprozesse weisen hierbei einige Besonderheiten auf. Ein Stoßprozess ist resonant zu nennen, wenn die Energien vor und nach dem Stoß fast identisch sind. Für diesen Fall treten Kopplungen $\propto R^{-3}$ (R ist der Abstand der Atome) auf, die entsprechend langreichweitig sind. Ein Beispiel für einen solchen resonanten Energieaustausch bei Stößen findet man in (Gal05, Kapitel 14). Dort wird ein Stoß von zwei Na-Atomen im Zustand ns beschrieben, wobei durch ein elektrisches Feld über den Stark-Effekt das Niveau ns energetisch genau in die Mitte zwischen die Niveaus np und (n-1)p verschoben wird (siehe Abbildung 2.3). Der Streuquerschnitt resonanter Stoßprozesse skaliert mit $\propto n^4$. Rydberg-Atome sind offensichtlich besonders geeignet für solche Stoßexperimente. In (Gal05, Kapitel 14) sind ebenfalls einige experimentelle Ergebnisse zu finden, die diese Resonanzen deutlich zeigen, und bei denen sich die Skalierung des Streuquerschnitts mit n^4 bestätigt.

Die Anwesenheit von mehreren Rydberg-Atomen in unmittelbarer Nähe führt zu verschiedenen Effekten, die Rückschlüsse auf die wechselseitige Beeinflussung dieser Atome ermöglichen. In (AVG98) wird ein Gas aus Rb-Rydberg-Atomen untersucht, welche in einer Magneto-optischen Falle (MOT) bei einer Temperatur von 300 μ K gespeichert werden. Der zentrale Prozess bei diesem Experiment ist der Übergang

$$Rb25s_{1/2} + Rb33s_{1/2} \rightarrow Rb24p_{1/2} + Rb34p_{3/2}$$
, (1.1)

welcher für zwei unterschiedliche angelegte elektrische Felder resonant ist. Die Linienbreite dieser Resonanzen ist eine Funktion der atomaren Dichte N, was ein klares Anzeichen für resonante statische Wechselwirkung ist, und eine Erklärung durch atomarer Stöße ausschließt.

Die Dipol-Dipol-Wechselwirkung des Überganges (1.1) kann die Linienbreite allein nicht erklären. Zusätzlich müssen die Prozesse

$$\mathsf{Rb}25s_{1/2} + \mathsf{Rb}24p_{1/2} o \mathsf{Rb}24p_{1/2} + \mathsf{Rb}25s_{1/2}$$
 (1.2)

und

$$\mathsf{Rb}33s_{1/2} + \mathsf{Rb}34p_{3/2} \to \mathsf{Rb}34p_{3/2} + \mathsf{Rb}33s_{1/2}$$
 (1.3)

betrachtet werden, welche für alle elektrischen Felder resonant sind. Durch die zusätzlichen Kanäle (1.2) und (1.3) kann nun die Anregung auf benachbarte 25*s* und 33*s*-Atome übergehen. Die Wechselwirkung wird nun zu einem genuinen Vielteilcheneffekt, der andeutet, dass an die Stelle von atomaren Niveaus Bänder wie in der Festkörperphysik auftreten.

In (MLG04) wird der Vielteilchencharakter der Rydberg-Atom-WW eingehender untersucht. Die experimentelle Ausgangssituation enstspricht der bereits vorgestellten, nur werden zusätzlich 34*s*-Atome in das Rydberg-Gas eingebracht, welche den Prozess

$$Rb34s_{1/2} + Rb34p_{3/2} \rightarrow Rb34p_{3/2} + Rb34s_{1/2}$$
 (1.4)

zusätzlich zu (1.1) - (1.3) ermöglichen, und die Linienbreite der Resonanzen vergrö-

ßern. Eine Computersimulation zeigt, dass dieses Wechselwirkungsmodell die Vergrößerung der Linienbreite mit der Dichte der 34s-Atome erklärt. Somit ist gezeigt, dass resonante Wechselwirkungen in Rydberg-Gasen Vielteilchencharakter aufweisen Eine ähnliche Beeinflussung der Linienbreite wird in (ABZC⁺06) vorgenommen, hier für den Übergang $46d_{5/2}$ - $47d_{5/2}$ in einem kalten Gas aus ⁸⁵Rb-Atomen. Dabei wird die Energieentartung zwischen den Konstellationen $|46d_{5/2}m_{5/2}\rangle_A|47p_{3/2}m_{3/2}\rangle_B$ und $|47p_{3/2}m_{3/2}\rangle_A|46d_{5/2}m_{5/2}\rangle_B$ für zwei Atome A und B genutzt, welche über die bekannten Mechanismen zu einer Energieaufspaltung führt. Diese vergrößert die Linienbreite des Übergangs $46d_{5/2}$ - $47d_{5/2}$. Durch eine Erhöhung der Population des Zustandes $|47p_{3/2}m_{3/2}\rangle$ gegenüber dem reinen Vorliegen von $|46d_{5/2}m_{5/2}\rangle$ kann Einfluss auf die Linienbreite genommen werden. Zusätzlich wird nachgewiesen, dass das Einschalten eines homogenen Magnetfeldes ebenfalls diesen Prozess beeinflusst. Das Magnetfeld hebt die Entartung von Zuständen unterschiedlicher magnetischer Quantenzahl m_j teilweise auf, was die Dipol-Dipol-Wechselwirkung partiell unterdrückt und wiederum die Linienbreite reduziert.

Eine eingehendere theoretische Betrachtung dieser Vielteilcheneffekte findet man in (ADTMP99).

In kalten Gasen aus Atomen tritt neben den oben genannten Beobachtungen noch ein weiterer Effekt auf, welcher auf Wechselwirkung zwischen Rydberg-Atomen beruht. Rydberg-Atome hemmen die Anregung weiterer Rydberg-Atome in ihrer unmittelbaren Umgebung. In (TFS⁺04) wird dies in einem kalten Gas aus ⁸⁵Rb-Atomen in einer MOT nachgewiesen, für welche die vdW-WW $\propto R^{-6} \times n^{11}$ maßgeblich ist. Die vdW-WW, die ein Rydberg-Atom auf noch nicht angeregte Atome ausübt, verschiebt deren Energieniveaus und kann so die Anregung verhindern (siehe Abbildung 1.1). Eine ähnliche Beobachtung macht (VVZ⁺06) in einem Ensemble aus Cäsium-Atomen. Grundlage sind Förster-Resonanzen vom Typ

$$np_{3/2} + np_{3/2} o ns + (n+1)s$$
 ,

welche durch Anlegen elektrischer Felder erzeugt werden. Die Unterdrückung tritt auf, wenn die Energieverschiebung der Atome die Bandbreite des Anregungslasers übertrifft.

Die große Reichweite von Rydberg-Atome führt ebenfalls auf interessante Anwendungen in der Molekülphysik. (BSC02) zeigt, dass für die entartete Molekülsymmetrie ${}^{1}\Pi_{g}$ -



Abbildung 1.1: (a): Relativer Anteil der Rydberg-Atome im kalten Gas für die Quantenzahlen n = 30, 70 und 80. Die Leistung auf der x-Achse ist mit $(30/n)^3$ skaliert, um der Abnahme der Übergangswahrscheinlichkeit mit höherem n Rechung zu tragen. Die Abbildung entspricht Fig.1 aus (TFS⁺04) (b): Anzahl der Rydberg-Atome mit angelegter elektrischer Feldstärke, wobei eine Förster-Resonanz sichtbar ist (oben für $38p_{3/2}$ und unten für $36p_{3/2}$ -Atome.) Abbildung gemäß Fig.2 und Fig. 3 aus (TFS⁺04)

 ${}^{3}\Pi_{u}$ in Rb-Atomen das Wechselwirkungs-Potential eine stabile Gleichgewichtsposition erlaubt (siehe Abb. 1.2). Die Gleichgewichtsposition dieses Potentials skaliert gemäß



Abbildung 1.2: Drei Molekülkonfigurationen für Rb, n = 20 mit geeigneter Potentialbarriere für stabile Moleküle. Der grau schattierte Bereich kennzeichnet Abstände unterhalb $R_{\text{le Roy}}$. Abbildung aus (BSC02).

 $R_{GG} \propto 0, 3n^3 a_0$ in Einheiten des Bohrschen Radius a_0 , liegt für n = 20 also bei etwa 2400 a_0 . Die Autoren postulieren die Existenz solcher Rydberg-Moleküle, welche einige Vibrationsniveaus besitzen sollen. Rydberg-Makromoleküle sind inzwischen nachgewiesen wurden. Ein Beispiel ist das ${}^{3}\Sigma(5s - 35s)$ Rb₂-Molekül aus einem Rb-Atom im Grundzustand und einem weiterem in dem Rydberg-Zustand 35s (BNB⁺10).

Kürzlich wurde entdeckt, dass dieses Molekül ein permanentes elektrisches Dipol-Moment aufweist (LPR⁺11). Dies konnte dadurch nachgewiesen werden, dass für kleine elektrische Felder ein linearer elektrischer Stark-Effekt auftritt. Normalerweise tritt bei homonuklearen Molekülen nur ein quadratischer Stark-Effekt auf. Die Wellenfunktion des 35s-Elektrons erfährt durch das Grundzustandsatom eine Störung der Aufenthaltswahrscheinlichkeitsdichte, welche klein aber stark lokalisiert ist. Diese Lokalisierung findet bei einem großen Abstand statt, so dass ein merkliches Dipol-Moment entsteht. Dieses Dipol-Moment skaliert gemäß $1/n^2$, im Gegensatz zu der üblichen Skalierung $\propto n^2$. Diese Skalierung kann durch die Mischung des s-Zustandes mit einer Mannigfaltigkeit entarteter Zustände erklärt werden, welche am Ort des Grundzustandsatoms lokalisiert sind. Bei gewöhnlichen homonuklearen Molekülen aus identischen Atomen verhindert die Paritäts- und Austauschsymmetrie die Existenz permanenter Dipole. Der Unterschied zum vorliegenden Fall ist, dass hier die Größenskalen der Atome enorm verschieden sind. Das Grundzustandsatom ist Größenordnungen kleiner als das Molekül selbst, so dass die Eigenzustände ${}^{3}\Sigma_{q}$ und ${}^{3}\Sigma_{u}$ fast entartet sind. Dies bedeutet für das Molekül, dass die Ladungsverteilung für große Zeiträume stabil bleibt und die Paritätssymmetrie durch jedes noch so kleine externe Feld gebrochen wird. Die Autoren sagen für andere Systeme permanente Dipole der Größenordnung 1 kDebye voraus.

Der zentrale Mechanismus für die Verwendung von Rydberg-Atomen in der Quanteninformation ist die Dipol-Blockade. Diese soll wegen ihrer Wichtigkeit auch für eventuelle Anwendungen bei Rydberg-Ionen ausführlich erläutert werden. Die Dipol-Blockade im engeren Sinne, wie sie hier beschrieben wird, besitzt neben der Unterdrückung von Rydberg-Anregung die Eigenschaft, deterministisch einen verschränkten Zustand erzeugen zu können. Die Beschreibung hält sich an (GMW⁺09), wo erstmalig diese Effekte in einem System aus zwei ⁸⁷Rb-Atomen beobachtet wurden. Das Prinzip der Dipol-Blockade wird in Abbildung 1.3 (a) angedeutet. Beteiligt sind der Grundzustand $|g\rangle$ des Atoms und ein Rydbergzustand $|r\rangle$, welche durch Laseranregung mit Rabi-Frequenz Ω verbunden sind. In einem System aus zwei Atomen sind die möglichen Zustände folglich $|g,g\rangle$, $|g,r\rangle$, $|r,g\rangle$ und $|r,r\rangle$. Anders ist das Bild, wenn die Atome wechselwirken. In (GMW⁺09) wird für diese Wechselwirkung die Förster-Resonanz

$$58d_{3/2} + 58d_{3/2}
ightarrow 60p_{1/2} + 56f_{5/2}$$

genutzt. Daraus resultiert eine Dipol-Dipol-Wechselwirkung, welche die Niveaus um

 $2\Delta E = 2C_3/R^3$ aufspaltet. Ist diese Energieaufspaltung merklich größer als die Linienbreite des Anregungslasers, so ist der Übergang von $|g, r\rangle, |r, g\rangle$ zu $|r, r\rangle$ nicht mehr resonant. Die Laser-Anregung wird dann sinnvoll durch den Operator



Abbildung 1.3: (a) Energieniveaus in Abhängigkeit des interatomaren Abstandes *R*. Hier ist $|g\rangle$ der Grundzustand des Atoms und $|r\rangle$ ein Rydberg-Niveau, welches mit Rabi-Frequenz Ω angeregt wird. (b) Energieschema der Zustände im Bereich des Blockade-Regimes, in welchem der Zustand $|r, r\rangle$ nicht angeregt werden kann. Das System reduziert sich auf ein Zwei-Niveaus-System (GMW⁺09).

$$rac{\hbar\Omega}{2}\left(e^{i{f k}{f r}_a}|r,g
angle\langle g,g|+e^{i{f k}{f r}_b}|g,r
angle\langle g,g|+c.c.
ight)$$

beschrieben, wobei k den Wellenvektor des Lasers und r_a , r_b die Positionen der Atome bezeichnen. Verwendet man für das System die Basis

$$|\Psi_{\pm}
angle = rac{1}{\sqrt{2}} \left(e^{i \mathbf{k} \mathbf{r}_a} | r, g
angle \pm , e^{i \mathbf{k} \mathbf{r}_b} | g, r
angle
ight) \; ,$$
 (1.5)

so ist ersichtlich, dass nur $|\Psi_+\rangle$ durch die Laseranregung an den Grundzustand $|g,g\rangle$ gekoppelt ist. Damit reduziert sich die Beschreibung der zwei Atome auf ein Zwei-Niveau-System $\{|g,g\rangle, |\Psi_+\rangle\}$, welches die effektive Rabi-Frequenz $\sqrt{2}\Omega$ besitzt (siehe Abbildung 1.3 (b)). Das System wird also durch Laseranregung und Dipol-Wechselwirkung im Überlagerungszustand $|\Psi_+\rangle$ präpariert. Die Messergebnisse bestätigen die theoretischen Überlegungen. Abbildung 1.4 zeigt, dass beide vorhergesagten Effekte deutlich hervortreten: Die gleichzeitige Anregung wird deutlich unterdrückt, und die Rabi-Oszillationen des Systems besitzen eine Frequenz, die sich von derjenigen des Einzelatoms um den Faktor $\sqrt{2}$ unterscheidet.

Im Prinzip kann dieses Verfahren auch dazu verwendet werden, eine weitaus größe-



Abbildung 1.4: (a): Die roten und grünen Messpunkte zeigen die Anregungswahrscheinlichkeit für separate Atome a und b. Die blauen Punkte stellen die kombinierte Wahrscheinlichkeit dieser einzelnen Anregungen dar. Die schwarzen Punkte beschreiben die Wahrscheinlichkeit für gleichzeitiges Anregen beider Atome mit demselben Laser. Deutlich zu sehen ist die Unterdrückung von Doppeltanregung, welche für einen interatomaren Abstand $R = 18 \,\mu$ m noch nicht auftritt. (b): Die blauen Messwerte ergeben die Wahrscheinlichkeit, dass Atom a angeregt und Atom b abwesend ist. Die roten Messwerte stellen hingegen die Wahrscheinlichkeit dar, ein Atom anzuregen, wenn beide Atome anwesend sind. Der Fit an die Messwerte liefert Rabi-Frequenzen, deren Verhältnis 1,38 beträgt. Die Abbildungen entsprechen Fig. 3a und Fig. 4 aus (GMW⁺09)

re Anzahl von Atomen zu verschränken (SW02). Man überträgt den Formalismus auf eine größere Anzahl an *N* Atomen, welche im Grundzustand $|g\rangle = |g_1g_2 \dots g_N\rangle$, einfach angeregt $|r_j\rangle = |g_1 \dots r_j \dots g_N\rangle$ und zweifach angeregt $|r_jr_k\rangle = |g_1 \dots r_j \dots r_k$ $\dots g_N\rangle$ sein können. Die Atome sind durch einen Laser über den Operator $\sum_j \Omega_j |r_j\rangle\langle g| +$ $\sum_{j,k>j} \Omega_k |r_jr_k\rangle + h.c gekoppelt, und beeinflussen sich gegenseitig durch Dipol-Dipol-$ Wechselwirkung. Die Dipol-Blockade führt in diesem Fall auf den kollektiv verschränkte Zustand

$$|\Psi_+
angle = rac{1}{\sqrt{N}}\sum_j e^{i\phi_j} |r_j
angle\,,$$
(1.6)

mit Amplitude $c_s = \sqrt{N}c_j$.

Es wird vielfach versucht, die bisher vorgestellten Wechselwirkungen für Anwendungen in Quanteninformation und Quantenoptik zu nutzen. Viele dieser Vorschläge beruhen im wesentlichen auf der Dipol-Blockade.

Ein Vorschlag in (JCZ⁺00) zielt auf die Realisierung eines Phasengatters zweier neutraler Atome in einer Fallenanordnung ab. Für die Qubit-Zustände $|0\rangle$ und $|1\rangle$ soll die Operation $|\epsilon_1\rangle|\epsilon_2\rangle \rightarrow e^{i\epsilon_1\epsilon_2\phi}|\epsilon_1\rangle|\epsilon_2\rangle$ mit $\epsilon_i = 0, 1$ durch Wechselwirkung zwischen Rydberg-Zuständen realisiert werden. Ein statisches elektrisches Feld führt zu Stark-Eigenzuständen mit permanentem elektrischen Dipolmoment, welche gemäß (2.20) wechselwirken. Es werden zwei Möglichkeiten vorgestellt, in einem solchen System die gewünschte Phase zu erzeugen. In (JCZ⁺00) erfolgt für diese Gatter-Operationen auch eine Abschätzung möglicher Fehlerquellen wie Verluste aus dem Zustand $|r\rangle_j$, unerwünschte Anregung in $|rr\rangle$ und Änderungen der externen Dynamik des Systems. Ein weiterer Ansatz wird in (PRSG02) vorgeschlagen, welcher der Tatsache Rechnung trägt, dass jede beliebige unitäre Transformation eines Systems aus Qubits auf eine Ein-Qubit- und Zwei-Qubit-Transformation zurückgeführt werden kann. Eine geeingete Zwei-Qubit-Transformation ist das "conditional-phase gate", welches den Zwei-Qubit-Zustand $|a\rangle|b\rangle$ mit $|a, b\rangle = |g\rangle$ oder $|e\rangle$ in

$$|a
angle|b
angle o \exp{(i\phi\delta_{a,q}\delta_{b,q})}|a
angle|b
angle$$
 (1.7)

überführt. Die Qubits werden als Hyperfein-Unterniveaus (F=1 und F=2) des Grundzustandes $5s_{1/2}$ von zwei ⁸⁷Rb-Atomen realisiert, die in separaten optischen Dipolfallen gehalten werden. Es existiert eine Förster-Resonanz $|42s\rangle|42s\rangle \rightarrow |41p\rangle|42p\rangle$, welche zu Dipol-Dipol-Wechselwirkungen führt und alle Zustände koppelt. Die Dipol-Blockade verhindert die gleichzeitige Anregung beider Atome in Rydberg-Niveaus. Dies ist Grundlage der Verschränkung und der Gatteroperation. Durch entsprechende Wahl eines Anregungspulses und anschließenden Ein-Atom-Operationen kann ein Gatter gemäß (1.7) realisiert werden.

Einen ähnlichen Ansatz verfolgt auch (LFC⁺01) für ein mesoskopisches System aus N identischen Atomen. Neben dem Grundzustand $|g\rangle$ sollen die Atome auch ein metastabiles Unterniveau des Grundzustandes $|q\rangle$ besitzen, welches als Speicherniveau für Qubits verwendet werden soll. Die Atome können mit Rabi-Frequenz Ω in ein ausgewähltes Rydberg-Niveau angeregt werden, und von diesem wiederum durch einen optischen Übergang mit Rabi-Frequenz Ω_q in das Speicherniveau überführt zu werden. Eine Förster-Resonanz führt mittels Dipol-Blockade dazu, dass das Ensemble Rabi-Oszillationen zwischen dem Grundzustand und einem einfach angeregten Rydberg-Zustand mit Rabifrequenz $\sqrt{N}\Omega$ vollführt. In einem solchen System können beliebige Überlagerungen von Speicherzuständen $\sum_m \alpha_m |\mathbf{q}^m\rangle$ erzeugt werden. Weiterhin wird aufgeführt, wie man diese Mechanismen nutzen kann, um Wellenpakete beliebiger Form und Dauer deterministisch zu erzeugen. Ebenfalls ist die Realisierung eines "conditional-phase gates" zwischen zwei Ensembles aus Rydberg-Atomen möglich. Ein Vorschlag zur Realisierung eines Quantensimulators beruht auf der Verwendung

von in optischen Gittern gespeicherten Rydberg-Atomen (WML⁺10). Die langreich-

weitige Wechselwirkung der Rydberg-Atome soll schnelle Zwei-Qubit-Verschränkung ermöglichen. Die Anordnung bezweckt die Simulation kohärenter und dissipativer Dynamik von Vielteilchen-Spin-Systemen.

(SW02) zeigt auf, dass der Zustand (1.6) Ausgangspunkt mehrerer interessanter Anwendungen sein kann: Er ermöglicht das deterministische Laden optischer Fallen mit nur einem Atom, kann wohldefinierte Atomstrahlen erzeugen und bietet die Aussicht auf eine 1-Photonen-Quelle mit einem Abstrahlverhalten, welches gut kontrolliert werden kann und im Prinzip lediglich beugungsbegrenzt ist.

Neben neutralen Atomen stellen Experimente mit Ionen ein aktuell stark untersuchtes Feld der Quanteninformation dar. Ionen können mittels einer Kombination aus statischen und Radiofrequenz-Feldern in einem Quadrupol-Massenfilter, nach seinem Erfinder Wolfgang Paul (Nobelpreis 1989) auch Paulfalle genannt, gefangen werden (Pau90). Ionen in einer solchen Falle stellen ein gut kontrollierbares System dar, dessen Dynamik durch Atom-Lichtwechselwirkung gezielt beeinflusst werden kann. Damit ist es möglich, ein oder mehrere Ionen fast in den Grundzustand der kollektiven Bewegung zu kühlen. Weiterhin erlaubt es der fest definierte Ionenabstand, einzelne Ionen gezielt mit Laserlicht anzusprechen (LBMW03).

Diese Eigenschaften führten auf den Vorschlag (CZ95), Ionen in einer linearen Paulfalle als mögliche Implementierung eines Quantencomputers zu nutzen. Dabei soll als Mechanismus der Verschränkung, und damit Ausgangspunkt kollektiver Gatteroperationen, die Kopplung der Ionen durch die gemeinsame quantisierte Bewegung dienen. Jedes Ion dieser Kette ist Träger einer Information, die in der elektronischen Struktur kodiert wird. Es realisiert als solches ein Qubit, welches durch Gatteroperationen beeinflusst wird. Die Dekohärenzzeit einer entsprechend präparierten Ionenkette ist dabei größer als die Dauer für die Operation der Gatter.

In der Folge dieses Vorschlages wurden große experimentelle Anstrengungen unternommen. Es konnte gezeigt werden, dass sich in der linearen Paulfalle tatsächlich ein sogenanntes "CNOT-Gatter" realisieren lässt (SKHR⁺03). Kurz darauf wurde nachgewiesen, dass es deterministisch möglich ist, einen verschränkter Zustand aus acht Ionen zu erzeugen (HHR⁺05). Kürzlich wurde berichtet, dass eine Verschränkung von 14 Ionen gelungen ist (MSB⁺11).

Die Verschränkung beruht in allen aufgeführten Experimenten auf der Bewegungskopplung der Ionen. Eine Alternative hierzu könnte durch die Dipol-Dipol-Wechselwirkung realisiert werden. Diese würde die Dipol-Blockade für Ionen als zentrales Element der

1. EINFÜHRUNG

Verschränkung zugänglich machen. Ein solcher Vorschlag wurde in (BHK⁺00) unterbreitet. Auf Grundlage der Gültigkeit von (2.46) für die Dynamik des Systems zeigen die Autoren, dass man mit einem π -Puls senkrecht zur Ionen-Verbindungsachse den verschränkten Zustand $|\Psi_+\rangle$ (siehe Kapitel 2.3.1) erzeugen kann. Weiterhin wird eine mögliche Realisierung eines CNOT-Gatters und ein Ein-Qubit-Operationen vorgestellt. Zugleich wird aber auch ersichtlich, dass für eine effektive Dipol-Blockade die Ionen in Rydberg-Zuständen (Rydberg-Ionen) präpariert werden müssen. Es scheint folglich lohnenswert, die interessanten Eigenschaften von Rydberg-Atomen mit den Vorzügen gefangener kalter Ionen zu kombinieren. Dies führte zu einer eingehenden Untersuchung der Eigenschaften von Rydberg-Ionen in Paulfallen, welche die prinzipielle Realisierbarkeit von Quantengattern und Verschränkung in einem solchen System zeigte (MLLZ08). Die Dynamik und Wechselwirkung von Rydberg-Ionen in einer Paulfalle versprechen gegenüber Ionen im Grundzustand gänzlich neue Eigenschaften (siehe Kapitel 2.3), die für sich genommen bereits einen interessanten experimentellen Gegenstand darstellen. Weiterhin werden auch neue Anwendungsfelder in der Quanteninformation und Quantensimulation eröffnet (siehe Kapitel 5.2).

Eine zentrale experimentelle Herausforderung bei Systemen aus Rydberg-Ionen ist die Anregung von Ionen in Rydberg-Niveaus, welche für Ionen deutlich größere Anregungsenergien erfordern als bei neutralen Atomen. Das R-ION-Konsortium, bestehend aus den Forschungsgruppen von Prof. Schmidt-Kaler, Prof. Walz (beide Universität Mainz), Prof. Zoller (Universität Innsbruck) und Dr. Igor Lesanovsky (University of Nottingham) hat kürzlich jedoch aufgezeigt (SKFK⁺11), dass an der Universität Mainz die experimentellen Voraussetzungen für Rydberg-Ionen gegeben sind. Dazu sollen in einer Paulfalle aus ⁴⁰Ca⁺-Ionen Rydberg-Ionen erzeugt werden. Der Übergang in die beteiligten Rydberg-Niveaus soll durch optische Anregung mittels eines VUV-Lasers erfolgen, welcher von Prof. Walz für das Dopplerkühlen von Anti-Wasserstoff entwickelt worden ist. (KBD⁺, KBD⁺11).

Ziel dieser Diplomarbeit ist der Aufbau eines Experimentes zur Rydberg-Anregung von Ionen. Dies umfasst die Herstellung einer linearen Paulfalle und deren Einbau in einer geeigneten Vakuumkammer. Zusätzlich werden mehrere Laser für die Photoionisation, die Kühlung und das selektive Umpumpen der Ionen benötigt. Die Laser können mit Hilfe von akkustooptischen Modulatoren ein- und ausgeschalten werden. Ein Kamerasystem aus einer EMCCD-Kamera und einem spezialangefertigten Objektiv dient dem Nachweis des Fluoreszenzsignals. Weiterhin muss die Elektronik für die Stromversorgung, Kühlung und das Piezo-Element der Laser zur Verfügung gestellt werden. Die Paulfalle wird über einen Wendelresonator mit der Radiofrequenz eines Frequenzgenerators versorgt. Die statischen Spannungen werden durch Hochspannungsquellen erzeugt.

In dieser Arbeit werden zunächst im Kapitel "Theorie" (2) die grundlegenden Wechselwirkungen zwischen Rydberg-Atomen, wie sie für die Quanteninformation von Interesse sind, beschrieben. Dazu gehören im wesentlichen die van-der-Waals-Wechselwirkung, die Dipol-Dipol-Wechselwirkung zwischen statischen Dipolen und Föster-Resonanzen. Dabei wird Wert darauf gelegt, die unterschiedlichen Mechanismen deutlich voneinander anzugrenzen. Abschließend wird die Dynamik und Wechselwirkung von Rydberg-Ionen in Paulfallen beleuchtet.

Im Kapitel "Experimenteller Aufbau" (3) werden die zentralen Elemente des Experimentes beschrieben, so wie sie zum Zeitpunkt dieser Arbeit bereits realisiert sind. Da sich der praktische Teil dieser Diplomarbeit zu wesentlichen Teilen dem Aufbau des Experimentes widmet, fällt dieses Kapitel umfassender aus.

Das Kapitel "Experimentelle Ergebnisse" (4) beschreibt erste Untersuchungen der Paulfalle in einer anderen Versuchsanordnung. Hierbei werden die elementaren Charakteristika der Falle, wie z.B. die Fallenfrequenzen, ermittelt. Zugleich wird nachgewiesen, dass sich die Paulfalle auch zum Fangen großer Ionenkristalle eignet. Im eigentlichen Experimentaufbau werden einige Eigenschaften der Laser untersucht. Interessant ist vor allen Dingen die Effizienz des Umpumpvorgangs in den $3d_{5/2}$ -Zustand von Kalzium.

Abschließend gibt das Kapitel "Ausblick" (5) eine Vorschau auf geplante Weiterentwicklungen des Experimentes. Ebenfalls werden an dieser Stelle mögliche Anwendungen von Rydberg-Ionen diskutiert.

2 Theorie

2.1 Rydberg-Atome

Rydberg-Atome sind Atome, die Elektronen mit einer hohen Hauptquantenzahl n besitzen. Atome mit mindestens zwei solchen Elektronen werden auch planetarische Atome genannt. Theoretisch gut untersucht sind Rydberg-Systeme beim Wasserstoff und bei Alkalimetallen, deren Leuchtelektronen sich aufgrund der abgeschlossenen inneren Schalen weitestgehend isoliert betrachten lässt.

Einfach ionisierte Erdalkalimetalle, wie z.B. ⁴⁰Ca⁺, verhalten sich ähnlich wie Alkalimetalle und können mit demselben Formalismus beschrieben werden.

2.1.1 Elementare Eigenschaften

Die Ausführungen in diesem Abschnitt folgen (Gal05) und (Gal88). Die Energie eines Wasserstoff-Elektrons mit Hauptquantenzahl n ist der bekannte Ausdruck

$$E_n = -rac{\mathsf{Ryd}}{n^2},$$

wobei die Rydberg-Konstante Ryd etwa 13,6 eV beträgt. Für nicht-Wasserstoff-Systeme wie Na wird das Coulomb-Potential des Leuchtelektrons für kleine radiale Abstände durch die restlichen Elektronen beeinflusst. Für große Abstände ist das Potential wieder identisch zum Wasserstoff-Potential. Die Beeinflussung tritt dadurch auf, dass das Leuchtelektron in die abgeschlossenen Schalen eindringt oder diese polarisiert. Dies führt dazu, dass anstelle der Hauptquantenzahl n die modifizierte Größe

$$n^* = n + \delta(nlj)$$

2. THEORIE

tritt, wobei die Korrektur $\delta(nlj)$ Quantendefekt genannt wird, welcher wiederum eine Funktion der Quantenzahlen n, l und j ist. Bei Nichtberücksichtigung der Feinstruktur ist der Quantendefekt für alle Zustände mit demselbem l identisch. Da Zustände mit kleinem l wesentlich stärker in den Bereich abgeschlossener Schalen vordringen, sind die Quantendefekte derselben entsprechend größer. Für Na z.B. betragen die Quantendefekte für die s-, p- und d-Zustände 1,35, 0,85 und 0,01. Die Quantendefekte von ⁴⁰Ca⁺ sind in Abschnitt 2.1.3 aufgeführt.

Für viele Phänomene ist der Erwartungswert des radialen Abstandes r von Bedeutung. Für kleine l hängt der Erwartungswert im Wesentlichen von den Bereichen großer rder radialen Wellenfunktion ab. Der klassische Umkehrpunkt eines atomaren Niveaus skaliert mit n^2 . Insgesamt ergibt sich somit die Skalierung

$$\langle r^k
angle \propto n^{2k}$$

für positive k. Die Skalierung für negative Exponenten wird durch die zu $n^{-3/2}$ proportionale Normierungskonstante der radialen Wellenfunktion bestimmt:

$$\langle r^{-k}
angle \propto n^{-3}.$$

Tabelle 2.1 bietet eine Übersicht über die *n*-Abhängigkeit einiger atomarer Kenngrößen. Rydberg-Atome, mit ihrer großen Hauptquantenzahl, besitzen folglich große orbitale Radien und eine lange Lebensdauer, welche experimentelle Untersuchungen erleichtern.

Interessant ist ebenfalls das Verhalten von Rydberg-Atomen in elektrischen Feldern, da dann die Stark-Eigenzustände ein permanentes Dipol-Moment aufweisen. Beim Wasserstoff tritt im Wesentlichen der Stark-Effekt 1.Ordnung auf, d.h. die Energieniveaus besitzen eine lineare Abhängigkeit von der elektrischen Feldstärke. Bei Nicht-Wasserstoff-Atomen ist die Situation eine andere. Zustände mit höherem l besitzen Wasserstoff-Eigenschaften, für kleinere l treten hingegen größere Unterschiede auf. Das elektrische Feld koppelt Zustände mit $\Delta l = \pm 1$. Die Dipol-Matrix-Elemente zwischen benachbarten n-Mannigfaltigkeiten sind für kleine l vergleichbar zu Dipol-Matrix-Elementen in derselben n-Mannigfaltigkeit. Resultat ist eine starke Mischung benachbarter Niveaus, die zu "anti-crossing" der Zustände bei zunehmender Feldstärke führt, wohingegen sich die Zustände beim Wasserstoff ungestört durchdringen.

Eigenschaft	n-Abhängigkeit	
Energie	n^{-2}	
Energieabstand benachbarter	n^{-3}	
Niveaus		
Radius	n^2	
Lebensdauer	n^3	
Feinstruktur-Aufpaltung	n^{-3}	
Dipol-Übergangselement für	n^2	
$\Delta n=$ 0, $\Delta l=$ 1		

Tabelle 2.1: Eigenschaften von Rydberg-Atomen

Klassisch tritt Ionisation dann ein, wenn die Energie eines Zustandes über dem Sattelpunkt des Potentials liegt, welches sich hier aus Coulomb-Potential und dem angelegten elektrischen Feld zusammensetzt. Damit skaliert klassisch das kritische Feld für Ionisation gemäß

$$E_{
m krit} \propto rac{1}{4} {
m Ryd}^2 \cdot rac{1}{n^4}$$

Beim Wasserstoff ist die tatsächliche Ionisationsschwelle aber zustandsabhängig, da Stark-Eigenzustände räumlich stark unterschiedlich lokalisiert sind, und sich somit nahe oder entfernt zum Sattelpunkt aufhalten. Letztere besitzen dementsprechend eine höhere Ionisationsenergie. Bei Nicht-Wasserstoff-Atomen tritt, wie erwähnt, eine starke Mischung unterschiedlicher Eigenzustände auf, so dass immer ein räumlicher Anteil nahe dem Sattelpunkt in der Wellenfunktion enthalten ist. Die Ionisationgrenze verhält sich damit wie die klassische Vorhersage.

