

Realisierung eines Zwei-Ionen-Quantengatters

Diplomarbeit vorgelegt von

Konstantin Ott

zur Erlangung des akademischen Grades

Diplom-Physiker



Institut für Physik

Johannes Gutenberg-Universität, Mainz

10. Januar 2012

1. Prüfer: Prof. Dr. Ferdinand SCHMIDT-KALER

2. Prüfer: Prof. Dr. Jochen WALZ

Abstract

For the realisation of a quantum processor based on trapped ions, it is necessary to prepare the ions in entangled states. Furthermore a promising route to scalability is provided by means of transporting the ions in a segmented micro-trap to create and use entangled states of many qubits.

In this diploma thesis, the implementation and performance of a geometric phase gate is described. This gate is one of the essential elements of a quantum computer because of its ability to entangle a two-ion crystal.

In the experiment we trap $^{40}\text{Ca}^+$ ions in a microstructured segmented Paul trap. During the work done for this thesis we succeeded in generating a geometric phase of $\Phi = \frac{\pi}{2}$, which is necessary for the creation of a maximally entangled state. By accomplishing this, we were able to produce the first entangled two-ion crystal in our group. The achieved fidelity with the maximally entangled state $|\Phi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(e^{0,35i}|\downarrow\downarrow\rangle - e^{-0,35i}|\uparrow\uparrow\rangle)$ can be calculated to $F=64\%$. The entanglement of formation could be calculated from a tomographically reconstructed density matrix and is determined to be $E_f = 0,19(7)$.

The entanglement was attained by the detailed analysis and reduction of the possible error sources, which reduce the gate-fidelity. Amongst others, the position of the ions, the influence of the used lasers and any uncontrolled changes of the motional state. By a careful choice of the parameters the noise- and decoherence effects could be minimised. These studies provide further possibility to increase the fidelity of the gate in the future.

Moreover it was possible to realise a fast shuttling operation of the ion crystal between two trap segments, which is an essential building block for scalable ion-trap-based quantum processing. Here we crossed a distance of $2 \cdot 280\mu\text{m}$ in only $8,4\mu\text{s}$, which is fast, if one takes the oscillation period in the trap potential of $T \approx 0,7\mu\text{s}$ into account. From this we see that the ions

perform less than 12 oscillations during the transport time.

This experiment should only serve as a prove of principle, but showed in the first attempt a loss of the parity contrast of only $\approx 22\%$. This loss seems to be primarily generated by the influence of the transport on the state-detection and could be minimized by a optimisation of the critical parameters.

The trap parameters used in the transport-experiments are determined by a program for the calculation of electrostatic fields in microstructured ion traps, developed in the group. By implementing an alternative procedure of the data provided by the program, it was possible to obtain precise predictions about the radial oscillation modes, which are presented and verified with experimental data in this thesis.

The future task is the repetition of the presented transport-experiments now with entangled ions. This will be extendable to a separation of the two entangled ions, which will lead, in combination with an increased gate fidelity to multi-qubit operations generated by gates like the one introduced in this thesis.

Zusammenfassung

Für die von uns verfolgte Realisierungsmöglichkeit eines Quantenprozessors ist es notwendig, Ionen mit Laserpulsen in verschränkten Zuständen zu präparieren. Um die Skalierbarkeit des Quantencomputers zu gewährleisten, müssen die verschränkten Ionen desweiteren in einer segmentierten Mikro-Ionen-Falle transportiert werden, um verschränkte Zustände von vielen Quantenbits erzeugen und nutzen zu können.

In dieser Diplomarbeit wird die Implementierung eines geometrischen Phasengatters beschrieben und durchgeführt, welches ein zentrales Element des Quantencomputers darstellt, da es zu einer Verschränkung eines Zwei-Ionen-Kristalls führt.

In dem Experiment werden $^{40}\text{Ca}^+$ Ionen in einer mikrostrukturierten segmentierten Paulfalle gefangen und im harmonischen Einschlusspotential durch Wechselwirkung mit Laserlicht bis in den Grundzustand der Bewegung gekühlt, woraufhin mit Laserpulsen quantenlogische Operationen durchgeführt werden können. Im Rahmen dieser Arbeit ist es durch Manipulation des Bewegungszustands der Ionen gelungen, die für die Verschränkung notwendige geometrische Phase von $\Phi = \frac{\pi}{2}$ zu generieren, womit erstmals in unserer Gruppe eine Verschränkung eines Zwei-Ionen-Kristalls erreicht werden konnte. Die erreichte Fidelität mit dem maximal verschränkten Zustand $|\Phi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (e^{0,35i} |\downarrow\downarrow\rangle - e^{-0,35i} |\uparrow\uparrow\rangle)$ beträgt $F=64\%$. Weiterhin konnte aus einer tomographischen Rekonstruktion der Dichtematrix, welche den verschränkten Zustand beschreibt, das *entanglement of formation* als Maß der Verschränkung berechnet werden, wobei hier ein Wert von $E_f = 0,19(7)$ erreicht werden konnte, der ein klarer Beweis für die quantenmechanische Verschränkung der beiden Ionen ist.

Die Verschränkung konnte durch die Reduktion der in dieser Arbeit untersuchten Störeffekte erreicht werden, welche die Gatterfidelität beeinträchtigen. Darunter fallen unter anderem die Positionierung der Ionen, Einflüsse

der verwendeten Laser sowie unkontrollierte Änderungen des Bewegungszustandes. Durch sorgfältige Wahl der Parameter konnten diese Stör- und Dekohärenzeffekte minimiert werden. Weiterhin erlauben die Studien die Fidelität des Quantengatters in Zukunft weiter zu verbessern.

Mit dem in unserer Gruppe entwickelten Multikanal-Spannungsgenerator war es zudem möglich, den Ionenkristall schnell zu transportieren, was eine unerlässliche Grundlage für die Realisierung eines skalierbaren Quantencomputers darstellt, da der Transport verschiedene Prozessor-Regionen verbindet und somit die Skalierung erst ermöglicht. Der Ionenkristall wurde in $8,4\mu\text{s}$ über eine Distanz von $2 \cdot 280\mu\text{m}$ zwischen zwei benachbarten Fallensegmenten bewegt, was, gemessen an der Dauer $T \approx 0,7\mu\text{s}$ der Oszillationsperiode im Fallenpotential, einem sehr schnellen Transport entspricht. Dies sorgt dafür, dass die Ionen während der Transportzeit weniger als 12 komplette Schwingungen im Fallenpotential vollführen. Dieses Experiment sollte nur die prinzipielle Machbarkeit demonstrieren, zeigte aber schon im ersten Anlauf einen nur geringen Verlust des Paritätskontrastes um $\approx 22\%$. Der Verlust wird aktuell vor allem auf den Einfluss des Transports auf die Zustandsdetektion zurückgeführt und sollte durch Optimierung der kritischen Parameter eine deutliche Verbesserung erfahren.

Die für den Transport verwendeten Parameter werden zuvor mit dem in der Arbeitsgruppe entwickelten Simulationsprogramm für elektrostatische Potentiale in mikrostrukturierten Ionenfallen bestimmt. Durch eine alternative Auswertung der durch das Programm generierten Daten konnte eine präzisere Vorhersage der charakteristischen Potentialeigenschaften entwickelt werden, welche in dieser Arbeit vorgestellt und mit experimentellen Daten verifiziert wird.

Das nächste Ziel wird also sein, die vorgestellten Transportexperimente mit verschränkten Ionen durchzuführen. Diese können darauffolgend auf die Trennung zweier verschränkter Ionen erweitert werden, was, in Kombination mit einer weiteren Steigerung der Gatterfidelität, Multi-Qubit-Operationen bestehend aus Quantengattern, wie dem hier vorgestellten, ermöglicht.

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis	xi
Tabellenverzeichnis	xiii
1 Einführung	1
2 Theoretische Grundlagen	5
2.1 Kontrolle von Quantenbits mit Licht-Atom-Wechselwirkung	5
2.1.1 Quantenbits und ihre Manipulation	6
2.1.2 Licht-Ion-Wechselwirkung	9
2.1.3 Das Termschema des $^{40}\text{Ca}^+$ Ions	12
2.1.4 Das $^{40}\text{Ca}^+$ Ion als Qubit	12
2.2 Die Verschränkung zweier $^{40}\text{Ca}^+$ Ionen	15
2.2.1 Stimulierte Ramanübergänge	15
2.2.2 Die Lichtkraft	18
2.2.3 Das geometrische Phasengatter	19
2.2.4 Charakterisierung der Verschränkung	22
2.3 Die segmentierte lineare Paulfalle	26
2.3.1 Quantisierte Schwingungsmoden	29
2.3.2 Zwei-Ionen-Kristalle in der linearen Paulfalle	30
3 Aufbau	31
3.1 Die segmentierte lineare Mikrofalle	32
3.2 Die Lasersysteme	33

INHALTSVERZEICHNIS

4	Untersuchungen des Fallenpotentials	37
4.1	Methode zur Charakterisierung des Fallenpotentials durch Analyse der Trajektorien	39
4.2	Messungen der radialen Frequenzen und Vergleich mit der Simulation	42
4.3	Nichtlineare Resonanzen in der Mikrofalle	50
5	Filterresonator für einen Qubitlaser	53
6	Das geometrische Phasengatter	61
6.1	Durchführung des Gatters	61
6.2	Laserjustage mit Hilfe der Zwei-Ionen-Fluoreszenz-Detektion	65
6.3	Anpassung des Ionenabstandes an die stehende Welle	67
6.4	Einfluss der inelastischen Photonenstreuung auf das Gatter	69
6.5	Einfluss weiterer Laserparameter auf das Gatter	72
6.6	Einfluss der Heizrate auf das Phasengatter	76
6.7	Einfluss des Magnetfeldes und der Mikrobewegung	80
6.8	Einfluss der Zustands-Detektion auf das Gatter	82
6.9	Vollständige geometrische Phase und Verschränkung zweier Ionen	85
6.10	Transport eines Zwei-Ionen Kristalls	95
7	Fazit und Ausblick	99
8	Anhang	101
8.1	RF-Trigger	101
8.2	Material zu Kap. 5: Filterresonator	103
8.3	Material zu Kap. 6: Das geometrische Phasengatter	105
8.4	Messdatenverzeichnis	108
	Literatur	111