2.1.2 Dipol-Matrix-Elemente und Lebensdauer

Die Lebensdauer eines Rydberg-Zustandes wird von spontanen Zerfällen in unbesetzte Niveaus bestimmt. Die reziproke Lebensdauer 1/T eines Zustandes n ist gleich der Summe der Einsteinschen A-Koeffizienten für alle verfügbaren Zustände n':

$$rac{1}{T} = \sum_{n'} A_{nn'} \propto \sum_{n'} \omega^3_{nn'} \mu^2_{nn'},$$

wobei $\mu_{nn'}$ das Dipol-Matrix-Element zwischen den Zuständen n und n' und $\omega_{nn'}$ die Frequenz des Überganges bezeichnet. Das Dipol-Matrix-Element spielt bei vielen

2. THEORIE

Wechselwirkungen zwischen Rydberg-Atomen eine Rolle, so dass hier etwas genauer darauf eingegangen werden soll.

Betrachtet wird der Dipol-Operator $\mu = e\mathbf{r} \cdot \hat{\mathbf{E}}$, wobei $\hat{\mathbf{E}}$ der Einheitsvektor des elektrischen Feldes ist. Zunächst transformiert man den Dipol-Operator in sphärische Koordinaten { μ_1, μ_0, μ_{-1} }, wobei die Transformation gemäß

$$egin{aligned} \mu_0 &= \mu_z \ \mu_{\pm 1} &= rac{1}{\sqrt{2}} \left(\mu_x \pm \mathsf{i} \mu_y
ight). \end{aligned}$$

Die Matrix-Elemente der entsprechenden Komponenten in der Feinstruktur-Basis lauten $\langle nljm_j | \mu_q | n'l'j'm'_j \rangle$. Eine Darstellung, welche diesen Ausdruck in winkelab- und unabhängige Komponenten zerlegt, findet sich in (The84) und (Pri11):

$$\langle nljm_j|\mu_q|n'l'j'm_j'
angle=(-1)^{j-m_j}egin{pmatrix}j&1&j'\-m_j&q&m_j'\end{pmatrix}\langle j||\mu||j'
angle,$$

mit dem Wigner-3*j*-Symbol (). Das sogenannte reduzierte Matrix-Element $\langle j||\mu||j'\rangle$ ist wiederum über

$$\langle j || \mu || j'
angle = (-1)^{l+s+j'+1} \delta_{s,s'} \sqrt{(2j+1)(2j'+1)} egin{cases} j & 1 & j' \ l' & 1 & l \end{pmatrix} \langle l || \mu || l'
angle$$

mit dem reduzierten Matrix-Element $\langle l||\mu||l'\rangle$ verbunden. Der Ausdruck { } ist das Wigner-6*j*-Symbol. Dieses reduzierte Matrix-Element ist nun im wesentlichen von der radialen Wellenfunktion abhängig:

$$\langle l || \mu || l'
angle = (-1)^l \sqrt{(2l+1)(2l'+1)} egin{pmatrix} l & 1 & l' \ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \langle n l |er| n' l'
angle,$$

da $\langle nl|er|n'l' \rangle$ nur mit der radialen Wellenfunktion ermittelt wird.

Zunächst lässt sich daran qualitativ ablesen, dass das Dipol-Matrix-Element von benachbarten Zuständen n und n-1 etwa wie der radiale Orbit, also gemäß n^2 , skaliert. Für Übergänge in den Grundzustand ist hingegen im wesentlichen der Überlapp der Wellenfunktionen bei kleinen Radien maßgeblich, welcher mit der Normierungskonstante $n^{-3/2}$ skaliert. Die Lebensdauer von Rydberg-Zuständen hängt stark von der Quantenzahl *l* ab:

- kleine *l* : Hier sind Zerfälle in den Grundzustand maßgeblich. Das Matrix-Element skaliert gemäß $n^{-3/2}$, somit ist $\mu_{nn'}^2 \propto n^{-3}$. Dies ergibt eine Lebensdauer $T \propto n^3$.
- große l: Zerfälle sind nur zum nächstgelegenen n möglich. Hierfür gilt $\omega_{nn'} \propto n^{-3}$ und $\langle nl|er|n'l' \rangle \propto n^2$, insgesamt also $T \propto \omega_{nn'}^{-3} \langle nl|er|n'l' \rangle^{-2} \propto n^5$.

In (The84) werden die radialen Wellenfunktionen von mehreren Alkalimetallen numerisch ermittelt, um daraus die Lebensdauer der atomaren Niveaus abzuschätzen. So erhält man z.B. für den $4s_{1/2}$ -Zustand von Na bei einer Temperatur von 410K eine Lebensdauer von 37,71 ns, für den $21s_{1/2}$ -Zustand hingegen bereits eine Lebensdauer von 7,91 μ s.

Weiterhin sei angemerkt, dass Schwarzkörper-Strahlung ebenfalls die Lebensdauer beeinflusst. Dies gilt insbesondere für Zustände, die über langwellige Prozesse zerfallen. Die Lebensdauer von Zuständen mit großen *l* werden so um eine Größenordnung verringert.

Festzuhalten für spätere Kapitel ist an dieser Stelle, dass das Dipol-Matrix-Element benachbarter n-Zustände mit n^2 skaliert. Dementsprechend versprechen Rydberg-Zustände ungleich stärkere Wechselwirkungen als herkömmliche Atome im Grundzustand.

2.1.3 Energieniveaus von Kalzium-Ionen

In unserem Experiment werden ⁴⁰Ca⁺-Ionen verwendet, deren äußerstes Elektron in Rydberg-Niveaus angeregt werden soll. Bei einfach ionisierten Erdalkalimetallen wie ⁴⁰Ca⁺ ist eine ähnliche Herangehensweise wie bei Alkalimetallen möglich. Das äußerste Elektron bewegt sich im Coulomb-Potential des ⁴⁰Ca⁺⁺-Kerns, welches durch die anderen Elektronen abgeschirmt ist. Da die restlichen Elektronen in abgeschlossenen Schalen vorliegen, ist die Näherung eines Zweikörper-Problems aus Rydberg-Elektron und abgeschirmtem Kern gut begründet. Das Potential, welches das Rydberg-Elektron

l	j=l-1/2	j=l+1/2
0	1,8037	1,8037
1	1,4396	1,4358
2	0,6239	0,6233
3	0,0294	0,0293

Tabelle 2.2: Quantendefekte für ⁴⁰Ca⁺.

erfährt, wird durch das Modell-Potential (SKFK+11)

$$V_l(r) = - rac{1}{r} [2 + (Z - 2) \exp{(-lpha_{l,1}r)} + lpha_{l,2}r \exp{(-lpha_{l,3}r)}] - rac{lpha_{cp}}{2r^4} \{1 - \exp[-(r/r_l)^6]\}$$
 (2.1)

genähert, welches mit $\alpha_{l,i}$ und r_l zwei Parameter enthält, die vom Drehimpuls abhängen, und bei dem α_{cp} die Dipol-Polarisierbarkeit des zweifach geladenen Ions darstellt. Die Spin-Bahn-Wechselwirkung berechnet sich mit diesem Modell-Potential aus dem Hamiltonian

$$V_{l,s}^{(
m so)}(r) = rac{lpha_{ls}^2 {f l} \cdot {f s}}{2r} rac{{f d} V_l(r)}{{f d} r} \left[1 - rac{lpha_{ls}^2}{2} V_l(r)
ight]^{-2} \,.$$
 (2.2)

Das Modell-Potential (2.1) erhält die Quantenzahl $\mathbf{j} = \mathbf{l} + \mathbf{s}$, so dass die Wellenfunktion in einen radialen und einen Drehimpuls-Anteil zerlegt werden kann:

$$|\psi_{ljm_j}
angle = rac{\phi_{l,j}(r)}{r} \left|l,j,m_j
ight
angle \;.$$

Die radialen Wellenfunktionen werden dann numerisch ermittelt.

Die Energie der Rydberg-Zustände kann wiederum in Form des Quantendefektes δ_{lj} gemäß

$$E_{nlj} = -rac{Z_c^2}{2(n-\delta_{lj})^2} \left[1 + rac{(lpha_{ls}Z_c)^2}{(n-\delta_{lj})} \left(rac{1}{j+1/2} - rac{3}{4(n-\delta_{lj})}
ight)
ight].$$
 (2.4)

angegeben werden (Z_c ist die effektive Ladung des Kerns für den Rydberg-Zustand, α_{ls} die Feinstrukturkonstante). Tabelle 2.2 zeigt die relevanten Quantendefekte für ⁴⁰Ca^{+ 1}. Quantendefekte für größere *l* sind vernachlässigbar klein. Die Energien aus (2.4) wurden bezüglich des Niveaus $3D_{5/2}$ berechnet, da dieses Ausgangspunkt der

¹Die aufgeführten Quantendefekte wurden von Weibin Li, University of Nottingham, berechnet.



Abbildung 2.1: Energien der Zustände np_j von ⁴⁰Ca⁺ gegen die Hauptquantenzahl. Der Einschub zeigt die Feinstrukturaufspaltung zwischen den Zuständen $np_{1/2}$ und $np_{3/2}$, welche sich für n < 20 im Bereich mehrerer hundert GHz bewegt, und für $n \ge 50$ auf weniger als 1 GHz abnimmt. Fig. 7 aus (SKFK⁺11).

Rydberg-Anregung $3D_{5/2} \rightarrow np_j$ in dem vorliegendem Experiment sein soll. In Abbildung 2.1 zeigt diese Energien in Abhängigkeit von der Hauptquantenzahl.

2.2 Elektrostatische Wechselwirkung zwischen Atomen

In diesem Kapitel sollen verschiedene Aspekte der elektrostatischen Wechselwirkung beleuchtet werden. Das Augenmerk liegt hierbei auf Wechselwirkungen, die für Anwendungen in der Quanteninformation vorgeschlagen oder in Experimenten bereits angewandt worden sind. Hier sind die van-der-Waals-Wechselwirkung (vdW-WW), die Dipol-Dipol-Wechselwirkung und Förster-Resonanzen zu nennen. Teilweise wird in der Literatur zwischen diesen Begriffen nicht sauber getrennt, so dass Förster-Resonanzen gemeint sind, wenn a priori ein Dipol-Dipol-Term dem Hamiltonian des Gesamtsystems zugeordnet wird. Dies darf aber nicht mit der Wechselwirkung zwischen statischen Dipolen verwechselt werden. Die folgenden Kapitel dienen der Abgrenzung der Begriffe voneinander. Wichtig für experimentelle Untersuchungen ist weiterhin die jeweilige Reichweite der Wechselwirkung. So werden alle Wechselwirkungen als Summe von Potenzen des reziproken interatomaren Abstandes *R* dargestellt. Der führende Term dieser Summe ist dann meist maßgeblich für die effektive Reichweite.

2. THEORIE

2.2.1 Van-der-Waals-Wechselwirkung zwischen Atomen

Die erstmalige systematische Untersuchung intermolekularer Wechselwirkungen nahm Fritz London im Jahre 1930 vor (Lon30). Er betrachtete die elektrostatische Wechselwirkung zweier Moleküle, wobei er von idealisierten perfekt kugelsymmetrischen Ladungsverteilungen ausging. Er berechnet den Einfluss auf die Energieeigenwerte in 2. Ordnung Störungstheorie. Für einatomige Gase, also dem Fall isolierter Atom-Atom-Wechselwirkung ohne statische Dipol-Momente, tritt ein Wechselwirkungsbeitrag auf, den er "Dispersionseffekt" nennt und als temperaturunabhängigen Beitrag zu den vdW-WW zählt. Dieser Term führt zu einer Energiekorrektur, die proportional zu R^{-6} und stets attraktiv ist.

Eine modernere Darstellung des Problems erfolgt in (DD66). Man betrachtet ein System aus zwei separaten Ladungsverteilungen in den Koordinatensystemen S_I und S_{II} , wobei der jeweilige Ortsvektor der Ladung e_i bzw. e_j mit \mathbf{r}_i^I bzw. \mathbf{r}_i^{II} bezeichnet wird. Zusätzlich sei \mathbf{R} der Verbindungsvektor der beiden Koordinatenursprünge. Damit ergibt sich die elektrostatische Wechselwirkung (hier und im Folgenden ohne den Faktor $(4\pi\epsilon_0)^{-1})$

$$V_{WW} = \sum_{i} \sum_{j} \frac{e^2}{|\mathbf{R} + (\mathbf{r}_j^{II} - \mathbf{r}_i^{I})|}$$
 (2.5)

Für den Fall, dass die Ladungsverteilungen nicht überlappen, kann die Wechselwirkung in eine Taylor-Reihe entwickelt werden:

$$V_{WW} = \sum_{l} \sum_{L} \frac{V_{lL}}{R^{l+L+1}},$$
 (2.6)

wobei sich der Term V_{lL} aus der Wechselwirkung des 2^l -Pol-Momentes des Systems *I* mit Komponenten

$$\sum_{i} \boldsymbol{e} \cdot (\boldsymbol{r}_{i}^{I})^{l} \cdot \boldsymbol{Y}_{l}^{m}(\mathbf{r}_{i}^{I})$$
(2.7)

und dem 2^L-Pol-Momentes des Systems II mit Komponenten

$$\sum_{j} \boldsymbol{e} \cdot (\boldsymbol{r}_{j}^{II})^{L} \cdot \boldsymbol{Y}_{L}^{m}(\mathbf{r}_{i}^{II})$$
(2.8)

zusammensetzt. Die Komponenten des Ortsvektors sind hier in sphärischen Koordinaten dargestellt und Y_l^m bezeichnet die Kugelflächenfunktionen mit |m| < l. Ordnet man die Koordinatensysteme S_I und S_{II} parallel an, und richtet ihre jeweilige z-Achse entlang der Verbindungsachse aus, so erhält man folgenden Ausdruck für zwei wechselwirkende atomare Systeme mit N_I bzw. N_{II} Elektronen und der Kernladungszahl Z_I bzw. Z_{II} :

$$V_{WW} = e^{2} \sum_{i} \sum_{j} \sum_{\mu} \frac{(-1)^{L} 4\pi (l+L)! (1-\delta_{l0} Z_{I}/N_{I}) (1-\delta_{L0} Z_{II}/N_{II})}{[(2l+1)(2L+1)(l-\mu)! (l+\mu)! (L-\mu)! (L+\mu)!]^{1/2}}$$
(2.9)
 $\times (r_{i}^{I})^{l} (r_{j}^{II})^{L} Y_{l}^{\mu} (\mathbf{r}_{i}^{I}) Y_{L}^{-\mu} (\mathbf{r}_{j}^{II}).$

Die Summen über *i* und *j* beziehen sich auf die jeweiligen Elektronen, die dritte Summe läuft von $-\mu = \text{kl}(l, L)$ bis $\mu = \text{kl}(l, L)$, wobei kl(l, L) das kleinere Element bezeichnet. Für neutrale Atome ergibt sich als führender Term ein Dipol-Dipol-Term V_{11} , der in kartesischen Koordinanten die bekannte Gestalt

$$V_{11} = e^2 \sum_i \sum_j (x_i^I x_j^{II} - y_i^I y_j^{II} - 2z_i^I z_j^{II})$$
 (2.10)

annimmt. Häufig findet man in der Literatur den Ausdruck

$$\sum_{i}\sum_{j}\frac{\boldsymbol{\mu}_{i}^{I}\cdot\boldsymbol{\mu}_{j}^{II}}{R^{3}}-3\frac{(\boldsymbol{\mu}_{i}^{I}\cdot\mathbf{R})(\boldsymbol{\mu}_{j}^{II}\cdot\mathbf{R})}{R^{5}}$$

in Form der Dipol-Momente μ , welcher häufig ad-hoc als Dipol-Dipol-Wechselwirkungsterm eingeführt wird. In der gewählten Anordnung der Koordinatensysteme ist dies äquvialent zu $V_{11} \cdot R^{-3}$.

Es wird nun ein System aus zwei isolierten Atomen störungsrechnerisch betrachtet. Zu jedem Atom gehört der Hamiltonian H_I/H_{II} des ungestörten System mit den zugehörigen Eigenfunktion Ψ_0^I/Ψ_0^{II} und Eigenenergien E_0^I/E_0^{II} . Der Hamiltonian des Gesamtsystems ist dann durch

$$H_{ t ges} = H_I + H_{II} + V_{WW}$$

gegeben, und das Eigenwertproblem lautet

$$H_{ ext{ges}}\Psi_{ ext{ges}}=E_{ ext{ges}}.$$

In Störungstheorie nullter Ordnung wird als Ansatz für die Wellenfunktion das Produkt der Einzelfunktionen gewählt, $\Psi_{ges_0} = \Psi_0^I \Psi_0^{II}$, womit für die Energien entsprechend

 $E_{ges_0} = E_0^I + E_0^{II}$ gilt. Bei diesem Ansatz wird ein Überlapp der jeweiligen Elektronenwellenfunktionen ausgeschlossen, so dass Effekte wie die Austauschwechselwirkung nicht auftreten. Der Ansatz ist also nur ab einem ausreichenden Abstand der Atome gerechtfertigt.

Die Energiekorrektur in 1. Ordnung Störungstheorie ergibt sich aus

$$E_{ ext{ges}_1} = \langle \Psi_{ ext{ges}_0} | V_{WW} | \Psi_{ ext{ges}_0}
angle$$

Für Systeme mit verschwindendem Drehimpuls entfällt dieser Term aus Symmetriegründen, so dass der niedrigste Beitrag aus 2.Ordnung Störungstheorie stammt. Dieser lautet

$$E_{\text{ges}_2} = \sum_{l,L=1} \frac{\epsilon_2(l,L)}{R^{2(l+L+1)}},$$
 (2.11)

wobei

$$\epsilon_{2}(l,L) = \sum_{s,t \neq 0} rac{|\langle \Psi_{0}^{I} \Psi_{0}^{II} | V_{lL} | \Psi_{s}^{I} \Psi_{t}^{II}
angle|^{2}}{E_{s}^{I} + E_{t}^{II} - E_{0}^{I} - E_{0}^{II}}$$
 (2.12)

eine Summe über die Eigenfunktion Ψ_s^I und Ψ_t^{II} von H_I und H_{II} ist. Schreibt man die ersten Terme dieser Summe explizit aus

$$E_{ ext{ges}_2} = -rac{\epsilon_2(1,1)}{R^6} - rac{\epsilon_2(2,1) + \epsilon_2(1,2)}{R^8} - \dots,$$
 (2.13)

dann wird ersichtlich, dass der führende Term proportional zu $-R^{-6}$ ist. Dieser Term dominiert im Allgemeinen die langreichweitige Wechselwirkung von neutralen Atomen.

Bisher wurden Beiträge 1. Ordnung Störungstheorie ausgeschlossen. Bereits in (Kni38) wird festgestellt, dass unter bestimmten Umständen ebenfalls Beiträge 1. Ordnung auftreten können. Zunächst ist festzuhalten, dass bei einem System aus zwei verschiedenen Atomen keine Dipol-Dipol- oder Dipol-Quadrupol-Beiträge aus 1.Ordnung Störungtheorie auftreten können. Dies kann man qualitativ gut verstehen, wenn man das Element $\langle \Psi_I \Psi_{II} | V_{WW} | \Psi_I \Psi_{II} \rangle$ betrachtet. Bei Wechselwirkungen mit Dipol-Anteilen treten immer Terme mit einem Faktor auf, der linear in einer Koordinate ist. Als Beispiel sei hier die Komponente $x^I x^{II}$ der Dipol-Dipol-Wechselwirkung aufgegriffen. Hierfür reduziert sich $\langle \Psi_I \Psi_{II} | x^I x^{II} | \Psi_I \Psi_{II} \rangle$ zu $\langle \Psi_I | x^I | \Psi_I \rangle \langle \Psi_{II} | x^{II} | \Psi_{II} \rangle$. In den beiden Integralen befinden sich im Integranden zwei Wellenfunktionen mit positiver Parität und

die Ortskoordinate mit ungerader Parität, so dass das Integral insgesamt verschwindet. Ein Beitrag 1. Ordnung Störungstheorie kann also nur bei Systemen aus gleichartigen Atomen auftreten. Befinden sich zwei identische Atome im einem Zustand mit l = 0 treten Beiträge 1. Ordnung ebenfalls nicht auf. Nur für den Fall $l \neq 0$ erhält man einen Quadrupol-Quadrupol-Term. Eine genauere Betrachtung dieser Thematik erfolgt in Kapitel 2.2.3.

Ein solcher Quadrupol-Term führt bei Einsetzen von l = L = 2 in Gleichung (2.5) zu einem Term proportional R^{-5} . Zusammenfassend lässt sich die elektrostatische Wechselwirkung zweier identischer Atome durch den Ausdruck

$$V_{WW}(R) = -rac{C_5}{R^5} - rac{C_6}{R^6} - rac{C_8}{R^8}$$
 (2.14)

beschreiben, wenn Terme höherer Ordnung in R^{-1} vernachlässigt werden. Die Faktoren C_5 - C_8 werden Dispersionskoeffizienten genannt. In (Mar97) werden diese Koeffizienten für ein System aus zwei Alkalimetall-Atomen im einem angeregten nP-Zustand numerisch berechnet. In nullter Ordnung sind die Wellenfunktionen des Systems Linearkombinationen des Produktes $|n1m_1\rangle|n1m_2\rangle$ der Einzelwellenfunktionen. Da die Coulomb-Wechselwirkung Zylindersymmetrie entlang der interatomaren Achse aufweist, ist die Projektion des totalen Drehmoments entlang dieser Achse, $M = m_1 + m_2$, eine Erhaltungsgröße. Das heißt, Zustände $M = \pm 2, \pm 1,0$ werden durch die Wechselwirkung nicht gemischt und führen zu Molekülen mit Δ , Λ und Σ -Symmetrie. Die numerischen Berechungen zeigen, dass nur für wenige Molekülsymmetrien der Koeffizient C_5 nicht verschwindet. Die Koeffizienten C_5 und C_6 sind im Allgemeinen wesentlich größer als C_8 und C_5 ist meist größer als C_6 . Alle Koeffizienten treten in unterschiedlichen Vorzeichen auf, so dass es sowohl zu repulsiver als auch attraktiver Wechselwirkung kommen kann. Für Na und Rb sind die C_6 -Koeffizienten bis auf jeweils eine Ausnahme positiv, resultieren also in attraktiver Wechselwirkung.

In (BSC02) werden diese Ergebnisse herangezogen, um ein System aus zwei Rubidium-Atomen zu untersuchen, welche asymptotisch in die Zustände np-np übergehen. Zunächst ist die Skalierung von Dipol- ($\propto n^2$), Quadrupol- ($\propto n^4$) und Oktopol-Momenten ($\propto n^6$) mit der Hauptquantenzahl n von Bedeutung. Die beteiligten Niveaus weisen eine Energiedifferenz $\propto n^{-3}$ auf (siehe Kapitel 2.1.1). Somit ergibt sich insgesamt die Skalierung: $C_5 \propto n^8$, $C_6 \propto n^{11}$ und $C_8 \propto n^{15}$. Dies lässt erkennen, dass Rydberg-Zustände eine wesentlich größere Wechselwirkung versprechen als Atome im Grundzustand. Als untere Grenze für denjenigen Abstand, bei welchem die Vernachlässigung der Austauschwechselwirkung noch gerechtfertigt ist, wird der Le Roy-Radius herangezogen, welcher ein Anhaltspunkt für den Überlapp der Wellenfunktionen darstellt:

$$R_{
m le \ Roy} = 2 (\langle r_I^2
angle^{1/2} + \langle r_{II}^2
angle^{1/2}) \,.$$
 (2.15)

Bisher wurde bei der Betrachtung die Feinstruktur nicht berücksichtigt. Insbesondere spielt natürlich eine Rolle, dass die Zeeman-Niveaus entartet sind. In (WS08) wird die vdW-WW unter Berücksichtigung der Feinstruktur untersucht. Der Dipol-Term in der vdW-WW führt dazu, dass Zustände mit Quantenzahl l mit Zuständen $l \pm 1$ gemischt werden, und sich die Quantenzahl m um ± 1 oder 0 ändern kann. Wie erwähnt ist die Summe $M = m_I + m_{II}$ in einem 2-Atom-System aber eine Erhaltungsgröße. Die Autoren beschränken zur besseren Übersicht ihre Betrachtung auf zwei Atome mit identischen Quantenzahlen (nlj), so dass Kopplungen zu Nachbarniveaus der Art

$$nlj + nlj \rightarrow n_s l_s j_s + n_t l_t j_t$$
 (2.16)

stattfinden, deren Stärke u.a. von der Energiedifferenz

$$\delta_{st} = E(n_s l_s j_s) + E(n_t l_t j_t) - 2E(n l j)$$
(2.17)

abhängt. Schreibt man die Wechselwirkung in 2. Ordnung Störungstheorie als Operator, erhält man den vdW-Operator

$$H_{\rm vdW} = \sum_{st} \frac{V_{11} |n_s l_s j_s\rangle |n_t l_t j_t\rangle \langle n_s l_s j_s | \langle n_s l_s j_s | V_{11}}{-\delta_{st}}, \qquad (2.18)$$

welcher in der Menge der entarteten Zeeman-Unterniveaus wirken soll. Da H_{vdW} die magnetische Quantenzahl eines Atoms um ± 2 ändern kann, werden Zeeman-Niveaus gekoppelt und es muss an dieser Stelle auf entartete Störungstheorie zurückgegriffen werden. Dies bedeutet, der Operator muss in der Basis der Zeeman-Niveaus diagonalisiert werden, um Eigenzustände und Eigenwerte zu bestimmen. Dies gelingt, indem man den Operator in zwei Teile separiert:

$$H_{\rm vdW} = \frac{C_6}{R^6} \mathcal{D} \,. \tag{2.19}$$

Der Dispersionkoeffizient C_6 ist eine Funktion der radialen Matrixelemente

$$C_{6} = \sum_{st} rac{e^{4}}{-\delta_{st}} (R_{nl} n_{s} n_{t} R_{nl}^{n_{t} l_{t}})^{2}$$

mit dem Integral

$$R_{nl}^{n'l'}=\int rP_{n'l'}(r)P_{nl}(r)\,\mathsf{d}l$$

der radialen Wellenfunktion P_{nl} . Der Operator \mathcal{D} enthält alle Angaben zum Drehimpuls der beteiligten Niveaus. Zur genauen Darstellung sei hier auf die Originalarbeit verwiesen. Dieser Operator besitzt $(2j + 1)^2$ Eigenwerte D_{φ} , welche zwischen $0 \leq D_{\phi} < 1$ liegen. Der Eigenwert zu einem Eigenzustand $|\varphi\rangle$ ist durch

$$|H_{
m vdW}|arphi
angle = rac{{C_6}}{{R^6}} D_arphi|arphi
angle$$

gegeben. Die Berechnung dieser Eigenwerte ist für die Effektivität der Dipol-Blockade zwischen Rydberg-Atomen von großer Bedeutung. Die Autoren berechnen die Eigenwerte für alle Ausgangszustände mit l = 0, 1, 2. Die Werte variieren erheblich, wie in Abbildung 2.2 zu sehen ist. Nur für Wechselwirkungen zwischen Zuständen mit



Abbildung 2.2: Alle Eigenwerte D_{φ} des Operators \mathcal{D} , welcher den drehimpulabhängigen Teil der vdW-WW beschreibt, für den WW-Kanal $d_{5/2} + d_{5/2} \rightarrow p_{3/2} + f_{5/2,7/2}$. Die Eigenwerte sind nach der Erhaltungsgröße $M = m_1 + m_2$ sortiert, und variieren stark zwischen den Extrema 0, 0024 und 0, 836. Fig. 2 aus (WS08))

 $j_s = j_t = j + 1$ treten keine Eigenwerte nahe oder gleich null auf. Die Autoren untersuchen zusätzlich den Faktor C_6 für Rb und Cs, da diese sich aufgrund starker Hyperfeinauspaltung für Anwendungen in der Quanteninformation eignen. Es zeigt sich, dass nur eng benachbarte Zustände n_s , n_t bei der Wechselwirkung eine Rolle spielen, so dass für C_6 in (2.19) nur wenige Summanden ausgewertet werden müssen. Das Auftreten unterschiedlicher Eigenwerte D_{φ} führt dazu, dass die vdW-WW eine Winkelabhängigkeit aufweist. Für Wechselwirkungen zwischen Rb-Atomen vom Typ $70s_{1/2} + 70s_{1/2} \rightarrow p + p$ mit beliebigen p-Feinstrukturniveaus ist die Wechselwirkung annähernd isotrop. Für den Prozess $43d_{5/2} + 43d_{5/2} \rightarrow 45p_{3/2} + 41f_{5/2,7/2}$ hingegen treten eine Vielzahl unterschiedlicher D_{φ} -Werte auf. Dies führt in einer eindimensionalen Atomwolke dazu, dass die Dipol-Blockade eine starke Winkelabhängigkeit aufweist.

2.2.2 Statische Dipole

Die nächsten beiden Kapitel sind als Abgrenzung gegenüber der vdW-WW in Kapitel 2.2.1 zu sehen. Im Wesentlichen sollen die Situationen behandelt werden, in denen der Dipol-Dipol-Term aus Gleichung (2.6) linear in die Wechselwirkung einfließt, folglich also Wechselwirkungen $\propto R^{-3}$ möglich sind.

Wie bereits in Kapitel 2.1.1 erwähnt, weisen Atome in elektrischen Feldern ein permanentes Dipol-Moment auf. In (JCZ⁺00) wird vorgeschlagen, das Dipol-Moment von Stark-Eigenzuständen zur Erzeugung von Dipol-Dipol-Wechselwirkungen zu nutzen. Es wird der Fall betrachtet, dass ein Elektrisches Feld E entlang der z-Achse zu einem linearen Stark-Effekt führt, welcher benachbarte *n*-Mannigfaltigkeiten nicht mischen soll. Ein solcher Stark-Eigenzustand mit parabolischer Quantenzahl *p* und Magnetquantenzahl *m* besitzt ein permanentes Dipolmoment $\mu = 3/2nqea_0e_z$. Für m = 0gilt p = n - 1, das heißt, das Dipolmoment skaliert mit n^2 . Rydberg-Atome weisen folglich ein ungleich größeres permanentes Dipolmoment auf als Atome im Grundzustand. Zwei Atome in Stark-Eigenzuständen mit permanenten Dipolmomenten μ_1 und μ_2 im Abstand R erfahren die übliche Dipol-Dipol-Wechselwirkung

$$V_{dipol} = \frac{\mu_1 \cdot \mu_2}{R^3} - 3 \frac{(\mu_1 \cdot \mathbf{R})(\mu_2 \cdot \mathbf{R})}{R^5} \,. \tag{2.20}$$

Für den Winkel θ zwischen elektrischem Feld und \mathbf{R} kann man diesen Ausdruck in der
Form

$$V_{dipol} = \frac{\mu_1 \mu_2}{R^3} (1 - 3\cos^2 \theta)$$
(2.21)

schreiben. Wie in (WS05) diskutiert wird, legt dies die Winkelabhängigkeit der Wechselwirkung permanenter Dipole offen, und zeigt, dass V_{dipol} für $\theta = \cos^{-1} \sqrt{1/3} =$ 54, 7° sogar verschwindet. Dies ist nachteilig für Experimente, in denen die Dipol-Blockade genutzt wird (TFS⁺04).

2.2.3 Beiträge 1. Ordnung Störungstheorie

In Kapitel 2.2.1 wurde bereits auf Beiträge 1. Ordnung Störungstheorie der elektrostatischen Wechselwirkung eingegangen. Diese Betrachtung soll an dieser Stelle mit den Methoden der Molekülphysik formalisiert werden. In (YBDD96) wird ein System aus zwei Atomen I und II mit der Wechselwirkung (2.6) mit Hilfe der Störungstheorie betrachtet. Im Gegensatz zu dem Ansatz in Kapitel 2.2.1 wird in nullter Ordnung eine symmetrisierte Form der Einzelwellenfunktionen $\Psi^{I}(l_{1}m_{1})$ und $\Psi^{II}(l_{2}m_{2})$ in den jeweiligen Ortskoordinaten \mathbf{r}^{I} und \mathbf{r}^{II} verwendet:

$$\Psi^{(0)} = rac{1}{\sqrt{2}} [\Psi^{I}(l_1m_1;\mathbf{r}^{I})\Psi^{II}(l_2m_2;\mathbf{r}^{II}) + eta\Psi^{I}(l_1m_1;\mathbf{r}^{II})\Psi^{II}(l_2m_2;\mathbf{r}^{I})]$$
 (2.22)

wobei der Faktor $\beta = \pm 1$ die Symmetrie des Systems erfasst. Für unterschiedliche Atome ist in diesem Fall $\beta = 0$ zu wählen. Die Energiekorrektur in 1. Ordnung lautet dann

$$E^{(1)} = rac{1}{2}A_1 + rac{1}{2}A_2 + eta A_3 \,,$$
 (2.23)

wobei die Summanden die Matrixelemente

$$A_{1} = \langle \Psi^{I}(n_{1}l_{1}m_{1};\mathbf{r}^{I})\Psi^{II}(n_{2}l_{2}m_{2};\mathbf{r}^{II})|V_{WW}|\Psi^{I}(n_{1}l_{1}m_{1};\mathbf{r}^{I})\Psi^{II}(n_{2}l_{2}m_{2};\mathbf{r}^{II})\rangle$$

$$(2.24)$$

$$A_{2} = \langle \Psi^{I}(n_{1}l_{1}m_{1};\mathbf{r}^{II})\Psi^{II}(n_{2}l_{2}m_{2};\mathbf{r}^{I})|V_{WW}|\Psi^{I}(n_{1}l_{1}m_{1};\mathbf{r}^{II})\Psi^{I}(n_{2}l_{2}m_{2};\mathbf{r}^{II})\rangle$$

$$(2.25)$$

$$A_{3} = \langle \Psi^{I}(n_{1}l_{1}m_{1};\mathbf{r}^{I})\Psi^{II}(n_{2}l_{2}m_{2};\mathbf{r}^{II})|V_{WW}|\Psi^{I}(n_{1}l_{1}m_{1};\mathbf{r}^{II})\Psi^{I}(n_{2}l_{2}m_{2};\mathbf{r}^{II})\rangle$$

$$(2.26)$$

darstellen. Die Matrixelemente entsprechen den U-Symbolen $U_{\nu_1\nu_2}^{\nu_1\nu_2}$, $U_{\nu_2\nu_1}^{\nu_2\nu_1}$ und $U_{\nu_1\nu_2}^{\nu_2\nu_1}$ aus (MD95). Diese sind in allgemeiner Form durch

$$U_{\nu_1\nu_2}^{\nu_1'\nu_2'} = \sum_{l,L=1}^{\infty} \frac{1}{R^l + L + 1} U_{\nu_1\nu_2;lL}^{\nu_1'\nu_2'}$$
(2.27)

mit

$$U_{\nu_{1}\nu_{2};lL}^{\nu_{1}'\nu_{2}'} = \langle \Psi_{\nu_{1'}}^{I} \Psi_{\nu_{2'}}^{II} | V_{lL} | \Psi_{\nu_{1}}^{I} \Psi_{\nu_{2}}^{II} \rangle$$
(2.28)

gegeben, wobei V_{lL} dem gleichlautenden Term in (2.6) entspricht und der Index $\nu_i = (n_i l_i m_i)$ den Zustand des Atoms bezeichnet. Ausgeschrieben lautet $U_{\nu_1 \nu_2; lL}^{\nu'_1 \nu'_2}$

$$U_{\nu_{1}\nu_{2};lL}^{\nu_{1}'\nu_{2}'} = (-1)^{L} [(2l+1)(2L+1)]^{-1/2} \sum_{m} \left[\binom{l+m}{l+L} \binom{L+m}{l+L} \right]^{1/2} \times \{l_{1}m_{1}'|lm|l_{1}m_{1}\} \{l_{2}'m_{2}|L-m|l_{2}m_{2}\} \langle n_{1}'l_{1}'|r^{l}|n_{1}l_{1}\rangle \langle n_{2}'l_{2}'|r^{L}|n_{2}l_{2}\rangle,$$
(2.29)

mit dem sogenannten 3jm-Symbol $\{j_1m_1|j_2m_2|j_3m_3\}$ (Definition siehe Originalarbeit) und der Summe über den Parameter m der Kugelflächenfunktionen. Die Matrixelemente sind hier nur noch Integrale über die radialen Wellenfunktionen. Für $U_{\nu_1\nu_2}^{\nu_1\nu_2}$ und $U_{\nu_2\nu_1}^{\nu_2\nu_1}$ ist offensichtlich $l'_1 = l_1$ und $l'_2 = l_2$. Für den Dipol-Term ist l = L = 1 zu betrachten. In diesem Fall gilt für alle 3jm-Symbole $j_1 = j_3$ und $j_2 = 1$, die Summe $j_1 + j_2 + j_3 = 2j_1 + 1$ ist also offensichtlich ungerade. Für diesen Fall verschwinden aber die 3jm-Symbole, so dass die Terme l = L = 1 in $U_{\nu_1\nu_2}^{\nu_1\nu_2}$ und $U_{\nu_2\nu_1}^{\nu_2\nu_1}$ entfallen. Dies bedeutet aber, dass sich (2.23) zu

$$E^{(1)} = \beta A_3 \tag{2.30}$$

reduziert, da die Terme A_1 und A_2 nach obiger Argumentation entfallen. Für zwei verschiedene Atome mit $\beta = 0$ existieren keine Dipol-Dipol-Wechselwirkungen in 1. Ordnung Störungstheorie, wie bereits in Kapitel 2.2.1 erwähnt. Für identische Atome hingegen existieren im Allgemeinen solche Beiträge, solange die Atome sich nicht im einem Zustand mit gleicher Drehimpulsquantenzahl befinden, da (2.29) für $l'_1 = l'_2 = l_1 = l_2$ ebenfalls verschwindet.

Für den Spezialfall, dass sich ein Atom in einem S-Zustand befindet, also $\nu_1 = (n_1 00)$ gilt, das andere Atom aber einen beliebigen Zustand $\nu_2 = (n_2 l_2 m_2)$ einnehmen kann, lässt sich ein geschlossener Ausdruck für die Energiekorrekturen in 1. Ordnung ange-

ben:

$$E^{(1)} = -rac{C_{2l_2+1}^{m_2eta}}{R^{2l_2+1}} \, ext{für} \, l_2 \geq 1 \,,$$
 (2.31)

wobei die Koeffizienten $C^{m_2\beta}_{2l_2+1}$ aus

$$C_{2l_2+1}^{m_2eta} = rac{(-1)^{l_2+m_2+1}eta}{2l_2+1} inom{l_2+m_2}{2l_2} |\langle n_2l_2|r^{l_2}|n_10
angle|^2$$
 (2.32)

berechnet werden können. Für S-S-Systeme verschwinden, wie erwähnt, diese Energiekorrekturen. Für S-P-Systeme sind sie proportional zu $1/R^3$, und für S-D-Systeme proportional zu $1/R^5$. In (MD95) finden sich Berechnungen der Dispersionskoeffizienten C_6 , C_8 and C_{10} für S-S-Systeme, von C_3 , C_6 and C_8 für S-P-Systeme und von C_5 und C_6 für S-D-Systeme aller Alkalimetalle. Die relevanten Dispersionskoeffizienten für verschiedene Systeme aus H-, Ne- und Li-Atomen werden in (YBDD96) ermittelt und Literaturwerten gegenübergestellt. Eine eingehendere Betrachtung von He(2^3 S)-He(2^3 P) findet sich in (ZYV⁺06). Die Wechselwirkungen zweier heteronuklearer Atome in der Form

$$V_{WW} = -\sum_{s=1}^{l_1+l_2-1} rac{C_{2s+3}}{R^{2s+3}} - \sum_{s=1}^{\infty} rac{C_{2s+4}}{R^{2s+4}}$$

mit Beiträgen aus 1. Ordnung (erster Summand) und 2. Ordnung (zweiter Summand) wird in (ZM07) ausführlich dargestellt. Die Rechnungen zeigen, dass der Dispersionskoeffizient C_3 sowohl negativ als auch positiv sein kann, also zu repulsiver und attraktiver Wechselwirkung führen kann.

2.2.4 Resonante Wechselwirkung

Die Prinzipien resonanter Stoßprozesse lassen sich in einer semiklassischen Betrachtung gut herausstellen. Man behandelt das Übergangdipolmoment μ_2 von Atom 2 als klassischen Dipol, welcher am Ort von Atom 1 ein elektrisches Feld $E_2 \propto \mu_2/R^3$ hervorruft. Dort treibt es den Übergang $ns \rightarrow (n-1)p$ mit Übergangsmoment μ_1 . Beim Stoßprozess mit Stoßparameter *b* und Geschwindigkeit *v* kann das Feld durch $E_2 = \mu_2/b_3$, und die Stoßdauer durch $\theta = b/v$ genähert werden. Atom 1 vollzieht den Übergang, wenn ungefähr

$$E_2\cdot \mu_1\cdot au=1 \Longleftrightarrow rac{\mu_1\mu_2}{b^3}\cdot rac{b}{v}=1$$



Abbildung 2.3: Schema der Energieniveaus und des Stoßprozesses für den resonanten Energieaustausch in Na. Die Abbildung ist orientiert an (MM49, Fig. 14.3)

erfüllt ist. Damit gilt für den Streuquerschnitt

$$\sigma_{
m resonant} \propto b^2 = rac{\mu_1 \mu_2}{v} \propto rac{n^4}{v}$$

Resonante Wechselwirkungen treten aber nicht nur in Stoßprozessen auf, sondern auch in statischen Systemen. Ein Beispiel für ein System, bei dem der Übergang von nichtresonanter ($\propto R^{-6}$) zu resonanter ($\propto R^{-3}$) Wechselwirkung nachgewiesen wurde, ist ⁶Li-⁷Li (SSZ15). Hier wird die Quasientartung des Überganges D2 von ⁶Li mit dem Übergang D1 von ⁷Li ausgenutzt, siehe Abbildung 2.4. Für das angeregte System P_{3/2}+S_{1/2}, S_{1/2}+P_{1/2} tritt resonante Wechselwirkung auf, was im Unterschied zu dem 2S+2S-System in der größeren Reichweite deutlich wird. Ein solcher Übergang wurde ebenfalls für ein System aus angeregtem Eu $4f^{7}6s6p^{8}P_{9/2}$ und Sr $5s5p^{1}P_{1}$ beobachtet (Nie85), bei welchem Resonanzen mit Eu im Grundzustand und Sr in angeregten Zuständen ausgenutzt werden. Dieser findet bei einem interatomaren Abstand von 19 Å statt, so dass in diesem Fall die Austauschwechselwirkung in guter Näherung vernachlässigt werden kann.

Für solche heteronuklearen Systeme ist die Existenz von Dipol-Dipol-Wechselwirkungen 1. Ordnung in Abschnitt 2.2.3 ausgeschlossen worden. Der Grund für das Auftreten von Wechselwirkungen $\propto R^{-3}$ in solchen Systemen ist die Energieentartung



Abbildung 2.4: Links: Termschema des Systems ⁶Li-⁷Li Rechts: Interatomare Wechselwirkung mit dem Abstand *R*. Für die 2S+2P-Konfiguration treten langreichweitige Wechselwirkungen $\propto R^{-3}$ auf. Der Einschub zeigt die Aufspaltung der jeweiligen Asymptoten. Die Graphik ist aus (SSZ15) entnommen.

der beteiligten Zustände. Zum Verständnis der zugrundeliegenden Mechanismen bei der resonante Wechselwirkung betrachte man die Termschemata zweier Atome in Abbildung 2.5. In der Situation, in der diese elektrostatisch wechselwirken, sind für die Störungsrechnung wieder die Produktzustände des Zwei-Atom-Systems zu betrachten. Hier liegt jetzt die Situation vor, dass die Produktzustände $\Psi_1 = |ad\rangle$ und $\Psi_2 = |bc\rangle$ fast entartet sind. In diesem Fall kann die herkömmliche Störungstheorie nicht angewandt werden. Stattdessen muss man den Hamiltonian 1. Ordnung Störungstheorie,

$$H = egin{pmatrix} E_0 & V_{WW} \ V_{WW} & E_0 + \Delta \end{pmatrix} \,,$$
 (2.33)

in der Produktbasis $\{\Psi_1, \Psi_2\}$ diagonalisieren (ZM07). Beschränkt man sich auf den Dipol-Dipol-Term der Wechselwirkung,

$$V pprox V_{11}/R^3 = rac{oldsymbol{\mu}_1 \cdot oldsymbol{\mu}_2}{R^3} - 3rac{(oldsymbol{\mu}_1 \cdot \mathbf{R})(oldsymbol{\mu}_2 \cdot \mathbf{R})}{R^5}\,,$$

so lauten die Eigenwerte dieser Matrix

$$E_1 = E_0 + rac{\Delta}{2} + rac{\sqrt{\Delta^2 + 4rac{V_{11}}{R^6}}}{2}$$
 und (2.34)

$$E_2 = E_0 + rac{\Delta}{2} - rac{\sqrt{\Delta^2 + 4rac{V_{11}}{R^6}}}{2}$$
 (2.35)



Abbildung 2.5: Termschema der relevanten Niveaus zweier wechselwirkender Atome. Zwei Produktzustände sind fast entartet und führen zu resonanter Wechselwirkung.

Die Energiedifferenz $\Delta E = E_1 - E_2$ der Eigenwerte kann man nun für die Grenzfälle $V_{WW} \ll \Delta$ und $V_{WW} \gg \Delta$ durch Reihenentwicklung vereinfachen (Pri11).

Langreichweitige Wechselwirkung: $V_{WW} \ll \Delta$:

$$\Delta E=-2rac{V_{11}^2}{\Delta}\equiv=-rac{C_6}{R^6}$$

Für diesen Grenzwert ergibt sich wieder die van-der-Waals-Wechselwirkung. Das Vorzeichen von Δ entscheidet, ob die Wechselwirkung attraktiv oder repulsiv ist.

Kurzreichweitige Wechselwirkung: $V_{WW} \ll \Delta$:

$$\Delta E = 2rac{V_{11}}{R^{-3}} \equiv = 2rac{C_3}{R^3}$$

Dies ist der Bereich resonanter Dipol-Dipol-Wechselwirkung, welcher sich in der Abhängigkeit $\propto R^{-3}$ äußert. Die Wechselwirkung skaliert mit C_3 , welches wie-

derum gemäß $C_3 \propto n^4$ von der Hauptquantenzahl *n* abhängt.

Der Übergang zwischen den Regimen R^{-3} und R^{-6} kann durch einen charakteristischen Radius R_c gekennzeichnet werden, bei dem $V_{WW}(R_c) = \Delta$ gilt. Damit ist $R_c = \sqrt[6]{C_6/\Delta} \propto n^{7/3}$.

Die Eigenzustände des Hamiltonians (2.33) enthalten Beiträge beider Produktzustände (ZM07):

$$|\Phi_{+}
angle = c_{11}|\Psi_{1}
angle + c_{12}|\Psi_{2}
angle \,,$$
 (2.36)

$$|\Phi_{-}\rangle = -c_{21}|\Psi_{1}\rangle + c_{11}|\Psi_{2}\rangle \,.$$
 (2.37)

mit

$$c_{11}=-rac{(2C_3)}{\sqrt{2}\mathcal{N}}$$
 , (2.38)

$$c_{12} = -rac{(R^3\Delta + \sqrt{R^6\Delta^2 + 4C_3^2})}{\sqrt{2}N}\,,$$
 (2.39)

$$\mathcal{N} = \sqrt{R^6 \Delta^2 + R^3 \Delta \sqrt{R^6 \Delta^2 + 4C_3^2} + 4C_3^2}$$
 (2.40)

Somit entstehen molekulare Zustände mit gerader und ungerader Molekülsymmetrie.

Diese Art von resonanter Wechselwirkung wird häufig auch als Förster-Resonanz bezeichnet. Diese Bezeichnung geht auf Theodor Förster und seine Untersuchung des Energietransfers in Form delokalisierter Anregungen in Molekülen zurück (För65). Der Formalismus für den Energieaustausch in Dimeren ist äquivalent zu der hier vorgenommenen Beschreibung. In beiden Fällen sorgen die Beiträge in den Nicht-Diagonalelementen des Hamiltonians zu neuen Zuständen Φ_+ und Φ_- in Form einer symmetrischen und antisymmetrischen Kombination der ursprünglichen Produktzustände, welche energetisch um $\Delta E = 2\frac{C_3}{R^3}$ aufgespalten sind. Dies ist graphisch in Abbildung 2.6 dargestellt.

In (WS08) wird auf die Bedeutung der Feinstruktur bei dem Übergang von vdW-WW zu resonanter Wechselwirkung hingewiesen. Bei großen interatomaren Abständen ist, wie erwähnt, die vdW-WW dominant. Nähern sich die Atome einander, so mischt die vdW-WW benachbarte Feinstruktur-Niveaus, insbesondere bei d-Niveaus. Für n =



Abbildung 2.6: Symmetrischer und antisymmetrischer Zutand bei resonanter Dipol-Dipol-Wechselwirkung mit relativer Energieaufspaltung $2C_3/R^3$.

30 - 80 d-Niveaus tritt dieser Effekt bei optisch auflösbaren Rydberg-Atomen für Abstände im Bereich 0,8-8 μ m auf. Im Bereich 0, 5 - 5 μ m kommt es dann typischerweise zum Auftreten von Förster-Resonanzen zwischen den Feinstruktur-Niveaus.

Zusätzlich wird in (WS08) gezeigt, dass aus den Eigenzuständen $|\phi\rangle$ des Operators $\mathcal{D} = \mathcal{M}^{\dagger}\mathcal{M}$ mit Eigenwert D_{ϕ} (siehe (2.18)) ebenfalls die Eigenzustände im Förster-Regime gewonnen werden können. Wendet man \mathcal{M} auf $|\phi\rangle$ an, so erhält man den durch Dipol-Dipol-Wechselwirkung gekoppelten Zustand $|\chi_{\phi}\rangle$:

$$|\mathcal{M}| oldsymbol{\phi}
angle = \sqrt{D_{oldsymbol{\phi}}} |\chi_{oldsymbol{\phi}}
angle .$$

Zusätzlich ist $|\chi_{\phi}\rangle$ Eigenvektor von \mathcal{D}^{\dagger} und $\mathcal{M}^{\dagger}|\chi_{\phi}\rangle = \sqrt{D_{\phi}}|\phi\rangle$, so dass die beiden Zustände $|\phi\rangle$ und $|\chi_{\phi}\rangle$ unter Einfluss der Dipol-Dipol-Wechselwirkung ein geschlossenes Zwei-Niveau-System bilden. Diagonalisiert man den zugehörigen Hamiltonian dieses Systems, erhält man die Eigenzustände

$$egin{aligned} \Phi_+ &= \sin heta | \phi
angle + \cos heta | \chi_{\phi}
angle \,, \ \Phi_- &= \cos heta | \phi
angle - \sin heta | \chi_{\phi}
angle \,, \end{aligned}$$

mit $\tan 2\theta = -2C_3\sqrt{D_{\phi}}/(\Delta R^3)$, welche energetisch um $\Delta E = 2C_3\sqrt{D_{\phi}}/R^3$ aufgespalten sind.

Häufig findet man in der Literatur die Konstellation, dass zwei identische Atome in ei-

nem Rydberg-Zustand $|r\rangle$ vorliegen, und in beiden Atomen durch elektrische Felder und Stark-Effekt zwei weitere Niveaus $|1\rangle$ und $|2\rangle$ energetisch so verschoben werden, dass sie symmetrisch zu $|r\rangle$ liegen. Bezüglich der Notation von Abbildung 2.5 bedeutet dies, dass $|b\rangle = |c\rangle = |r\rangle$, $|a\rangle = |1\rangle$ und $|d\rangle = |2\rangle$ gilt. Damit sind dann die Niveaus $|rr\rangle$ und $|12\rangle$ bzw. $|21\rangle$ energetisch entartet und Ausgangspunkt der Förster-Resonanz.

2.2.5 Dipolmoment durch Mikrowellen

Neben den bisher vorgestellten Konzepten bietet die Wechselwirkung von Mikrowellen mit Rydberg-Atomen die Möglichkeit, kontrolliert Einfluss auf die interatomare Wechselwirkung zu nehmen. In (BZPM07) wird beschrieben, dass durch Mikrowellen der Vorgang $43d_{5/2} + 43d_{5/2} \rightarrow 45p_{3/2} + 41f$ in einem Gas aus ⁸⁵Rb-Atomen in Resonanz gebracht werden kann. Dies ist für diesen Übergang nicht mit statischen Feldern möglich. Die entscheidene Einflussgröße ist hier der dynamische Stark-Effekt, welcher die Energieniveaus in die gewünschte Position verschiebt.

In (TPM⁺11) werden Mikrowellen eingesetzt, um unterschiedliche Rydberg-Niveaus von ⁸⁷Rb zu kopplen. Da der Abstand der Energieniveaus mit n^{-3} skaliert, eröffnet sich für Rydberg-Zustände die Möglichkeit dieser Kopplung im GHz-Bereich. Ein Mikrowellenfeld $E_{MW} = E \hat{\epsilon} e^{-i\omega_{MW}t}$, welches fast-resonant zu einem Übergang $|i\rangle \rightarrow |j\rangle$ ist, führt zu einer Wechselwirkung

$$H=rac{\hbar\Omega_{
m MW}^{(i,j)}}{2}|i
angle\langle j|+$$
h.c.

mit Rabi-Frequenz

$$\Omega_{\mathsf{MW}}^{(i,j)} = rac{E}{\sqrt{2}\hbar} \langle i | oldsymbol{e} {f r} \cdot oldsymbol{\hat{\epsilon}} | j
angle$$

Die Autoren nutzen eine solche Kopplung zwischen den Zuständen $46s_{1/2}$ und $45p_{1/2}$, um in einem EIT-Spektroskopieversuch eine Autler-Town-Aufspaltung des Messignals herbeizuführen. In dem EIT-Signal macht sich ebenfalls die Dipol-Blockade zwischen den Rb-Atomen bemerkbar. Es zeigt sich, dass für starke Mikrowellenfelder eine deutliche Zunahme dieser Blockade auftritt, was theoretisch mit dem Übergang von Wechselwirkungen $\propto R^{-6}$ zu Wechselwirkungen $\propto R^{-3}$ erklärt werden kann. Das Mikrowellenfeld führt folglich dazu, dass statt der üblichen vdW-WW ebenfalls langreichweitige Dipol-Dipol-Wechselwirkungen auftreten.

Ein Ansatz zur Erzeugung von Zuständen mit rotierenden Dipolmomenten durch Mikrowellen wird in (MLLZ08) aufgezeigt. Zwei Mikrowellenfelder $E_1 e_z \cos \omega_1 t$ und $E_2 e_z \cos \omega_2 t$ koppeln über den Operator

$$H_{\rm MW} = -d_z \left[E_1 \cos \omega_1 t + E_2 \cos \omega_2 t \right] \tag{2.41}$$

zwei *p*-Niveaus an ein *s*-Niveau. In Abbildung 2.7 wird diese Ausgangssituation mit den enstprechenden Rabi-Frequenzen Ω_i und Verstimmungen Δ_i gezeigt. Die Fre-



Abbildung 2.7: Zwei Mikrowellenfelder Ω_1 , ω_1 (rote Linie) und Ω_1 , ω_1 (violette Linie) koppeln zwei *p*-Niveaus an ein *s*-Niveau. Das Feld mit Frequenz Ω_1 ist stark verstimmt ($|\Delta_1| \gg$ $|\Omega_2|$, $|\Delta_2|$). Rechts ist die Situation nach adiabtischer Elimination des unteren Zustands zu sehen. Fig. 3 aus (MLLZ08).

quenzen ω_1 und ω_2 sollen sich deutlich unterscheiden, was durch eine ausreichende große Wahl von $\Delta n = n - n'$ gewährleistet werden kann. Unter der Bedingung $|\Delta_1| \gg |\Omega_2|, |\Delta_2|$ ist die Kopplung von $|n', p\rangle$ an $|n, s\rangle$ gering. Für $\Omega_1 \ll |\Delta_1|$ kann $|n', p\rangle$ adiabatisch eleminiert werden, was auf das effektive Zwei-Niveau-System $|n, p\rangle$ und

$$|s'
angle = |n,s
angle - rac{\Omega_1}{2\Delta_1}|n',p
angle$$
 (2.42)

mit $\eta = \Omega_1/(2\Delta_1) \ll 1$ führt. Fasst man die Zustände dieses Zwei-Niveau-System als Eigenzustände des Spin-Operators S_z auf, so kann man den Hamiltonian des Systems in der Form

$$H_0 = rac{\hbar}{2} \left(egin{array}{cc} \Delta_2' & \Omega_2 \ \Omega_2 & -\Delta_2' \end{array}
ight) \equiv \mathbf{hS}$$
 (2.43)

mit effektivem Magnetfeld $\mathbf{h}=(\Omega_2,0,\Delta_2')$, Verstimmung $\Delta_2'= riangle_2-\Omega_1^2/(4 riangle_1)$ und

Spin-Operator $S = (S_x, S_y, S_z)$ schreiben. Durch die Beimischung von $|n', p\rangle$ in $|s'\rangle$ erhält dieser Zustand ein oszillierendes Dipolmoment, welches durch

$$d_z = -\eta \sqrt{D_1} \cos(\omega_1 t) (1 + 2S_z) + 2 \sqrt{D_2} (\cos(\omega_2 t) S_x + \sin(\omega_2 t) S_y).$$
 (2.44)

mit $D_{1,2} = (d_{1,2}/3)^2$ $(d_{1,2}$ sind die Übergangsdipolmomente der beteiligten Niveaus) gegeben ist. Die Wechselwirkung zweier Atome oder Ionen mit solchen oszillierenden Dipolmomenten skaliert mit n^4 .

2.3 Rydberg-Ionen in der Paulfalle

2.3.1 Wechselwirkung zwischen lonen

Einen qualitativen Einblick in das Verhalten von wechselwirkenden Ionen in einer allgemeinen Ionenfalle erhält man aus der Darstellung in (BHK⁺00), wobei einige Besonderheiten von Rydberg-Ionen noch nicht berücksichtigt werden. Grundlage der Betrachtung sind zwei wechselwirkende Ionen, in deren elektronischen Niveaus die Qubit-Zustände $|0\rangle$ und $|1\rangle$ realisiert werden. Die Autoren fordern, dass der Ionenabstand deutlich kleiner ist als die Wellenlänge des Überganges $|1\rangle$ - $|0\rangle$ ist, was für übliche Fallengeometrien die Auswahl auf Übergänge von ein paar μ m bei hohen Fallenfrequenzen einschränkt. Als Basis des Zwei-Ionen-Systems dienen die Zustände $|g\rangle = |00\rangle$, $|e\rangle = |11\rangle$ und

$$|\Psi_{\pm}
angle = rac{1}{\sqrt{2}}(|01
angle \pm |10
angle)\,.$$

Der Hamiltonian für ein solches Zwei-Niveau-System mit Energiedifferenz $\hbar\omega_0$ und Übergangsdipolmoment $\mu_{01} = \langle 0|\mathbf{r}|1 \rangle$ ist durch

$$H = \sum_{i=1,2} \hbar \omega_{0} |1\rangle_{i} \langle 1| + \sum_{\mathbf{k}\lambda} \hbar \omega_{\mathbf{k}} a^{\dagger}_{\mathbf{k}\lambda} a_{\mathbf{k}\lambda} + i\hbar \sum_{i=1,2} \sum_{\mathbf{k}\lambda} (g_{\mathbf{k}\lambda} a_{\mathbf{k}\lambda} \exp{(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_{i})} \sigma^{+}_{i} - h.c.)$$
(2.45)

gegeben, wobei σ_i^{\pm} die Stufenoperatoren, a_k und a_k^{\dagger} die Vernichtungs- und Erzeugungsoperatoren eines Photons in der Mode (k, λ) sind und $g_{k\lambda}$ die Kopplungskonstante

$$g_{{f k}\lambda}=e\left(rac{\omega_k}{2\epsilon_0\hbar L^3}
ight)^{1/2}(oldsymbol{\mu}_{01}|\epsilon_{{f k}\lambda})$$

mit Polarisationsvektor $\epsilon_{k\lambda}$ bezeichnet. Implizit wird hier angenommen, dass die Coulomb-Wechselwirkung der Ionen durch das Fallenpotential kompensiert wird. Im Endeffekt besteht an dieser Stelle kein Unterschied zur Betrachtung wechselwirkender Atome.

Im Wechselwirkungsbild lautet der Hamiltonian

$$H_{ extsf{I}} = i\hbar \sum_{i=1,2} \sum_{\mathbf{k}\lambda} (g_{\mathbf{k}\lambda} a_{\mathbf{k}\lambda} \exp\left[(i\omega_0-\omega_k)t
ight] \exp\left(i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}_i
ight) \sigma_i^+ - h.c.) \, .$$

Für Zeiträume Δt mit $1/A \leq \Delta t \leq 1/\omega_0$ (*A* ist der Einsteinkoeffizient des Qubit-Überganges) erhält man die Zeitentwicklung des Systems aus dem "Quantum Jump"-Ansatz und 2. Ordnung Störungstheorie. Für Zeiträume $t \ll 1/A$, bei denen dissipative Effekte keine wesentliche Rolle spielen, und der Bedingung, dass kein Photon emittiert wird, liefert diese Rechnung den Hamiltonian

$$egin{aligned} H_{0} &= \hbar \omega_{0} \left(|\Psi_{+}
angle \langle \Psi_{+}| + |\Psi_{-}
angle \langle \Psi_{-}| + 2|e
angle \langle e|
ight) + rac{\hbar}{2} \operatorname{Im} C \left(|\Psi_{+}
angle \langle \Psi_{+}| - |\Psi_{-}
angle \langle \Psi_{-}|
ight) \,. \end{aligned}$$

Die hier auftretende Konstante C ist ein Resultat der Dipol-Dipol-Wechselwirkung der lonen. Diese ist bereits implizit im Hamiltonian (2.45) enthalten, was auf den ersten Blick nicht ersichtlich ist. (MK74) bietet einen tieferen Einblick in die zugrundeliegenden Mechanismen. Entscheidend ist, dass derjenige Teil des Hamiltonians (2.45), welcher die Wechselwirkung der Atome enthält, durch die Kopplung der Dipol-Moment an das elektrische Feld gegeben ist:

$$H_{ ext{int}} = -oldsymbol{\mu}_1 \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}_1) - oldsymbol{\mu}_2 \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}_2) \,.$$

Mit der Annahme, dass ein Atom angeregt und das andere im Grundzustand ist, beschränkt sich in der "rotation-wave approximation" der Zustandsraum auf $|1\rangle_1|0\rangle_2|0\rangle_{Photon}$, $|0\rangle_1|1\rangle_2|0\rangle_{Photon}$ und $|0\rangle_1|0\rangle_2|1\rangle_{Photon}$, so dass das Emittieren eines Photons zwangsläufig mit einem atomaren Übergang verbunden ist. Die weitere Berechnung liefert für Im C bei einem Ionenabstand R den Ausdruck

$$\mathrm{Im}\, C = -rac{3A}{2} \left(p rac{\cos k_0 R}{k_0 R} + q rac{\cos k_0 R}{k_0^3 R^3} + q rac{\sin k_0 R}{k_0^2 R^2}
ight) \, ,$$

wobei

$$egin{array}{lll} p=0, & q=2 & {
m für}\;\Delta m=0\;{
m Überg{ange}}, \ p=1, & q=-1 & {
m für}\;\Delta m=\pm 1\;{
m Überg{ange}} \end{array}$$

gilt. Für $k_0 R \ll 1$ gilt näherungsweise $\operatorname{Im} C \approx \frac{3A}{2}q(k_0 R^{-3})$, die bekannte R^{-3} -Skalierung für Dipol-Dipol-Wechselwirkung. Weiterhin ist $\operatorname{Im} C$ proportional zum Produkt der beteiligten Dipol-Momente und führt zur bereits bekannten symmetrischen Aufspaltung der Zustände $|\Psi_+\rangle$ und $|\Psi_-\rangle$, wie man an (2.46) sieht. Eine Interpretation ist, dass in der Quantenelektrodynamik das Lichtfeld virtuell die Dipol-Dipol-Wechselwirkung zwischen den Atomen oder Ionen vermittelt. Bedingung ist, wie erwähnt, dass eines der Atome in einem angeregten Zustand und das andere Atom im Grundzustand ist. Dies deckt sich soweit mit den Ergebnissen aus Kapitel 2.2.3 für Dipol-Dipol-Beiträge aus 1. Ordnung Störungstheorie, die nur dann auftreten, wenn sich die Atome in unterschiedlichen Zuständen befinden.

2.3.2 Bewegungsgleichungen

Die folgenden Kapitel sind der Theorie von Rydberg-Ionen in einer linearen Paulfalle gewidmet. Insbesondere sollen die Unterschiede zu herkömmlichen Ionen herausgestellt werden. Die Beschreibung ist eine Zusammenfassung der Ergebnisse aus (MLLZ08) und (SKFK⁺11).

Das Potential einer herkömmlichen linearen Paulfalle ist von der Art

$$\Phi_T(\mathbf{r},t) = lpha \cos\left(\Omega t\right) \left[x^2 - y^2
ight] - eta \left[x^2 + y^2 - 2z^2
ight],$$
 (2.47)

wobei die z-Achse so gewählt ist, dass sie der Symmetrieachse des zylindrischen Potentials der Paulfalle entspricht. Die Parameter α und β betragen bei unserer Paul-Falle etwa $\alpha = 1 \times \approx 10^8 \text{ V/m}^2$ und $\beta = 6 \cdot 10^4 \text{ V/m}^2$ bei einer radialen Fallenfrequenz



Abbildung 2.8: Relevante Größenskalen für Rydberg-Ionen in einer linearen Paulfalle. Einer externen Fallenfrequenz von einigen MHz entspechen Oszillatorlängen x_{ho} von etwa 10 nm. Der Ionenabstand ζ liegt in Bereich mehrer μ m. Die Größe der Rydberg-Atome a_{Ry} skaliert mit n^2 und erreicht Werte von bis zu 200 nm. Fig. 1 aus (MLLZ08).

von $2\pi \times$ 500 kHz und einer axialen Fallenfrequenz von $2\pi \times$ 120 kHz.

Abbildung 2.8 zeigt die relevanten Größenverhältnisse für eine Anordnung von Rydberg-Ionen in der Falle. Die theoretische Beschreibung soll für den Paramterbereich $x_{ho} < a_{Ry} \ll \zeta$ erfolgen. Für n = 67, einem der anvisierten Niveaus für Rydberg-Anregung, ist näherungsweise $a_{Ry} \approx 238$ nm. Typische Ionenabstände in der Falle sind größer als 10 μ m und die Oszillatorlänge x_{ho} beträgt etwa 10 nm. Somit ist die Abschätzung gut erfüllt.

Betrachtet man ⁴⁰Ca⁺-Ionen in dem Potential (2.47) als zusammengesetztes Objekt aus Valenzelektron (Masse *m*, Position \mathbf{r}_{e}) und zweifach geladenem Kern (Masse *M*, Position \mathbf{r}_{c}) mit Wechselwirkung $V(|\mathbf{r}_{e} - \mathbf{r}_{c}|)$, so kann die Dynamik des Systems durch den Zwei-Körper-Hamiltonian

$$H_{\text{lab}} = \frac{\mathbf{p}_{c}^{2}}{2M} + \frac{\mathbf{p}_{e}^{2}}{2m} + V(|\mathbf{r}_{e} - \mathbf{r}_{c}|) + 2e\Phi(\mathbf{r}_{c}, t) - e\Phi(\mathbf{r}_{e}, t) + V_{ls}(\mathbf{r}_{e} - \mathbf{R}_{I})$$

$$(2.48)$$

genähert werden. Das elektrische Potential $\Phi(\mathbf{r}, t) = \Phi_T(\mathbf{r}, t) + \Phi_l(\mathbf{r}, t)$ enthält neben dem Fallenpotential $\Phi_T(\mathbf{r}, t)$ optional noch einen Term $\Phi_l(\mathbf{r}, t) = \mathbf{f}(t) \cdot \mathbf{r}$, der ein zeitabhängiges lineares Potential darstellen soll. Somit kann z.B. ein zusätzliches Mikrowellenfeld wie in Abschnitt 2.2.5 zur Dynamik hinzugefügt werden. Wegen der großen Unterschiede der beteiligten Massen ist es sinnvoll, gemäß

$$\mathbf{r}_{c} = \mathbf{R} - \frac{m}{M+m}\mathbf{r}$$
, $\mathbf{r}_{e} = \mathbf{R} + \frac{M}{M+m}\mathbf{r}$. (2.49)

in Schwerpunkts- ($\mathbf{R} = (X, Y, Z)$) und Relativkoordinaten ($\mathbf{r} = (x, y, z)$) zu wechseln. In guter Näherung kann man wegen $M \gg m$, $\mathbf{r}_c \approx \mathbf{R}$ und $\mathbf{r}_e \approx \mathbf{R} + \mathbf{r}$ setzen. Zusätzlich vereinfacht wird das Problem, in dem man das elektronische Potential um ${f R}$ durch eine Taylor-Entwicklung

$$2e\Phi(\mathbf{R},t)-e\Phi(\mathbf{R}+\mathbf{r},t) \;\;=\;\; e\left[\Phi(\mathbf{R},t)-rac{\partial\Phi(\mathbf{R},t)}{\partial\mathbf{R}}\cdot\mathbf{r}-rac{1}{2}\sum_{kl}x_krac{\partial^2\Phi(\mathbf{R},t)}{\partial X_k\partial X_l}x_l
ight]$$

in 2. Ordnung nähert, bei welcher Korrekturen mit m/M skalieren, also klein sind. Das periodisch oszillierende Fallenpotential führt zu einer ponderomotorischen Kraft, welche das Ionen in der x- und y-Richtung einschließt. Dies wird deutlicher, wenn man im Schwerpunktsystem in ein Koordinatensystem wechselt, welches mit der Frequenz Ω oszilliert. Der Hamiltonian (2.48) lautet in diesem Koordinatensystem

$$H = H_{\rm CM} + H_{\rm el} + H_{\rm I-el} + H_{\rm mm}$$
 (2.50)

mit

$$H_{\rm CM} = \frac{\mathbf{P}^2}{2M} + \frac{1}{2}M\omega_z^2 Z^2 + \frac{1}{2}M\omega_\rho^2 \left(X^2 + Y^2\right)$$
(2.51)

$$H_{\rm el} = \frac{\mathbf{p}^2}{2m} + V\left(|\mathbf{r}|\right) - e\Phi(\mathbf{r},t) + V_{ls}(\mathbf{r})$$
(2.52)

$$H_{\text{I-el}} = -2e \left[\alpha \cos(\Omega t) \left(Xx - Yy \right) - \beta \left(Xx + Yy - 2Zz \right) \right]$$
(2.53)

$$H_{\rm mm} = -\frac{2e\alpha}{M\Omega} \sin(\Omega t) \left(X P_x - Y P_y \right) \\ -\frac{e^2 \alpha^2}{M\Omega^2} (X^2 + Y^2) \cos(2\Omega t) + e\mathbf{f}(t) \cdot \mathbf{R} \,.$$
(2.54)

Der Anteil $H_{\rm CM}$ beschreibt den Einschluss des Schwerpunkts in einem harmonischem Potential mit radialen Fallenfrequenzen $\omega_{\rho} = \omega_X = \omega_Y$ und axialer Fallenfrequenz ω_Z . Diese stehen mit den Fallenparametern über

$$\omega_{
ho} = \omega_X = \omega_Y = \sqrt{2[(e\alpha/M\Omega)^2 - e\beta/M]}$$
 und (2.55)

$$\omega_Z = 2\sqrt{eeta/M}$$
 (2.56)

in Verbindung. Der Term $H_{\rm mm}$ beschreibt die Mikrobewegung des Systems. Bei ausreichender Kompensation und großen Fallenfrequenzen Ω kann man die Kopplung der harmonischen Niveaus aus $H_{\rm CM}$, welche durch $H_{\rm mm}$ verursacht werden, in guter Näherung vernachlässigen. Die weiteren Beiträge $H_{\rm el}$ und $H_{\rm I-el}$ sollen nun eingehender betrachtet werden. Sie stellen gegenüber der Theorie für Nicht-Rydberg-Ionen eine Neuerung dar.