Abbildungsverzeichnis

2.1	Schaltbild der Quanten-Teleportation	6
2.2	Kopplung der inneren Zustände mit den Bewegungszuständen	12
2.3	Das Termschema des $^{40}\text{Ca}^+$ Ions	13
2.4	Termschema des stimulierten Ramanübergangs	16
2.5	Mögliche Ramanübergänge durch verschiedene Strahlkonfigurationen . .	17
2.6	Darstellung der Lichtkraft auf ein und zwei Ionen	19
2.7	Interferenz der Anregungswege	25
2.8	Die lineare Paulfalle	27
2.9	Stabilitätsdiagramm der Paulfalle	28
3.1	Die Mikrofalle	32
3.2	Strahlgeometrie am Ort des Ions	36
4.1	Kompensationsspannungs- und Offsetsan	38
4.2	Simulierte Ionentrajektorie der Mikrofalle	40
4.3	Winkelabhängigkeit der Schwingungsmoden	41
4.4	Simulation und Messung an der makroskopischen Paulfalle	43
4.5	Potentialdifferenzen für Verschiedene Offsetwerte	44
4.6	Simulation und Messung an der Mikrofalle	45
4.7	Vergleich der neuen und alten Mikrofallengeneration	48
4.8	Resonanzen im Stabilitätsdiagramm	50
4.9	Linearkombinationen der Säkularfrequenzen.	51
5.1	Eichung des Filterresonators	54
5.2	Spektrum mit und ohne Filterresonator	56
5.3	RAP Intensitätsscan mit und ohne Filterresonator	57

ABBILDUNGSVERZEICHNIS

5.4	Vergleich der T_2 -Zeit mit und ohne Filterresonator	58
6.1	Pulssequenz zum geometrischen Phasengatter	62
6.2	Bestimmung der geometrischen Phase in [Pos10]	64
6.3	Intensitätsunterschied durch Ionenabstand	66
6.4	Experiment zur Bestimmung des Ionenabstands	68
6.5	Bestimmung der idealen Fallenfrequenz	69
6.6	Bestimmung der Streuraten von R2 und CC	71
6.7	Bestimmung der π -Zeiten	73
6.8	Aufteilung des Anregungspulses	75
6.9	Heizraten für verschiedene Spannungsquellen	77
6.10	Paritätskontrast für verschiedene Gatterzeiten	79
6.11	Spin-Echo-Messung an einem und zwei Ionen	81
6.12	Bestimmung aller charakteristischen Größen des Gatters	85
6.13	Verlauf des a_1 -Parameters und der Phase für verschiedene $C_{\Delta\Phi}$ -Werte	88
6.14	Rekonstruierte Dichtematrix des verschränkten Zustands	90
6.15	Paritätsoszillation zugehörig zur Dichtematrix in Abb. 6.14	91
6.16	Gewichtung der Entropie bei der Rekonstruktion der Dichtematrix	92
6.17	Fidelität der durch θ parametrisierten Zustände	93
6.18	Spannungsverläufe für den Ionen transport	95
6.19	Paritätsoszillationen vor und nach dem Transport des Ionenkristalls	96
8.1	Schaltplan des RF-Triggers	102
8.2	Servo-Bumps im Fourierspektrum des Fehlersignals	103
8.3	Technische Zeichnung des Filterresonators	104
8.4	Fotographie des Filterresonators	104
8.5	Bestimmung der Parameter a_1, a_2 und b	105
8.6	Hinzugefügter Auslesefehler vor dem Transport	106
8.7	Eichkurve der Laserleistung	107

Tabellenverzeichnis

6.1	Parameter der Funktionen zu Abb. 6.12 a), b)	86
6.2	Parameter der Funktionen zu Abb. 6.12 c)	87
6.3	Parameter der Funktionen zu Abb. 6.12 und 6.2	89
6.4	Charakteristika der Dichtematrix	92
8.1	Phasenstabilität des RF-Triggers	102
8.2	Messdatenverzeichnis zum Kapitel „Untersuchungen des Fallenpotentials“	108
8.3	Messdatenverzeichnis zum Kapitel „Filterresonator für einen Qubitlaser“	108
8.4	Messdatenverzeichnis zum Kapitel „Das geometrische Phasengatter“ . .	109

TABELLENVERZEICHNIS

1

Einführung

*If computers that you build are quantum,
Then spies of all factions will want 'em.
Our codes will all fail,
And they'll read our email,
Till we've crypto that's quantum, and daunt 'em.*
- Jennifer and Peter Shor, 1997

*To read our E-mail, how mean
of the spies and their quantum machine;
Be comforted though,
they do not yet know
how to factorize twelve or fifteen.*
- Prof. Volker Strassen, 1998

Die rasanten Entwicklungen im letzten Jahrhundert haben dazu geführt, dass sich die Quantenmechanik von einem reinen Objekt der Grundlagenforschung zu einem Werkzeug mit unzähligen Anwendungsmöglichkeiten gewandelt hat. Viele der Technologien, die aus unserem heutigen Alltag nicht wegzudenken sind, z. B. der Laser, basieren auf quantenmechanischen Phänomenen, ohne deren Kontrolle eine Nutzung nicht möglich wäre.

Richard P. Feynman formulierte in [Fey86] eine weitere Anwendungsmöglichkeit der Quantenmechanik - den Quantencomputer. Dieser ermöglicht, durch Nutzung quantenmechanischer Phänomene, weitaus effizientere Algorithmen zur Lösung verschiedenster Probleme, die mit klassischen Computern nicht zu realisieren sind [Deu85, Gro96, Sho99]. Hierbei erregte der von P. Shor vorgestellte Algorithmus auch großes öffentliches Interesse, da dieser eine Primfaktorzerlegung ganzer Zahlen vornimmt, welche das zentrale Element bei der Dechiffrierung gängiger Kryptographie-Methoden (z. B. [RSA83]) darstellt. Der von P. Shor geschriebene Limerick zu Beginn dieses Abschnitts karikiert diesen Sachverhalt. Die darauf von V. Strassen formulierte Antwort unterstreicht jedoch die Schwierigkeit der experimentellen Realisierung eines solchen Quantencompu-

1. EINFÜHRUNG

ters, dessen Entwicklung sich noch im Anfangsstadium befindet. Das zentrale Problem der Entwicklung besteht in der Anforderung, quantenmechanische Systeme zum einen in hohem Maß von ihrer Umgebung zu entkoppeln, sie aber zum anderen vollständig kontrollieren zu können. Trotz der hohen experimentellen Anforderungen wurde 2001 in [VSB⁺01] eine Primfaktorzerlegung der Zahl 15 unter der Verwendung von sieben Quantenbits durchgeführt, was eine Demonstration der prinzipiellen Durchführbarkeit darstellt, die Leistung klassischer Computer aber offensichtlich nicht übersteigt.

Die in [VSB⁺01] verwendete Realisierung der Quantenbits durch Moleküle in Festkörpern stößt mit den vorgestellten Ergebnissen schon an ihre Grenzen, da eine Skalierbarkeit des Systems nicht gegeben ist. Die Skalierbarkeit eines jeden Ansatzes ist jedoch eines der fundamentalen Kriterien, die die Systeme erfüllen müssen, um als Quantencomputer zu dienen und von DiVincenzo in [DiV00] aufgestellt wurden:

1. Adressierung und Initialisierung einzelner Quantenbits
2. Implementierung universeller Quantengatter
3. Gatterzeiten weitaus kleiner als Zeitskala dekohärenter Effekte
4. Zustandsauslese einzelner Quantenbits
5. Skalierbarkeit des Systems
6. Kürzere Rechenzeit als bei jedem klassischen Computer
7. Informationsübertrag zwischen stationären und beweglichen Quantenbits

Trotz der strengen Auflagen, die an das physikalische System gestellt werden, gibt es mittlerweile eine Vielzahl unterschiedlicher Ansätze, wie z. B. die Realisierung von Quantenbits in den Spinzuständen von Photonen [Mon02] oder in Fehlstellen in Kristallen [NMR⁺08]. Eines der vielversprechendsten Systeme stellen aktuell in elektrischen Potentialen gefangene Ionen dar, welche sämtliche genannten Kriterien erfüllen können und in vielen beeindruckenden Experimenten [LDM⁺03, SKHR⁺03, MSB⁺11] ihre Verwendbarkeit unter Beweis gestellt haben.

Die Erzeugung des einschließenden Potentials durch gewöhnliche Paulfallen setzt der Skalierbarkeit dieses Ansatzes hingegen Grenzen, da die Ionen, um für Quanteninformationsverarbeitung zugänglich zu sein, nicht in einer beliebigen Kristall-Struktur in der Falle angeordnet sein dürfen. Die benötigte lineare Anordnung begrenzt die Anzahl der verwendbaren Ionen in einem einzelnen harmonischen Potential jedoch stark. Um diese Limitierung zu umgehen, werden segmentierte Paulfallen verwendet, die durch zeitliche Veränderung der Potentiale Ionen transportieren können, was zu einem Ionen- und

somit Informationsaustausch separierter Einzelpotentiale führt und dadurch die Skalierbarkeit gewährleistet [HHJ⁺09]. Dieser Ansatz wird auch in unserer Arbeitsgruppe verfolgt, wobei durch die Miniaturisierung der verwendeten segmentierten Paulfalle die Vorgabe der Skalierbarkeit konsequent umgesetzt wird [Pos10].

Um den unter Punkt 2 geforderten Satz an Quantengattern bereitzustellen, wird in der Quanteninformationsverarbeitung der gleiche Ansatz wie in der klassischen elektronischen Datenverarbeitung gewählt: Sämtliche Operationen werden aus vielfältigen Kombinationen eines einzelnen universellen Gatters konstruiert, das dem NAND-Gatter in der klassischen Informationsverarbeitung entspricht. Das quantenmechanische Analogon ist das C_{NOT} -Gatter, aus dem jegliche, auf einem Quantencomputer durchführbare Operationen erstellt werden können [NC00].

Eine Möglichkeit dieses C_{NOT} -Gatter zu realisieren bietet das geometrische Phasengatter [LDM⁺03] in Kombination mit der Manipulation der einzelnen Quantenbits, welches im Zuge dieser Arbeit implementiert und untersucht wurde. Der Vorteil dieses Gatters gegenüber alternativen Methoden (wie zum Beispiel dem Cirac-Zoller-Gatter [SKHR⁺03]) besteht darin, dass die Ionen nicht in den Grundzustand der Bewegung gekühlt werden müssen. Dennoch ist eine ausreichende Reduktion der kinetischen Energie notwendig, so dass die Ausdehnung des Wellenpakets, welches das Ion beschreibt, deutlich kleiner als die Wellenlänge der zur Manipulation verwendeten Laser ist.

Die von uns verwendeten Lichtkräfte, welche die geometrische Phase generieren, ermöglichen weiterhin die Quantensimulation von Spinsystemen [FSG⁺08, IEK⁺11, SFS⁺09], welche ein deutlich nahliegendes Forschungsziel darstellt als ein universeller Quantencomputer.