2.3.3 Elektron-Fallen-Wechselwirkung

Der Hamiltonian H_{el} enhält die ausschließlich das Elektron betreffenden Einflüsse. Der Einfluss der Spin-Bahn-Kopplung V_{ls} wurde bereits in Abschnitt 2.1.3 diskutiert. Die Wechselwirkung zwischen Falle und Elektron ist in dem Anteil

$$H_{eT} = -e\Phi(\mathbf{r}, t) = H_{stat} + H_{osc} + H_{MW}$$

= $e\beta \left[x^2 + y^2 - 2z^2\right] - e\alpha \cos(\Omega t) \left[x^2 - y^2\right] - ef(t) \cdot \mathbf{r}.$ (2.57)

enthalten, der aus einem statischen, einem oszillierenden und einem optionalen Mikrowellen-Anteil besteht. Letzter soll an dieser Stelle zunächst nicht einbezogen werden. Die Berechnung des Einflusses von (2.57) auf die Energieniveaus kann dadurch vereinfacht werden, dass man sich auf Zustände np beschränkt, welche in unserem Experiment angeregt werden sollen. Die Mannigfaltigkeit der np_j -Zustände ist aufgrund des großen Quantendefekts für l = 1 energetisch weit von anderen Zuständen entfernt. Somit ist es ausreichend, einen effektiven Hamiltonian zu finden, der nur in diesem Unterraum wirkt und den Einfluss anderer Zustände durch Störungsrechnung erfasst. Als zusätzliche Vereinfachung wird eine Born-Oppenheimer-Näherung für die Bewegung von Elektron und Ion vorgenommen. Das Ion soll sich genau im Fallenzentrum aufhalten und die Zeit t wird ausschließlich als Parameter betrachtet. Aufgrund der stark unterschiedlichen Zeitskalen von Rydberg-Elektron-Bewegung und Radiofrequenz ist die Born-Oppenheimer-Näherung an dieser Stelle sinnvoll.

Die Energieverschiebung der Eigenwerte (2.4) in dem np_j -Unterraum wird in 2. Ordnung Störungstheorie durch den effektiven van-Vleck-Hamiltonian

$$H_{\rm eT}^{(2)mm'} = \sum_{\nu} H_{\rm eT}^{(1)m\nu} H_{\rm eT}^{(1)\nu m'} \left[\frac{1}{2(E_m - E_\nu)} + \frac{1}{2(E_{m'} - E_\nu)} \right].$$
 (2.58)

mit $H_{\rm eT}^{(1)m\nu} = \langle \psi_m | H_{\rm eT} | \psi_v \rangle$ beschrieben. Die Matrixelemente $H_{\rm et}^{(1)m\nu}$ koppeln Zustände im np_j -Unterraum nicht direkt, die Kopplung geschieht nur indirekt über andere Zustände. Berechnungen zeigen, dass die Diagonalelemente von $H_{\rm et}^{(2)mm'}$ deutlich größer sind als die Nicht-Diagonalelemente und somit hauptsächlich die Energieverschiebung bestimmen. Der Beitrag des statischen Feldes $H_{\rm stat}$ zu der Energieverschiebung lautet

$$riangle E_{pj|m|} = rac{2}{15} eeta \left\langle n,p \mid r^2 \mid n,p \right
angle \left[2|m|-j-rac{9}{2}
ight] \,.$$
 (2.59)

Hier bezeichnet $\langle n, l \mid r^2 \mid n, l \rangle$ das radiale Matrixelement von r^2 in den radialen Eigenfunktion aus (2.3). Dieser Anteil führt zu Energiekorrekturen im Bereich von kHz. Der oszillierende Anteil hingegen führt wegen $\alpha \gg \beta$ auf wesentlich größere Energiekorrekturen, die noch dazu zeitabhängig sind. Diese Energiekorrekturen führen zu einer Absenkung der Energien der np_j -Zustände. Die Energieverschiebung skaliert mit n^{11} , was wiederum auf die Zusammenhänge $\langle r^2 \rangle \sim n^4$ und $\Delta E_{nlj} \sim n^{-3}$ zurückzuführen ist. Berechnungen der Autoren zeigen, dass die Energieverschiebungen für n > 60 Werte größer als $2\pi \times 100$ MHz annehmen können, wobei jedoch zu beachten ist, dass diese Rechnung mit weitaus größeren Fallenparametern $\alpha = 10^9 \text{V/m}^2$ und $\beta = 10^7 \text{V/m}^2$ durchgeführt wurde. Bei Spektroskopie der Rydberg-Zustände sind aufgrund der Elektron-Fallen-WW Seitenbänder im Abstand $2 \times \Omega$ zu erwarten. Für die anvisierte Radiofrequenz von $2\pi \times 17$ MHz ergibt dies Seitenbänder im Abstand von $2\pi \times 34$ Mhz.

2.3.4 Elektron-Ion-Wechselwirkung

Die Wechselwirkung zwischen Elektron und Ion ist durch den Hamiltonian H_{I-el} gegeben. Dieser wird wieder ausschließlich in einem np_j -Unterraum ausgewertet. Die effektive Wechselwirkung in diesem Unterraum lautet

$$H_{\mathrm{I-el}}^{(2)mm'} = \mathbf{R}^{\dagger} \mathbf{U}_{mm'} \mathbf{R}$$
(2.60)

mit

$$\mathbf{U}_{mm'} = \sum_{\nu} \mathbf{R}_{\mathsf{e}}^{\dagger(1)m\nu} \mathbf{R}_{\mathsf{e}}^{(1)\nu m'} \left[\frac{1}{2(E_m - E_\nu)} + \frac{1}{2(E_{m'} - E_\nu)} \right]$$
(2.61)

und den Abkürzungen $\mathbf{R}_{\mathsf{e}}^{(1)m
u} = \langle \psi_m | \mathbf{R}_{\mathsf{e}} | \psi_
u
angle$ und $\mathbf{R}_{\mathsf{e}} = 2e[(-lpha \cos \Omega t + eta)x,$

 $(\alpha \cos \Omega t + \beta)y, -2\beta z]$. Der Beitrag von (2.58) ist für kleine *n* vernachlässigbar, da die Kopplungen mit $\propto n^2$ skalieren. Für Rydberg-Ionen hingegen ist dieser Beitrag nicht mehr zu vernachlässigen. Es zeigt sich, dass auch bei diesem Aspekt für Rydberg-Ionen gänzlich andere Effekte auftreten.

Die Diagonalelemente $U_{mm'}$ führen zu einem zusätzlich Beitrag zu dem harmonischen Fallenpotential, wohingegen die Nicht-Diagonal-Elemente $U_{mm'}$ vibronische Niveaus koppeln. Mittelt man den Einfluss der Diagonalelemente über einen Radiofrequenz-Umlauf, erhält man z.B. in X-Richtung eine Energiekorrektur

$$\Delta E_X^{mm} \approx e^2 \left(2\alpha^2 + 4\beta^2 \right) \mathcal{V}_{\text{Ie}}^{(2)mm} X^2$$
(2.62)

und damit eine Frequenzveränderung von

$$\Delta\omega_X = \sqrt{rac{2e^2(2lpha^2+4eta^2)\mathcal{V}_{
m Ie}^{(2)mm}}{M}}$$
 (2.63)

wobei vereinfachend die Nicht-Diagonalelemente ignoriert werden. Der Beitrag $\mathcal{V}_{Ie}^{(2)mm}$ hängt nur von den elektronischen Niveaus ab und skaliert mit $\propto n^7$. Die Frequenzänderung verhält sich demnach ungefähr wie $\Delta \omega_X \propto \alpha \times n^{7/2}$. Numerische Berechnungen für die Fallenparameter $\alpha = 10^9 \text{V/m}^2$ und $\beta = 10^7 \text{V/m}^2$ zeigen, dass die Frequenzänderung $\Delta \omega_X$ für große *n* vergleichbar zu ω_X wird. Das heißt, die Beschreibung der Ionenbewegung durch einen harmonischen Oszillator verliert hier ihre Gültigkeit. Für unsere Fallenparameter sollte dieser Einfluss jedoch weit weniger gravierend sein.

Nach der Diskussion der vorangegangenen Kapitel fasst Tabelle 2.3 noch mal die relevanten Einflüsse für Rydberg-Ionen in einer linearen Paulfalle zusammen. An der *n*-Skalierung ist zu erkennen, dass die Elektron-Falle- und Elektron-Ion-Wechselwirkung erst im Bereich der Rydberg-Zustände eine Rolle spielen. Somit stellt dieser Teil eine Neuerung der bisherigen Betrachtung für Ionen in Paulfallen dar. Die bisherige Vorge-

Kopplung	Einfluss	n-Skalierung
Spin-Bahn	Feinstrukturaufspaltung	n^{-3}
Elektron-Falle	Energieabsenkung	n^{11}
Elektron-Ion	Änderung der Fallenfre-	$n^{7/2}$
	quenz	

Tabelle 2.3: Zusammenfassung der Einflüsse auf die Energieniveaus von Rydberg-Ionen

hensweise hat die einzelnen Einflussgrößen qualitativ gut herausstellen können. Für die Dynamik des Gesamtsystem ist die Berücksichtigung der kompletten Wechselwirkung aus (2.52) und (2.53) zu betrachten. Ausgehend von einem quasi-statischen elektrischen Feld kann man die Eigenwerte des summierten Hamiltonians (2.52) + (2.53) berechnen. Als Ergebnis erhält man vierdimensionale adiabatische Potentialflächen in drei räumlichen und einer Zeit-Dimension. Ein Schnitt entlang der X- und Ωt -Ebene einer solchen Fläche ist für den Zustand $35p_{3/2}$ in Abbildung 2.8 zu sehen. Auffallend



Abbildung 2.9: Ausschnitt der adiabatische Potentialfläche von $35p_{3/2}$ entlang der *X*- und Ωt -Ebene. Die Linien zeigen das Auftreten von Entartungen. Grundlage der Berechnung sind die Parameter $\alpha = 10^9 \text{V/m}^2$ und $\beta = 10^7 \text{V/m}^2$. Fig. 9 aus (SKFK⁺11).

ist die Entartung zwischen den beiden Flächen. Zusätzlich sind alle vier Potentialflächen für $\cos \Omega t = \beta/\alpha$ komplett entartet, was zur Folge hat, dass nicht-adiabatische Übergänge stattfinden können. Dies schränkt die Gültigkeit der Born-Oppenheimer-Näherung ein, da diese von getrennten Potentialflächen ausgeht. Eine korrekte Herangehensweise muss folglich versuchen, das System aus drei Freiheitsgraden des Ions und dem sechsdimensionalen Unterraum der np_j -Zustände zu lösen.

Um die Auswirkung von solchen nicht-adiabatischen Übergängen abzuschätzen, berechnen die Autoren die Zeitentwicklung eines Wellenpaketes, bei dem das Ion in den vibronischen Grundzustand $|n_X = 0, n_Y = 0, n_Z = 0\rangle$ gekühlt, und das Elektron in den Zustand $|35p_{3/2}(3/2)\rangle$ angehoben wird: $|\Psi(0)\rangle = |000\rangle|35p_{3/2}(3/2)\rangle$. Es zeigt sich, dass sich die maximalen Verluste der Population dieses Zustands auf etwa 0,01% belaufen, also klein sind. Da jedoch die Matrixelemente $U_{mm'}$, die für Übergänge zwischen vibronischen Niveaus zuständig sind, mit n^7 skalieren, können die Verluste für höhere Rydberg-Zustände größer sein. Eine identische Berechnung für $|50p_{3/2}(3/2)\rangle$ liefert auch eine 143 mal größere Verlustrate.

2.3.5 Wechselwirkung von Rydberg-Ionen

Dieses Kapitel befasst sich mit der Wechselwirkung zwischen Rydberg-Ionen in der Paulfalle und stellt die wesentlichen Ergebnisse aus (MLLZ08) zusammen.

Ausgangspunkt der Betrachtung sind zwei Ionen *i* und *j* mit Koordianten wie in Abbildung 2.10. Betrachtet man jedes Ion als zusammengesetzes Objekt aus Kern und Valenzelektron, dann tritt zwischen allen vier Konstituenten paarweise Coulomb-Wechselwirkung auf. Da für das System in guter Näherung $|\mathbf{R}_i - \mathbf{R}_j| \gg |\mathbf{r}_{i/j}|$ erfüllt ist, erfasst man die relevanten Einflüsse, wenn man die Coulomb-Wechselwirkung in einer Multipolentwicklung bis zur zweiten Ordnung in $r/|\mathbf{R}_i - \mathbf{R}_j|$ entwickelt. Mit den Abkürzungen $|\mathbf{R}_i - \mathbf{R}_j| = |\mathbf{R}_{ij}| = R_{ij}$ und $\mathbf{n}_{ij} = (\mathbf{R}_i - \mathbf{R}_j)/R_{ij}$ erhält man nun das Potential

$$\frac{V(\mathbf{R}_{i}, \mathbf{R}_{j}, \mathbf{r}_{i}, \mathbf{r}_{j})}{e^{2}/(4\pi\epsilon_{0})} = \underbrace{\frac{1}{R_{ij}}}_{\text{Ladung-Ladung}} + \underbrace{\frac{(\mathbf{R}_{i} - \mathbf{R}_{j})(\mathbf{r}_{i} - \mathbf{r}_{j})}{R_{ij}^{3}}}_{\text{Dipol-Ladung}} + \frac{r_{i}^{2} - 3(\mathbf{n}_{ij} \cdot \mathbf{r}_{i})^{2} + r_{j}^{2} - 3(\mathbf{n}_{ij} \cdot \mathbf{r}_{j})^{2}}{2R_{ij}^{3}}}_{\text{Quadrupol-Ladung}} + \underbrace{\frac{\mathbf{r}_{i} \cdot \mathbf{r}_{j} - 3(\mathbf{n}_{ij} \cdot \mathbf{r}_{i})(\mathbf{n}_{ij} \cdot \mathbf{r}_{j})}{R_{ij}^{3}}}_{\text{Dipol-Dipol}}.$$
(2.64)

In (2.64) sind die einzelnen Multipol-Beiträge den entsprechenden Termen zugeordnet. Wie in Abschnitt 2.3.1 tritt auch hier ein Dipol-Dipol-Wechselwirkungsterm auf. Die Be-



Abbildung 2.10: Ortskoordinanten der Ionen und Position des Rydberg-Elektrons relativ zum jeweiligen Kern. Fig. 4 aus (MLLZ08).

trachtung der tatsächlichen Struktur eines Rydberg-Ions führt aber gegenüber (2.45) zu dem Auftreten eines Ladung-Dipol- und Ladung-Quadrupol-Terms.

Für einen eindimensionalen Ionenkristall in der Paulfalle kann der Hamiltonian des Gesamtsystems durch eine harmonische Entwicklung um die jeweiligen Gleichgewichtsposition $Z_i^{(0)}$ der lonen vereinfacht werden, und lautet dann

$$H_{\text{Ionenkette}} = H_{\text{ph}} + \sum_{i}^{N} H_{\text{el},i} + H_{\text{int-ext}} + H_{\text{dd}}$$
. (2.65)

Der erste Term

$$H_{\rm ph} = \sum_{\alpha = x, y, z} \sum_{n}^{N} \hbar \omega_{\alpha, n} a_{\alpha, n}^{\dagger} a_{\alpha, n}$$
(2.66)

beschreibt die externe Dynamik des Ionenkerns mit den Erzeugungs- $a_{\alpha,n}^{\dagger}$ und Vernichtungsoperatoren $a_{\alpha,n}$ der jeweiligen Moden. Der zweite Term beschreibt den elektronischen Hamiltonian des *i*-ten Ions wie in 2.52, nur dass der Quadrupol-Ladungs-Term ein zusätzliches positionsabhängiges elektrisches Feld einbringt, welches in den Parameter β aus (2.57) gemäß

$$\beta'_{i} = \beta + \frac{e}{8\pi\epsilon_{0}} \sum_{j(\neq i)}^{N} \frac{1}{|Z_{i}^{(0)} - Z_{j}^{(0)}|^{3}} = \beta + \delta\beta_{i}.$$
(2.67)

eingebracht werden kann. Der dritte Term $H_{\text{int}-\text{ext}}$ beinhaltet die Kopplung von Elektronen- und Ionendynamik, unter anderem aufgrund der Dipol-Ladung-Wechselwirkung. Der Einfluss von $H_{\text{int}-\text{ext}}$ wird an dieser Stelle gegenüber den anderen Effekten vernachlässigt.

Es verbleibt noch die Dipol-Dipol-Wechselwirkung, welche in diesem Fall durch

$$H_{
m dd} = rac{1}{2} rac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i
eq j}^N rac{{f r}_i\cdot{f r}_j - 3z_i z_j}{|Z_i^{(0)} - Z_j^{(0)}|^3}.$$
 (2.68)

gegeben ist. Es lässt sich festhalten, dass $H_{\mathrm{el},i}$ dazu führt, dass die Energieniveaus der Rydbergzustände neben den bisherigen Einflüssen nun über β' zusätzlich positionsabhängig sind, also von Energien $E_{nljm} \rightarrow E_{nljm,i}$ ausgegangen werden muss. Alle Ionen in der Falle erfahren dieselben elektrischen Einflüsse, da das elektrische Feld der Paulfalle durch dasjenige der Ionen kompensiert wird. Damit besitzen die Ionen auch kein permanentes Dipol-Moment. Der Einfluss von (2.68) ist somit lediglich von der Form einer vdW-WW in 2. Ordnung Störungstheorie. Eine Abschätzung der Stärke dieser Wechselwirkung für n = 50 und $\zeta = 5\mu$ m liefert einen Wert von $E_{vdW} \sim \hbar \times 200 \text{ kHz}$ (MLLZ08).

Angesichts der vergleichsweise schwachen vdW-WW bietet es sich an, dass in Kapitel 2.2.5 vorgestellte Verfahren der Erzeugung von oszillierenden Dipolmomenten durch

Mikrowellen auf Ionen in Paulfallen anzuwenden. Dieser Ansatz verspricht weitaus größere Wechselwirkungen zwischen den Ionen.

Die oszillierenden Dipol-Momente beeinflussen den Anteil $H_{\text{int}} = \sum_{i}^{N} H_{\text{el},i} + H_{\text{dd}}$ des Hamiltonians. Zur Beschreibung werden die Terme $H_{\text{el},i}$ durch die Matrix (2.43) ersetzt, und die zugehörigen Dipol-Momente $d_{z}^{(i)}$ des *i*-ten lons erhält man aus (2.44). In einem Koordinatensystem, welches mit den Mikrowellenfrequenzen ω_1 und ω_2 rotiert, lautet der Hamiltonian H_{int} in "rotating wave approximation"

$$H_{\text{int}} = \sum_{i}^{N} \mathbf{h}^{(i)} \mathbf{S}^{(i)} + D_{1} \sum_{i,j(\neq i)}^{N} \nu_{ij} \left[\frac{1}{4} \eta_{i}^{2} + \eta_{i} \eta_{j} S_{z}^{(i)} \right] + \sum_{i,j(\neq i)}^{N} \nu_{ij} \left[D_{2} \left(S_{x}^{(i)} S_{x}^{(j)} + S_{y}^{(i)} S_{y}^{(j)} \right) + \eta_{i} \eta_{j} D_{1} S_{z}^{(i)} S_{z}^{(j)} \right],$$
(2.69)

mit $\nu_{ij} = -2/(4\pi\epsilon_0 |Z_i^{(0)} - Z_j^{(0)}|^3)$ und dem effektiven Magnetfeld $\mathbf{h}^{(i)} = \hbar(\Omega_2, 0, \Delta_2^{(i)})$. Die Koeffizienten $\eta_i = \Omega_1^{(i)}/(2\Delta_1^{(i)})$ hängen von der Position des Ions in der Kette ab, da der positionsabhänge Teil (2.67) des Hamiltonians die Energieniveaus $|n, p\rangle$ und $|n', p\rangle$ je nach Ion unterschiedlich stark verschiebt.

Die Kopplungen, welche in (2.69) zwischen den Ionen auftreten, können für n = 50und $\zeta = 5\mu$ m Werte von bis zu $\hbar \times 500$ MHz annehmen. Man vergleiche diesen Wert mit $\hbar \times 200$ kHz (MLLZ08) für Ionen ohne oszillierendes Dipol-Moment.

2.4 Elektronische Übergänge für Kalzium-Ionen

Dieses Kapitel stellt die für dieses Experiment relevanten elektronischen Niveaus von ${}^{40}Ca^+$ dar. Die Ergebnisse sind in Abbildung 2.11 festgehalten. Angegeben werden die relevanten Wellenlägen der Übergänge und die Lebensdauern der Niveaus $4p_{3/2}$, $4p_{1/2}$ und $3d_{5/2}$. Die Daten für diese Graphik wurden aus (Cen11, SM, CBK⁺09, BDL⁺00) zusammengestellt. Wellenlängen, die für Luft angegeben waren, wurden mit der Ciddor-Gleichung in Vakuumwellenlängen umgerechnet. Die Wellenlängen sind mit der entsprechenden bekannten Genauigkeit angegeben, außer für den Überganges $3d_{5/2} \rightarrow 4p_{1/2}$. In diesem Fall wurde aus Gründen der Übersichtlichkeit nicht alle bekannten Stellen angegeben.



Abbildung 2.11: Experimentell relevante elektronische Niveaus von ${}^{40}Ca^+$ mit den entsprechenden Wellenlängen der Übergänge. Für die Niveaus $4p_{3/2}$, $4p_{1/2}$ und $3d_{5/2}$ ist zusätzlich die entsprechende Lebensdauer τ angegeben.

3 Experimenteller Aufbau

Der Aufbau des Experiments besteht im Wesentlichen aus der Ionenfalle, welche sich in einer Vakuumkammer befindet, dem Laseraufbau und dem Kamerasystem. Die Ionen werden in der Ionenfalle gefangen und durch die unterschiedlichen Laser gekühlt und in ihren elektronischen Zuständen manipuliert. Das Kamerasystem ist das zentrale Detektionsinstrument im Aufbau. Es dient dazu, sowohl Position und Bewegung der Ionen zu registrieren als auch Rückschlüsse auf den elektronischen Zustand des Ions zu liefern. Eine Aufnahme des experimentellen Aufbaus ist in Abbildung 6.2 im Anhang zu sehen.

3.1 Ionenfalle

Die im Experiment verwendete lineare Paulfalle, im Folgenden nur Falle genannt, ähnelt in ihrem Aufbau stark einem klassischen Quadrupol-Massenfilter (Pau90). Damit ist diese Falle weniger komplex als neuere Entwicklungen wie Multisegmentfallen (siehe z.B. (Pos10)). Dies wurde bewußt so gewählt, damit neben den experimentellen Herausforderungen der Rydberg-Anregung keine zusätzlichen Schwierigkeiten durch komplizierte Fallengeometrien auftreten. Die Falle soll es ermöglichen, einzelne Ionen, Ionenketten und sogar große Ionenkristalle verlässlich zu fangen und allen verwendeten Lasern den Zugang zu den Ionen zu gewährleisten. Im Experiment zeigt sich, dass die Falle all diese Anforderungen erfüllt (siehe Kapitel 4.2).

Abbildung 3.1 zeigt den grundlegenden Aufbau der Falle. Links und rechts befinden sich die beiden Endkappen der Falle, welche vier symmetrisch angeordnete stabförmige Elektroden sowie zusätzlich vier dünne Kompensationselektroden halten. Die Endkappen werden mit einer Konstantspannung (DC-Spannung) versorgt. Diese DC-Spannung an den Endkappen sorgt für ein harmonisches Potential in axialer Richtung. Die Fallenfrequenz des Potentials ist identisch zu ω_Z aus Kapitel 2.3.2. Im Zentrum der Endkappen befindet sich eine Bohrung, durch welche der Strahl des VUV-Lasers in und aus der Falle gelangt. So kann der VUV-Laser axial eingestrahlt werden, was die Wechselwirkungszone zwischen Ionen und Laser vergrößert. Damit soll die Wahrscheinlichkeit für Rydberg-Anregung in dem Kristall erhöht werden. Der VUV-Strahl tritt dann durch die zweite Endkappe aus der Falle heraus und wird durch einen Photoelektronenvervielfacher (Photomultiplier) detektiert.

Der Querschnitt in Abbildung 3.1 zeigt die vier Elektroden der Falle. Zwei diagonal gegenüberliegende Elektroden (RF-Elektroden) sind mit derselben Radiofrequenz verbunden. Die beiden anderen Elektroden (DC-Elektroden) sind geerdet oder werden wahlweise mit einer DC-Spannung versorgt. Diese Kombination aus RF- und DC-Elektroden sorgt für den Einschluss in radialer Richtung mit Frequenz ω_{ρ} (vergleiche Kapitel 2.3.2). Die Falle ist (bis auf mechanische Ungenauigkeiten in der Herstellung) radialsymmetrisch, was dafür sorgt, dass Fallenfrequenzen in radialer Richtung entartet sind. In Kapitel 4.1 wird gezeigt, dass diese Entartung aufgehoben werden kann. Die vier Kompensationen sind dazu gedacht, eventuelle Inhomogenitäten des Feldes auszugleichen und die Ionen genau in den Knoten des radialen Fallenpotentials zu bewegen, um die Mikrobewegung zu minimieren.



Abbildung 3.1: Links: Schematische Darstellung der Paulfalle mit VUV-Laser, angedeutetem Ionenkristall und Abstand der Endkappen. Die Endkappen liegen beide auf dem Potential U_{dc} . Rechts: Querschnitt der Falle. Zwei Elektroden sind mit derselben Radiofrequenzspannung verbunden. Die beiden anderen Elektroden sind entweder beide geerdet oder werden mit einer entsprechenden Konstantspannung versorgt. Die Abmessung sind $r_0 = 1, 1 \text{ mm}$ und $r_1 = 1, 25 \text{ mm}$.

Die genauen Abmessung der Endkappen sind in Abbildung 3.2 dargestellt. Die vier großen Aussparungen halten die RF- und DC-Elektroden, die vier kleinen Aussparungen die Kompensationselektroden. Die Elektroden sitzen zu Isolationszwecken in Glasröhrchen, die in die Löcher in den Endkappen eingeklebt wurden. Das Loch in der Mitte ist der Durchgang für den VUV-Laser. Liegt der Fokus des Lasers genau in der axialen Mitte der Falle, weitet er sich zum Fallenrand hin auf. Diesem wurde dadurch Rechnung getragen, dass das Loch sich konisch nach außen verbreitert, um nicht einen Teil des Strahles abzuschneiden.

Zur elektrischen Kontaktierung werden mittels Schrauben Drähte an die Elektroden geklemmt.Die beiden RF-Elektroden sind durch einen metallenen Steg überbrückt, welcher eine Aussparung für den VUV-Laser in der Mitte besitzt. Durch diese RF-Brücke wird eine gleichmäßige Aufteilung der RF Spannung sichergestellt. Die verwendeten Drähte sind Kapton[®]-isolierte Kupferdrähte, welche für den Einsatz im Ultrahochvakuum geeignet sind. Alle aufgezählten Drähte sind wiederum über Drahtklemmen mit den elektrischen Durchführungen des oberen Flansches der Vakuumkammer verbunden (siehe auch Kapitel 3.2.1). Abbildung 6.3 im Anhang zeigt eine photographische Aufname der Falle, nachdem sie an dem Flansch befestigt wurde. Dort sind ebenfalls die Drähte und Drahtklemmen an den Durchführungen zu sehen.

Die Falle wird gegenüber der Vakuumkammer durch einen Keramik-Isolator elektrisch isoliert. Dieser wiederum ist an einem Adapter befestigt, welcher die Falle am Flansch hält. Die Falle wurde vor der Konstruktion numerisch simuliert, um eine Abschätzung für die Fallenfrequenzen zu erhalten. Diese Simulationen wurden mit Routinen durchgeführt, welche Kilian Singer (Universität Mainz) für die Berechnung von Ionentrajektorien in Paulfallen entwickelt hat. Die entsprechenden numerischen Methoden werden in (SPM⁺10) vorgestellt.

3.2 Vakuumkammer

Experimente mit Ionen in Paulfallen erfordern erfahrungsgemäß Drücke von weniger als 10⁻⁹ mbar. Zusätzliche Anforderungen an den Druck rühren daher, dass die Kalzium-Atome mit einem Pulslaser bei 532 nm in einem Mehr-Photonen-Prozess ionisiert werden. Auf dieselbe Weise können aber auch andere Elemente ionisiert werden, die im Experiment unerwünschte Fremdionen darstellen und die Stabilität von Kalzium-



Abbildung 3.2: Links: Abmessungen der Endkappen der Paulfalle in mm. Rechts: CAD-Zeichnung der Paulfalle, des Keramik-Isolators und des Adapterstücks zum oberen Flansch der Vakuumkammer. Im tatsächlichen Aufbau steht diese Anordnung auf dem Kopf.

Ionenkristallen negativ beeinflussen. Um den Anteil solcher Fremdionen zu reduzieren, sind Drücke von wenigen 10^{-10} mbar oder im Bereich von 10^{-11} mbar anzustreben. Die Vakuumkammer muss allen im Experiment verwendeten Lasern Zugang zur Falle ermöglichen. Weiterhin muss ein Zugang mit hoher numerischer Apertur zur optischen Detektion der Ionen vorhanden sein. Abbildung 3.3 fasst alle experimentellen Komponenten zusammen, die im Zusammenhang mit der Vakuumkammer stehen. Die Laser bei den Wellenlängen 393 nm, 397 nm, 532 nm, 854 nm und 866 nm erhalten Zugang durch drei separate Fenster. Eine Besonderheit gegenüber bisherigen experimentellen Aufbauten ist der VUV-Laser. Strahlung im VUV-Bereich bei 123 nm kann sich nur im Vakuum ($< 10^{-4}$ mbar) ausbreiten, so dass ein Zugang wie bei den anderen Lasern nicht möglich ist. Stattdessen wird die Vakuumkammer, in der im Quecksilberdampf durch einen Vierwellenmischprozess das VUV-Licht erzeugt wird (siehe Kapitel 3.3.1), über einen Membranbalg mit der Vakuumkammer der Ionen verbunden. Da die Drücke sich in den beiden Vakuumkammer stark unterscheiden, müssen sie voneinander getrennt werden. Dies erfolgt hier über eine MgF₂-Linse¹, welche gleichzeitig dazu dient, den VUV-Laser zu fokussieren. Diese Doppelfunktion wurde gewählt, da die Linse bereits einen großen Teil (ca. 30%) des Laserslichts absorbiert. Weitere Fenster oder Linsen würden die effektive Laserleistung am Ion weiter reduzieren. Für die Ausrichtung des Lasers steht aus denselben Gründen auch nur diese eine Linse

¹Magnesium Fluoride Plano-Convex Lenses, Thorlabs



Abbildung 3.3: Schematische Darstellungen der Vakuumkammer. Aufgeführt sind alle beteiligten Laser und deren Zugang zur Falle. Die Vakuumkammer des VUV-Lasers ist über einen Membranbalg mit dieser Kammer verbunden. Die beiden unterschiedlichen Vakua werden durch die Linse voneinander getrennt. An der Kammer befinden sich weiterhin eine Pumpe, ein Ventil und ein Photomultiplier zur Detektion des VUV-Lasers. Die Achsenkreuze deuten die Richtung an, in der die jeweilige Komponente bewegt werden kann. Die blauen Flächen stellen Fenster dar.

zur Verfügung. Die Linse kann über einen XYZ-Verschiebetisch¹ in alle drei Raumrichtungen bewegt werden. Um den VUV-Laserstrahl auf die Löcher in den Endkappen der Falle auszurichten, ist es zusätzlich erforderlich, die gesamte Vakuumkammer mitsamt allen befestigten Aufbauten in den zwei Raumrichtungen senkrecht zur Strahlausbreitung zu bewegen. Deshalb ist die gesamte Kammer auf einer Verschiebeeinrichtung (siehe Kapitel 3.2.2) befestigt.

Der VUV-Laser fällt auf der gegenüberliegenden Seite durch ein Fenster auf einen Photomultiplier², der den Laserstrahl detektiert. Die Quanteneffizienz des Photomultipliers beträgt für die Wellenlängen von 123 nm ca. 10%.

¹ULTRAlign[©] Integrated Crossed-Roller Bearing Linear Stage, Newport Corporation ²R6835, Hamamatsu

3.2.1 Abmessungen, Komponenten und Aufbau

Die UHV-Vakuumkammer¹ ist komplett aus Edelstahl gefertigt und besitzt acht Flansche der Größe 2,75" und zwei Flansche der Größe 8" vom Typ CF². Dies entspricht den europäischen Standards DN40 und DN160. Einer der DN160-Flansche wird mit einem Blindflansch verschlossen, der andere wird mit einer Sonderanfertigung³ (siehe Abbildung 3.4) versehen. Diese Sonderanfertigung ist der Deckelflansch im Experi-



Abbildung 3.4: Konstruktionsskizze des Deckelflansches der Vakuumkammer mit zusätzlichen M4-Bohrungen, elektrischen Durchführungen und einem Schauglas für die photographischen Aufnahmen der Ionen.

mentaufbau. Er ist mit Durchführungen versehen, die der elektrischen Kontaktierungen der Paulfalle dienen (siehe Kapitel 3.1). Diese Durchführungen sind zur Isolation in Keramik eingebettet, und für Spannungen bis zu 6 kV ausgelegt. Der Deckelflansch besitzt einige M4-Gewindebohrungen, welche u.a. zur Befestigung der Paulfalle und zur Anbringung von Erdungskabeln dienen. Mittig in den Deckelflansch wurde ein Schauglas aus Quarzglas mit dem Durchmesser 63mm eingelassen. Durch dieses Schaufenster werden die photographischen Aufnahmen der Ionen gemacht (siehe Kapitel 3.4).

Von den acht DN40-Flanschen sind fünf Stück ebenfalls mit einen Quarz-Schauglas⁴

¹8.0" Spherical Octagon, MCF800-SphOct-G2C8, Kimball Physics Inc.

²ConFlat[®] von Varian, Inc. (heute: Agilent Technologies)

³Hositrad Vacuum Technology

⁴Fused Silica Spectrosil 2000[®], VPZ40QS-MB-NM, VACOM Vakuum

versehen. Das Schauglas des Deckelflansches und drei weitere DN40-Schaugläser sind mit einer Antireflexbeschichtung¹ für die Wellenlängen 393 nm, 397 nm, 729 nm, 854 nm und 866 nm versehen. Beschichtet ist auch das Fenster, durch welches der 393 nm-Laser in die Falle gelangt, und dasjenige Fenster, durch welches der überlagerte Strahl aus Licht der Wellenlänge 397 nm, 854 nm und 866 nm gelangt. Unbeschichtet hingegen ist das Fenster des Pulslasers bei 532 nm (vergleiche Abbildung 2.8), da dort die Transmissivität nicht im gleichem Maße entscheidend ist.

Eine zentrale Schwierigkeit beim Aufbau des Experimentes ist die Anforderung, dass das Experiment von seinen räumlichen Ausmaßen kompakt gestaltet sein muss. Dies liegt daran, dass der Aufbau in die bestehenden Laboreinrichtungen des VUV-Lasers eingegliedert werden muss. Das Experiment findet mit allen Komponenten auf einem Breadboard² mit den Abmessungen 125x125x6 cm Platz. Die Vakuumkammer muss neben bisher aufgeführten Komponenten noch das Kamerasystem (siehe Kapitel 3.4), einen Wendelresonator (siehe Kapitel 3.5), eine Vakuumpumpe, ein Vakuummessgerät und ein Ventil aufnehmen. Das Ventil³ ist über ein T-Stück mit der Kammer verbunden. Das Ventil dient dem Anschluss einer externen Vakuumpumpe, wie es zum Beispiel beim Ausheizvorgang nötig ist. An dem anderen Ende befindet sich ein Vakuummessgerät⁴ zur Kontrolle des Vakuums. Die Vakuumpumpe⁵ wurde gezielt aufgrund ihrer Bauweise gewählt, da sie leicht und kompakt ist und dabei dennoch ein gutes Vakuum ermöglicht. Die verwendete Vakuumpumpe ist eine Kombination aus einer "Non-Evaporable Getter" (NEG)-Pumpe und einer Ionenzerstäuberpumpe (SIP). Das NEG-Element besteht aus einem Stapel von Schichten aus gesinterter ST172[®]-Legierung (MCV⁺11) und dient als Hauptpumpe. Sie liefert für H₂ eine Pumpleistung von bis zu 100 l/s und absorbiert Gase wie CO₂, N₂ und O₂ durch Oberflächenadsorption und H₂ durch Absorption (SMM⁺11). Das Getter-Element wird thermisch aktiviert und bedarf keiner permanenten Energieversorgung. Die Ionenzerstäuberpumpe mit einer Pumpleistung von 5 l/s für N2 ist eine Ergänzung zur NEG-Pumpe, da sie in der Lage ist, Methan und Edelgase zu pumpen. Sie ist kleiner dimensioniert, da das Volumen dieser Gase typischerweise nur einen Bruchteil der gesamten Gasmenge ausmacht. Untersuchungen in (SMM⁺11) haben gezeigt, dass dieses System in der Lage ist, Drücke im Bereich von 10^{-11} mbar zu erzeugen, und diesen Druck auch ohne

²PBI51523, Thorlabs

¹Tafelmaier, Dünnschicht-Technik GmbH

³Ganzmetall-Eckventil Easy Close CF 35, VAT

⁴UHV-24P Ionization Gauge Heißkathode mit XGS-600TM Gauge Controller, Agilent Technologies ⁵NEXTorr[®] D100-5 mit POWER SUPPLY NIOPS-02, SAES Advanced Technologies

Stromversorgung, d.h. ohne SIP, über einen Monat zu halten.

Um einen Enddruck von $< 10^{-9}$ mbar zu erreichen, muss die Vakuumkammer ausgeheizt werden. Dazu wird die Kammer mit allen Bestandteilen vollständig montiert und mit Kupferdichtungen versiegelt. Ein externer Pumpstand aus Drehschieber- und Turbopumpe erzeugt einen Druck von ca. $9 \cdot 10^{-9}$ mbar. Die Vakuumkammer wird über eine Woche bei einer Temperatur von 150 °C ausgeheizt. Nach dem Abkühlen wird das NEG-Element aktiviert. Dabei wird das Material auf eine Temperatur von ca. 450 °C geheizt, so dass die obersten Atomlagen verdampfen. Nach der Aktivierung wird gewartet, bis sich der ursprüngliche Druck einstellt und trennt dann den Pumpstand von der Kammer. Zusätzlich wird die SIP eingeschaltet.

Langfristig hat sich ein Druck von $1,9 \cdot 10^{-10}$ in der Kammer eingestellt (gemessen mit dem Vakuummessgerät der Kammer). Die niedrige Ausheiztemperatur des Membranbalges ist ein limitierender Faktor für die Güte des Druckes. Im Experiment beeinträchtigt der Druck die Ionen kaum. Die gefangenen Ionen sind stabil und der Anteil anderer Elemente in der Falle (Dunkelionen) ist gering.

3.2.2 Verschiebetisch

Es wurde bereits die Notwendigkeit betont, die Vakuumkammer in zwei Raumrichtungen (horizontal und vertikal) zu bewegen. Da diese Bewegung an der Justage des VUV-Laserstrahles beteiligt ist, wird eine entsprechende Genauigkeit im Bereich von etwa 1/10 mm benötigt. Die Kammer mit allen befestigten Aufbauten wiegt mehr als 30 kg, und soll gleichzeitig unempfindlich gegen störende mechanische Einflüsse wie Vibrationen sein. Deshalb muss eine geeignete Verschiebeeinrichtung sowohl präzise einstellbar, als auch mechanisch steif und robust sein. Die Vorrichtung wurde entsprechend dieser Vorgaben geplant angefertigt¹. Die wichtigen Komponenten des Verschiebetisches sind in Abbildung 3.5 zu sehen. Die Translation in horizontaler Richtung erfolgt über einen modifizierten kommerziellen Linearverschiebetisch². Dieser ist über eine Kugelführung an zwei Wellen gelagert, die einen spielfreien Lauf ermöglichen. Zusätzlich wurde an diesem Verschiebetisch ein Spindel angebracht, mit welcher der Tisch in beide Richtungen verschoben wird. Der Tisch kann über eine Schraube an

¹Mechanische Werkstatt des Instituts für Physik an der Universität Mainz

²Kugelhülsenführungs-Set 8 160x40 D14, item Industrietechnik GmbH



Abbildung 3.5: Skizze der Verschiebeeinheit für die Vakuumkammer mit allen wichtigen Komponenten. Das Achsenkreuz bezeichnet die Raumrichtung, in denen die Kammer verschoben werden kann und ist deckungsgleich mit dem Achsenkreuz in Abbildung 2.8.

der Welle arretiert werden.

Auf dem linearen Verschiebetisch ist eine Metallplatte angebracht, an deren Ende zwei metallene Blöcke befestigt sind, welche zwei Wellen und eine weitere Spindel aufnehmen. Auf den Wellen sind über Kugelführungen zwei spiegelsymmetrische Keile gelagert, auf denen jeweils ein weiterer Keil ruht, welcher über eine Aufnahme fest mit der Vakuumkammer verbunden ist.

Die Spindel besteht aus einem Linksgewinde auf der einen und einem Rechtsgewinde auf der anderen Seite, so dass sich durch Drehung der Spindel die Keile entweder aufeinander zu oder voneinander weg bewegen. Die darüberliegenden Keile übersetzen die horizontale Bewegung der unteren Keile in eine vertikale Bewegung der Kammer. Dies besitzt einerseits den Vorteil, dass der Kraftaufwand geringer ist, und andererseits, dass die vertikale Bewegung präziser gesteuert werden kann. Die Aufnahme der Kammer ist zusätzlich an vier Stellen über Wellen geführt. So wird gewährleistet, dass die Kammer bei der vertikalen Bewegung nicht verkippen kann. Die Aufnahme kann ebenfalls über eine Klemmschraube an allen vier Wellen arretiert werden.

Eine Messung der mechanischen Werkstatt hat ergeben, dass die vertikale Bewegung der Kammer eine Genauigkeit von <1/100 mm besitzt. Damit übertrifft diese die ursprünglich gestellten Anforderung. Weiterhin kann die Vorrichtung Gewichte von mehr als 60 kg verschieben. Im Experiment selber zeigt sich, dass das Ausrichten des Laserstrahles mit der Kombination aus Linse und Verschiebetisch möglich ist.

3.2.3 Kalzium-Ofen

Der Kalzium-Ofen dient zur Erzeugung eines kollimierten Strahles aus Kalzium-Atomen. Dieser soll in die Mitte der Falle treffen, um dort dann durch Laseranregung ionisiert zu werden. Der Entwurf des Kalzium-Ofens folgt ähnlichen und bereits bewährten Öfen, wie sie z.B. ausführlich in (Rot03) beschrieben werden.

Der Aufbau des Ofens ist in Abbildung 3.6 dargestellt. Er besteht aus zwei Edelstahldrähten mit Durchmesser 1,9 mm, einem dünnen Rohr, welches mit einem der Drähte verbunden ist, und einem Tantalblech. Das Tantalblech verbindet das Rohr mit dem anderen Draht. Das Rohr dient der Aufnahme von Kalzium-Granulat, welches vor dem



Abbildung 3.6: Konstruktionsskizze des Kalzium-Ofens. Links oben: lineare Abmessungen. Rechts oben: Durchmesser von Edelstrahldraht und -rohr. Unten: die einzelnen Komponenten des Ofens, also Edelstrahldraht- und rohr, Tantalplättchen.

Einbau in die Kammer entsprechend befüllt werden muss. Das Tantalblech ist ein elektrischer, mechanischer und thermischer Kontakt zwischen den beiden Drähten. An den Ofen wird über die Durchführungen eine Spannung angelegt, welche zu einem Stromfluss über Rohr, Blech und Draht führt. Der elektrische Widerstand führt zu einer Temperaturerhöhung im Bereich des Rohres, was einen Teil des Kalziums verdampft. Das Ofenrohr wird auf die Mitte der Falle ausgerichtet. Dies ist gut in Abbildung 6.3 im Anhang zu erkennen.

Der Kalzium-Ofen stellt trotz seines einfachen Aufbaus eine Kombination aus Kom-

paktheit und Funktionalität dar, und ist überdies UHV-tauglich. Es gelingt, einen Atomstrahl zu erzeugen, der bei 4 A das Beobachten von Fluoreszenz, und bei 2,8 A das verlässliche Ionisieren von Kalzium ermöglicht.

3.3 Laseraufbau

Das Experiment zur Rydberg-Anregung von Kalzium-Ionen erfolgt in mehreren Schritten, welche in ihrer Abfolge in Abbildung 3.7 zu sehen sind. Diese Darstellung geht davon aus, dass bereits Ionen in der Falle gefangen und alle Laser entsprechend auf die Ionen ausgerichtet sind. Im ersten Schritt (a) wird mit einem Laser bei 397 nm (genauere Wellenlängen sind in Kapitel 2.4 zu finden) der Übergang zwischen den Zuständen $4s_{1/2}$ und $4p_{3/2}$ angeregt. Dieser dient der Dopplerkühlung der Ionen, welche eine Reduzierung der Phononenzahl auf Dopplertemperatur ermöglicht (LBMW03). Die Laser bei 854 nm und 866 nm überführen die Population, welche in die d-Zustände zerfällt, über die p-Niveaus zurück in den Dopplerkühlkreislauf. Da ein wesentlich grö-Berer Teil über den dipolerlaubten Übergang in das Niveau $3d_{3/2}$ zerfällt, ist der 866 nm-Laser der wichtigere der beiden für den Kühlprozess. Schritt (a) ist gleichzeitig die Initialisierung der Messung. Im Schritt (b) soll die Population des Grundzustandes in das metastabile $3d_{3/2}$ -Niveau umgepumpt werden. Dies geschieht über den Übergang in $4p_{3/2}$ mittels des Laser bei 393 nm, und anschließendem Zerfall in das metastabile Niveau. Eventuelle Zerfälle in $3d_{3/2}$ werden durch den Laser bei 866 nm zurückgepumpt. Da sich die Lebenszeiten der Niveaus so deutlich unterscheiden (1,168 s zu 6,909 ns), ist der Umpumpvorgang sehr effizient. Der 854 nm-Laser muss während der Dauer des Umpumpens ausgeschaltet sein, um ein Zurückpumpen der Population in $4p_{3/2}$ zu vermeiden.

Das metastabile Niveau ist in Schritt (c) Ausgang der Rydberg-Anregung in ein np-Niveau. Der Rydberg-Zustand zerfällt nach seiner Lebensdauer von mehreren μ s mit großer Wahrscheinlichkeit in den Grundzustand. Nichtangeregte Ionen verbleiben während dieser Zeit weiterhin im metastabilen Niveau. Der 854 nm-Laser bleibt während dieses Schrittes ausgeschaltet, da der Übergang in den Grundzustand ausschließlich durch Rydberg-Anregung erfolgen soll. Schritt (d) ermöglicht nun die Unterscheidung zwischen Rydberg- und Nicht-Rydberg-Ion. Ein Ion im Grundzustand wird mittels des Lasers bei 397 nm in das Niveau $4p_{1/2}$ angeregt, zerfällt zurück in den



Abbildung 3.7: Beteiligung der Laser in den einzelnen Schritten des Experimentes. (a): Dopplerkühlen (b) Umpumpen der Besetzung in das metastabile Niveau 3d_{5/2} (c): Rydberg-Anregung (d): Detektion der Ionen im Grundzustand. Man vergleiche die aufgeführten Wellenlängen mit Abbildung 2.11.

Grundzustand und sendet dabei ein Photon aus, welches über das Kamerasystem (siehe Kapitel 3.4) detektiert wird. Ionen im metastabilen Niveau nehmen an diesem Prozess nicht teil. Die Fluoreszenz eines Ions in einer Zeitspanne nach Schritt (c), welche deutlich kleiner ist als die Lebensdauer des Zustandes $3d_{5/2}$, dient somit als indirekter Nachweis für die Rydberg-Anregung.

3.3.1 VUV-Laser

Der VUV-Laser wurde für das Dopplerkühlen von Antiwasserstoff auf dem Lyman-α-Übergang mit einer Wellenlänge von 121,5 nm entwickelt. Der Aufbau der Laser ist ausführlich in (KBD⁺11, KBD⁺) beschrieben. Eine Diskussion der Rydberg-Anregung von ⁴⁰Ca⁺-Ionen mit diesem Laser ist in (SKFK⁺11) zu finden.

An dieser Stelle soll nur auf einige Aspekte des Lasers eingegangen werden, die für die Rydberg-Anregung von besonderem Interesse sind. Grundlage der Erzeugung von Laserlicht im VUV-Bereich ist ein Vierwellenmischprozess (FWM) in Quecksilber, an dem drei sogenannte Fundamentallaser beteiligt sind (siehe Abbildung 3.8). Der La-
ser, welche die Population aus dem Singlett-Zustand 7^1S in höhere Niveaus überführt, entscheidet über die resultierende Wellenlänge des VUV-Lichts. Abbildung 3.9 stellt



Abbildung 3.8: Prinzip des Vierwellenmischprozesses in Quecksilber nach (KBD⁺11) am Beispiel für das Niveau 11¹P. Die farbigen Pfeile bezeichnen die beteiligten Fundamentallaser (UV, blau, grün) mit der entsprechenden Wellenlänge. Der graue Pfeil kennzeichnet das resultierende VUV-Licht. Die Übergänge in die Niveaus 6³P und 11¹P sind verstimmt (angedeutet durch die gestrichelte Linie.)

eine Beziehung zwischen den Niveaus 10^1P , 11^1P und 12^1P von Quecksilber, der resultierenden VUV-Wellenlänge und den von $3d_{5/2}$ in ${}^{40}Ca^+$ erreichbaren Rydberg-Zuständen $np_{3/2}$ her. Es wird deutlich, dass eine Vielzahl von Rydberg-Zuständen durch die Wellenlänge des VUV-Lasers erreichbar sind. FWM unter Beteiligung von 12^1P führt zu Laserlicht, welches deutlich über der Ionisationsschwelle von ${}^{40}Ca^+$ liegt und somit zu ${}^{40}Ca^{++}$ -Ionen führen sollte. Diese Doppelionisation von Kalzium soll am Anfang des Experimentes dazu dienen, die Wechselwirkung von VUV-Laser und Kalzium-Ionen nachzuweisen. Die Ionisation ist weniger kritisch als eine Rydberg-Anregung. Der Nachweis von ${}^{40}Ca^{++}$ soll indirekt über die Beeinflussung von ${}^{40}Ca^{+-}$ Ionen in unmittelbarer Nachbarschaft erfolgen. Die Erwartung ist, dass ${}^{40}Ca^{++}$ aufgrund seiner zu ${}^{40}Ca^{+}$ verschiedenen Niveaustruktur nicht am Prozess (d) aus Abbildung 3.7 teilnimmt. Das Ion wird nicht detektiert und macht sich als vermeintliche Fehlstelle der ${}^{40}Ca^{+}$ -Ionkette bemerkbar. Zugleich wird der doppelioniserte Kern aufgrund der vergrößerten Coulomb-Wechselwirkung Einfluss auf den Abstand der Ionen nehmen. Der Nachweis von ${}^{40}Ca^{++}$ -Ionen ist für sich bereits ein interessanter Forschungsgegenstand, und kann dazu dienen, den Laserstrahl auf die Ionenkristalle auszurichten.



Abbildung 3.9: Die Wellenlänge λ_3 des grünen Lasers im Verhältnis zu den beteiligten Niveaus 10^1P , 11^1P und 12^1P von Hg (Bereich zwischen roten Punkten) im Vierwellenmischprozess. Es resultiert VUV-Licht der Wellenlänge λ_4 . Die grünen Punkte kennzeichen die Wellenlänge des Überganges $3d_{5/2}$ - $np_{3/2}$ (KS12).

Von entscheidender Bedeutung für die Rydberg-Anregung ist die Laserleistung des VUV-Lasers. Diese ist proportional zu dem Produkt der Leistungen der Fundamentallaser und der Effizienz des FWM. Abbildung 3.10 zeigt die berechnete Effizienz für Anregung in der Nähe der Zustände $10^{1}P$ und $11^{1}P$. Der Verlauf der FWM-Effizienz zeigt, dass das Niveau $24p_{3/2}$ mit einer entsprechenden Effizienz von 50 μ WW⁻³ und das Niveau $67p_{3/2}$ mit einer Effizienz von 150 μ WW⁻³ die vielversprechendsten Kandidaten für Rydberg-Anregungen in den jeweiligen Bereichen sind. Für die Laserleistungen 200 mW, 300 mW und 3 W von UV-, blauem und grünem Laser erhält man theoretische VUV-Leistungen von 9 μ W (n=24) und 27 μ W (n=67). Durch limitierende Faktoren wird eine Sättigung bei einigen μ W erwartet (SKFK⁺11).

Für die Linienbreite des VUV-Lasers ist eine obere Grenze von 10 MHz für unstabilisierte Fundamentallaser bekannt. Mit stabilisierten Fundamentallaser werden Linienbreiten unter einem MHz erwartet. Die Rabi-Frequenzen der Rydberg-Übergänge zu n=24 und n=67 wird bei einer Laserstrahltaille von 1,5 μ m und Laserleistungen von 9 μ W (n=24) bzw. 27 μ W (n=67) auf $2\pi \times 5$, 2 MHz und $2\pi \times 1$, 8 MHz abgeschätzt (SKFK⁺11). Die Gültigkeit dieser Abschätzung wird durch die Tatsache eingeschränkt, dass die in den numerischen Berechnungen verwendete Wellenfunktion für $3d_{5/2}$ nicht alle physikalischen Aspekte des Systems wiedergibt.

Für die Strahltaille des VUV-Laser in der Vakuumkammer wird ein theoretischer Wert von 1,5 μ m erwartet. Eine experimentelle Messung der Strahltaille ergab hingegen



Abbildung 3.10: Berechnete Effizienz des Vierwellenmischens nahe der Resonanzen der Hg-Zustände 11¹*P* und 10¹*P*. Die grünen Punkte kennzeichnen Rydberg-Niveaus $np_{3/2}$ mit der entsprechenden Wellenlänge für den Übergang $3d_{5/2}$ - $np_{3/2}$. Abb. 5 aus (SKFK⁺11).

einen Wert von 20 μ m im Fokus (siehe Abbildung 3.11). Eine mögliche Erklärung für diese Abweichung könnten Vibrationen der Apparatur sein, da Ionenfalle und Laser sich nicht auf dem gleichen optischen Tisch befinden. Möglicherweise wird dieser Effekt durch die stabilere Konstruktion des Verschiebetisches an Einfluss verlieren.

3.3.2 Laser im Experiment

Neben dem in Abschnitt 3.3.1 beschriebenen VUV-Laser erfodert das vorgeschlagene Schema (siehe Abbildung 3.7) zur Rydberg-Anregung vier weitere Laser bei den Wellenlängen 393 nm, 397 nm, 854 nm und 866 nm. Zusätzlich wird zur Photoionisation von Kalzium ein gepulster Laser benötigt. Dies geschieht mittels eines gepulsten, frequenzverdoppelten Nd:YAG-Lasers¹, welcher Pulse der Wellenlänge 532 nm mit Energien von bis zu 15 mJ bei einer Repetitionsrate von maximal 15 Hz ermöglicht. Der Übergang zur Ionisationsschwelle von ⁴⁰Ca beträgt 49305,95 cm⁻¹ (Cen11), entspricht also einer Energie von etwa 2,370 \times 10⁻⁴ eV. Die Energie eines Photons der Wellenlänge 532 nm beträgt ca. 9,035 \times 10⁻⁵ eV. Somit ist für die Ionisation ein Drei-Photonenprozess nötig. Dieser Prozess ist abhängig von der Pulsenergie, wie Abbildung 3.12 zeigt. Dazu wird der Pulslaser auf die Ionen fokussiert und die Anzahl der Ionen registriert, die sich nach einem Puls in der Falle befinden. Eine Mittelung

¹Minilite TM, Continuum[®]



Abbildung 3.11: Messung der Strahltaille des VUV-Lasers gegen die z-Position der MgF₂-Linse vor der Vakuumkammer. Die horizontale Linie kennzeichnet gleichbleibende Messwerte im Bereich von z=38 mm. Die andere Linie zeigt eine Extrapolation für die restlichen Messwerte (KS12).

über mehrere Pulse ergibt dann die durchschnittliche Laderate (Anzahl neu gefangener Ionen) pro Puls.

Für die beiden UV-Wellenlängen bei 393 nm und 397 nm wird jeweils ein kommerzieller Diodenlaser¹ verwendet. Der Laser ist mit Linienbreiten von weniger als 1 MHz, einem elliptischen Strahlprofil von 3 mm × 1mm und linear polarisiertem Licht spezifiziert. Über eine Steuereinheit² kann die Temperatur an der Diode, der Diodenstrom und die Spannung am Piezo-Element des Lasers gesteuert werden. Die Piezo-Spannung bestimmt die Position eines Gitters im Laseraufbau und nimmt hierüber Einfluss auf die Wellenlänge. Zusätzlich wurde nachträglich ein elektronischer Aufbau integriert, welcher es ermöglicht, auf die Spannung des Piezo-Elementes eine zusätzliche externe Spannung von ± 10 V zu addieren. Diese externe Spannung wird von der Computersteuerung (siehe Abschnitt 3.6) kontrolliert, und ermöglicht es, die Wel-

¹DL pro Grating Stabilized Diode Laser Head, TOPTICA Photonics AG

²Sys DC 110 Diode Laser Supply Electronics, TOPTICA Photonics AG



Pulseenergie in willkürlichen Einheiten

lenlänge des Diodenlasers durchzustimmen. Im Experiment betragen die Frequenzschwankungen der Laser weniger als 20 MHz in Zeiträumen von bis zu einer halben Stunde. Die Laser sind zum jetzigen Zeitpunkt noch unstabilisiert.

Der Aufbau und die Komponenten der Infrarotlaser bei 854 nm und 866 nm wird ausführlich im nächsten Abschnitt beschrieben.

3.3.3 Infrarotlaser: Aufbau und Dokumentation

Bei den Infrarotlasern der Wellenlängen 854 nm und 866 nm handelt es sich um gitterstabilisierte Diodenlaser, deren Entwurf dem in (RWE⁺95) beschriebenen Aufbau entspricht. Die Infrarotlaser sind eigenständig entworfen und aufgebaut worden. Quelle des Laserlichts bei beiden Lasern ist eine kommerzielle Laserdiode. Für den 854 nm-Laser wird eine Monomoden-Laserdiode¹ aus GaAlAs verwendet, welche eine maximale Leistung von 50 mW besitzt und für einen Maximalstrom von 100 mA ausgelegt ist. An der Diode fällt eine Spannung von 1,9 V ab. Die Anode der Diode ist geerdet. Für den Laser bei 866 nm wird ebenfalls eine Laserdiode² verwendet. Diese hat eine maximale Leistung von 100 mW und die Laserkathode ist geerdet.

Abbildung 3.12: Messung der Laderate des Pulslasers in Abhängigkeit von der Pulsenergie. Die Pulsenergie folgt für kleine Energien einer quadratischen Abhängigkeit, sättigt dann aber bei höheren Energien.

¹HL8342MG, Thorlabs

²LD 866, TOPTICA Photonics AG

3. EXPERIMENTELLER AUFBAU

Die Laserdioden werden in einen speziellen Sockel¹ eingelassen und mit einem Haltering in einem Tubus² befestigt, in welchen zusätzlich eine Kollimationslinse mit Brennweite f=6,24 mm und numerischer Apertur 0,4 geschraubt wird. Die Laserdiode wird so ausgerichtet, dass die Polarisation senkrecht zum optischen Tisch verläuft.



Abbildung 3.13: Der Aufbau der Infrarotlaser mit seinen optischen und mechanischen Komponenten. Der Verlauf des Laserstrahles ist durch die rote Linien angedeutet. Im Bild nicht zu sehen ist eine weitere Feingewindeschraube auf der Rückseite, welche das zweite Festkörpergelenk verschiebt, und der Temperaturfühler.

Der grundlegendene Aufbau des Diodenlasers ist in Abbildung 3.13 zu sehen. Der Tubus mit Laserdiode und Kollimatorlinse ist in die zylindrische Aussparung eines Blockes aus Neusilber eingelassen. Der Aufbau ist von dem Gehäuse des Lasers durch Kunstoffschrauben thermisch isoliert. Der massive Metallblock sorgt indirekt für die thermische Stabiltät der Laserdiode. Die Laserdiode bildet zusammen mit dem in Littrow-Anordnung angebrachte holographischen Gitter³ einen Resonator. Etwa 20-25 % der Laserleistung fällt bei diesem Gitter zurück in die Diode. Die 0. Ordnung wird ausgekoppelt und ist somit der resultierende Laserstrahl. Das Gitter ist auf ein Festkörpergelenk aus Neusilber geklebt, so dass Resonatorlänge sowie Gitterwinkel durch eine Feingewindeschraube⁴ und einen Piezo-Aktuator eingestellt werden können. Auf

¹Laser Diode Socket for 5.6 mm Laser, 3 Pin, Thorlabs

²LT110P-Bm, Thorlabs

 $^{^3\}text{VIS}$ Reflective Holographic Grating, 1200/mm, 12.7 mm \times 12.7 mm, Thorlabs

⁴UltraFine Hex Adjuster, 3/16"100, Thorlabs

diese Weise kann die Wellenlänge des vom Lasers emittierten Lichtes kontroliert werden. Die Temperatur der Laserdiode und des gesamten Resonators wird mit Hilfe eines Peltier-Elementes und eines Temperaturreglers¹ aktiv stabilisiert.

Die Wellenlänge des Lasers wird zunächst mittels Temperaturregelung und Feingewindeschraube in den für das Experiment relevanten Bereich verschoben. Im tatsächlichen Experiment kann dann die gewünschte Wellenlänge ausschließlich über die Piezo-Spannung eingestellt werden. Dazu wurde ein weiterer Einschub des Racks erstellt, welcher den Piezo-Aktuator mit Spannungen zwischen \pm 10 Volt versorgen kann. Zusätzlich besitzt er wie bei den UV-Lasern einen Eingang für eine externe Spannung, welche zu der Piezo-Spannung addiert wird. Damit kann die Wellenlänge ebenfalls über die Computersteuerung (siehe Abschnitt 3.6) justiert werden.

Der gesamte Aufbau ist in einem Gehäuse gekapselt, welcher ein antireflexbeschichtetes Fenster² für die Auskopplung des Laserstrahles besitzt. Durch das Gehäuse ist der Laser weniger empfindlich für äußere Einflüsse wie z.B. Luftschwankungen. Das Gehäuse ist mit elektrischen Anschlüssen für das Peltier-Element, den Piezo-Aktuator, den Temperaturfühler und die Stromversorgung der Laserdiode ausgestattet. Eine genauere Beschreibung des elektronischen Aufbaus erfolgt in Abschnitt 3.3.4.

Zur Bestimmung der Laserschwellen der Infrarotlaser wird die Leistung der Laser in Abhängigkeit vom Diodenstrom gemessen³. Die Messwerte sind für beide Laserdioden in Abbildung 3.14 aufgeführt. Oberhalb der Laserschwelle liegt eine lineare Abhängigkeit zwischen Leistung und Diodenstrom vor. Eine lineare Extrapolation dieser Messwerte liefert die Laserschwelle als Schnittpunkt mit der x-Achse. In der logarithmischen Auftragung der Abbildung ist die Laserschwelle als Bereich zu erkennen, in dem die Messwerte fast vertikal übereinander liegen. Die Extrapolation liefert eine Laserschwelle von 14,75 mA für den 866 nm-Laser. Die freilaufende Diode hat laut Hersteller eine Schwelle von 23 mA. Die Laserschwelle des 854 nm-Laser beträgt 22,10 mA.

Zur Abschätzung einer oberen Grenze für die Linienbreite der Laser wird eine Schwebungsmessung durchgeführt. Bei dieser Messung wird die Differenz zweier optischer Frequenzen gemessen. Laut (Pas08) ist dies dann möglich, wenn die beiden beteiligten Laserstrahlen sowohl von der räumlichen Verteilung als auch von der Polarisation nicht orthogonal zueinander sind, und wenn die Bandbreite des Detektors größer ist

¹HTC1500, Wavelength Electronics

²1" NBK7 Broadband Precision Window, AR Coated: 6501050 nm, Thorlabs

³Messung der Leistung mit Nova II, OPHIR



Abbildung 3.14: Messung der Laserleistung in Abhängigkeit vom Diodenstrom. Aus der Extrapolation der fast vertikal zueinander liegenden Messpunkte wird die Laserschwelle bestimmt.

als die zu messende Differenzfrequenz. Für die Messung werden zwei identische Laserdioden¹ bei einer Wellenlänge von 850 nm in den Laseraufbau integriert. Das Laserlicht wird gemäß den Vorgaben überlagert und mittels einer Linse auf eine Photodiode² fokussiert. Das Signal der Photodiode wird mittels eines Spektrumanalysators³ erfasst. Das Messergebnis ist in Abbildung 3.15 zu sehen. Die Differenz der beiden Wellenlängen beträgt ca. 40 MHz. Während der Messung ist zu beobachten, dass das Signal mit der Zeit zu unterschiedlichen Differenzen wandert und teilweise fast sprungartige Veränderung aufweist. Jedoch zeigt sich, dass das Signal im Verlauf einer halben Stunde im Wesentlichen innerhalb eines Frequenzbereiches von 80 MHz verbleibt. Die Linienbreite des Signals bleibt hingegen weitestgehend konstant. Der Fit einer Gauß-Funktion an die Messwerte liefert eine Linienbreite von 0, 85 \pm 0, 05 MHz. Dieser Wert ist zugleich eine obere Grenze für die Linienbreite der einzelnen Laser (Pas08). Die Messung zeigt, dass der Laseraufbau für die spektroskopischen Anforderungen des Experimentes eine ausreichend schmale Linienbreite und ausreichende Frequenzstabiliät besitzt.

¹L850P010, Thorlabs

²Model 1801 Visible DC-125MHz Low Noise Photoreceiver, New Focus ³FSP 9kHz-7GHz, ROHDE&SCHWARZ GmbH & Co. KG



Laserschwebung Infrarotlaser

Abbildung 3.15: Schwebungssignal der beiden Infrarotlaser mit den beiden Testdioden (850 nm) im Aufbau. Das Signal stammt von einer Photodiode und entspricht der Frequenzdifferenz der beiden Laser. Die grüne Kurve stellt den Fit einer Gaußfunktion an die Messwerte dar.

3.3.4 Konstantstromquelle

Die Frequenzstabiltiät und Linienbreite der Laser hängt wesentlich von der Stromstabilität und Rauscharmut der Stromversorgung der Laserdiode ab. Zu diesem Zweck wurde eine entsprechende Konstantstromquelle entwickelt, welche zusätzlich noch zwei externe Eingänge besitzt, um den Diodenstrom zu beeinflussen. Diese Eingänge sind für das Pound-Drever-Hall-Verfahren (DHK⁺01) zur Laserstabilisierung gedacht. Die Konzeption der Stromquelle ist an (LH93) angelehnt, jedoch wurden einige Änderungen vorgenommen.

Abbildung 6.1 im Anhang zeigt die Schaltskizze der positiven Konstantstromquelle. Die Laserdioden besitzen eine unterschiedliche Polarität, so dass eine positive und negative Stromquelle benötigt wird. Der Aufbau der negativen Stromquelle ist identisch zu Abbildung 6.1, nur dass Bauteile mit eindeutiger Polarität wie Elektrolytkondensatoren, Spannungsregler und Transistoren durch entsprechende Bauteile negativer Polarität ersetzt sind.