Der Aufbau der Arbeit gliedert sich folgendermaßen: In Kapitel 2 werden die theoretischen Grundlagen besprochen, die für Quanteninformationsverarbeitung mit Ionen im Allgemeinen, sowie für die Implementierung des Phasengatters im Speziellen notwendig sind. Daraufhin wird in Kapitel 3 der Aufbau des aktuellen Experiments beschrieben und in den beiden folgenden Kapiteln 4 und 5 werden Optimierungsmöglichkeiten des Experimentaufbaus beziehungsweise der Fallenparameter untersucht.

Kapitel 6 beinhaltet schließlich die Untersuchung des geometrischen Phasengatters und der dadurch erzeugten Verschränkung eines Zwei-Ionen-Kristalls.

1. EINFÜHRUNG

2

Theoretische Grundlagen

Dieses Kapitel bietet das theoretische Fundament der durchgeführten Experimente und ist folgendermaßen aufgebaut: Es wird in Kapitel 2.1 mit der allgemeinen Darstellung von Quantenbits, ihrer Anwendung sowie Manipulation begonnen. Daraufhin wird in Kapitel 2.2 die theoretische Beschreibung des in der Arbeit durchgeführten geometrischen Phasengatters und die damit erreichte Verschränkung zweier Ionen vervollständigt. Anschließend wird in Kapitel 2.3 der allgemeine Ansatz des Phasengatters auf die von uns gewählte Form der Ionenspeicherung konkretisiert.

2.1 Kontrolle von Quantenbits mit Licht-Atom-Wechselwirkung

Dieses Kapitel stellt eine kurze Einführung in die Grundlagen der Quanteninformationsverarbeitung dar, welche zugleich als theoretische Grundlage für die durchgeführten Verschränkungsexperimente dient, sowie deren Einbettung in mögliche Quantenschaltungen aufzeigt.

Als Motivation für die durchgeführten Experimente soll hier ein Beispiel für eine solche Quantenschaltung angebracht werden, die zu Beginn einen maximal verschränkten Zustand $|\Phi\rangle^+$ benötigt. Die Quanten-Teleportation (dargestellt in Abb. 2.1 und in [BBC⁺93] beschrieben) ist ein solches Beispiel. Sie benötigt als Ausgangszustand einen verschränkten Zustand, wie er in dieser Arbeit hergestellt werden soll. Die Teleportation ermöglicht den kompletten Transfer eines quantenmechanischen Zustands $|\Psi\rangle_C$, kodiert in System C, auf ein anderes System B. Eine experimentelle Durchführung der

2. THEORETISCHE GRUNDLAGEN

Quanten-Teleportation findet sich in [RHR⁺04].

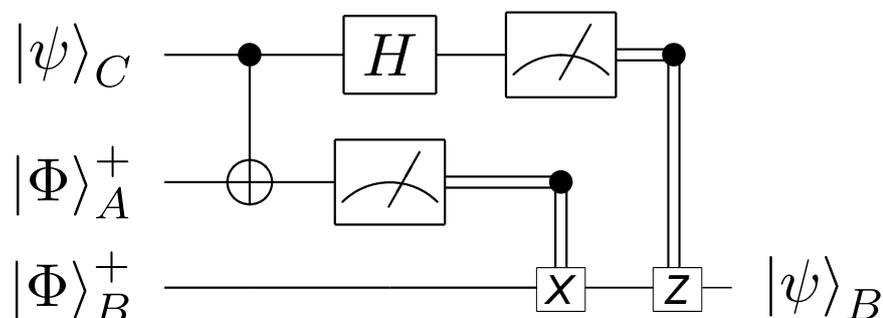


Abbildung 2.1: Die Abbildung zeigt ein Beispiel für eine Quantenschaltung - die Quantenteleportation - die als Ausgangszustand einen maximal verschränkten Zustand $|\Phi\rangle^+$ (siehe Gl. 2.33) benötigt, wie er in den in dieser Arbeit vorgestellten Experimenten realisiert werden soll.

Einzellinien repräsentieren Quantenbits, während Doppellinien klassische Bits darstellen. Die Messapparaturen stehen für Messungen der quantenmechanischen Zustände. Entnommen aus [NC00].

Das Beispiel zeigt, dass ein verschränkter Zustand unter anderem für quantenmechanische Informationsübertragung genutzt werden kann, was nur eine der in der Einführung genannten Anwendungsmöglichkeiten ist. Im Weiteren sind für uns jedoch nur die dargestellten Komponenten interessant, welche zur Realisierung einer Quantenschaltung benötigt werden und hier eingeführt werden sollen.

Zu Beginn soll die Darstellung der quantenmechanischen Zustände als *Quantenbits* vorgestellt werden und darauffolgend ihre Manipulation durch Quantengatter, wie z.B. in 2.1 durch H dargestellt. Die zunächst systemunabhängige Beschreibung wird dann ab Kapitel 2.1.4 um die Realisierung in Ionenfallenexperimenten erweitert.

2.1.1 Quantenbits und ihre Manipulation

Um Quanteninformation zu betreiben, müssen - analog zu den Bits in der klassischen elektronischen Datenverarbeitung - alle Informationen in *Quantenbits* (kurz: *Qubits*) übertragen werden. In unserem Experiment stehen, wie in Kapitel 2.1.4 beschrieben, ein optisches Qubit und ein Spin-Qubit zur Verfügung. Verallgemeinert lässt sich ein beliebiger Zustand eines Qubits in der Dirac-Schreibweise folgendermaßen darstellen:

$$|\psi\rangle = \alpha |0\rangle + \beta |1\rangle \quad (2.1)$$

2.1 Kontrolle von Quantenbits mit Licht-Atom-Wechselwirkung

oder analog in der Vektorschreibweise als:

$$|\psi\rangle = \alpha \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.2)$$

Für die komplexen Parameter α, β muss nur gelten $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$. Daran wird direkt deutlich, dass ein einziges Qubit nicht auf die beiden Zustände „0“ und „1“ eines klassischen Bits beschränkt ist, sondern jegliche Linearkombination dieser beiden annehmen kann, wodurch in der Theorie in einem einzigen Qubit eine beliebige Informationsmenge abgespeichert werden kann.

Will man jedoch den Zustand des Qubits auslesen, so erhält man den Zustand $|0\rangle$ mit der Wahrscheinlichkeit $|\alpha|^2$ beziehungsweise den Zustand $|1\rangle$ mit der Wahrscheinlichkeit $|\beta|^2$. Um den Zustand eines Qubits manipulieren zu können, werden *Einzelqubitrotationen* eingeführt, welche durch unitäre 2×2 -Matrizen dargestellt werden. Beispiele für unitäre Einzelqubitrotationen sind π - und $\frac{\pi}{2}$ -Pulse mit der Phase ϕ

$$R_1\left(\frac{\pi}{2}, \phi\right) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} e^{-i\phi/2} & -ie^{i\phi/2} \\ -ie^{i\phi/2} & e^{i\phi/2} \end{pmatrix}, \quad R_1(\pi, \phi = 0) = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ -i & 0 \end{pmatrix}, \quad (2.3)$$

sowie das in Abb.2.1 dargestellte Hadamard-Gatter

$$H_1 = -\frac{i}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}. \quad (2.4)$$

Der Index 1 macht deutlich, dass diese Operationen auf einem Hilbertraum angewendet werden, welcher nur ein einzelnes Qubit enthält.

Um Informationen nicht nur zu speichern, sondern sie auch verarbeiten zu können, sind mindestens zwei Qubits notwendig, die sich abhängig von ihren Zuständen gegenseitig beeinflussen können. Daher wird hier zusätzlich zur Beschreibung des Einzelqubits der einfachste Multiqubit-Hilbertraum eingeführt, welcher zwei Qubits beschreibt. In den betreffenden Experimenten werden die Zustände in die Zeeman-Unterstufen eines Ions codiert (siehe Kapitel 2.1.4), weshalb im folgenden der Zustand $|0\rangle$ mit $|\downarrow\rangle$ und $|1\rangle$ mit $|\uparrow\rangle$ bezeichnet wird. Eine mögliche Darstellung eines beliebigen Zustands aus zwei Qubits ist dann durch

2. THEORETISCHE GRUNDLAGEN

$$|\psi\rangle = \alpha_{\downarrow\downarrow} |\downarrow\downarrow\rangle + \alpha_{\downarrow\uparrow} |\downarrow\uparrow\rangle + \alpha_{\uparrow\downarrow} |\uparrow\downarrow\rangle + \alpha_{\uparrow\uparrow} |\uparrow\uparrow\rangle \quad (2.5)$$

gegeben, wobei für die komplexen Koeffizienten wieder gilt $\sum_{x,y=\uparrow,\downarrow} |\alpha_{xy}|^2 = 1$. Um die Manipulationen der Qubits als Matrixmultiplikationen darstellen zu können, wird jedoch eine Vektordarstellung der Zustände verwendet:

$$|\downarrow\downarrow\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, |\downarrow\uparrow\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, |\uparrow\downarrow\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, |\uparrow\uparrow\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (2.6)$$

Wie in der klassischen Informationsverarbeitung kann auch hier ein universelles Quantengatter eingeführt werden, welches in Kombination mit Einzelqubit-Manipulationen sämtliche Quantenalgorithmien verwirklichen kann [NC00]. Dieses Gatter wird als *cNOT* (*controlledNOT*) bezeichnet, da hier der Zustand des Zielqubits abhängig von dem Zustand des Kontrollqubits (*control Qubit*) invertiert wird. In der Matrixdarstellung ergibt sich:

$$cNOT = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (2.7)$$

Erweitert man die in 2.3 eingeführten Gatter durch Anwenden des Kronecker-Produkts auf den Zwei-Qubit-Hilbertraum, so erhält man in der Matrixdarstellung folgende Gatter, welche an beiden Qubits, verdeutlicht durch den Index 2, jeweils identische Operationen durchführen:

$$R_2\left(\frac{\pi}{2}, \phi\right) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} e^{-i\phi} & -i & -i & -e^{i\phi} \\ -ie^{-i\phi} & 1 & -1 & -ie^{i\phi} \\ -ie^{-i\phi} & -1 & 1 & -ie^{i\phi} \\ -e^{-i\phi} & -i & -i & e^{i\phi} \end{pmatrix}, \quad R_2(\pi, \phi = 0) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (2.8)$$

In Kapitel 2.2.3 wird das geometrische Phasengatter vorgestellt, welches in Kombina-

2.1 Kontrolle von Quantenbits mit Licht-Atom-Wechselwirkung

tion mit Einzelqubitoperationen eine Realisierungsmöglichkeit des oben beschriebenen cNOT-Gatters darstellt.

Bevor jedoch das Phasengatter eingeführt wird, soll nun die bisher allgemeine Beschreibung der Qubits und ihrer Manipulation auf die konkrete Realisierung durch $^{40}\text{Ca}^+$ Ionen in Paulfallen erweitert werden.

Hierfür ist zunächst eine Vorstellung des Termschemas in Kapitel 2.1.3 und eine Identifizierung der möglichen Qubit-Zustände in Kapitel 2.1.4 notwendig.