Die zentralen Bestandteile der Schaltung sind die beiden justierbaren Spannungsreg-

ler LM317T (positiv) und LM337T (negativ), der Operationsverstärker LT1028¹, der Feldeffekttransistor und der 50 Ω-Widerstand zwischen Spannungsregler und Transistor. Die Spannung beider Spannungsregler ist mit Trimmpotentiometern auf die festen Werte 12 und -4,5 V eingestellt. Der Wert von -4,5 V bezieht sich hier auf das Eingangssignal von 12 V, also resultiert effektiv eine Spannung von 7,5 V. Die Beschaltung ist so gewählt, dass der Schleifkontakt des Potentiometers an der Verbindung mit dem geringsten Stromfluss angeschlossen ist. Dies soll den Rauscheinfluss des mechanischen Schleifkontaktes reduzieren. Ein als Spannungsteiler beschaltetes 10-Gang-Potentiometer überträgt Spannungswerte zwischen 12 und 7,5 V auf den nichtinvertierenden Eingang des Operationsverstärkers, welcher sehr rauscharm ist. Der Ausgang des Operationsverstärkers wird auf das Gate des Feldeffekttransistors gegeben. welcher als Sourcefolger geschaltet ist. Die maximale Spannungsdifferenz von 4,5 V bestimmt zusammen mit dem 50 Ω -Widerstand den Maximalstrom der Schaltung, in diesem Fall I = 4,5 V/50 Ω = 90 mA. Der Maximalstrom ist also implizit durch den Schaltungsaufbau gegeben, und kann durch die Trimmpotentiometer verstellt werden. Das 10-Gang-Potentiometer ermöglicht es, den Strom sehr genau (< 1 μ A) einzustellen.

Der komplette Stromfluss der Schaltung erfolgt über den source-seitigen 50 Ω -Widerstand, welcher somit für die Rauschcharakteristik von entscheidender Bedeutung ist. Deshalb wurde ein Widerstand mit einem sehr geringen Temperaturkoeffizienten von 3 ppm/°C gewählt. Zwischen Operationsverstärker und Transistor sowie hinter dem Drain sind einige Widerstände und Kondensatoren so geschaltet, dass sie die Reaktion des Systems auf Störungen an den Operationsverstärkereingängen dämpfen. Die Dimensionierung dieser Bauteile wurde in den Simulationen optimiert. Über dem Widerstand R8 mit 1 Ω wird eine Spannungsdifferenz abgegriffen, welche dem Stromfluss über dem Widerstand entspricht. Ein Instrumentenverstärker (INA117P) überführt die Spannungen in ein Differenzsignal, welches zur Anzeige des Stromes an ein Multimeter-Display weitergeleitet wird. Zusätzlich verfügt die Schaltung über einen Schalter, welcher parallel zur Laserdiode die Stromversorgung kurzschließen kann. Auf diese Weise soll die Diode bei ausgeschaltetem Stromtreiber vor statischen Aufladungen geschützt werden. Häufig findet man in Schaltungen an dieser Stelle eine Diode, welche in Sperrichtung geschaltet ist, und denselben Zweck erfüllen soll. Darauf wurde hier verzichtet, da die Diode parallel zur Laserdiode eine potentielle Rauschquelle darstellt. Für das Pound-Drever-Hall-Verfahren ist es nötig, Seitenbänder neben der Laserfre-

¹Linear Technology

quenz zu erzeugen. Dazu wurde in die Schaltung ein Eingang (RF-IN) mit Bias-Tee integriert, welcher es ermöglicht, Radiofreguenzen im Bereich von 20-30 MHz in den Diodenstrom zu integrieren. Die restliche Schaltung ist durch die Spule L3 gegenüber dieser Radiofrequenz isoliert. Der 50 Ω-Widerstand zwischen Bias-Tee und Laserdiode dient der Impedanzanpassung. Der Regelkreis der Frequenzstabilisierung beeinflusst den Diodenstrom als Regelgröße. Dies geschieht hier über den Modulationseingang (MOD-IN), welcher Signale von Konstantspannungen bis zu einigen MHz ermöglichen soll. Das Modulationssignal wird auf einen JFET gegeben, welcher als variabler Widerstand agiert und auf diese Weise einen Teil des Stromes an der Laserdiode vorbeileitet. Dieser Strom wird durch den Widerstand R13 beschränkt. Die Dioden D3 und D4 beschränken positive und negative Spannungen auf die Durchbruchsspannung. Das Modulationssignal wird durch einen Spannungsteiler übersetzt. Die Widerstände und Kondensatoren realisieren eine Mischung aus Hoch- und Tiefpass, welcher bei entsprechender Wahl der Komponenten für einen konstanten Frequenzgang zwischen 0 Hz und mehreren MHz sorgt. Die Elektronik der beiden Eingänge befindet sich im Lasergehäuse. Auf diese Weise sollen Störeinflüsse vermieden werden, die bei längeren Kabelverbindungen auftreten können. Der Konstantstrom der restlichen Quelle ist mit einem geschirmten Kabel über geschirmte Stecker mit der Elektronik des Lasergehäuses verbunden.

Zur Überprüfung der Stromstabilität wird eine Langzeitmessung des Stromes mittels eines Multimeters¹vorgenommen. Dabei liefert eine externen Stromversorgung² die ± 15 V für den Betrieb der Konstantstromquelle. Abbildung 3.16 zeigt, dass der Strom über große Zeiträumen nur geringen Schwankungen unterworfen ist. Die Stromquelle scheint also die Anforderung der Stromstabilität und Rauscharmut gut zu erfüllen. Zusätzlich wurden die Modulations- und RF-Eingänge getestet. Dies geschieht wieder über eine Schwebungsmessung, wie sie in Abschnitt 3.3.3 geschildert ist. Das Signal eines Frequenzgenerators³ wird mit unterschiedlichen Frequenzen und unterschiedlichen Leistungen auf die Eingänge eines der beiden Laser gegeben. Dieses Signal zeigt sich in Form von Seitenbändern auf dem Differenzsignal der Schwebungsmessung. Das Messergebnis für drei unterschiedliche Eingangssignale auf RF-IN ist in Abbildung 3.17 zu sehen. Dort sind die angesprochenen Seitenbänder deutlich zu sehen. Höhere Frequenzen sind auch bei kleineren Eingangsleistungen deutlich sichtbar,

¹34410A 6 1/2 Digit Multimeter, Agilent Technologies

²Typ 2225, Statron Gerätetechnik GmbH

³Signal Generator SMC 100A, ROHDE&SCHWARZ GmbH & Co. KG



Abbildung 3.16: Messung der Stromstabilität der Stromversorgung über eine Dauer von 14 Stunden zu jeder Minute. Am Anfang der Messung wurde ein Sollwert von 50,000 mA eingestellt. Die Messwerte sind bezüglich der Abweichung gegenüber dem durchschnittlich gemessenem Strom dargestellt. Zu Beginn der Messung ist der Einschaltvorgang zu sehen. Danach verbleiben die Werte in einem Intervall von etwa 1 μA.

wohingegen niedrige Frequenzen für eine vergleichbare Signalgröße wesentlich größere Eingangsleistungen benötigen. Dies entspricht den Erwartungen und deckt sich mit den Simulationen¹ der Schaltung.

Eine vergleichbare Messung für den Modulations-Eingang zeigt Abbildung 3.18. Hier erforden höherfrequente Eingangssignale eine höhere Leistung für vergleichbare Signalstärken der Seitenbänder. Der Modulations-Eingang verhält sich diesbezüglich genau umgekehrt wie der RF-Eingang, und entspricht damit den Vorgaben. Auch hier zeigt sich, dass die Seitenbändern mit dem Eingangssignal übereinstimmen.

3.3.5 Strahlengang

Der optische Aufbau des Experiments dient dem Zweck, die Messsequenzen aus Abbildung 3.7 zu realisieren, d.h. die Laser zu fest definierten Zeitpunkten an- und auszuschalten, und die Laserstrahlen auf die Kalzium-Ionen auszurichten. Zum schnellen

¹simuliert mit LTspice IV, Linear Technology



Abbildung 3.17: Schwebungssignal für unterschiedliche Frequenzen und Eingangsleistungen am RF-Eingang der Stromversorgung. Das eigentliche Differenzsignal ist bei etwa 52 MHz zu erkennen. Die Seitenbänder treten symmetrisch zu diesem auf. Die Zentralfrequenz und die Seitenbändern wurden mit Gauß-Fits versehen, um die genaue Frequenz zu ermitteln.

An- und Ausschalten der Laser werden akustooptische Modulatoren¹ (AOM) verwendet. Ein Schema des optischen Aufbaus ist in Abbildung 3.19 zu sehen. Für die Laser mit 397 nm und 866 nm Wellenlänge sind die AOMs in Single-Pass-Konfiguration aufgebaut. Die $\lambda/2$ -Platte am Anfang erlaubt es, die Polarisation des Lichtes im AOM zu optimieren. Die Verwendung von Schlitzblenden ist bei dem ellitpischen Strahlprofil der Laser von Vorteil.

Für die Schritte (b), (c) und (d) des Experimentes gemäß Abbildung 3.7 ist es von entscheidender Bedeutung, dass die Laserstrahlen bei 393 nm und 854 nm, wenn ausgeschaltet, eine sehr geringe Restintensität besitzen. Diese Laser koppeln die Niveaus $4s_{1/2}$ und $4d_{5/2}$, und somit könnte der Nachweis von Fluoreszenz nicht mehr auf die Rydberg-Anregung in Schritt (c) zurückgeführt werden. Deshalb werden die AOMs in Doppelpass-Konfiguration aufgebaut.

Die AOMs werden über einen VCO² mit einer RF-Frequenz von 80 MHz versorgt. Das

¹UV-Grade Quartz; 395nm; 80MHz; 20MHz Bandbreite; BRI-QFZ-80-20-395 und TeO2; 860nm, 80MHz, 20MHz Bandbreite, BRI-TEF-80-20-860, Laser 2000 GmbH ²ZOS-100+,Mini-Circuits



Abbildung 3.18: Schwebungssignal für unterschiedliche Frequenzen und Eingangsleistungen am Modulations-Eingang der Stromversorgung. Das Differenzsignal ändert sich mit der Modulationsleistung, was den Einfluss auf den Diodenstrom deutlich macht. Die Seitenbänder treten wieder symmetrisch zum Differenzsignal auf. Die Zentralfrequenz und die Seitenbändern wurden mit Gauß-Fits versehen, um die genaue Frequenz zu ermitteln.

Signal des VCOs (9 dBm) wird im Falle der Infrarotlaser mit einem 1 W-Verstärker¹ um 24 dB, und im Falle der UV-Laser mit einem 2 W-Verstärker² um 29 dB verstärkt. Zur Charakterisierung der elektrooptischen Kennlinie des 2 W-AOMs wird die Laserleistung des 393 nm-Lasers hinter dem Doppelpass für unterschiedliche elektrische Leistungen gemessen. Das Ergebnis der Messung ist in Abbildung 3.20 zu sehen. Die Laserleistung sättigt erwartungsgemäß bei 2 W RF-Leistung. Das An-/Ausverhältnis beträgt etwa 40 dB. Zwischen VCO und Verstärker ist zusätzlich bei allen AOMs ein RF-Schalter³ angebracht. Der Schaltvorgang geschieht durch das Anlegen eines TTL-Signals, welches im Experiment durch die Computersteuerung (siehe Kapitel 3.6) erfolgt. Die Unterdrückung des Schalters im ausgeschalteten Zustand beträgt für eine Frequenz von 80 MHz etwa 44 dB. Die Messung zeigt, dass dann entsprechend auch die Unterdrückung des Doppelpasses voll ausgenutzt wird.

Tabelle 3.1 listet die entsprechenden Laserleistungen für die Zustände "an" (1 W bzw.

¹ZHL-3A, Mini-Circuits

²ZHL-1-2W, Mini-Circuits

³ZYSW-2-50DR, Mini-Circuits



Abbildung 3.19: Strahlengang der Laser im Experiment. Die Laserstrahlen werden durch einen Akustooptischen Modulator in mehreren Ordnungen gebeugt. Die 0. Ordnung (m=0) wird dabei durch eine Schlitzblende blockiert, die +1.Ordnung (m=1) passiert den Aufbau. Für den 393 nm-Laser und den 854 nm-Laser liegt eine Doppelpasskonfiguration vor. Die Elemente des Aufbaus sind: $\lambda/2$ -Platte, polarisierender Strahlteiler(PBS), Akustooptischer Modulator (AOM), Linsen, Schlitzblenden, $\lambda/4$ -Platte, und Spiegel bei der Doppelpasskonfiguration.

2 W RF-Leistung) und "aus" (keine RF-Leistung) auf. Die dritte Spalte enthält das Verhältnis der beiden Leistungen, also die Unterdrückung des Aufbaus für diesen Laser. Erwartungsgemäß ist die Unterdrückung für die Doppelpasskonfiguration, d.h. für die Laser bei 393 nm und 854 nm, größer. Generell ist die Unterdrückung des Aufbaus für die Infrarotlaser effektiver als für die UV-Laser. Im Experiment (siehe Abschnitt 4.3.2) zeigt sich, dass diese Unterdrückungen den Anforderungen der Messung genügen.

Eine photographische Aufnahme des gesamten optischen Aufbaus ist in Abbildung 6.2 zu sehen. Dort ist ebenfalls der Verlauf der jeweiligen Laserstrahlen angedeutet. Alle optischen Komponenten bis auf die AOMs und die Schlitzblenden sind auf massiven Edelstahlsäulen fester Höhe angebracht, welche mit Klemmgabeln¹ am Breadboard befestigt sind. Die Edelstahlsäulen werden in unterschiedlichen Längen verwendet, um zu gewährleisten, dass die Spiegelhalter², die Linsenhalter³ und die Polarisations-

³LMR1, Thorlabs

¹CF125 und CF175, Thorlabs

²earthSeries hochstabil, 25,4 mm, Fine adjustment, ERÜ Kunststofftechnik GmbH;

KS1, Thorlabs; POLARIS-K1, Polaris



Abbildung 3.20: Die Messwerte zeigen die Laserleistung des 393nm-Lasers nach Durchlaufen des Doppelpasses in Abhängigkeit von der Leistung des elektrischen Signals am AOM. Der Einschub zeigt die entsprechende Unterdrückung dieser Messwerte gegenüber dem Wert für den ausgeschalteten AOM. Das An-/Aus-Verhältnis beträgt somit etwa 40 dB.

optiken¹ sich auf einer Höhe gegenüber dem Tisch befinden. Die Laser sind durch ein Podest aus Aluminium ebenfalls auf diese Höhe eingestellt. Dies gewährleistet, dass der Strahlengang des gesamten Aufbaus in einer horizontalen Ebene stattfindet. Die Spiegel² sind mit einer Beschichtung für die Wellenlängen 393 nm, 397 nm, 729nm, 854 nm und 866 nm ausgestattet, damit also für alle verwendeten Laserstrahlen einsetzbar. Unmittelbar hinter jedem Laser befinden sich zwei Spiegel, mit denen der Laserstrahl auf die Höhe der optischen Komponenten eingestellt wird. Danach folgt ein Beam-Sampler³, der einen geringen Teil des Laserlichts abzweigt. Dieser Teil wird mittels eines Faserkolimators⁴ in eine Monomoden-Faser⁵ eingekoppelt, und über diese an das Wavemeter⁶ geleitet. So kann die Wellenlänge der Laser kontrolliert werden. Der Strahlengang der Laser bei 397 nm und 866 nm ist mit einem weiteren Beam

¹LM1-A und LM1-B, Thorlabs

²Beschichtung THR, LASEROPTIK GmbH

³UV Fused Silica Beam Samplers BSF10-UV und BSF10-B, Thorlabs

⁴60FC-... ergänzen, Schäfter + Kirchhoff GmbH

⁵405hp und 780hp, 10m, Thorlabs

⁶Wavelength Meter WS/7 Super Precision, HighFinesse GmbH

Leistung an / mW	Leistung aus / nW	Unter- drückung
1,37	6500	210
1,1	150	7333
0,3	31	9677
0,2	5	40000
	Leistung an / mW 1,37 1,1 0,3 0,2	Leistung an / mW Leistung aus / nW 1,37 6500 1,1 150 0,3 31 0,2 5

 Tabelle 3.1: Messung der Laserleistung f
 ür an- und ausgeschalteten AOM. Von der Laserleistung im Zustand "aus" ist bereits die Hintergrundleistung abgezogen.

Sampler versehen, welcher später einen Teil des Laserlichtes in eine Cavity einkoppeln soll (siehe Kapitel 5.1). Vor dem 866 nm-Laser und dem 397 nm-Laser befindet sich zusätzlich noch ein optischer Isolator¹, der die Laserdiode vor Beschädigung durch unerwünschte Rückreflektion schützen soll.

Das Laserlicht bei 397 nm, 854 nm und 866 nm wird auf dem Weg zur Vakuumkammer mittels eines Polarisationsstrahlteilerwürfels und eines dichroitischen Spiegels überlagert und mit einer Linse auf die Ionen fokussiert. Das Laserlicht des Pulslaser und des 393 nm-Lasers wird jeweils über eine separate Linse und durch ein separates Fenster der Vakuumkammer auf die Ionen fokussiert.

3.4 Kamerasystem

Das Kamerasystem hat im Experiment zwei Funktionen. Erstens soll eine bildgebende Darstellung der Ionen ermöglicht werden, welche ein ausreichendes räumliches Auflösungsvermögen besitzt, um zwei benachbarte Ionen voneinander zu unterscheiden. Zweitens soll es über die Messung des Fluoreszenzsignals auf dem Übergang $4s_{1/2}-4p_{1/2}$ einen Rückschluss über den elektronischen Zustand liefern, in welchem sich das Ion befindet. Ein Ion im Zustand $4s_{1/2}$ ("hell") weist ein stärkeres Fluoreszenzsignal auf als ein Ion in dem metastabilen Zustand $3d_{5/2}$ ("dunkel"). Im Zustand "dunkel" verbleibt noch Streu- und Restlicht der Laser. Das Kamerasystem muss in der Lage sein, diese Differenz zu registrieren.

¹Zweistufiger Isolator, DLI-Reihe, Qioptiq Photonics GmbH & Co. KG

3.4.1 Aufbau

Die Ionen werden durch das Schauglas des Deckelflansches betrachtet. Die große Bildweite des Kamerasystems (> 1 m) führt dazu, dass der Strahlengang durch einen Spiegel wieder in die Horizontale überführt werden muss. Diese Rahmenbedingungen führen auf den Entwurf in Abbildung 3.21. Die Hauptkomponente des Systems ist die



Abbildung 3.21: Das Fluoreszenzsignal der Ionen wird über das Objektiv erfasst, und über den Umlenkspiegel an die Kamera weitergeleitet. Die Position des Objektivs kann über den XYZ-Verschiebetisch verändert werden, der an der Vakuumkammer befestigt ist. Die linearen Bewegungen des Verschiebetisches werden durch den Kugelkopf auf Wippe, Drehteller und Linearverschiebetisch übertragen.

CCD-Kamera¹. Diese besteht im Wesentlichen aus einem CCD-Chip mit 512×512 Pixeln der Größe $16 \times 16 \,\mu$ m. Das Signal des Chips durchläuft eine Verstärkerstufe (EMCCD), die den Nachweis einzelner Photonen ermöglicht. Der Chip kann durch ein Peltier-Element auf Temperaturen um -70 °C gekühlt werden, was den Anteil von thermisch erzeugtem Rauschen ("dark counts") deutlich reduziert. Die Kamera besitzt eine Ausleserate von 35 Bilder/s, welche aber durch das Zusammenfassen von Pixeln ("binning") auf 549 Bilder/s erhöht werden kann.

Die Ionen werden durch ein Objektiv² mit Brennweite f = 66, 8 mm und Apertur D = 38 mm auf den Kamerachip abgebildet, welches aus einem älteren Versuchsaufbau entnommen ist (eine ausführliche Beschreibung findet sich in (Sch09, Sch10)).

¹iXon3 897 Single Photon Detection EMCCD Camera, A-DU897-ECS-BBB, Andor Technology ²fünf Quarzglaslinsen mit Antireflexbeschichtung für 397 nm und 729 nm, Sill Optics GmbH

Das Objektiv ist über einen Adapter mit einem Spiegelhalter¹ verbunden, in dem im Winkel von 45° ein 2"-Spiegel² angebracht ist. Der Spiegelhalter ist durch einen Winkel an einem System aus zwei Profilschienen³ angebracht. An der gegenüberliegenden Seite des Aufbaus befindet sich die Kamera, welche über eine kinematische Grundplatte⁴ mit den Schienen verbunden ist. Dies erlaubt es, die Kamera wiederholt mit hoher Genauigkeit an die gleiche Position zu setzen. In die Schienen ist eine Welle eingelassen, welche in zwei Kugellagern⁵ einer Gabel ruht. Diese Gabel ist wiederum auf einem Drehteller⁶ angebracht, welcher Drehungen um 360° ermöglicht. Drehteller und Gabel können durch einen Linearverschiebetisch⁷ in axialer Richtung verschoben werden.

Das gesamte Kamerasystem kann durch eine XYZ-Verschiebevorrichtung⁸ ausgerichtet werden, welche fest mit der Vakuumkammer verbunden ist. Die linearen Bewegungen dieser Vorrichtung in allen drei Raumachsen werden durch einen Kugelkopf⁹ in die Bewegungsfreiheitsgrade des Systems übersetzt. Der Strahlengang von Objektiv zur Kamera ist durch zwei ineinander verschiebbare und durch O-Ringe gedichtete PVC-Rohre lichtdicht gekapselt.

3.4.2 Charakterisierung

Die Vergrößerung des Kamerasystems kann aus dem Abstand der Ionen in der Falle bestimmt werden. Nach (Jam15) ist der minimale Abstand zwischen zwei benachbarten Ionen in einer Kette aus N_I Ionen in axialer Richtung durch

$$d_{\min} = \left(rac{e^2}{4\pi\epsilon_0 M \omega_Z^2}
ight)^{1/3} imes rac{2.081}{N_I^{0.559}}.$$

gegeben. Es werden zwei Ionen in der Falle gefangen, die axiale Resonanzfrequenz gemessen und der Abstand auf dem Kamerabild bestimmt. Bei einer axialen Frequenz

¹SM2 Right Angle Kinematic Cage Block, KCB2, Thorlabs

²Broadband Dielectric Mirror, 350-400 nm, Thorlabs

³Profil 5, 1 m, item Industrietechnik GmbH

⁴75 mm x 75 mm Kinematic Base, Thorlabs

⁵Miniaturkugellager mit Flansch

⁶RP01/M, Rotation Platform, Metric, Thorlabs

⁷Kugelhülsenführungs-Set 8 160x40 D14, item Industrietechnik GmbH

⁸PT3, XYZ Translation Stage, Thorlabs

⁹GN 648.1, M8, Otto Ganter GmbH & Co. KG

von $\omega_Z = 110$ kHz erhält man einen Ionenabstand von $N = 26 \pm 1$ Pixeln auf dem Kamerabild. Der theoretische Wert nach obiger Gleichung beträgt $d_{\min} = 23,50 \,\mu$ m. Da die Pixelgröße 16 μ m beträgt, errechnet sich die Vergrößerung V gemäß

$$V = rac{N \cdot 16 \, \mu {
m m}}{d_{
m min}}\,.$$

Für den gemessenen Ionenabstand erhält man mit $d_{\min}=23,50\pm1\,\mu$ m eine Vergrößerung von $V=17,7\pm1,4.$

Nach (Sch10) besitzt das Objektiv eine numerische Apertur von $A_N = 0, 27$. Damit erhält man bei einer Wellenlänge von 397 nm ein theoretisches Auflösungsvermögen von

$$d_{\min} = rac{0, 61 \cdot \lambda}{A_N} = rac{0, 61 \cdot 397 \, {
m nm}}{0, 27} pprox 900 \, {
m nm} \, .$$

Der Einfluss der restlichen Optik auf das Auflösungsvermögen muss in einer Messung bestimmt werden. Die einzigen Strukturen, die in einem Längenbereich von wenigen μ m vorliegen, sind die Ionen. Der Ionenabstand ist jedoch mit ca. 20 μ m zu groß. So verbleibt als einziger Anhaltspunkt die scheinbare Ionengröße. Die Oszillatorgröße der Ionen beträgt etwa 10nm, sie sind also bei guter Kompensation fast ideal punktförmig. Die scheinbare Größe kann also einen Rückschluss auf die Beugungsbegrenzung des Kamerasystems liefern.

Abbildung 3.22 zeigt die Fluoreszenzwerte eines Ions in der Falle. Die Wellenlänge des 397 nm-Lasers ist dabei so stark verstimmt, dass das Ion nur noch schwach fluoresziert. Interpretiert man die Halbwertsbreite w der Gauß-Funktionen aus Abbildung 3.22 als Größe des Ions, so erhält man aus

$$w_1=3,6\pm0,5$$
 Pixel , $w_2=3,6\pm1,0$ Pixel

und $d_{\min} = w \times 16 \, \mu \mathrm{m} / V$ die Werte

$$d_{{
m min}\;1}=3,2\pm0,7\,\mu{
m m}$$
 , $d_{{
m min}\;2}=3,2\pm1,1\,\mu{
m m}$.

Das geometrische Mittel $d_{\min} = \sqrt{d_{\min 1} \cdot d_{\min 2}}$ der beiden Werte führt dann auf $d_{\min} = 3, 2 \pm 0, 88 \,\mu$ m. Das Verhältnis von scheinbarer Größe und theoretischer Auflösung beträgt $d_{\min}/900$ nm = 3,58.



Abbildung 3.22: Fluoreszenzwerte eines Ions in der Falle. Die Pixel entsprechen der unmittelbaren Umgebung der Ionenposition. Die Werte errechnen sich aus der Summe aller gemessenen Fluoreszenzen in derselben Zeile bzw. Spalte. Für die Spaltensumme sind mehr Pixel berücksichtigt, was die höheren Werte erklärt.

Nach (Wie11) kann die Zahl der registrierten Photonen N durch

$$\mathsf{N}pprox t_e\cdot S\cdot QE\cdot T\cdot rac{ riangle \Omega}{4\pi}$$

(t_e : Belichtungszeit; *S*: Streurate der Photonen; *QE*: Quanteneffizienz der Kamera; *T*: Transmissionsfaktor der Optik, $\Delta\Omega$: Raumwinkel, der vom Objektiv erfasst wird) abgeschätzt werden. Die Quanteneffizienz bei 397 nm ist vom Hersteller mit 60% angegeben. Die Steurate der Photonen ergibt sich aus der Lebensdauer $\tau = 7,105$ ns des Niveaus $4p_{1/2}$ (siehe Abbildung 2.11), wenn der 866 nm-Laser eingeschaltet ist. Es ist mit einer Streurate von etwa $6,3 \cdot 10^7$ Photonen/s zu rechnen. Die Transmission berechnet sich aus den Transmissionskoeffizienten der einzelnen Komponenten. Unmittelbar vor der Kamera befindet sich ein Bandpassfilter¹, der bei einer Wellenlängen von 397 nm eine Transmission von T = 0,928 aufweist (Deu07). Ansonsten sind noch das Schauglas (T = 0,99), das Objektiv (T = 0,96) und der Umlenkspiegel

¹FF01-377/50-23.7-D, Semrock

(R = 0,995) zu nennen. Dies führt auf eine Gesamttransmissivität von $T \approx 0,88$. Der Raumwinkel berechnet sich aus der Apertur D = 38 mm und dem Abstand d der Ionen zum Ojektiv (hier $d \approx 65$ mm) gemäß

$$riangle \Omega = 2\pi \left(1 - rac{d}{\sqrt{\left(rac{D}{2}
ight)^2 + d^2}}
ight) = 0,252\,.$$

Für eine Belichtungszeit von $t_e = 4$ ms, wie im Experiment verwendet, erhält man N ≈ 2668 .

3.5 Spannungsversorgung der Paulfalle

Zum Betrieb der Paulfalle wird eine Spannungsversorgung für die entsprechenden Potentiale an den Endkappen, den RF-Elektroden, den Kompensationselektroden und den DC-Elektroden benötigt.

Die Endkappen und die Kompensationselektroden benötigen eine statische Spannung, die idealerweise keinerlei Schwankungen unterliegt. Diese wird von einer Hochspannungsquelle¹ bereitgestellt, deren Ausgang mit einem Tiefpassfilter (Grenzfrequenz 0,34 Hz) versehen ist. Dies soll höherfrequente Störsignale auf Endkappen und Kompensationen vermeiden. Die Spannung kann zwischen 0 V und 2 kV variiert werden.

Die DC-Elektroden sind mit den Analog-Ausgängen der Computersteuerung verbunden, welche Spannungen zwischen -10 V und 10 V bereitstellt. Zwischen Computersteuerung und DC-Elektroden ist ebenfalls ein Tiefpass geschaltet. Da die Masse der Computersteuerung eventuell Schwankungen unterlegen sein könnte, ist die Masse der Vakuumkammer gegenüber der Computersteuerung durch eine Spule gegen höherfrequente Störungen entkoppelt. Im Experiment wird die Spannung an den DC-Elektroden zur Kompensation der Mikrobewegung eingesetzt. Zusätzlich wird eine konstante Spannung auf beiden DC-Elektroden (Offset-Spannung) addiert, welche zur Aufhebung der Entartung der radialen Fallenfrequenzen führt (siehe Kapitel 4.1). Infolgedessen werden die Ionenkristalle in einer definierten Ebene der Falle gefangen, was ein effektiveres Dopplerkühlen ermöglicht.

¹PSM10/202, HiTek Power GmbH

Parameter	Bedeutung	Wendelresonator im Experiment
d_0	Durchmesser Spule	3 mm
au	Steigung	5,3 mm
D	Durchmesser Zylinder	100 mm
b	axiale Ausdehnung der Spule	84 mm
d	Breite der Spule	50 mm
δ	Eindringtiefe Skin-Effekt	0,01 mm

Tabelle 3.2: Kenngrößen des Wendelresonators nach (ZB61, MS59). In der dritten Spalte stehen die entsprechenden Werte für den Wendelresonator des Versuchaufbaus.

Die RF-Spannung ist einem elektrischen Netzwerk aus drei Komponenten entnommen: Zunächst liefert ein Frequenzgenerator¹ ein elektrisches Signal der gewünschten Frequenz. Dieses Signal wird mit einem 5 W-Verstärker² um 40 dB verstärkt. Vor der Einkopplung in die Falle folgt ein Wendelresonator, welcher das Signal um den Gütefaktor Q des Resonators verstärkt. Der Resonator erfüllt im Aufbau dreierlei Funktionen: Er überhöht, wie bereits erwähnt, das Signal, dient als Frequenzfilter und vermeidet bei Einkopplung der Resonanzfrequenz Rückreflektionen in den 5 W-Verstärker, welche diesen beschädigen könnten. Das Konzept dieses Resonators wird ausführlich in (ZB61) und (MS59) beschrieben. Ein Wendelresonator besteht aus einer Zylinderspule im Inneren eines Zylinders mit leitender Oberfläche, und ähnelt damit einem Koaxialkabel. Ein Ende der Spule ist geerdet, das andere liefert das Ausgangssignal. Somit ist diese Anordnung im Wesentlichen ein $\lambda/4$ -Resonator. Im betrachteten Frequenzbereich (ca. 20 MHz) findet die Wellenausbreitung hauptsächlich durch den Skin-Effekt an der Oberfläche der Komponenten statt. Dies ermöglicht hohe Q-Faktoren auf engem Raum. Die elektronischen Eigenschaften des Resonators können über eine Anzahl von Parametern beschrieben werden, welche die geometrischen Abmessungen charakterisieren. Diese Parameter sind in Tabelle 3.2 mit den entsprechenden Werte für den Wendelresonator im Versuchsaufbau aufgeführt. Nach (MS59) müssen diese Parameter bestimmte Anforderungen erfüllen, um die Funktion

¹HP 8657B, 100 kHz bis 2060 MHz, Auflösung 1 Hz,+13 bis -127 dBm, Hewlett Packard ²ZHL-5W-1, Mini-Circuits

des Resonators zu gewährleisten:

$$egin{aligned} 0,45 &< d/D < 0,6\ b/d > 1,0\ 0,4 &< d_0/ au < 0,6\ ext{ für } b/d = 1,5\ 0,5 &< d_0/ au < 0,7\ ext{ für } b/d = 4,0\ d_0 > 5\delta \,. \end{aligned}$$

Für die konkreten Werte gilt b/d = 1,67, d/D = 0,5 und $d_0/\tau = 0,58$. Somit sind alle Bedingungen erfüllt. Mit dem Verhältnis d/D = 0,5 ergibt sich nach (ZB61) eine Resonanzfrequenz f_0 in MHz gemäß

$$f_0 = rac{2179}{N \cdot D} \cdot 25, 4 \; \mathsf{mm} \; \mathsf{MHz} \; ,$$

wenn man den Wert für D in mm einsetzt. Mit D = 100 mm erhält man $f_0 = 21,72$ MHz für den unbelasteten Resonator. Für den Q-Faktor gibt (ZB61) folgende Abschätzung:

$$Q_u pprox rac{50}{25,4} \cdot D[extsf{mm}] \cdot (f_{ extsf{0}}[extsf{MHz}])^{1/2} \,,$$

also für $f_0 = 21,72$ MHz eine Resonatorgüte von $Q_u = 917,42$.

Die Paulfalle, die elektrischen Verbindungen und die Durchführungen am Deckelflansch beeinflussen die Resonanzfrequenz des Resonators durch ihre jeweiligen Kapazitäten und Induktivitäten. Eine qualitative Abschätzung für den Einfluss dieser zusätzlichen Komponenten erhält man aus einer Überlegung in (Gul03). Allen Komponenten hinter dem Topfkreis wird ebenfalls durch die $\lambda/4$ -Bedingung eine eigene Resonanzfrequenz f_1 zugewiesen. Die Resonanzfrequenz f_{eff} des Gesamtsystems ergibt sich dann aus

$$f_{\mathsf{eff}} = rac{1}{f_{\mathsf{0}}} + rac{1}{f_{\mathsf{1}}} \, .$$

Da f_1 für gewöhnlicher wesentlich größer ist als f_0 , resultiert also eine leichte Verschiebung der Frequenz zu niedrigeren Werten.

Der Entwurf des für diesen Versuchsaufbau verwendeten Wendelresonators geht auf Georg Jakob und Frank Ziesel (beide Universität Mainz) zurück. Die Konstruktionsskizze des Resonators findet sich in Abbildung 3.23. Er besteht aus einer Kupferspule im Innern, die von einem Zylinder aus versilbertem Aluminium umgegeben ist. Da der



Abbildung 3.23: Konstruktionsskizze des Wendelresonators. Der Schnitt zeigt den Schleifkontakt im Inneren des Spulenhaltes, der durch eine Feder nach außen gegen die Spule gedrückt wird.