Die Manipulation der implementierten Qubits geschieht ausschließlich durch Wechselwirkung mit eingestrahnten Laserfeldern, weshalb diese zuvor in Kapitel 2.1.2 behandelt wird.

2.1.2 Licht-Ion-Wechselwirkung

Alle Manipulationen der inneren elektronischen Zustände des Ions, also des Qubits, sowie dessen Bewegungszustand werden mit Hilfe von Lasern durchgeführt. Um diese Dynamik beschreiben zu können, wird in diesem Kapitel die Theorie der Licht-Ion-Wechselwirkung nach [CZ95] eingeführt, welche an die von Jaynes und Cummings in [JC63] eingeführte Theorie der Wechselwirkung einzelner Atome mit quantisierten elektrischen Feldern angelehnt ist.

Das Ion wird in diesem Modell als ein Zwei-Niveau-System mit dem Grundzustand $|g\rangle$ mit der Energie $\hbar\omega_g$ und dem angeregten Zustand $|e\rangle$ mit der Energie $\hbar\omega_e$ beschrieben, die einen Energieunterschied von $\hbar\omega_0 = \hbar(\omega_e - \omega_g)$ besitzen. Dass diese Näherung gültig ist, liegt daran, dass die Frequenzen der eingestrahnten elektromagnetischen Felder nur mit dem jeweils betrachteten Übergang resonant sind. Auch die später betrachteten stimulierten Ramanübergänge können mit Hilfe der adiabatischen Eliminierung des benötigten dritten Zustands als Übergänge in einem getriebenen Zwei-Niveau-System aufgefasst werden.

Der Hamiltonoperator des inneren Zustandes eines solchen Zwei-Niveau-Ions stellt sich folgendermaßen dar:

$$\hat{H}_{Ion} = \hbar\omega_0\hat{\sigma}_z \quad \text{mit} \quad \hat{\sigma}_z = |g\rangle\langle g| - |e\rangle\langle e|. \quad (2.9)$$

Die Bewegungsenergie des Ions im harmonischen Potential der Falle (siehe Kap.2.3) wird mit dem dort eingeführten Hamiltonoperator 2.48 beschrieben, wobei hier nur eine Dimension betrachtet wird.

2. THEORETISCHE GRUNDLAGEN

Unter Verwendung des Besetzungszahloperators \hat{n} bekommt er die Form:

$$\hat{H}_m = \hbar\omega_z \left(\hat{n}_z + \frac{1}{2} \right), \quad (2.10)$$

wobei ω_z die Frequenz der Oszillation im Fallenpotential in der z-Achse darstellt und der Erwartungswert von \hat{n}_z die Phononenzahl, also die Anzahl der Quanten der Bewegungsenergie, angibt.

Weiterhin wird die Wechselwirkung des Ions mit dem Laser über den Wechselwirkungs-Hamiltonoperator beschrieben. Dessen Erwartungswert gibt die Energie eines Dipols (mit Dipoloperator \hat{d}) in dem (klassischen) elektrischen Feld des Lasers $\vec{E}(x, t) = \vec{E}_0 \cos(kx - \omega_l t + \Phi)$ an:

$$\hat{H}_{WW} = \frac{\hbar}{2} \Omega (\hat{\sigma}^+ + \hat{\sigma}^-) \left(e^{-i(k\hat{x} - \omega_l t)} + e^{+i(k\hat{x} - \omega_l t)} \right) \quad (2.11)$$

mit den Paulioperatoren σ^- und σ^+ sowie der Rabi-Frequenz $\Omega = \frac{2e}{\hbar} \langle g | \hat{d} | e \rangle$. Summiert man nun die besprochenen Hamiltonoperatoren auf, erhält man den totalen Hamiltonoperator eines Ions in einem harmonischen Potential unter Einwirkung eines externen elektrischen Feldes.

$$\hat{H}_{tot} = \underbrace{\hat{H}_{Ion} + \hat{H}_m}_{\hat{H}_0} + \hat{H}_{WW} \quad (2.12)$$

Um eine übersichtlichere Darstellung zu erhalten, wird der Hamiltonoperator \hat{H}_{tot} in das Wechselwirkungsbild transformiert:

$$\hat{H}'_{WW} = \hat{U}_0^\dagger \hat{H}_{tot} \hat{U}_0 \quad \text{mit} \quad \hat{U}_0 = \exp\left(-\frac{i}{\hbar} \hat{H}_0\right) \quad (2.13)$$

und daraufhin die Drehwellennäherung angewandt, was zu dem Hamiltonoperator

$$\hat{H}'_{WW} = \frac{\hbar}{2} \Omega \left(\hat{\sigma}^+ e^{i\eta(\hat{a}^\dagger + \hat{a})} e^{-i\delta t} + \hat{\sigma}^- e^{-i\eta(\hat{a}^\dagger + \hat{a})} e^{i\delta t} \right) \quad \text{mit} \quad \delta = \omega_l - \omega_0 \quad (2.14)$$

führt. Der Lamb-Dicke-Faktor

$$\eta = k \cos \Phi \sqrt{\frac{\hbar}{2m\omega_z}} \quad (2.15)$$

ist ein Ausdruck für das Verhältnis der Ausdehnung des Wellenpakets des Ions relativ

2.1 Kontrolle von Quantenbits mit Licht-Atom-Wechselwirkung

zur Wellenlänge des verwendeten Lasers, wobei Φ den Winkel der Schwingungsmode zum verwendeten Laserstrahlgang darstellt.

Befindet sich das Ion im *Lamb-Dicke-Regime*, gilt also $\eta\sqrt{2n+1} \ll 1$, kann man auf die Exponentialfunktion in 2.14 eine Taylorentwicklung anwenden und erhält unter Vernachlässigung der Terme höherer Ordnung für den Träger ($\delta = 0$):

$$\hat{H}'_{WW} \approx \frac{\hbar}{2}\Omega (\hat{\sigma}^+ + \hat{\sigma}^-) \quad (2.16)$$

Da keine Erzeugungs- und Vernichtungsoperatoren der Bewegung in dem Hamiltonoperator vorkommen, sieht man direkt, dass dieser Übergang die Phononenzahl nicht ändert.

Für $\delta = -\omega_z$ erhält man

$$\hat{H}'_{WW} = \frac{i\hbar}{2}\Omega_{n-1,n} (\hat{a}\hat{\sigma}^+ - \hat{a}^\dagger\hat{\sigma}^-) \quad \text{mit } \Omega_{n-1,n} = \eta\sqrt{n}\Omega \quad (2.17)$$

Man spricht hier von dem ersten roten Seitenband, da der Laser gegenüber dem atomaren Übergang rot verstimmt ist. Eine Anregung dieses Übergangs hat zur Folge, dass die Besetzungswahrscheinlichkeit zwischen dem Ausgangszustand und einem Zustand mit einer um eins reduzierten Phononenzahl oszilliert. Diese Tatsache wird für das Seitenbandkühlen ausgenutzt.

Das genaue Gegenteil bewirkt eine Verstimmung von $\delta = \omega_z$. Hier lautet der Hamiltonoperator

$$\hat{H}'_{WW} \approx \frac{i\hbar}{2}\Omega_{n+1,n} (\hat{a}^\dagger\hat{\sigma}^+ - \hat{a}\hat{\sigma}^-) \quad \text{mit } \Omega_{n+1,n} = \eta\sqrt{n+1}\Omega \quad (2.18)$$

und die Besetzungswahrscheinlichkeit oszilliert bei Anregung zwischen dem Ausgangszustand und einem Zustand mit einem Phonon mehr. Hier spricht man von dem ersten blauen Seitenband.

Die Seitenbandstruktur spielt bei jeglicher Manipulation des Bewegungszustandes, z. B. bei der Laserkühlung, eine wichtige Rolle, die in [Sch11] für das Experiment detailliert vorgestellt wird. Die Laserkühlung ist für die durchgeführten Experimente unerlässlich, da nur so die Phononenzahl ausreichend reduziert und somit das Lamb-Dicke-Regime erreicht wird.

Weitere Manipulationen, die zur Verschränkung zweier Ionen führen, werden in Kapitel 2.2 beschrieben. Zuvor soll jedoch die experimentelle Realisierung des theoretischen

2. THEORETISCHE GRUNDLAGEN

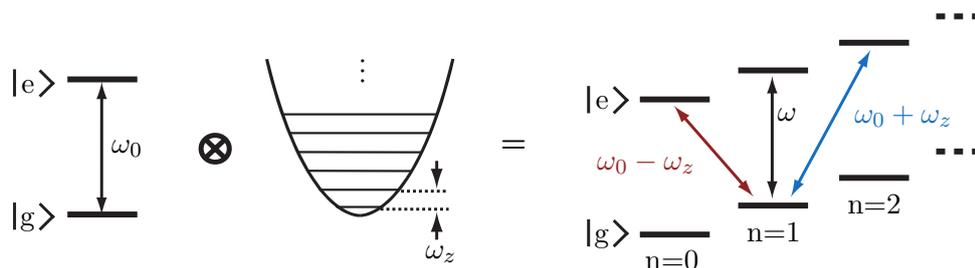


Abbildung 2.2: Kopplung der inneren Zustände $|g\rangle$, $|e\rangle$ des Atoms mit den Zuständen der Bewegung im harmonischen Oszillator-Potential. Auf der rechten Seite sind die im Text beschriebenen roten und blauen Seitenbänder sowie der Trägerübergang zu erkennen. Entnommen aus [Zie08].

Zwei-Niveau-Systems für das hier beschriebene Experiment vorgestellt werden, wozu eine Betrachtung des Termschemas der verwendeten Ionen notwendig ist.

2.1.3 Das Termschema des $^{40}\text{Ca}^+$ Ions

In Abbildung 2.3 sind zusätzlich zu den fünf energieärmsten Niveaus des $^{40}\text{Ca}^+$ Ions, welche in diesem Experiment genutzt werden, die aufgespalteten Zeeman-Niveaus $|^2\text{S}_{1/2}, m = +1/2\rangle$ und $|^2\text{S}_{1/2}, m = -1/2\rangle$ für $B \neq 0$ eingezeichnet. Die lange Lebensdauer der D-Zustände macht eine Verwendung dieser Zustände als optisches Qubit möglich, worauf im nächsten Unterkapitel genauer eingegangen wird.

Zusätzlich zu sämtlichen im Experiment getriebenen Ein-Photon-Übergängen ist der Zwei-Photon-Raman-Übergang dargestellt, welcher das $P_{1/2}$ -Niveau als virtuellen Zustand verwendet. Dieser Übergang macht Operationen auf dem Spinqubit möglich, welches auch im folgenden Kapitel vorgestellt wird.

2.1.4 Das $^{40}\text{Ca}^+$ Ion als Qubit

Um Quanteninformationsexperimente betreiben zu können, muss das theoretische Konstrukt des im vorherigen Kapitel behandelten Quantenbits und damit das behandelte Zwei-Niveau-System eine Realisierung im Experiment erfahren. Dabei ist es notwendig, dass den beiden logischen Zuständen $|0\rangle$ und $|1\rangle$ reale quantenmechanische Zustände zugewiesen werden, welche durch Manipulation in beliebige Superpositionen gebracht werden können. In den hier durchgeführten Experimenten werden zwei mit dem $^{40}\text{Ca}^+$ Ion mögliche Realisierungen verwendet, welche hier vorgestellt werden:

2.1 Kontrolle von Quantenbits mit Licht-Atom-Wechselwirkung

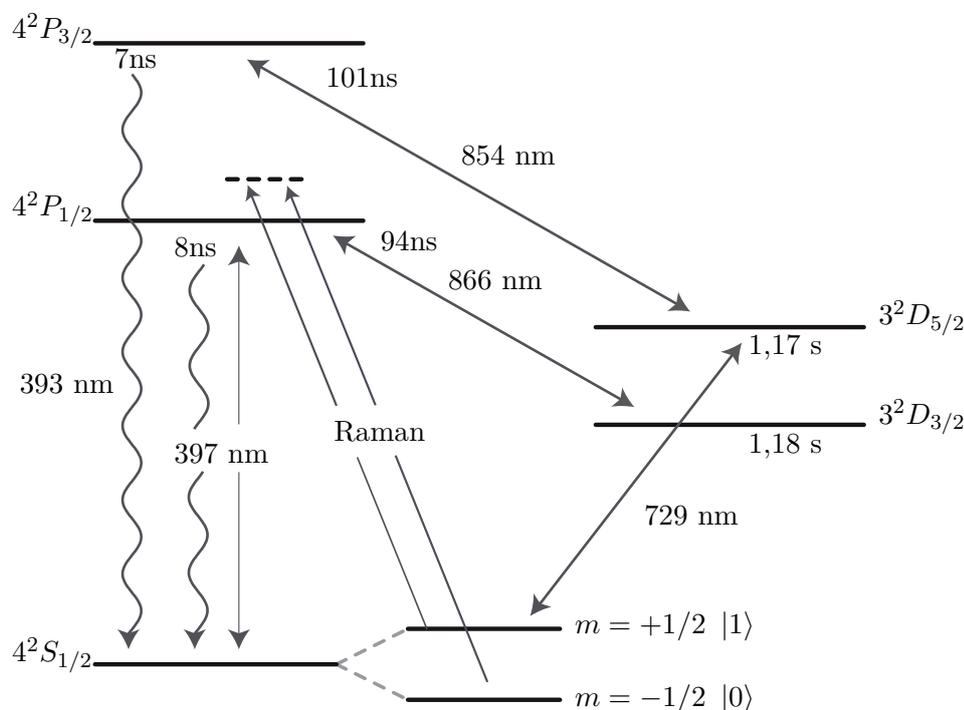


Abbildung 2.3: Das Termschema des $^{40}\text{Ca}^+$ Ions mit allen für das Experiment relevanten Zuständen mit ihrer jeweiligen Lebensdauer sowie die verwendeten Übergänge. Bild entnommen aus [Het09].

• Das optische Qubit

Eine Voraussetzung, die das Qubit erfüllen muss, ist eine lange Lebensdauer der verwendeten Zustände im Vergleich mit den Zeiten aller durchzuführenden Experimente. Schaut man sich in Abbildung 2.3 die zur Verfügung stehenden Zustände an, erkennt man sofort die im Vergleich lange Lebensdauer der D-Niveaus von über einer Sekunde, welche mehrere Größenordnungen über den Zeiten sämtlicher Experiment-Sequenzen liegt. Die lange Lebensdauer erklärt sich dadurch, dass der Übergang in den Grundzustand dipolverboten ist. Aus diesem Grund ist es möglich, ein Qubit mit dem $4^2S_{1/2}$ -Niveau als $|0\rangle$ und dem $3^2D_{5/2}$ -Niveau als $|1\rangle$ zu realisieren.

Der Übergang von $|0\rangle$ nach $|1\rangle$ kann trotz des Dipolverbots mit dem Laser bei 729 nm über den Quadrupolübergang getrieben werden, womit alle Voraussetzungen für ein Qubit erfüllt sind.

Der Nachteil dieses Übergangs ist, dass für die Linienbreite des verwendeten La-

2. THEORETISCHE GRUNDLAGEN

sers gelten muss $\Delta\nu_l \ll \omega_z$ und, dass die Kopplung des Lasers an alle Schwingungsmoden des Ions auf Grund der Strahlführung in unserem Aufbau nicht verhindert werden kann.

• Das Spin-Qubit

Die in Abbildung 2.3 dargestellten Zeeman-Unterstufen des $4^2S_{1/2}$ -Niveaus bilden die zweite Realisierung eines Qubits im $^{40}\text{Ca}^+$ Ion. Die Lebensdauer der Zustände kann als unendlich angenommen werden, womit die Forderung nach einem Überdauern jeglicher Sequenzen erfüllt ist.

Die Zustände, deren Entartung über ein angelegtes Magnetfeld aufgehoben werden muss, sind nicht über optische Übergänge im THz-Bereich zu treiben, weshalb hier ein Zwei-Photon-Raman-Übergang verwendet wird. Da beide verwendeten Laserstrahlen aus derselben Laserlichtquelle stammen, ist das relative Phasenrauschen der Strahlen zueinander sehr gering. Auch die Frequenz ergibt sich nur aus der Frequenzdifferenz der beiden Strahlen und nicht aus der Absolutfrequenz des Lasers, was hier zu einer viel geringeren Linienbreite führt, die nur durch die Fourierlimitierung der endlichen Pulse sowie durch die nicht-resonante Streuung der einzelnen Ramanstrahlen begrenzt wird.

Weiterhin ist es möglich, durch den resultierenden k-Vektor \vec{k}_r , der sich aus der Differenz der k-Vektoren der beiden verwendeten Strahlen ergibt, nur an gewünschte Bewegungsmoden des Ions zu koppeln oder sogar jegliche Kopplung an Bewegungsmoden zu verhindern, worauf in Kapitel 2.2.1 genauer eingegangen wird.

Nachdem nun die Realisierung der Qubits in idealisierten Zwei-Niveau-Systemen vorgestellt und die Licht-Atom-Wechselwirkung allgemein behandelt wurde, wird im nächsten Kapitel auf den Spezialfall der stimulierten Ramanübergänge eingegangen, die ein elementarer Bestandteil des daraufhin vorgestellten Phasengatters sind.

2.2 Die Verschränkung zweier $^{40}\text{Ca}^+$ Ionen

Die bisher behandelte Theorie beschreibt die für die durchgeführten Experimente elementaren Bestandteile. In diesem Kapitel werden konkret die Werkzeuge vorgestellt, die zur Durchführung des in [LDM⁺03] gezeigten geometrischen Phasengatters notwendig sind.

Da die Ionen hauptsächlich durch stimulierte Ramanübergänge manipuliert werden, sollen diese zu Anfang eingeführt werden. Weiterhin wird die *Lichtkraft* eingeführt, welche zu einer Anregung der Ion-Bewegungszustände und damit schließlich zur *geometrischen Phase* führt.

2.2.1 Stimulierte Ramanübergänge

Stimulierte Ramanübergänge sind Zwei-Photonen-Übergänge, welche zwei Energieniveaus eines Atoms über ein drittes koppeln. In Abb. 2.4 werden die beiden Niveaus $|0\rangle$ und $|1\rangle$ über das Niveau $|2\rangle$ gekoppelt. In unserem Experiment werden so die beiden Zeeman-Untersubzustände des Grundzustands $S_{1/2}$ gekoppelt, was in Abb. 2.3 dargestellt ist.

Das dritte Niveau $|2\rangle$ kann, wie in [GWJ01] durchgeführt, adiabatisch eliminiert werden und spielt somit für die weitere Betrachtung keine Rolle mehr, solange die Verstimmung Δ der einzelnen Laserfelder zu den Einzel-Photon-Übergängen $|0\rangle, |1\rangle \leftrightarrow |2\rangle$ wesentlich größer ist als die Linienbreite der Übergänge.

Der Hamiltonoperator im Wechselwirkungsbild, welcher diesen Übergang beschreibt, ergibt sich nach [Hom06] zu

$$H_{WW} = -\hbar \frac{|g_{02}|^2}{4\Delta} |0\rangle \langle 0| - \hbar \frac{|g_{12}|^2}{4\Delta} |1\rangle \langle 1| - \hbar \frac{\Omega_R}{2} e^{i(k_r x - \delta t + \phi)} |0\rangle \langle 1| - \hbar \frac{\Omega_R^*}{2} e^{-i(k_r x - \delta t + \phi)} |1\rangle \langle 0|, \quad (2.19)$$

wobei $g_{02,12}$ die Kopplungsstärken zwischen den einzelnen Laserstrahlen und dem Atom beschreiben und $\Omega_R = \frac{g_{02}g_{12}}{2\Delta}$ die effektive Rabi-Frequenz des Übergangs $|0\rangle \leftrightarrow |1\rangle$ darstellt.

In dem Hamiltonoperator 2.19 ist weiterhin die Stark-Verschiebung der einzelnen Niveaus durch die jeweiligen Laserstrahlen angegeben, welche sich zu $\hbar \frac{|g_{02}|^2}{4\Delta}$ bzw. $\hbar \frac{|g_{12}|^2}{4\Delta}$ ergibt. Unterscheiden sich die Stark-Verschiebungen der beiden Niveaus, führt dies zu einer Änderung der Übergangsfrequenz, welche durch einen Ausgleich der Stark-

2. THEORETISCHE GRUNDLAGEN

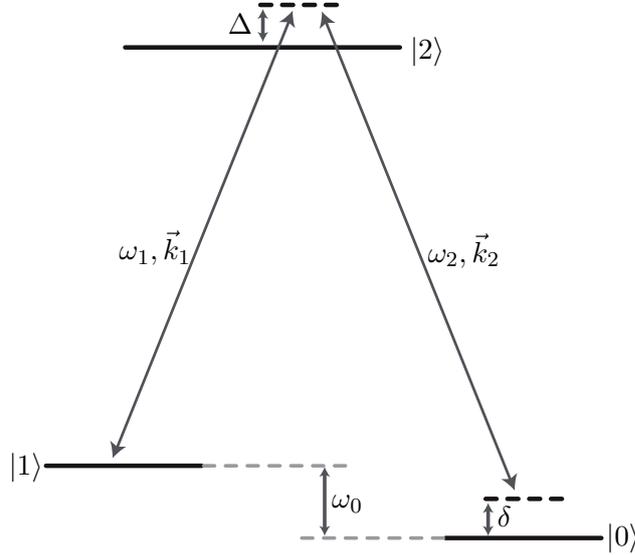


Abbildung 2.4: Gezeigt wird der stimulierte Ramanübergang zwischen Zustand $|0\rangle$ und $|1\rangle$ mit der Energiedifferenz $\hbar\omega_0$. Δ beschreibt die Verstimmung der Strahlen zu dem Übergang von $|0\rangle$, $|1\rangle$ in den Zustand $|2\rangle$. Alle weiteren Größen werden im Text eingeführt. Entnommen aus [Zie08].