3. EXPERIMENTELLER AUFBAU

Skin-Effekt für die Signalausbreitung maßgeblich ist, bestimmt die Silberschicht die Impedanz des Zylinders. Die Spule ist auf der einen Seite durch eine Klemmschraube mit dem Zylinder verbunden, auf der anderen Seite verlässt sie den Resonator durch eine Isolationsschraube. Dieser Teil der Spule ist mit der Paulfalle verbunden. Die Spule wird durch einen Spulenhalter aus Kunststoff fixiert, der eine ungleich höhere mechanische Stabilität gegenüber einer freihängenden Spule gewährleistet. Damit wird der Einfluss von Vibrationen und Erschütterungen auf den Resonator verringert, welche Jitter produzieren würden. Gegenüber älteren Modellen (vergleiche z.B. (Sch10)) findet die Einkopplung in den Resonator nicht durch eine Klammer statt, sondern über einen Schleifkontakt im Inneren des Spulenhalters. Der Spulenhalter kann von außen gegen die Spule gedreht werden, so dass man auf diese Weise sehr genau den Punkt der Einkopplung einstellen kann. Der Resonator ist weiterhin komplett geschlossen, so dass das Signal der Spule vollständig abgeschirmt ist. So wird das unerwünschte Abstrahlen des RF-Signals vermieden, welches sich störend auf die restliche Elektronik und die Laser auswirken könnte. Um starke Verschiebungen der Resonanzfrequenz durch lange Übertragungswege zu vermeiden, wird der Wendelresonator unmittelbar neben den Durchführungen angebracht. Er ist dazu über einen Adapter mit der Vakuumkammer verbunden.

Zur Charakterisierung des Resonators wird der Frequenzgang mit einem Netzwerkanalysator¹ vermessen. Dieser speist ein Testsignal in den Resonator und registriert die Unterdrückung des reflektierten Signals, welche für die Resonanzfrequenz minimal ist. Abbildung 3.24 zeigt die Ergebnisse dieser Messung für unterschiedliche Komponenten am Resonator. Es zeigt sich deutlich, dass die Resonanzfrequenz von der Impedanz dieser Komponenten abhängt. Die Resonanzen an sich sind sehr scharf und unempfindlich gegenüber Erschütterungen.

Die Resonanzfrequenz ist sehr empfindlich gegenüber Veränderungen im Aufbau. Das Anbringen von Metallkappen an der Vakuumkammer, welche die Durchführungen abschirmen, hat die Resonanzfrequenz um etwa 1 MHz verändert. Zur Überprüfung des RF-Signals während der Messung ist zusätzlich noch ein kapazitiver Teiler (1:100) angebracht. An diesem wird mittels eines Oszilloskops (Messkopf 1:10) die Spannung des RF-Signals abgelesen. Der kapazitive Teiler verschiebt die Resonanzfrequenz ebenfalls zu kleineren Werten.

Im Experiment beträgt die Resonanzfrequenz etwa 17,21 MHz. Bei einem Ausgangs-

¹FSP 9kHz-7GHz, ROHDE&SCHWARZ GmbH & Co. KG



Abbildung 3.24: Links: Messung der Resonanzfrequenz des Resonators, welcher mit der Paulfalle (blaue Messpunkte) bzw. mit einem Kondensator (rote Messpunkte) verbunden ist. Die Werte auf der y-Achse zeigen die Unterdrückung des reflektierten Signales in dB. Rechts: Effizienz der Einkopplung in den Topfkreis. Ein Gauß-Fit an die Messwerte ergibt eine Linienbreite von 381 ± 0, 40 kHZ.

signal von -10 dBm am Frequenzgenerator erhält man ein RF-Signal von 500 V_{pp}. Damit ist der tatsächliche Güte-Faktor des belasteten Resonators etwa Q = 30. Der große Unterschied zu dem Wert des idealen Resonators, $Q_u = 917, 42$, kann durch Verluste im Resonator und an der Falle erklärt werden. Die Verluste an der Falle dürften wesentlich größer sein, da diese die Radiofrequenz weitestgehend ungeschirmt abstrahlen kann.

3.6 Computersteuerung

Das Experiment wird von einem Steuerrechner kontrolliert, der automatisierte Sequenzen durchführt. Dies geschieht mittels des Software MCP¹ (**M**aster **C**ontrol **P**rogram). Diese ist einerseits Schnittstelle zu den Hardware-Komponenten, andererseits verfügt sie über eine graphische Benutzeroberfläche, welche die Kontrolle des Experimentes und Zugriff auf experimentelle Daten in Echtzeit erlaubt. MCP ist durch C++ - Program-

¹Entwickler: u.a. K. Singer, F. Ziesel, A. Wiens, R. Maiwald, G. Huber

mierung modular erweiterbar. Weiterhin führt MCP eine automatisierte Auswertung der gemessenen Daten durch, wie z.B. das Berechnen von Wahrscheinlichkeiten für die Zustände "Ion hell" und "Ion dunkel".

Die Hardware-Komponenten des vorliegenden Experimentes bestehen aus einem Modul¹ zur Multifunktionsdatenerfassung und der Kontrolleinheit² der Kamera.

Das PCI-Modul besitzt acht Analog-Kanäle mit Spannungen zwischen -10 und +10 V und einer Auflösung von 16 bit. Diese können mit maximal 1 MS/s geändert werden. Des Weiteren existieren acht Digitalausgänge mit TTL-Logikpegel und einer maximalen Taktrate von 10 MHz. Ein Teil der Analogausgänge beeinflusst, wie in Kapitel 3.3.2 und 3.3.3 erwähnt, die Spannung am Piezo-Aktuator der Laser. Hierüber wird die Wellenlänge der Laser eingestellt. Die TTL-Signale der Digitalausgänge steuern den Ablauf des Experimentes. Die Laser bei den Wellenlängen 393 nm, 397 nm, 854 nm und 866 nm werden durch den AOM-Aufbau in Kapitel 3.3.5 an-/und ausgeschaltet. Der TTL-Eingang der RF-Schalter ist hierbei mit den Digitalausgängen verbunden. Der VUV-Laser kann durch einen mechanischen Lasershutter geschaltet werden, der durch TTL-Signale gesteuert wird. Die Kamera ist ebenfalls über einen externen Trigger mit dem PCI-Modul verbunden. Die Kamera startet bei Logikpegel 1 (5V) die Aufnahme und belichtet, bis der Pegel wieder auf 0 (0 V) zurückgeht. Das Bild wird anschließend in einem kamerainternen Puffer abgespeichert und kann von dort durch MCP aufgerufen werden. Die gesamte Messung kann also durch eine zeitliche Abfolge von TTL-Pulsen realisiert werden. Abbildung 3.25 zeigt die entsprechende Pulsfolge für das Schema in Abbildung 3.7. Eine solche Sequenz wird mehrere Male hintereinander ausgeführt.

Die Kamerabilder³ werden von MCP ausgewertet. Dazu markiert man um die relevanten Ionen einen kleinen Bereich (ROI: Region of Interest), in dem die Fluoreszenz aufsummiert wird. Dies verbessert das Signal-Rausch-Verhältnis. Als Referenz für die Zustände "Ion hell" und "Ion dunkel" werden mehrere Messungen durchgeführt, bei denen der 866 nm-Laser an- bzw. ausgeschaltet ist. Die Belichtungszeit wird so gewählt, dass die Differenz dieser Referenzwerte ausreichend groß ist, um Fehlinterpretationen zu vermeiden. Dies ist ab Belichtungszeiten von ca. 4 ms der Fall. Das arithmetische Mittel der beiden Werte wird als Schwellwert definiert. Oberhalb des Schwellwertes wertet MCP eine Messung als "Ion hell", ansonsten als "Ion dunkel".

¹PCI-6733, National Instruments Corporation

²A-CCI-24-Controller Card, PCIe, Andor Technology

³Das Kamerabild besteht im Wesentlichen aus einer Matrix aus Fluoreszenzwerten



Abbildung 3.25: TTL-Signale des PCI-Moduls für eine Messsequenz, die dem Ablauf von Abbildung 3.7 entspricht. Der Pegel 5 V schaltet hierbei die jeweilige Komponente an.

tisch die Wahrscheinlichkeit, das Ion in einem der beiden Zustände vorgefunden zu haben.

4 Experimentelle Ergebnisse

4.1 Fallenfrequenzen

Zur Überprüfung der numerischen Vorhersagen werden die Fallenfrequenzen gemessen. Dazu wird das Signal eines Frequenzgenerators¹ auf die elektrischen Kontakte einer Endkappe gegeben. Stimmt die Frequenz mit einer Resonanzfrequenz der lonen überein, so zeigt sich dies in einem Aufschwingen derselben. Dies geschieht in radiale Richtung für eine radiale Resonanzfrequenz, und in axiale Richtung für eine axiale Resonanzfrequenz. Neben den einfachen Fallenfrequenzen treten auch Resonanzen bei harmonischen Vielfachen auf. Die Unterscheidung erfolgt dann über die relative Amplitude des Aufschwingens. Diese Messungen sind in die Abbildungen 4.1 eingegangen. Die gemessenen axialen Fallenfrequenzen folgen tendenziell den Werten der Simulation, sind aber relativ dazu nach unten verschoben. In diesem Versuch wird die Spannung der Endkappen durch eine Vielkanalhochspannungsquelle² bzw. deren Software-Terminal gesteuert. Der Grund hierfür ist, dass in der Simulation ein vereinfachtes Modell der Endkappen genutzt wurde, welches aus einer runden Scheibe mit Loch in der Mitte besteht.

Die gemessenen radialen Fallenfrequenzen hingegen entsprechen sehr gut den theoretischen Vorhersagen aus (2.55).

Im Experiment wurde ebenfalls die Abhängigkeit der radialen Fallenfrequenzen von einem DC-Offset untersucht. In Kapitel 3.5 wurde bereits erwähnt, dass eine solche Offset-Spannung vorteilhaft für das Dopplerkühlen ist, da sie die Entartung der radialen Fallenfrequenzen aufhebt. Dieser Effekt ist deutlich in der in Abbildung 4.2 dargestellten Messung zu sehen. Bei einer Offest-Spannung von 0 V sind die beiden ra-

¹Signal Generator SMC 100A, ROHDE&SCHWARZ GmbH & Co. KG

²EHS-8610pF, iseg Spezialelektronik GmbH



Abbildung 4.1: Vergleich der simulierten und berechneten Fallenfrequenzen mit den Messwerten. Links: axiale Fallenfrequenzen. Rechts: radiale Fallenfrequenzen.

dialen Fallenfrequenzen fast deckungsgleich. Für größere Werte spalten die Fallenfrequenzen auf, die Entartung ist somit aufgehoben. Die Messwerte stimmen sehr gut mit der Simulation der Fallenfrequenzen überein, die auf Konstantin Ott (Universität Mainz) zurückgeht. In (Ott12) ist eine Diskussion der Simulation und eine Erläuterung der zugrundeliegenden Mechanismen zu finden. Eine Vorhersage der Simulation ist, dass die radiale Fallenhauptachse ihre Lage um 90° ändert, wenn die Offset-Spannung von positiven auf negative Werte übergeht. Ein solcher Effekt kann im Experiment beobachtet werden. In dem experimentellen Aufbau, der in Abschnitt 4.2 beschrieben wird, können große zweidimensionale lonenkristalle gefangen werden. Bei einer positiven Offset-Spannung liegt der Kristall in einer wohldefinierten Ebene der Falle. Reduziert man die Offset-Spannung auf Werte um 0 V, so wird der Kristall dreidimensional und zapfenförmig. Das Dopplerkühlen ist hier weniger effizient. Der Kristall besitzt eine hohe Anzahl unterschiedlicher Zustände mit minimaler Coulomb-Energie, so dass er beständig zwischen diesen wechselt. Er kann weiterhin um die Symmetrieachse rotieren. Dies alles führt zu einer Instabilität der Anordnung. Bei negativen Spannungen ist der Kristall wieder planar, liegt aber in einer Ebene, die senkrecht zu der ursprünglichen Ausrichtung ist. Diese Beobachtung bestätigt die Simulationsergebnisse.

Eine weitere Möglichkeit, die Eigenschaften der Ionenfalle zu testen, ist der Übergang von einer linearen Anordnung der Ionen zu einer Zick-Zack-Anordnung. Ein Beispiel



Abbildung 4.2: (a): Radiale Fallenfrequenzen bei einer zusätzlichen Offset-Spannung auf beiden DC-Elektroden. Zusätzlich sind die Ergebnisse der Fallensimulation eingezeichnet. Die blaue Kurve zeigt den simulierten Winkel α der Fallenhauptachse, welcher gemäß (b) definiert ist. Die Abbildung entstammt, leicht modifiziert, aus (Ott12).

für eine solche lineare lonenkette sowie für eine Zick-Zack-Anordnung ist in Abbildung 4.3 zu sehen. Dieser Übergang vollzieht sich, nachdem in der linearen Kette eine kritische Anzahl von lonen erreicht ist, oberhalb derer die Zick-Zack-Anordnung energetisch günstiger wird. Diese kritische Anzahl hängt von dem Verhältnis zwischen axialer und radialer Fallenfrequenzen ab. Abbildung 4.4 zeigt die gemessene kritische Anzahl der Ionen gegenüber diesem Verhältnis. Die Übereinstimmung mit den theoretischen Erwartungen ist ebenfalls gut.

4.2 Große lonenkristalle

Vor der Verwendung der Ionenfalle in dem vorliegenden Experiment wurde diese zunächst in einem bereits bestehenden Versuchsaufbau der Arbeitsgruppe integriert und



Abbildung 4.3: Oben: Lineare Ionenkette. Unten: Zick-Zack-Konfiguration.

getestet. Eine Beschreibung dieses Aufbaus ist in (UIm10) zu finden. Es sind vergleichbare Komponenten vorhanden, wie sie in Kapitel 3 beschrieben werden. Neben einem seitlich eingekoppelten Laser zum Dopplerkühlen steht zusätzlich Laserlicht der Wellenlänge 397 nm aus einem frequenzverdoppelten Lasersystem¹ zur Verfügung, welches axial durch die Löcher der Fallenendkappen auf die Ionen fokussiert wird. Auf diese Weise werden die Ionen sowohl in axialer als auch in transversaler Richtung gekühlt. Dies ermöglicht es, eine ungleich größere Anzahl an Ionen stabil in der Falle zu fangen als bei Kühlung in nur einer Richtung. In (DBH⁺98) werden ebenfalls durch einen axial eingekoppelten Laser bei vergleichbaren Fallenfrequenzen große Ionenkristalle gefangen. Jedoch geschieht die transversale Kühlung nur indirekt durch die Kopplung der Ionen. Ein aufgeführter limitierender Faktor für die Größe solcher Kristalle ist die Mikrobewegung, deren Auswirkung mit zunehmenden Abstand zur Fallenachse größer wird. Die Mikrobewegung überträgt Energie der RF-Fallenanregung in alle Bewegungsfreiheitsgrade der Ionen.

Im Experiment gelingt es, große (> 100 Ionen) planare Kristalle zu fangen, die in einer wohldefinierten Ebene der Falle liegen. Ein solcher Kristall ist in Abbildung 4.5 zu sehen. Die Kristalle bestehen aus mehreren Reihen, deren Anzahl zum Rand hin abnimmt, insgesamt also zu einer zapfenförmigen Anordnung führt. Dies deckt sich mit den Ergebnissen in (DBH⁺98), die eine entsprechende Abhängigkeit der Anzahl dieser Reihen mit der axialen Position vorhersagen. Dort sind die beobachteten Kristalle mit einer vergleichbaren Anzahl an Reihen insgesamt aber wesentlich länger. Dass das Fangen kurzer Kristalle aus vielen Reihen gelingt, ist höchstwahrscheinlich auf das zusätzliche radiale Kühlen zurückzuführen. Wie erwartet sind die Ionen in den äußeren Reihen instabiler als in der Fallenmitte. In Abbildung 4.5 ist auch deutlich zu

¹DL-SHG 110,TOPTICA Photonics AG



Abbildung 4.4: Maximale Zahl von Ionen in einer linearen Kette in Abhängigkeit von dem Verhältnis der axialen (ω_{ax}) und radialen (ω_{rad}) Fallenfrequenzen. Die theoretische Kurve beruht auf (5.3).

sehen, dass die Intensität der Laser zum Rand des Kristalles abnimmt.

Ein weiterer interessanter Effekt, der beobachtet werden kann, ist die Beeinflussung des radialen Einschlusses der Ionen durch das axiale Fallenpotential. In (DSW06) wird ausgeführt, wie sich dies in einer ähnlich aufgebauten linearen Paulfalle auswirkt. Das axiale Potential mit Fallenfrequenz ω_z führt zu einem statischen Einfluss auf die radiale Bewegung. Sind ω_x und ω_y die radialen Fallenfrequenzen in Abwesenheit eines axialen Potentials, so lauten die Frequenzen unter Berücksichtigung desselben

$$egin{aligned} \widetilde{\omega}_x &= \sqrt{\omega_x^2 - rac{1}{2}\omega_z^2} \ , \ \widetilde{\omega}_y &= \sqrt{\omega_y^2 - rac{1}{2}\omega_z^2} \ . \end{aligned}$$

Das axiale Potential verschiebt die radialen Fallenfrequenzen zu kleineren Werten und verkleinert somit das effektive radiale Potential. In (DB00) wird für den gleichen Fallentyp die Ausrichtung eines Zwei-Ionen-Kristalles in der Falle berechnet. Für $\omega_z < \omega_{x,y}$ sind die beiden Ionen entlang der axialen Symmetrieachse angeordnet. Für $\omega_z > \omega_{x,y}$ hingegen liegt der Kristall in der radialen Ebene ohne ausgezeichnete Richtung. Im vorliegenden Experiment wird die axiale Fallenfrequenz durch das Verändern der



Abbildung 4.5: Oben: Aufnahme eines großen Ionenkristalles aus etwa 100 Ionen. Unten links: Ein Ion in der Mitte, um das sich ein zweites bewegt. Unten mitte: Zwei Ionen auf einer kreisförmigen Bahn. Unten rechts: Vier Ionen, von denen zwei auf einer Kreisbahn die beiden anderen Ionen umlaufen.

Endkappenspannung variiert. Für Endkappenspannungen von 500-600 V und einer RF-Amplitude von 150 V ist zu erwarten, dass $\omega_z = \omega_{x,y}$ gilt. Abbildung 4.5 (unten) zeigt drei verschiedene Ionenkristalle, bei denen die Endkappenspannung von links nach rechts zunimmt. Im linken Bild ist die Differenz von radialer und axialer Fallenfrequenz nur noch gering, der radiale Einschluss also deutlich verkleinert, was zu der Kreisbahn des zweiten Ions führt. Bei dem Bild in der Mitte liegt höchstwahrscheinlich die vollständige Entartung der Fallenfrequenzen, $\omega_z = \omega_{x,y}$, vor. Im rechten Bild ordnen sich die Ionen in der Mitte in radialer Richtung an. Hier muss also offensichtlich $\omega_z > \omega_{x,y}$ gelten. Durch die Messungen kann dieser Übergang qualitativ gut erfasst werden, auch wenn es schwierig ist, bei diesen instabilen Konfigurationen die Fallenfrequenzen zu messen.

4.3 Lasercharakteristik

4.3.1 397 nm-Laser

Zur Bestimmung des Strahlradius im Fokus des 397 nm-Lasers wird die Endkappenspannung so weit reduziert, dass man eine lineare lonenkette ausreichender Länge er-
hält. Es wird darauf geachtet, dass die Fluoreszenz der mittleren Ionen nicht gesättigt ist. Der Abstand zwischen denjenigen Ionen, bei denen die Fluoreszenz auf $1/e^2$ des maximalen Wertes abgenommen hat, ist ein Maß für den Strahldurchmesser. Dieser Abstand beträgt $N = 209 \pm 10$ Pixel. Der Fehler resultiert daher, dass die Ionenposition nicht genau der Stelle entspricht, an der die Fluoreszenz $1/e^2$ beträgt. Mit einer Vergrößerung von V = 17,70 erhält man über $2w_0 = \frac{2 \cdot 16 \ \mu m}{V}$ als Abschätzung für den Strahldurchmesser den Wert $2w_0 = 188,92, \mu m$.

Die Sättigungsverbreiterung des Doppler- und Detektionsüberganges $4s_{1/2}$ - $4p_{1/2}$ zeigt sich deutlich in der gemessenen Fluoreszenz der Ionen. In Abbildung 4.6 ist eine solche Fluoreszenzmessung für unterschiedliche Wellenlängen und unterschiedliche Laserleistungen zu sehen. Man kann für alle Leistungen ein Lorentzprofil ausmachen, welches aber nur bis zur Hälfte aufgenommen werden kann. Für höhere Frequenzen werden diese Ionen auf dem Dopplerübergang nicht mehr gekühlt, sondern geheizt, und verlassen die Falle. Nach (Dem07) ist die Sättigungsverbreiterung im Wesentlichen vom Sättigungsparamter $S(\omega_0)$ bei der Zentralfrequenz ω_0 der Lorentzfunktion abhängig. Dieser Parameter lautet

$$S=rac{2\sigma(\omega_{0})I(\omega_{0})}{\hbar\omega_{0}A}$$
 ,

wobei $\sigma(\omega_0)$ der Querschnitt, $I(\omega_0)$ die zur Verfügung stehende Intensität, und *A* der Einstein-Koeffizient des Überganges ist. Die Intensität ergibt sich aus der Laserleistung *P* in mW und dem Strahlradius von 94, 46 μ m zu

$$I = rac{P \, [\mathsf{mw}] \, \cdot 10^{-3} \, \mathsf{W}}{\pi \cdot 94, 46^2 \cdot 10^{-8} \, \mathsf{cm}^2} = P \, [\mathsf{mw}] \cdot 3,57 rac{\mathsf{W}}{\mathsf{cm}^2} \, .$$

Den Querschnitt erhält man aus $\sigma(\omega_0) = \lambda(\omega_0)^2/4$ und $\lambda(\omega_0) = 396,95914$ nm zu $\sigma = 3,94 \cdot 10^{-10} \text{ cm}^2$. Der Einsteinkoeffizient ist durch die Lebensdauer $\tau = 7,105$ ns des Überganges gegeben: $A = 1/\tau$. Insgesamt erhält man für den Sättigungsparameter den geschlossen Ausdruck

$$S = P \,[\text{mw}] \cdot 399, 40$$
.

Die sättigungsverbreiterte Linienbreite $\delta \omega_s$ ist in diesem Fall durch die natürliche Lini-



Abbildung 4.6: Messung der Fluoreszenzwerte des Überganges $4s_{1/2}-4p_{1/2}$ gegen die Frequenz des Lasers für unterschiedliche Laserleistungen des 397 nm-Lasers. Auf der x-Achse entsprechen 350 MHz einer Wellenlänge von 396,95914 nm. Es ist eine Sättigungsverbreiterung der Linie zu sehen. Für größere Frequenzen wird das Ion nicht mehr gekühlt, und verlässt die Falle. An die jeweiligen Messwerte ist ein Lorentz-Profil angepasst. Einschub: Linienbreite in Abhängigkeit der Laserleistung. Die grüne Kurve zeigt die theoretischen Berechnungen.

enbreite $\delta \omega_0$ und den Sättigungsparameter gegeben:

$$\delta \omega_s = \delta \omega_0 \sqrt{1+S}$$
 .

Für die Linienbreite $\delta \nu_s$ im Frequenzraum ergibt sich schließlich der Ausdruck

$$\delta
u_s = 11,20\, extsf{MHz}\cdot \sqrt{1+P}\, extsf{[mw]}\cdot 399,40$$
 .

Der Einschub in Abbildung 4.6 zeigt diese theoretische Formel als Funktion der Laserleistung. Die Übereinstimmung mit den Linienbreiten, die man aus den angepassten Lorentzfunktionen erhält, ist sehr gut.

4.3.2 Umpumpen

In Kapitel 3.3 wurde bereits erwähnt, dass im Experiment vor der Rydberg-Anregung zunächst die Population in den Zustand $3d_{5/2}$ überführt werden muss. Das metastabile Niveau ist Ausgangspunkt der Anregung, welche auf Übergänge vom Typ $3d_{5/2}$ -np gestimmt ist. Die Effizienz des Umpumpens in den Zustand $3d_{5/2}$ ist maßgeblich für die Wahrscheinlichkeit einer erfolgreichen Rydberg-Anregung. Im Experiment ist der 393 nm-Laser für den Umpumpvorgang verantwortlich und soll deswegen hier untersucht werden. Die nachfolgenden Messungen bestehen aus Sequenzen, wie sie in





Abbildung 3.7 dargestellt sind. Lediglich Schritt (c) mit dem VUV-Laser wird ausgelassen.

Die Messung in Abbildung 4.7 gibt Aufschluss über die Abhängigkeit des Umpumpens von der Wellenlänge des 393 nm-Lasers. Es zeigt sich, dass die Umpumpeffizienz im Bereich von 393,47755 nm ein Maximum annimmt. Dieser Wert stimmt gut mit dem theoretischen Wert von 393,47751 nm für den Übergang $4s_{1/2} - 4p_{3/2}$ überein (siehe

Abbildung 2.11).

Ein weiteres wichtiges Merkmal des Umpumpens sind die Zeiträume, in denen die Population fast komplett überführt worden ist. Dazu wird bei der festen Wellenlänge von 393,47755 nm die Pulsdauer variiert und anschließend die Besetzung des Zustandes $3d_{5/2}$ gemessen. Die Belichtungszeit der Kamera wird möglichst klein gewählt, um den Einfluss spontanter Zerfälle aus $3d_{5/2}$ während der Detektion zu verringen. Bei einer Lebensdauer von ca. 1 s des Niveaus $3d_{5/2}$ und Belichtungszeiten von einigen ms beträgt der Einfluss von spontanen Zerfälle auf die Detektion weniger als 1 %. Zusätzlich wird überprüft, wie groß die Besetzung von $3d_{5/2}$ ist ohne einen Puls des 393 nm-Lasers ist. Mit einer Laserleistung von $450 \,\mu$ W und ausgeschaltetem AOM erhält man eine Wahrscheinlichkeit von 0,7 %. Ob dieser Fehler auf die falsche Unterscheidung von "hellen" und "dunklen" Ionen zurückzuführen ist, oder auf Restlicht des 393 nm-Lasers, kann an dieser Stelle nicht gesagt werden. Es bleibt aber festzuhalten, dass die AOM-Doppelpass-Konfiguration eine Unterdrückung des 393 nm-Lasers ermöglicht, welche die Schritte (c) und (d) der Messung kaum beeinflusst.

Zur Bestimmung des Fokus des 393 nm-Lasers wird die Position der fokussierenden Linse gegenüber der Umpumpwahrscheinlichkeit optimiert. Dieses Verfahren ermöglicht es, die Ionen ungefähr in dem Fokus des Lasers zu positionieren. Die Strahltaille ist hierbei größer als ein gefangener Ionenkristall. Für diese Konstellation wird die Umpumpeffizienz gegen die Pulsdauer gemessen. Die Ergebnisse sind in Abbildung 4.8 zu sehen. Es fällt auf, dass bei kurzen Pulsdauer schon hohe Umpumpeffizienzen erzielt werden können. Pulse von weniger als 1 μ s Dauer überführen bereits 50 % der Population in den Zustand $3d_{5/2}$. Die Pulsdauer ist nach unten durch die Taktrate der Digitalausgänge von 10 MHz und die internen Vorgänge im AOM beschränkt. Für eine festgelegte Pulsdauer von 5 μ s zeigt die Messung der Umpumpeffienz für unterschiedliche Laserleistungen, dass bei Laserleistungen von mehr als 75 μ W Wahrscheinlichkeiten von mehr als 80% erreicht werden.

Im Inertialisierungsschritt (a) des Experimentes muss die Population wieder in den Grundzustand überführt werden. Dies geschieht mittels des 854 nm-Lasers, dessen Wellenlänge dem Übergang $3d_{5/2}$ - $4p_{3/2}$ entspricht. Abbildung 4.9 zeigt eine Messung der Besetzung des Zustandes $3d_{5/2}$ gegenüber der Pulsdauer des Lasers bei 854 nm. Vor der Messung ist die Population mit einem Puls des 393 nm-Lasers fast komplett in diesen Zustand überführt worden. Für die Leistungen 400 μ W und 600 μ W sowie



Pumpeffizienz 393nm Laser (optimaler Fokus)

Abbildung 4.8: Messung der Umpumpeffizienz in den Zustand $3d_{5/2}$ mit unterschiedlichen Pulslängen bei einer Laserleistung von 450 μ W des 393 nm-Lasers. Die Ionen befinden sich ungefähr im Fokus des Lasers. Einschub: Messung der Umpumpeffizienz bei einer Pulslänge von 5 μ s für unterschiedliche Wellenlängen. Ein Messpunkt entspricht 1000 Messungen. Die Belichtungszeit beträgt 2 ms.

Pulszeiten von mehr als 100 μ s kann man davon sprechen, dass die Population wieder fast ausschließlich im Grundzustand vorliegt. Eine Dauer von 100 μ s entspricht auch dem in den Sequenzen verwendeten Zeitraum für Schritt (a). Für eine Pulsdauer von 2 ms liegt der Grundzustand mit einer Wahrscheinlichkeit von >99,9 % vor. Bei einer Laserleistung von 188 μ W sind längere Pulszeiten für vergleichbare Werte nötig.

4.4 Doppelionisation

In Kapitel 3.3.1 wurde bereits die Möglichkeit der Doppelionisation von ⁴⁰Ca zu ⁴⁰Ca⁺⁺ diskutiert. Der Vierwellenmischprozess des VUV-Lasers erzeugt bei Einbeziehung des Niveaus n = 12 von Quecksilber Laserlicht, welches Übergänge jenseits des Ionisationsschwelle von ⁴⁰Ca⁺ ermöglicht. In der ersten Phase des Experiments ist der VUV-



Abbildung 4.9: Entvölkerung des Zustandes $3d_{5/2}$ mit der Pulsdauer des 854 nm-Lasers und unterschiedlichen Laserleistungen. Zuvor wurde die Population mit einem 3 ms langen Puls des 393 nm-Lasers bei einer Leistung von 400 μ W fast komplett in den Zustand $3d_{5/2}$ überführt. Ein Messpunkt entspricht 100 Einzelmessungen. Einschub: Wahrscheinlichkeiten für 1000 Einzelmessungen.

Laser auf solche Wellenlängen eingestellt, um einen Nachweis der Wechselwirkung von VUV-Laser und Ionen zu erzielen. Der Laser ist dabei so in die Ionenfalle eingekoppelt, dass man ein Signal auf dem Photomultiplier erhält. Das heißt, der Laserstrahl durchquert die Löcher auf beiden Endkappen. Dieses Signal wird durch Verschieben der VUV-Linse optimiert, so dass man davon ausgehen kann, axial entlang der Symmetrieachse einzukoppeln. Die Erwartungen an die Doppelionisation sind, dass das betreffende Ion dunkel erscheint, und aufgrund seiner größeren Ladung Einfluss auf die anderen Ionen nimmt. Eine solche Beobachtung wurde für einen Kristall aus drei Ionen gemacht. Abbildung 4.10 zeigt die entsprechende Aufnahme. Links ist ein normaler Ionenkristall zu sehen. Rechts ist der Ionenkristall zu sehen, nachdem er dem VUV-Laser ausgesetzt wurde. Das Ion in der Mitte ist dunkel. Ebenfalls hat sich der Abstand verändert. Im linken Bild beträgt der axiale Abstand der beiden Ionen etwa 45 Pixel. Bei einer Vergrößerung von 17,7 und einer Pixelgröße von $16 \,\mu$ m erhält man als Abschätzung für den Abstand $d_1 = 40, 7 \,\mu$ m. Der Abstand auf dem rechten Bild beträgt hingegen $d_2 = 45, 2 \,\mu$ m. Das Verhältnis der beiden Abstände ist also $d_2/d_1 = 1, 11$. Es gibt einige andere Quellen für Dunkelionen, wie z.B. andere Kalzium-Isotope, an-



Abbildung 4.10: Links: Aufnahme dreier Ionen in einer Kette. Der axiale Abstand zwischen den äußeren Ionen beträgt etwa 40, 7 μm. Rechts: Aufnahme dreier Ionen, bei denen das mittlere "dunkel" ist (angedeutet durch die roten Kästen). Der Abstand der beideren äußeren Ionen beträgt etwa 45, 2 μm. Die Vergrößerung des Abstandes könnte ein Hinweis auf Doppelionisation sein.

dere Elemente oder Moleküle. Solche Dunkelionen beobachtet man häufiger, aber sie nehmen keinen Einfluss auf den Abstand der anderen Ionen. Diese Tatsache spricht dafür, dass die Doppelionisation gelungen ist. Für einen eindeutigen Nachweis, und für eine Interpretation des Abstandverhältnisses von 1,11, müssen weitere theoretische und experimentelle Untersuchungen erfolgen.

5 Ausblick

5.1 Experimentelle Weiterentwicklung

Magnetfeld für Zeeman-Aufspaltung, Pumpschema zum deterministischen Umpumpen in Zeeman-Niveau trotz unbekannter Polarisation des Lasers

Cavity mit Pound-Drever-Hall-Stabilisierung

Hollow-Core-Fiber für VUV-Anregung für weitere Rydberg-Niveaus

729er für direkte Anregung in $3D_{5/3}$

5.2 Mögliche Anwendungen von Rydberg-Ionen

5.2.1 Spin-Dynamik

Der Hamiltonian (2.69) der Ionen einer linearen Kette weist eine starke Analogie zu Spin-Systemen auf. Die Terme, die linear in den Spin-Operatoren $S_x^{(i)}$, $S_y^{(i)}$ und $S_z^{(i)}$ sind, können als Wechselwirkung einer Reihe von Spins mit einem inhomogenen Magnetfeld interpretiert werden. Die quadratischen Terme hingegen stellen eine ferromagnetische Heisenberg-Kette mit Austauschwechselwirkung $1/R^3$ dar. Dementsprechend ähneln $S_x^{(i)}S_x^{(j)}$ und $S_y^{(i)}S_y^{(j)}$ resonanten Dipol-Dipol-Termen aus neutralen Systemen, wohingegen $S_z^{(i)}S_z^{(j)}$ als Wechselwirkung statischer Dipole interpretiert werden kann.

Der Hamiltonian (2.69) eignet sich folglich zur Simulation der Dynamik in Spin-Systemen,

da zusätzlich die Zeitskalen dieser Dynamik in Bereichen einiger ns liegen, wohingegen die limitierenden Faktoren wie Elektron-Ion-Kopplung und Zerfall der Rydberg-Niveaus im Bereich mehrerer μ s stattfinden.

Eine weitere Anwendung von (2.69) ist die Realisierung von Quantenkommunikation, bei der in einer Spinkette auf einen Spin eine Information aufgeprägt wird, die sich innerhalb der Kette in einer bestimmten Zeitspanne ausbreitet. Ein Beispiel wäre die Situation, dass sich ein Ion am Ende der Kette im Zustand $|\uparrow\rangle = |n, s\rangle$ befindet, und alle anderen Ionen im Zustand $|\downarrow\rangle = |n, p\rangle$ verweilen. Die Zeitentwicklung dieses Systems ist dann wiederum durch (2.69) gegeben. Eine Simulation in (MLLZ08) zeigt, dass diese Ausgangssituation in einer Kette aus 10 Ionen dazu führt, dass nach einer Zeit von 3,2 ns die Anregung $|\uparrow\rangle$ mit einer Wahrscheinlichkeit von 89% auf das Ion an der anderen Seite der Kette übertragen wurde.

Ein weiterer Vorschlag in (MLLZ08) bezieht sich auf die Problematik, einen pi-Puls für die Anregung in ein Rydberg-Niveau zu bewerkstelligen. Ein solcher pi-Puls würde z.B. für die Initialisierung der Anregung $|\uparrow\rangle$ in der Spin-Kette benötigt. Eine Alternative dazu wäre, zwei Grundzustände durch fast-resonante Laser an Rydberg-Niveaus mit oszillierendem Dipol-Moment zu koppeln. Die Grundzustände könnten auf diese Weise ebenfalls ein entsprechendes Dipol-Moment erhalten, so dass man sich für Spin-Dynamik auf diese beschränken kann. Jedoch sind dann die entsprechenden Dipol-Momente kleiner, und die relevanten Zeitskalen dementsprechend länger.