Verschiebungen über die Laserpolarisationen und damit über die Kopplungsstärken verhindert werden kann.

Die Kombination der beiden Laserstrahlen mit \vec{k}_1, ω_1 und \vec{k}_2, ω_2 führt also zu einem effektiven Laserfeld mit $\vec{k}_r = \vec{k}_2 - \vec{k}_1$, $\omega_{eff} = \omega_2 - \omega_1$. Durch die Verwendung verschiedener Strahlgeometrien und somit verschiedener \vec{k}_1 und \vec{k}_2 kann der effektive k-Vektor \vec{k}_r den experimentellen Anforderungen angepasst werden. Werden zum Beispiel beide Laserstrahlen parallel eingestrahlt, verschwindet der effektive k-Vektor, was dazu führt, dass das Lichtfeld an keine der in Kap. 2.3 beschriebenen Moden der Bewegung koppelt. Wird einer der Strahlen in einem 45° -Winkel und der andere in einem 135° -Winkel zur Fallenachse eingestrahlt, so liegt der effektive k-Vektor in der Fallenachse, wodurch das Laserfeld nur an die Schwingung in der Fallenachse, nicht aber an die Radialmoden koppelt. In einem in dieser Konfiguration aufgenommenen Spektrum würden also neben den Trägern nur die axialen Seitenbänder zu sehen sein.

Über die Verstimmung der beiden Laser zueinander, also die effektive Frequenz ω_{eff} des Lichtfeldes, können drei qualitativ unterschiedliche Wechselwirkungen mit dem Ion

2.2 Die Verschränkung zweier $^{40}\text{Ca}^+$ Ionen

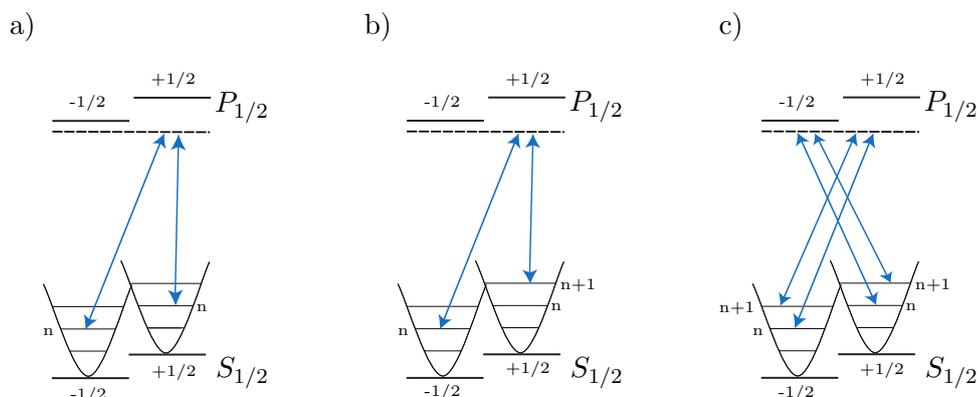


Abbildung 2.5: In diesem Bild sind die im Experiment verwendeten stimulierten Raman-übergänge skizziert, wobei n die Anregung im harmonischen Potential der Falle angibt. In a) werden die beiden verwendeten Strahlen parallel eingestrahlt, was einen verschwindenden resultierenden \vec{k} -Vektor ergibt und eine Kopplung an die Moden der Bewegung unmöglich macht. Es können also nur Übergänge mit $\Delta n = 0$ getrieben werden. In b) werden die Strahlen in einem Winkel von $\approx 90^\circ$ zueinander so eingestrahlt, dass \vec{k}_r mit der Richtung einer Schwingungsmode zusammenfällt. Der Zustand der Bewegung kann somit manipuliert werden, was $\Delta n \neq 0$ entspricht, wobei hier der innere Zustand des Ions verändert wird. Fall c) behandelt die im Text beschriebene Lichtkraft, welche den inneren Zustand des Ions nicht ändert, aber für eine Anregung der Bewegungsmoden sorgt.

hervorgerufen werden, welche in Abb. 2.5 zusammengefasst sind.

Wie in Kapitel 2.1.2 beschrieben, kann ein Laserfeld mit Frequenz ω_l einen atomaren Übergang mit der Frequenz ω_0 treiben, falls gilt $\omega_l \approx \omega_0$. Weiterhin wurde gezeigt, dass eine Verstimmung des Lasers um die Fallenfrequenz ω_z dazu führt, dass zusätzlich zu der Änderung des inneren Zustands des Ions auch die kinetische Energie des Ions beeinflusst werden kann.

Eine dritte mögliche Manipulation des Ions durch Laserlicht ist, die effektive Frequenz des elektrischen Feldes des Lasers nun auf die Fallenfrequenz einzustellen. Es gilt also $\omega_{eff} \approx \omega_z$. Dadurch kann eine Änderung des Bewegungszustandes des Ions hervorgerufen werden, ohne den inneren Zustand zu beeinflussen.

Diese dritte Variante erlaubt eine präzise Verschiebung des Bewegungszustands des Ions im Phasenraum, was in [PWSSK10] untersucht wird. Weiterhin kann diese Verschiebung zur Herstellung von „Schrödingerkatzen“-Zuständen genutzt werden, was in [MMKW96] realisiert wurde, und wie später gezeigt wird, zu einer Verschränkung zweier Ionen führt, weshalb im folgenden Kapitel auf diese Variante genauer eingegangen wird.

2. THEORETISCHE GRUNDLAGEN

2.2.2 Die Lichtkraft

Der im vorangegangenen Kapitel eingeführte stimulierte Ramanübergang mit einer effektiven Frequenz $\omega_{eff} \approx \omega_z$ führt zu einer direkten Änderung des Bewegungszustandes des Ions ohne seinen inneren Zustand zu ändern. Die Geometrie der in unserem Experiment verwendeten Laserstrahlen wird im Aufbau unter 3.2 beschrieben. Für die Theorie spielt nur die Verstimmung ω_{eff} der beiden Laser zueinander und der effektive k -Vektor der Stehwelle eine Rolle, welcher durch

$$\vec{k}_r \approx \frac{2\pi}{\lambda} \sin \theta \vec{e}_x \quad (2.20)$$

gegeben ist und parallel zur Fallenachse steht. Der Winkel θ beschreibt den Winkel zwischen den erzeugenden Laserstrahlen für den $\theta \approx 90^\circ$ gilt. Die verwendeten Laser dürfen neben der kontrollierten Änderung des Bewegungszustandes keine weitere Zustandsänderung im Ion hervorrufen, weshalb gegeben sein muss, dass die Verstimmung der einzelnen Laser Δ zu möglichen Übergängen mit der Linienbreite Γ groß sein muss, so dass gilt: $|\Delta| \gg \Gamma$. Der Zustand des Ions wird dadurch nicht direkt manipuliert, sondern es erfährt nur einen dynamischen Stark-Effekt. Wird der erste Strahl vertikal polarisiert und parallel zum quantisierenden Magnetfeld eingestrahlt und der zweite Strahl dazu orthogonal mit horizontal zum Tisch gewählter Polarisation eingestrahlt, ergibt sich nach [Pos10] der Hamiltonoperator des dynamischen Stark-Effektes im Lamb-Dicke-Regime zu:

$$\hat{H}_S = \hbar \Delta_S \vec{k}_r \cdot \hat{x} \cos(\omega_{eff} t - \Delta \phi) \hat{\sigma}_z, \quad (2.21)$$

wobei die Amplitude mit den Rabi-Frequenzen Ω_r , Ω_b der einzelnen Strahlen durch $\Delta_S = \frac{\Omega_r \Omega_b}{12 \Delta}$ gegeben ist.

Dieser Hamiltonoperator erlaubt eine klassische Interpretation der Vorgänge, welche in Abb. 2.6 a)-c) dargestellt ist.

Unter Transformation in das Wechselwirkungsbild und unter Verwendung der Leiteroperatoren des harmonischen Oszillators und der Drehwellennäherung erhält der Hamiltonoperator die Form

$$\hat{H}_S^{(WW)} \approx \hbar \frac{\eta \Delta_S}{2} \left(\hat{a} e^{i(\omega_{eff} t + \Delta \phi)} + \hat{a}^\dagger e^{-i(\omega_{eff} t - \Delta \phi)} \right) \hat{\sigma}_z, \quad (2.22)$$

wobei $\delta = \omega_{eff} - \omega_z$ die Verstimmung der Frequenz ω_{eff} der treibenden Kraft zur

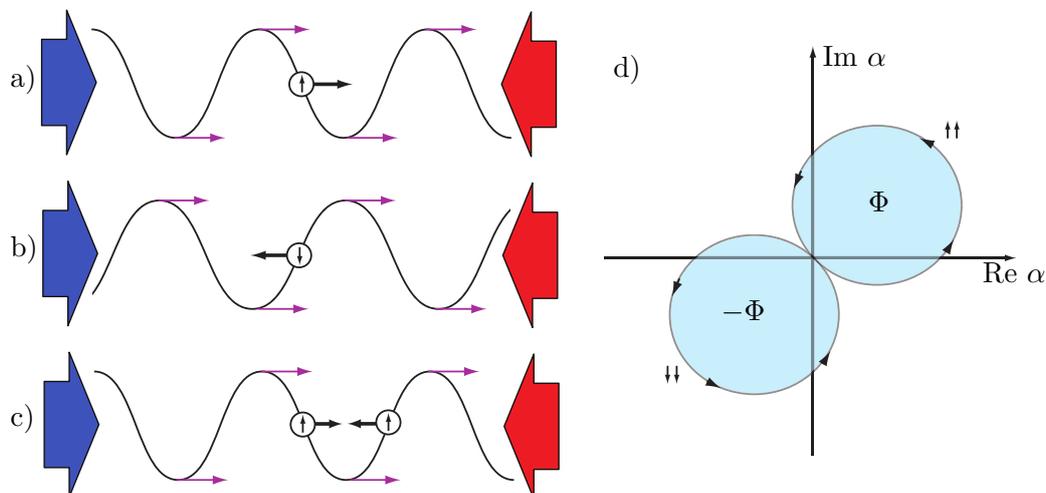


Abbildung 2.6: Darstellung der Lichtkraft auf ein und zwei Ionen. Die durchgezogene Sinuskurve stellt in a), b) und c) das spin-abhängige Potential durch den dynamischen Stark-Effekt dar, während die schwarzen Pfeile die daraus resultierende Lichtkraft auf das Ion skizzieren. Die roten und blauen Pfeile stehen für die beiden verwendeten Laserstrahlen, die die „Stehwelle“ erzeugen, die sich in Richtung der lila-farbenen Pfeile bewegt. In d) ist die ausgesammelte geometrische Phase zweier Ionen dargestellt, was in Kapitel 2.2.3 beschrieben wird. Entnommen aus [Pos10].

Oszillatorfrequenz ω_z darstellt.

Aus der Ableitung des Hamiltonoperators nach dem Ort erhält man nach dem Hellmann-Feynman-Theorem analog zur klassischen Mechanik die Kraft, die auf das Ion wirkt, welche hier als *Lichtkraft* bezeichnet wird:

$$\langle \mathcal{F} \rangle = \langle \Psi | \frac{d\hat{H}}{d\hat{x}} | \Psi \rangle . \quad (2.23)$$

Diese Kraft treibt das Ion im harmonischen Potential der Falle an, wobei das Vorzeichen der Kraft abhängig von seinem Spinzustand ist.

Die daraus resultierende Verschiebung im Phasenraum führt nun zu dem Aufsammeln einer geometrischen Phase, was im folgenden Kapitel beschrieben wird.

2.2.3 Das geometrische Phasengatter

Aufbauend auf der bisher eingeführten Theorie wird hier das *geometrische Phasengatter* eingeführt, welches erstmals in [LDM⁺03] durchgeführt wurde.

Wie gezeigt wird, erzeugt dieses Gatter im Idealfall aus einem separablen Produktzu-

2. THEORETISCHE GRUNDLAGEN

stand einen maximal verschränkten Zustand, welcher einen Grundbaustein für zahlreiche Anwendungen in der Quanteninformationsverarbeitung darstellt.

Ein großer Vorteil des geometrischen Phasengatters besteht darin, dass sich nach [LDM⁺03] die Ionen zu Beginn in einem beliebigen Zustand der Bewegung befinden können, solange sie sich im Lamb-Dicke-Regime befinden. Dies erleichtert die Präparation der Anfangszustände, da die Kühlung in den Grundzustand der Bewegung keine Voraussetzung mehr ist, wie es für die in [CZ95] vorgeschlagenen und in [SKHR⁺03] ausgeführten Gatter der Fall ist.

Die notwendigen Schritte, um das geometrische Phasengatter experimentell zu realisieren und die Anwendung auf einen Produktzustand werden nun besprochen:

Das Antreiben des Oszillators - dem Ion im harmonischen Fallenpotential - mit der in Kapitel 2.2.2 eingeführten Lichtkraft führt zu einer Verschiebung des Ausgangszustandes im Phasenraum, was quantenmechanisch durch den Verschiebeoperator

$$\hat{D}(\alpha) = e^{\alpha\hat{a}^\dagger - \alpha^*\hat{a}} \quad (2.24)$$

dargestellt wird. Wendet man den Verschiebeoperator auf den Grundzustand der Bewegung $|n=0\rangle$ an, erhält man den kohärenten Zustand

$$|\alpha\rangle = \hat{D}(\alpha)|n=0\rangle, \quad (2.25)$$

welcher durch

$$|\alpha\rangle = e^{-\frac{|\alpha|^2}{2}} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle \quad (2.26)$$

gegeben ist. Dabei ist α eine beliebige komplexe Zahl, welche die Amplitude der Verschiebung beschreibt. Kohärente Zustände wurden ursprünglich von Glauber in [Gla63] eingeführt, um quasiklassische Zustände des harmonischen Oszillators zu beschreiben. Die Amplitude der Verschiebung ergibt sich durch die Lichtkraft nach [Pos10] zu

$$\alpha(t) = -i\frac{\eta\Delta_S}{\delta} e^{\Delta\phi} e^{-i\frac{\delta t}{2}} \sin\frac{\delta t}{2}. \quad (2.27)$$

Man sieht, dass für $t = T_R = 2\pi/\delta$ der Ausgangszustand mit $t = 0$ wieder erreicht wird, was daran liegt, dass die treibende Kraft durch die Verstimmung δ den Oszillator bis zum Zeitpunkt $t = \pi/\delta$ anregt und danach durch den Phasenversatz wieder bremst.

2.2 Die Verschränkung zweier $^{40}\text{Ca}^+$ Ionen

Befinden sich nun zwei Ionen in dem gleichen Spinzustand (*gerader Zustand*) und dem Abstand $d = n\lambda$, also einem ganzzahligen Vielfachen der Wellenlänge λ der antreibenden Stehwelle in dem harmonischen Potential der Falle, erfahren sie die in Abb. 2.6 d) dargestellte Auslenkung im Phasenraum. Die dabei akkumulierte Phase Φ entspricht der im Phasenraum umschlossenen Fläche und ist durch

$$\Phi(t) = \frac{\eta^2 \Delta_S^2 \sin \delta t - \delta t}{4 \delta^2} \quad (2.28)$$

gegeben, wobei $\delta = \omega_{eff} - \omega_{COM}$ die Verstimmung der treibenden Kraft zur COM-Mode darstellt.

Befinden sich die Ionen nun in unterschiedlichen Spinzuständen (*ungerader Zustand*) wirkt die Lichtkraft auf beide Ionen mit umgekehrtem Vorzeichen. Eine resonante Anregung dieser gegenläufigen Schwingung ist aber nicht möglich, da diese bei einer um den Faktor $\sqrt{3}$ höheren Frequenz oszilliert, was in Kapitel 2.3.2 beschrieben ist.¹

Dies führt dazu, dass hier keine Verschiebung im Phasenraum stattfindet und somit auch keine Phase akkumuliert wird. Für die geraden Zustände sieht man in Gl. 2.28 direkt die Parameter, die die Phase beeinflussen:

- wird die Verstimmung δ der Stehwelle gegenüber der Frequenz des harmonischen Potentials vergrößert, so nimmt die Phase mit δ^2 ab
- erhöht man die Amplitude des dynamischen Starkshifts Δ_S , erhöht also die Intensität der beteiligten Laser oder reduziert deren Verstimmung Δ_R , so steigt die Phase mit Δ_S^2 an.

Beide Methoden werden in den Experimenten genutzt, um die Phase zu beeinflussen. Würde man die beiden Ionen z. B. im $|\uparrow\uparrow\rangle$ Zustand initialisieren, wäre es nicht möglich die Phase zu registrieren, da eine Phase immer nur eine relative Messgröße darstellt und einen Referenzwert benötigt, um definiert werden zu können. Einen Ausweg bietet die Verwendung des Zustands $|\Psi\rangle = \frac{1}{2}(|\downarrow\downarrow\rangle + |\downarrow\uparrow\rangle + |\uparrow\downarrow\rangle + |\uparrow\uparrow\rangle)$, welcher in den geraden Komponenten $|\downarrow\downarrow\rangle$, $|\uparrow\uparrow\rangle$ die besprochene Phase akkumulieren würde. Die ungeraden Zustände $|\downarrow\uparrow\rangle$, $|\uparrow\downarrow\rangle$ können jedoch nicht, wie oben beschrieben, von der stehenden Welle zum Schwingen angeregt werden, weshalb hier eine zusätzliche Phase ausbleibt. In der

¹Analog kann auch ein Abstand $d = (n + \frac{1}{2})\lambda$ gewählt werden, um mit ungeraden Spinzuständen die COM-Mode anzuregen. Mit den gegenteiligen Einstellungen kann auch entsprechend die STR-Mode angeregt werden.

2. THEORETISCHE GRUNDLAGEN

im vorherigen Kapitel eingeführten Matrixdarstellung ergibt sich die Zustandsänderung durch die geometrische Phase zu

$$\hat{G}(\Phi) = \begin{pmatrix} e^{i\Phi} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e^{i\Phi} \end{pmatrix}. \quad (2.29)$$

Stellt man die oben genannten Parameter nun so ein, dass $\Phi = \pi/2$ gilt, erhält man durch die folgende Kombination der eingeführten Operationen die Möglichkeit, aus dem Startzustand $|\psi_{Start}\rangle = |\downarrow\downarrow\rangle$ einen Bell-Zustand

$$\begin{aligned} |\psi_B\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} e^{i\phi_{Gl}} (|\downarrow\downarrow\rangle - i|\uparrow\uparrow\rangle) \\ &= R_2\left(\frac{\pi}{2}, 0\right) R_2(\pi, 0) \hat{G}\left(\frac{\pi}{2}\right) R_2\left(\frac{\pi}{2}, 0\right) |\psi_{Start}\rangle \end{aligned} \quad (2.30)$$

zu erzeugen, womit die Ionen maximal verschränkt sind. Die globale Phase ϕ_{Gl} kann im Experiment nicht beobachtet werden und spielt für die Verschränkung keine Rolle.

2.2.4 Charakterisierung der Verschränkung

Die Verschränkung der Ionen nach Anwendung des oben beschriebenen Gatters ist ein direktes Maß für die Güte der Gatteroperation selbst. Um aber eine erfolgreiche Verschränkung nachweisen zu können, müssen Parameter eingeführt werden, welche eine quantitative Beurteilung der Verschränkung ermöglichen. Daher soll in diesem Abschnitt erst Verschränkung im quantenmechanischen Sinn und daraufhin die nötigen Größen definiert werden, die den Grad der Verschränkung zugänglich machen.