5.2.2 Zwei-Qubit-Gatter

Mit Rydberg-Ionen sollte es möglich sein, ein "conditional-two-qubit"-Gatter zu realisieren, welches deutlich schneller als bereits vorhandene vergleichbare Ionen-Gatter ist. Ein solches Gatter soll die Funktion

$$|g_a\rangle_m|g_b\rangle_n \to e^{i(a-2)(b-2)\phi_{ent}}|g_a\rangle_m|g_b\rangle_n$$
 (5.1)

für zwei Grundzustände a, b = 1, 2 und Ionen m, n umsetzen. Das heißt, nur der Zustand $|g_1\rangle_m |g_1\rangle_n$ erhält eine relative Phase während der Gatteroperation. Die Qubits $|0\rangle$ und $|1\rangle$ sollen den Grundzuständen $|g_1\rangle_m$ and $|g_2\rangle_m$ des Ions m entsprechen. Ein Ansatz im Rahmen der Rydberg-Ionen ist in Abbildung 5.1 dargestellt. Der Zustand $|g_1\rangle_m$ wird an ein Rydberg-Niveau $|n, s\rangle$ durch einen fast-resonanten Laser mit



Abbildung 5.1: Schema der beteiligten Niveaus für das Zwei-Qubit-Gatter. Die Rabi-Frequenz $\Omega_s(t)$ und die Verstimmung $\Delta_s(t)$ der Rydberg-Anregung sind zeitabhängig. Die Rabi-Frequenz Ω_2 des Mikrowellenfeldes ist eine Konstante, die Verstimmung $\Delta_{2,m}$ hängt vom Ion ab. Fig. 8 aus (MLLZ08).

der zeitabhängigen Rabi-Frequenz $\Omega_s(t)$ und Verstimmung $\Delta_s(t) = \omega_s(t) - (E_{|n,s\rangle} - E_{|g_1\rangle})/\hbar$ gekoppelt. Gleichzeitig wird ein Mikrowellenfeld angelegt, welches die Zustände $|n, s\rangle$ und $|n, p\rangle$ mit Rabi-Frequenz Ω_2 und ionenabhängiger Verstimmung $\Delta_{2,m}$ koppelt. Da das Mikrowellenfeld mit Ω_1 nicht verwendet wird, gilt in (2.69) $\Omega_1 = 0$ und $\eta_m = 0$. Das Gatter soll durch Laserpulse realisiert werden, die langsam im Vergleich zu den Zeitskalen von Ω_s und Δ_s stattfinden. Denn in diesem Fall kann das System den Veränderungen durch die Laserpulse adiabatisch folgen. Für diesen Fall wird ein Teil der Besetzung der Zustände $|g_1\rangle_m$ und $|g_1\rangle_n$ in die jeweiligen Rydberg-Zustände überführt. Dort wechselwirken die Ionen mit resonanter Dipol-Dipol-Wechselwirkung und nehmen dadurch eine Phase

$$\phi_{\rm ent}(t) = \int_0^t \mathrm{d}\tau \left(\epsilon_{|g_1\rangle|g_1\rangle}(\tau) - \epsilon_{|g_1\rangle|g_2\rangle}(\tau) - \epsilon_{|g_2\rangle|g_1\rangle}(\tau) \right) \tag{5.2}$$

auf. Die Elemente $\epsilon_{|g_a\rangle_m|g_b\rangle_n}$ bezeichnen die Eigenenergien der Zustände, die adiabatisch aus den entsprechenden Grundzuständen hervorgegangen sind. Durch eine geeignete Wahl des Pulses kann die gewünschte Phase in (5.1) eingestellt werden. Der limitierende Faktor für diese Operation ist, dass der Vorgang adiabatisch stattzufinden hat. Dies führt dazu, dass die Dauer der Gate-Operation etwa $T = 100/\Omega_s^{(0)}$ betragen muss, und gleichzeitig deutlich kürzer als die Lebensdauer der beteiligten Rydberg-Niveaus sein soll.

5.2.3 Beeinflussung des Ionenkristalls durch lokale Anregung

In (LL12) wird ein Verfahren vorgestellt, mit welchem durch eine lokale elektronische Anregung eines Ions eine strukturelle Änderung eines Ionenkristalls herbeigeführt werden kann. Lineare Ketten aus Ionen in Paulfallen gehen ab einer bestimmten Länge in eine Zick-Zack-Anordnung über. Die entscheidende Größe hierfür ist durch das Verhältnis der Fallenfrequenzen gegeben: $\mathcal{A} = (\omega_z/\omega_\rho)^2$. Für Werte oberhalb des kritischen Parameters

$$\mathcal{A}_{\rm c} \approx 2.53 N^{-1.73} \tag{5.3}$$

geht das System von der linearen Anordnung in die Zick-Zack-Anordnung über. Die Idee ist nun, ein Ion dieser Kette in einen Rydberg-Zustand anzuregen. In Abschnitt 2.3.4 wurde bereits gezeigt, dass ein Rydberg-Ion eine andere Fallenfrequenz ω_{ρ} aufweist als ein Ion im Grundzustand. Ist diese Fallenfrequenz größer, so veringert sich die Größe \mathcal{A} . Fällt dieser Wert einer Zick-Zack-Anordnung sogar unterhalb von \mathcal{A}_c , so kann das System wieder in eine lineare Kette übergehen.

Bei der theoretischen Betrachtung dieser Systeme wird gegenüber der bisherigen Betrachtung der Parameter $0 < \varepsilon < 1$ eingeführt, welcher die axiale Symmetrie der Falle aufhebt und auf Fallenfrequenzen $\omega_X = \sqrt{2[\frac{e^2\alpha^2}{M\Omega^2} - e(1+\varepsilon)\beta]/M}$, $\omega_Y = \sqrt{2[\frac{e^2\alpha^2}{M\Omega^2} - e(1-\varepsilon)\beta]/M}$ und $\omega_Z = \sqrt{4e\beta/M}$ führt. In Kapitel 4 wird eine Messung vorgestellt, welche die Aufhebung der Entartung der radialen Frequenzen zeigt. Die Aufspaltung der radialen Frequenzen und damit der Parameter $0 < \varepsilon < 1$ kann sehr gut kontrolliert werden.

Ein Ion in einem Rydberg-Zustand erfährt ein verändertes Fallenpotential, welches durch zusätzliche Fallenfrequenzen gemäß $V_{add} = M(\omega_+^2 X^2 + \omega_-^2 Y^2)/2$ ausgedrückt werden kann. Die zusätzlichen Fallenfrequenzen erhält man aus (2.63):

$$\omega_{\pm} = rac{\sqrt{[8e^2(1\pmarepsilon)^2eta^2+4e^2lpha^2]\, {\cal V}_{
m Ie}^{(2)mm}}}{M}\,.$$

Exemplarisch wird nun ein Kristall aus drei Ionen betrachtet. Zur konkreten Berechnung wird ein Radiofrequenzfeld mit $\Omega = 2\pi \times 30$ MHz und ein Parameter $\varepsilon = 0.15$ angenommen. Aus \mathcal{A} ergibt sich ein kritischer Parameter β_0 des statischen Feldes für den Übergang zwischen Zick-Zack- und linearer Konfiguration für drei Ionen im Grundzustand. Die Anregung in eine Rydberg-Niveau ändert die Fallenfrequenzen und damit auch die kritische Fallenfrequenz $\beta_c(n)$, die somit zustandsabhängig ist. In Abbildung 5.2 ist dieser kritische Parameter für den Fall dargestellt, dass das mittlere Ion in ein Rydberg-Niveau angeregt wird. In den Parameterbereichen (a) und (c) unterscheiden sich die beiden aufgeführten Konfigurationen nicht. Im Bereich (b) hingegen führt die Rydberg-Anregung gleichzeitig zu einer Änderung der Kristallkonfiguration.



Abbildung 5.2: Die strukturelle Anordnung eines Drei-Ionen-Kristalls in Abhängigkeit von der statischen Feldstärke β . Es sind die Fälle dargestellt, dass sich alle Ionen im Grundzustand befinden, und dass das mittlere Ion in ein Rydberg-Niveau mit Quantenzahl n angeregt wurde. Im Bereich (b) ergeben sich für beide Konfigurationen unterschiedliche Strukturen. Fig. 2 aus (LL12).

Ein weiterer interessanter Aspekt ist der Einfluss einer solchen Rydberg-Anregung auf die externe Dynamik des Kristalles. Nach (2.66) ist die externe Dynamik von Grundzustand und Rydberg-Niveau durch

$$H_{ ext{vib}} = \sum_i \hbar \omega_i a_i^\dagger a_i P_- + \sum_j \hbar
u_j b_j^\dagger b_j P_+$$

gegeben. Hier bezeichnen a_i bzw. b_j die Vernichtungsoperatoren der Moden im Grundbzw. Rydberg-Zustand. Der Operator $P_{\mp} = (1 \mp \sigma_z)/2$ projiziert mit der Pauli-Matrix σ_z den Hamiltonian auf die jeweiligen Zustände.

Für die weitere Betrachtung soll angenommen werden, dass das mittlere Ion durch einen Laser mit Rabi-Frequenz $\Omega_{\rm L}$ und Frequenz $\Omega_{\rm l}$ in ein Rydberg-Niveau $nP_{1/2}$ angeregt wird. Der Gesamthamiltonian ist dann die Summe $H = H_{\rm vib} + H_{\rm L}$ aus externer Dynamik und Laseranregung

$$H_{
m L} = -rac{\hbar\delta}{2}\sigma_z + rac{\hbar\Omega_{
m L}}{2}\sum_{[n,m]} \left[A^{[m]}_{[n]}b^{\dagger}_{[m]}a_{[n]}\sigma^+ + {
m h.c.}
ight]\,.$$
 (5.4)

Die Auf- und Absteigeroperatoren $\sigma_{\pm} = 1/2(\sigma_x \pm i\sigma_y)$ beziehen sich auf den Grundund Rydberg-Zustand. Die Verstimmung $\hbar \delta = \hbar \omega_{\rm L} - (E_{nP_{1/2}} + \Delta E + E_{eT})$ besteht neben der elektronischen Energiedifferenz $E_{nP_{1/2}}$ aus der Energieänderung ΔE aufgrund des Konfigurationswechsels und der Ion-Fallen-Wechselwirkung $E_{\rm eT}$. Die Bezeichnungen [n] und [m] sind Multiindizes in den Phononenzahlen für Grund- und angeregten Zustand und dienen auch als Abkürzung in $(a/b)_{[n]}^{\dagger} = \prod_{i=1}^{3N} ((a/b)_i^{\dagger})^{n_i} / \sqrt{n_i!}$. Entscheidend für die Anregung ist der Franck-Condon-Faktor $A_{[n]}^{[m]}$, wie er auch in der Molekülphysik auftritt. Er gibt den Überlapp zwischen den Vibrationsniveaus der beteiligten Zustände an. Die Autoren zeigen, dass die Potentialfächen der beiden Zustände, die denen eines harmonischen Oszillators ähneln, signifikant gegeneinander verschoben sind. Diese Verschiebung liegt im Bereich der Oszillatorlänge, was starke mechanische Kräfte zur Folge hat. Der Grundzustand zeigt so große Frank-Condon-Faktoren mit hochangeregten Vibrationsniveaus der oberen Potentialfläche. Die Autoren zeigen in einem Beispiel auf, dass die Population des Vibrationsgrundzustandes der unteren Potentialfläche zu 97% in einen Rydberg-Zustand mit 11 Phononen gebracht werden kann. Das heißt, eine elektronische Anregung kann enormen Einfluss auf die mechanischen Eigenschaften eines Kristalles haben. Ein solcher Effekt tritt in Kristallen aus herkömmlichen Ionen nicht auf. Diese Besonderheit könnte z.B. für geometrische Quantengatter oder die Erzeugung nicht-klassischer Bewegungszustände genutzt werden.

6 Anhang



Abbildung 6.1: Konstantstromquelle für die Infrarot-Laser. Dieses Schema zeigt die Variante für die positive Stromversorgung. Bei der negativen Variante sind die entsprechenden Spannungsversorgungen, Transistoren und Kondensator durch ähnliche Komponenten entgegengesetzter Polung ausgetauscht worden.



Isolator, P: Polarisationsoptik. Die Schlitzblenden sind inzwischen gegen Schlitzblenden aus eloxiertem Aluminium ausgetauscht worden. Änderungen der Farbe eines Laserstrahles deuten an, dass hier Strahlen überlagert sind. Abbildung 6.2: Strahlengang der Laser zur Vakuumkammer. A: AOM, B: Schlitzblende, C: Strahlteiler, F: Faserkoppler, L: Linse, O: Optischer



Abbildung 6.3: Bild der Paulfalle mit elektrischen Kontaktierungen an den Durchführungen des oberen Flansches. Unten rechts: Paulfalle in der Vakuumkammer. Das Ofenrohr ist auf die Mitte der Falle ausgerichtet.

Literaturverzeichnis

- [ABZC⁺06] AFROUSHEH, K.; BOHLOULI-ZANJANI, P.; CARTER, J. D.; MUGFORD, A.; MARTIN, J. D. D.: Resonant electric dipole-dipole interactions between cold Rydberg atoms in a magnetic field. In: *Phys. Rev. A* 73 (2006), Juni, Nr. 6, 063403–. 3
- [ADTMP99] AKULIN, V M.; DE TOMASI, F; MOURACHKO, I; PILLET, P: Level-band problem and manybody effects in cold Rydberg atoms. In: *Physica D: Nonlinear Phenomena* 131 (1999), Nr. 1-4, 125–140. 3
 - [AVG98] ANDERSON, W. R. ; VEALE, J. R. ; GALLAGHER, T. F.: Resonant Dipole-Dipole Energy Transfer in a Nearly Frozen Rydberg Gas. In: *Phys. Rev. Lett.* 80 (1998), Januar, Nr. 2, 249–252. 2
 - [BDL⁺00] BARTON, P. A. ; DONALD, C. J. S. ; LUCAS, D. M. ; STEVENS, D. A. ; STEANE, A. M. ; STACEY, D. N.: Measurement of the lifetime of the $3d^2D_{5/2}$ state in ${}^{40}Ca^+$. In: *Phys. Rev.* A 62 (2000), August, Nr. 3, 032503–. 48
 - [BHK⁺00] BEIGE, A.; HUELGA, S. F.; KNIGHT, P. L.; PLENIO, M. B.; THOMPSON, R. C.: Coherent manipulation of two dipole-dipole interacting ions. In: *Journal of Modern Optics* 47 (2000), Februar, Nr. 2-3, 401–414. . – ISSN 0950–0340 10, 37
 - [BNB⁺10] BUTSCHER, B.; NIPPER, J.; BALEWSKI, J. B.; KUKOTA, L.; BENDKOWSKY, V.; LOW, R.; PFAU, T.: Atom-molecule coherence for ultralong-range Rydberg dimers. In: *Nat Phys* 6 (2010), Dezember, Nr. 12, 970–974. . – ISSN 1745–2473 4
 - [BSC02] BOISSEAU, Christophe ; SIMBOTIN, Ionel ; CÔTÉ, Robin: Macrodimers: Ultralong Range Rydberg Molecules. In: Phys. Rev. Lett. 88 (2002), März, Nr. 13, 133004–. 3, 4, 23
 - [BZPM07] BOHLOULI-ZANJANI, P.; PETRUS, J. A.; MARTIN, J. D. D.: Enhancement of Rydberg Atom Interactions Using ac Stark Shifts. In: *Phys. Rev. Lett.* 98 (2007), Mai, Nr. 20, 203005–. 35
 - [CBK⁺09] CHWALLA, M.; BENHELM, J.; KIM, K.; KIRCHMAIR, G.; MONZ, T.; RIEBE, M.; SCHINDLER,
 P.; VILLAR, A. S.; HÄNSEL, W.; ROOS, C. F.; BLATT, R.; ABGRALL, M.; SANTARELLI,
 G.; ROVERA, G. D.; LAURENT, Ph.: Absolute Frequency Measurement of the ⁴⁰Ca⁺

 $4s^2S_{1/2}$ - $3d^2D_{5/2}$ Clock Transition. In: *Phys. Rev. Lett.* 102 (2009), Januar, Nr. 2, 023002–. 48

- [Cen11] CENTER, Atomic Spectroscopy D.: *NIST Atomic Spectra Database*. Version: 2011 48, 65
- [CZ95] CIRAC, J. I.; ZOLLER, P.: Quantum Computations with Cold Trapped Ions. In: *Phys. Rev. Lett.* 74 (1995), Mai, Nr. 20, 4091–4094. 9
- [DB00] DREWSEN, M.; BRONER, A.: Harmonic linear Paul trap: Stability diagram and effective potentials. In: *Phys. Rev. A* 62 (2000), September, Nr. 4, 045401–. 97
- [DBH⁺98] DREWSEN, M. ; BRODERSEN, C. ; HORNEKAER, L. ; HANGST, J. S. ; SCHIFFFER, J. P.: Large lon Crystals in a Linear Paul Trap. In: *Phys. Rev. Lett.* 81 (1998), Oktober, Nr. 14, 2878–2881. 96
 - [DD66] DALGARNO, A. ; DAVISON, W.D.: The Calculation of Van Der Waals Interactions. Version: 1966. . Academic Press, 1966. – ISSN 0065–2199, 1–32 20
 - [Dem07] DEMTRÖDER, Wofgang: Laserspektroskopie Grundlagen und Techniken. Springer Berlin / Heidelberg, 2007 99
 - [Deu07] DEUSCHLE, Thomas W.: *Kalte Ionenkristalle in einer segmentierten Paul-Falle*, Fakultät für Naturwissenschaften der Universität Ulm, Diss., 2007 83
- [DHK⁺01] DREVER, R. W. P. ; HALL, J. L. ; KOWALSKI, F. V. ; HOUGH, J. ; FORD, G. M. ; MUNLEY, A. J. ; WARD, H.: Laser phase and frequency stabilization using an optical resonator. . Version: 1983-06-01 71
- [DSW06] DRAKOUDIS, A. ; SÄLLNER, M. ; WERTH, G.: Instabilities of ion motion in a linear Paul trap. In: International Journal of Mass Spectrometry 252 (2006), Mai, Nr. 1, 61–68. . – ISSN 1387–3806 97
 - [För65] FÖRSTER, T: Delocalized excitation and excitation transfer. In: SINANOGLU, O. (Hrsg.): Modern Quantum Chemistry Bd. 3. Academic Press Inc., New York, 1965, S. 93–137 33
 - [Gal88] GALLAGHER, T F.: Rydberg Atoms. In: *Reports on Progress in Physics* 51 (1988), Nr. 2, S. 143 13
 - [Gal05] GALLAGHER, T.F.: Rydberg Atoms. Cambridge University Press, 2005 1, 2, 13
- [GMW⁺09] GAETAN, Alpha ; MIROSHNYCHENKO, Yevhen ; WILK, Tatjana ; CHOTIA, Amodsen ; VITEAU, Matthieu ; COMPARAT, Daniel ; PILLET, Pierre ; BROWAEYS, Antoine ; GRANGIER, Philippe:

Observation of collective excitation of two individual atoms in the Rydberg blockade regime. In: *Nat Phys* 5 (2009), Februar, Nr. 2, 115–118. . – ISSN 1745–2473 5, 6, 7

- [Gul03] GULDE, Stephan T.: *Experimental Realization of Quantum Gates and the Deutsch-Jozsa Algorithm with Trapped* ⁴⁰*Ca*⁺ *Ions*, Leopold-Franzens-Universität Innsbruck, Diss., 2003 86
- [HHR⁺05] HAFFNER, H.; HANSEL, W.; ROOS, C. F.; BENHELM, J.; KAR, D. Chek-al; CHWALLA, M.; KORBER, T.; RAPOL, U. D.; RIEBE, M.; SCHMIDT, P. O.; BECHER, C.; GUHNE, O.; DUR, W.; BLATT, R.: Scalable multiparticle entanglement of trapped ions. In: *Nature* 438 (2005), Dezember, Nr. 7068, 643–646. . – ISSN 0028–0836 9
 - [Jam15] JAMES, D.F.V.: Quantum dynamics of cold trapped ions with application to quantum computation. Version: 1998-02-15 81
- [JCZ⁺00] JAKSCH, D. ; CIRAC, J. I. ; ZOLLER, P. ; ROLSTON, S. L. ; CÔTÉ, R. ; LUKIN, M. D.: Fast Quantum Gates for Neutral Atoms. In: *Phys. Rev. Lett.* 85 (2000), September, Nr. 10, 2208–2211. 7, 8, 26
 - [KBD⁺] KOLBE, Daniel ; BECZKOWIAK, Anna ; DIEHL, Thomas ; KOGLBAUER, Andreas ; SATTLER, Matthias ; STAPPEL, Matthias ; STEINBORN, Ruth ; WALZ, Jochen: *A reliable cw Lyman-α laser source for future cooling of antihydrogen.* 10, 62
- [KBD⁺11] KOLBE, D. ; BECZKOWIAK, A. ; DIEHL, T. ; KOGLBAUER, A. ; MÜLLERS, A. ; SCHEID, M. ; STAPPEL, M. ; STEINBORN, R. ; WALZ, J.: Continuous Lyman-alpha generation by fourwave mixing in mercury for laser cooling of antihydrogen. In: *Can. J. Phys.* 89 (2011), Januar, Nr. 1, 25–28. . – ISSN 0008–4204 10, 62, 63
 - [Kni38] KNIPP, Julian K.: Quadrupole-Quadrupole Interatomic Forces. In: Phys. Rev. 53 (1938), Mai, Nr. 9, 734–745. 22
 - [KS12] KOLBE, Daniel ; STAPPEL, Matthias: Persönliche Kommunikation. 2012. freundlicherweise zur Verfügung gestellt 64, 66
- [LBMW03] LEIBFRIED, D.; BLATT, R.; MONROE, C.; WINELAND, D.: Quantum dynamics of single trapped ions. In: *Rev. Mod. Phys.* 75 (2003), März, Nr. 1, 281–324. 9, 61
- [LFC⁺01] LUKIN, M. D. ; FLEISCHHAUER, M. ; COTE, R. ; DUAN, L. M. ; JAKSCH, D. ; CIRAC, J. I. ; ZOLLER, P.: Dipole Blockade and Quantum Information Processing in Mesoscopic Atomic Ensembles. In: *Phys. Rev. Lett.* 87 (2001), Juni, Nr. 3, 037901–. 8
 - [LH93] LIBBRECHT, K. G. ; HALL, J. L.: A low-noise high-speed diode laser current controller. In: *Rev. Sci. Instrum.* 64 (1993), August, Nr. 8, 2133–2135. 71

- [LL12] LI, Weibin ; LESANOVSKY, Igor: Electronically Excited Cold Ion Crystals. In: *Phys. Rev. Lett.* 108 (2012), Januar, Nr. 2, 023003–. 110, 111
- [Lon30] LONDON, F.: Zur Theorie und Systematik der Molekularkräfte. In: Zeitschrift für Physik A Hadrons and Nuclei 63 (1930), Nr. 3, 245–279. . – ISSN 0939–7922 20
- [LPR⁺11] LI, W. ; POHL, T. ; ROST, J. M. ; RITTENHOUSE, Seth T. ; SADEGHPOUR, H. R. ; NIPPER, J. ; BUTSCHER, B. ; BALEWSKI, J. B. ; BENDKOWSKY, V. ; LÖW, R. ; PFAU, T.: A Homonuclear Molecule with a Permanent Electric Dipole Moment. In: *Science* 334 (2011), November, Nr. 6059, 1110–1114. 5
 - [Mar97] MARINESCU, M.: Dispersion coefficients for the nP-nP asymptote of homonuclear alkalimetal dimers. In: *Phys. Rev. A* 56 (1997), Dezember, Nr. 6, 4764–4773. 23
- [MCV⁺11] MANINI, P. (Hrsg.); CONTE, A. (Hrsg.); VIALE, L. (Hrsg.); BONUCCI, A. (Hrsg.); SIVIERO,
 F. (Hrsg.); CARUSO, L. (Hrsg.); SAES (Veranst.): A novel approach in UHV pumping of accelerators: the NEXTORR pumps. 2011 (Proceedings of IPAC2011) 57
 - [MD95] MARINESCU, M. ; DALGARNO, A.: Dispersion forces and long-range electronic transition dipole moments of alkali-metal dimer excited states. In: *Phys. Rev. A* 52 (1995), Juli, Nr. 1, 311–328. 28, 29
 - [MK74] MILONNI, P. W.; KNIGHT, P. L.: Retardation in the resonant interaction of two identical atoms. In: *Phys. Rev. A* 10 (1974), Oktober, Nr. 4, 1096–1108. 38
 - [MLG04] MOURACHKO, I. ; LI, Wenhui ; GALLAGHER, T. F.: Controlled many-body interactions in a frozen Rydberg gas. In: *Phys. Rev. A* 70 (2004), September, Nr. 3, 031401–. 2
- [MLLZ08] MÜLLER, Markus ; LIANG, Linmei ; LESANOVSKY, Igor ; ZOLLER, Peter: Trapped Rydberg ions: from spin chains to fast quantum gates. In: *New Journal of Physics* 10 (2008), Nr. 9, 093009–. – ISSN 1367–2630 10, 36, 39, 40, 45, 46, 47, 48, 108, 109
 - [MM49] MOTT, N.F.; MASSEY, H.S.W.: The theory of atomic collisions. 2. Clarendon Press, 1949 (Bd. 1) 1, 30
 - [MS59] MACALPINE, W.W.; SCHILDKNECHT, R.O.: Coaxial Resonators with Helical Inner Conductor. In: Proceedings of the IRE 47 (1959), S. 2099 85
- [MSB⁺11] MONZ, Thomas ; SCHINDLER, Philipp ; BARREIRO, Julio T. ; CHWALLA, Michael ; NIGG, Daniel ; COISH, William A. ; HARLANDER, Maximilian ; HÄNSEL, Wolfgang ; HENNRICH, Markus ; BLATT, Rainer: 14-Qubit Entanglement: Creation and Coherence. In: *Phys. Rev. Lett.* 106 (2011), März, Nr. 13, 130506–. 9

- [Nie85] NIEMAX, Kay: Transition from second- to first-order dipole-dipole interaction in the excited EuSr molecule. In: *Phys. Rev. Lett.* 55 (1985), Juli, Nr. 1, 56–58. 30
- [Ott12] OTT, Konstantin: Realisierung eines Zwei-Ionen-Quantengatters, Johannes Gutenberg-Universität Mainz, Diss., 2012 94, 95
- [Pas08] PASCHOTTA, Rüdiger: Encyclopedia of Laser Physics and Technology. 1. Wiley-VCH Verlag, 2008 69, 70
- [Pau90] PAUL, Wolfgang: Electromagnetic traps for charged and neutral particles. In: *Rev. Mod. Phys.* 62 (1990), Juli, Nr. 3, 531–540. 9, 51
- [Pos10] POSCHINGER, Ulrich: *Quantum Optics Experiments in a Microstructured Ion Trap*, Universität Ulm, Diss., 2010 51
- [Pri11] PRITCHARD, David Jonathan: Cooperative Optical Non-linearity in a blockaded Rydberg Ensemble, Durham University, Diss., 2011 16, 32
- [PRSG02] PROTSENKO, I. E.; REYMOND, G.; SCHLOSSER, N.; GRANGIER, P.: Operation of a quantum phase gate using neutral atoms in microscopic dipole traps. In: *Phys. Rev. A* 65 (2002), April, Nr. 5, 052301–. 8
 - [Rot03] ROTTER, Daniel: *Photoionisation von Kalzium*, Leopold-Franzens-Universit[®]at Innsbruck, Diss., 2003 60
- [RWE⁺95] RICCI, L. ; WEIDEMÜLLER, M. ; ESSLINGER, T. ; HEMMERICH, A. ; ZIMMERMANN, C. ; VULETIC, V. ; KÖNIG, W. ; HÄNSCH, T.W.: A compact grating-stabilized diode laser system for atomic physics. In: *Optics Communications* 117 (1995), Juni, 541–549. . – ISSN 0030–4018 67
 - [Sch09] SCHULZ, Stephan A.: Scalable Microchip Ion Traps for Quantum Computation, Fakultät für Naturwissenschaften der Universität Ulm, Diss., 2009 80
 - [Sch10] SCHNITZLER, Wolfang: Deterministic ultracold ion source targeting the Heisenberg limit, Fakultät der Naturwissenschaften der Universität Ulm, Diss., 2010 80, 82, 88
- [SKFK⁺11] SCHMIDT-KALER, F ; FELDKER, T ; KOLBE, D ; WALZ, J ; MÜLLER, M ; ZOLLER, P ; LI, W ; LESANOVSKY, I: Rydberg excitation of trapped cold ions: a detailed case study. In: *New Journal of Physics* 13 (2011), Nr. 7, 075014–. . – ISSN 1367–2630 10, 18, 19, 39, 45, 62, 64, 65
- [SKHR⁺03] SCHMIDT-KALER, Ferdinand ; HAFFNER, Hartmut ; RIEBE, Mark ; GULDE, Stephan ; LAN-CASTER, Gavin P. T. ; DEUSCHLE, Thomas ; BECHER, Christoph ; ROOS, Christian F. ;

ESCHNER, Jurgen ; BLATT, Rainer: Realization of the Cirac-Zoller controlled-NOT quantum gate. In: *Nature* 422 (2003), März, Nr. 6930, 408–411. . – ISSN 0028–0836 9

- [SM] SANSONETTE, J. E. ; MARTIN, W. C. ; NATIONAL INSTITUTE OF STANDARDS AND TECH-NOLOGY (Hrsg.): Handbook of Basic Atomic Spectroscopic Data. National Institute of Standards and Technology 48
- [SMM⁺11] SERTORE, Daniele (Hrsg.); MICHELATO, Paolo (Hrsg.); MONACO, Laura (Hrsg.); PAOLO, Manini (Hrsg.); SIVIERO, Fabrizio (Hrsg.); SAES (Veranst.): Use of NEG pumps to ensure long term performances of high quantum efficiency photocathodes. 2011 (Proceedings of IPAC2011) 57
- [SPM⁺10] SINGER, Kilian ; POSCHINGER, Ulrich ; MURPHY, Michael ; IVANOV, Peter ; ZIESEL, Frank ; CALARCO, Tommaso ; SCHMIDT-KALER, Ferdinand: Colloquium: Trapped ions as quantum bits: Essential numerical tools. In: *Rev. Mod. Phys.* 82 (2010), September, Nr. 3, 2609– 2632. 53
 - [SSZ15] SCHLÖDER, U.; SILBER, C.; ZIMMERMANN, C.: Photoassociation of heteronuclear lithium. In: Applied Physics B: Lasers and Optics 73 (2001-12-15), Nr. 8, 801–805. . – ISSN 0946–2171 30, 31
 - [SW02] SAFFMAN, M.; WALKER, T. G.: Creating single-atom and single-photon sources from entangled atomic ensembles. In: *Phys. Rev. A* 66 (2002), Dezember, Nr. 6, 065403–. 7, 9
- [SWM10] SAFFMAN, M.; WALKER, T. G.; MÃ,LMER, K.: Quantum information with Rydberg atoms. In: *Rev. Mod. Phys.* 82 (2010), August, Nr. 3, 2313–2363. 1
- [TFS⁺04] TONG, D.; FAROOQI, S. M.; STANOJEVIC, J.; KRISHNAN, S.; ZHANG, Y. P.; CÔTÉ, R.; EYLER, E. E.; GOULD, P. L.: Local Blockade of Rydberg Excitation in an Ultracold Gas. In: *Phys. Rev. Lett.* 93 (2004), August, Nr. 6, 063001–. 3, 4, 27
 - [The84] THEODOSIOU, Constantine E.: Lifetimes of alkali-metal atom Rydberg states. In: *Phys. Rev. A* 30 (1984), Dezember, Nr. 6, 2881–2909. 16, 17
- [TPM⁺11] TANASITTIKOSOL, M ; PRITCHARD, J D. ; MAXWELL, D ; GAUGUET, A ; WEATHERILL, K J. ; POTVLIEGE, R M. ; ADAMS, C S.: Microwave dressing of Rydberg dark states. In: *Journal* of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics 44 (2011), Nr. 18, 184020–. . – ISSN 0953–4075 35
 - [UIm10] ULM, Stefan: Spektroskopie gemischter Ionenkristalle, Institut für Quanteninformationsverarbeitung, Diss., 2010 96
- [VVZ⁺06] VOGT, Thibault ; VITEAU, Matthieu ; ZHAO, Jianming ; CHOTIA, Amodsen ; COMPARAT,

Daniel ; PILLET, Pierre: Dipole Blockade at Förster Resonances in High Resolution Laser Excitation of Rydberg States of Cesium Atoms. In: *Phys. Rev. Lett.* 97 (2006), August, Nr. 8, 083003–. 3

- [Wie11] WIENS, Alex: *Detection of Qubit Registers in a Micro Trap*, Johannes Gutenberg Universität Mainz, Diss., 2011 83
- [WML⁺10] WEIMER, Hendrik ; MULLER, Markus ; LESANOVSKY, Igor ; ZOLLER, Peter ; BUCHLER, Hans P.: A Rydberg quantum simulator. In: *Nat Phys* 6 (2010), Mai, Nr. 5, 382–388. . – ISSN 1745–2473 8
 - [WS05] WALKER, Thad G. ; SAFFMAN, Mark: Zeros of Rydberg-Rydberg Förster interactions. In: Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics 38 (2005), Nr. 2, S309–. . – ISSN 0953–4075 27
 - [WS08] WALKER, Thad G. ; SAFFMAN, M.: Consequences of Zeeman degeneracy for the van der Waals blockade between Rydberg atoms. In: *Phys. Rev. A* 77 (2008), März, Nr. 3, 032723–. 24, 25, 33, 34
- [YBDD96] YAN, Zong-Chao; BABB, James F.; DALGARNO, A.; DRAKE, G. W. F.: Variational calculations of dispersion coefficients for interactions among H, He, and Li atoms. In: *Phys. Rev.* A 54 (1996), Oktober, Nr. 4, 2824–2833. 27, 29
 - [ZB61] ZVEREV, A. I.; BLINCHIKOFF, H. J.: Realization of a Filter with Helical Component. In: *IRE Transactions on component parts* 8 (1961), S. 99 85, 86
 - [ZM07] ZHANG, J.-Y.; MITROY, J.: Long-range dispersion interactions. I. Formalism for two heteronuclear atoms. In: *Phys. Rev. A* 76 (2007), August, Nr. 2, 022705–. 29, 31, 33
- [ZYV⁺06] ZHANG, J.-Y.; YAN, Z.-C.; VRINCEANU, D.; BABB, J. F.; SADEGHPOUR, H. R.: Long-range interactions for He(nS)-He(n'S) and He(nS)-He(n'P). In: *Phys. Rev. A* 74 (2006), Juli, Nr. 1, 014704–. 29