Betrachtet man ein aus zwei Qubits bestehendes Quantensystem, wie es in Kap. 2.1.1 eingeführt wurde, so gibt es eine Klasse an reinen Zuständen $|\Psi_P\rangle_{A\otimes B}$, die *Produktzustände*, welche als direktes Produkt von reinen Zuständen der Untersysteme mit den Hilberträumen H_A und H_B folgendermaßen dargestellt werden können:

$$|\Psi_P\rangle = |\Psi\rangle_A \otimes |\Psi\rangle_B. \quad (2.31)$$

Diese Produktzustände stellen aber nicht alle im Hilbertraum $H_A \otimes H_B$ möglichen

2.2 Die Verschränkung zweier $^{40}\text{Ca}^+$ Ionen

Zustände dar, in dem das Zwei-Qubit-System existiert. Eine allgemeine Darstellung aller Zustände in diesem Hilbertraum ist gegeben durch:

$$|\Psi\rangle_{A\otimes B} = \sum_{i,j} c_{ij} |i\rangle_A |j\rangle_B. \quad (2.32)$$

Die oben genannten Produktzustände sind also die Spezialfälle in denen c_{ij} als $c_{ij} = a_i b_j$ dargestellt werden kann. Alle Zustände, die nicht in dieser Form separiert werden können, also keine Produktzustände sind, heißen *verschränkte Zustände*. Beispiele für verschränkte Zustände sind die Bell-Zustände:

$$\begin{aligned} |\Psi^+\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|10\rangle + |01\rangle) \\ |\Psi^-\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|10\rangle - |01\rangle) \\ |\Phi^+\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|00\rangle + |11\rangle) \\ |\Phi^-\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|00\rangle - |11\rangle). \end{aligned} \quad (2.33)$$

Misst man nun in einem Subsystem eines Produktzustandes, so hat dies keinen Einfluss auf die Messung in dem zweiten Subsystem. Bei maximal verschränkten Zuständen hingegen ist nach der Messung an dem ersten Subsystem das Ergebnis der Messung im zweiten Subsystem schon bestimmt. Diese Korrelation gilt auch nachdem die Zustände vor der Messung örtlich separiert werden und führt zu einem der verblüffendsten Resultaten der Quantenmechanik, was eindrucksvoll z. B. in [SBB⁺08] demonstriert ist. Erweitert man nun diese Definition auf Zustandsgemische, so gilt ein Zustand, beschrieben durch die Dichtematrix ρ als separabel wenn gilt:

$$\rho = \sum p_i \cdot \rho_A \otimes \rho_B, \quad \sum_i p_i = 1, \quad p_i > 0. \quad (2.34)$$

2. THEORETISCHE GRUNDLAGEN

Das Zustandsgemisch beschrieben durch ρ enthält nach [Per96] nur dann verschränkte Zustände, wenn die partielle Transponierte der Dichtematrix

$$\rho^{PT} = (\sigma_x \otimes 1) \rho, \quad \sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (2.35)$$

einen negativen Eigenwert besitzt.

Eine weitere Messgröße, die die Verschränkung der durch die Dichtematrix ρ beschriebenen gemischten Zustände quantifiziert, wird in [HW97] für ein Zwei-Qubit-System vorgestellt und basiert auf der Minimierung der gemittelten *von Neumann-Entropie*. Dafür muss die Dichtematrix in eine Kombination von reinen Zuständen $|\Phi_i\rangle$ zerlegt werden, was für jede Dichtematrix eines gemischten Zustandes möglich ist:

$$\rho = \sum_{i=1}^N p_i |\Phi_i\rangle \langle \Phi_i|, \quad \text{mit} \quad \sum_{i=1}^N p_i = 1. \quad (2.36)$$

Für reine Zustände stellt die Entropie eines der Teilsysteme A oder B ein gutes Maß für die Verschränkung dar:

$$E(\Psi) = S(Sp_A |\Psi\rangle \langle \Psi|) = S(Sp_B |\Psi\rangle \langle \Psi|). \quad (2.37)$$

Wobei $S(\rho)$ die von Neumann-Entropie für reine Zustände ist:

$$S(\rho_{rein}) = -Sp(\rho_{rein} \log(\rho_{rein})). \quad (2.38)$$

Für die gemischte Zustandsmatrix ρ dargestellt durch Gl. 2.36 ergibt sich nun das *entanglement of formation* zu

$$E_f(\rho) = \inf \sum_j p_j E(\Phi_k), \quad (2.39)$$

welche bei bekanntem ρ für ein Zwei-Qubit-System analytisch berechnet werden kann, was in [HW97] ausgeführt ist.

Damit kann nun die erreichte Verschränkung charakterisiert und mögliche Fehlerquellen auf ihren Einfluss auf den Grad der Verschränkung untersucht werden.

Um jedoch bei der Durchführung der Experimente eine direkte Aussage über die Güte der Verschränkung zu erhalten, die keine aufwendige Auswertung der Daten erfordert,

2.2 Die Verschränkung zweier $^{40}\text{Ca}^+$ Ionen

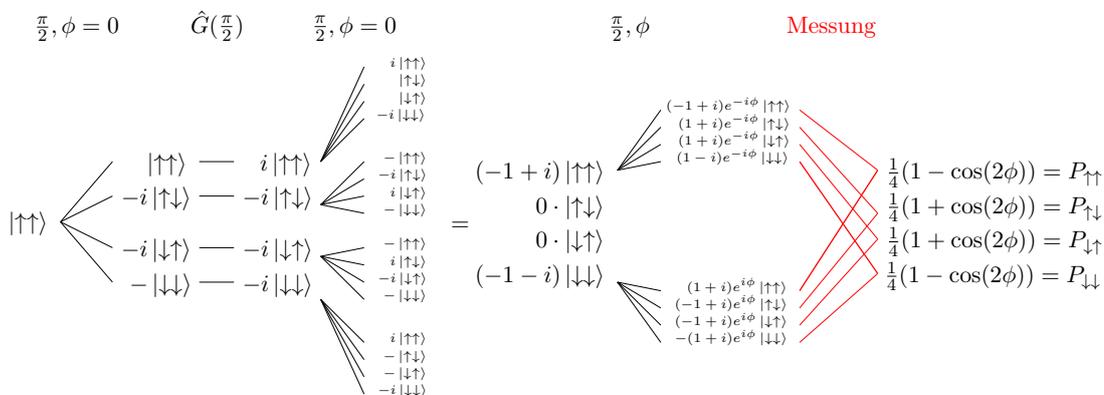


Abbildung 2.7: Paritätsoszillationen durch Interferenz der Anregungswege. In einer Spalte stehen die einzelnen Komponenten, welche aufaddiert den aktuellen Zustand ergeben (die Normierungsfaktoren wurden der Übersichtlichkeit halber nicht eingezeichnet). Vor dem letzten $\frac{\pi}{2}$ -Puls ist der Bellzustand dargestellt. Die hier mit eingezeichnete zusätzliche globale Phase spielt im weiteren Verlauf keine Rolle. Die roten Balken stellen die Interferenz der einzelnen Anregungswege dar, welche zu den Besetzungswahrscheinlichkeiten der Zustände führen. In der letzten Spalte wird also kein quantenmechanischer Zustand, sondern dessen durch die Zustandsdetektion zugänglichen Besetzungswahrscheinlichkeiten, dargestellt.

wird hier eine weitere Größe eingeführt. Um diese zu erzeugen, muss nach dem letzten $\frac{\pi}{2}$ -Puls in Gl. 2.30 ein weiterer $\frac{\pi}{2}$ -*Analysepuls* mit variabler Phase ϕ angewendet werden. Durch die in Abb. 2.7 dargestellte Interferenz der Anregungswege, kommt es bei einer geometrischen Phase von $\Phi = \frac{\pi}{2}$ zu einem π -periodischen Interferenzmuster der Besetzungswahrscheinlichkeiten in Abhängigkeit von ϕ . Aus den so erhaltenen Besetzungswahrscheinlichkeiten kann die *Parität* Π berechnet werden, welche dieselbe Periodizität besitzt:

$$\Pi(\phi) = P_{\downarrow\downarrow}(\phi) + P_{\uparrow\uparrow}(\phi) - [P_{\uparrow\downarrow}(\phi) + P_{\downarrow\uparrow}(\phi)]. \quad (2.40)$$

Der Kontrast $|K|$ der *Paritätsoszillation* mit $K \cos(2\phi)$ entspricht nach [LDM⁺03] dem doppelten Wert des Dichtematrixelements $\rho_{\downarrow\downarrow, \uparrow\uparrow}$ des erzeugten Zustandsgemisches. Berechnet man nun den Überlapp des experimentell realisierten Zustands, beschrieben durch ρ , mit dem theoretischen Idealzustand aus Gl. 2.30 so ist dies die *Fidelität* F :

$$F = \langle \psi_B | \rho | \psi_B \rangle = \frac{1}{2} (P_{\uparrow\uparrow} + P_{\downarrow\downarrow}) + |\rho_{\downarrow\downarrow, \uparrow\uparrow}|. \quad (2.41)$$

2. THEORETISCHE GRUNDLAGEN

Je größer also der Kontrast der Paritätsoszillationen ist, desto stärker ist die Kohärenz zwischen den Zuständen $|\uparrow\uparrow\rangle$ und $|\downarrow\downarrow\rangle$. Der Kontrast kann minimal $K=0$ betragen, was bei einem komplett inkohärenten Zustandsgemisch der geraden Zustände zu einer Fidelität $F=0,5$ führt. Hat man den gewünschten Bell-Zustand $|\psi_B\rangle$ perfekt produziert, so wäre der Kontrast $K=1$ und würde zu einer Fidelität $F=1$ führen. Der *Paritätskontrast* K stellt somit ein Maß für die Güte der Gatteroperation dar und wird im Laufe der Arbeit verwendet, um die Einflüsse verschiedenster Maßnahmen zu untersuchen.

Die nun abgeschlossene Beschreibung eines Quantengatters, sowie aller dafür benötigten Komponenten soll im nächsten Kapitel auf die von uns gewählte Methode, Ionen zu fangen und zu kontrollieren, erweitert werden.

2.3 Die segmentierte lineare Paulfalle

Nachdem bisher der allgemeine Fall in harmonischen Potentialen eingeschlossener Ionen behandelt wurde, soll hier beschrieben werden, wie in unserem Experiment diese Potentiale realisiert werden. Weiterhin werden im Folgenden die in den vorherigen Kapiteln verwendeten Moden der Bewegung hergeleitet und ihre Kontrolle über äußere Parameter beschrieben.

Wir verwenden eine segmentierte lineare Paulfalle, welche eine Erweiterung des 1958 von Wolfgang Paul erfundenen „Ionenkäfigs“ [PFO58] darstellt. Diese ermöglicht das Speichern und den kontrollierten Transport geladener Teilchen. Die zugrunde liegende Theorie soll hier kurz umrissen werden. Detailliertere Beschreibungen sind in [PFO58, LBMW03] zu finden.

In Abb. 2.8 ist die Skizze einer typischen linearen Paulfalle dargestellt. Die verschiedenen Elektroden sorgen für ein elektrisches Potential im Inneren, welches die geladenen Teilchen fängt. Aufgrund der Gültigkeit der Laplace-Gleichung ist es aber nicht möglich, mit statischen elektrischen Feldern ein in alle drei Raumrichtungen einschließendes elektrisches Potential zu erzeugen. Diese Tatsache umging Paul, indem er sich hochfrequente Wechselfelder mit der Radiofrequenz Ω_{rf} zunutze machte und diese mit statischen Feldern kombinierte. Somit ergibt sich in der Falle das Potential:

$$V(x, y, z, t) = \left(\alpha_x^{(dc)} x^2 + \alpha_y^{(dc)} y^2 + \alpha_z^{(dc)} z^2 \right) + \left(\alpha_x^{(rf)} x^2 + \alpha_y^{(rf)} y^2 + \alpha_z^{(rf)} z^2 \right) \cos(\Omega_{rf} t), \quad (2.42)$$

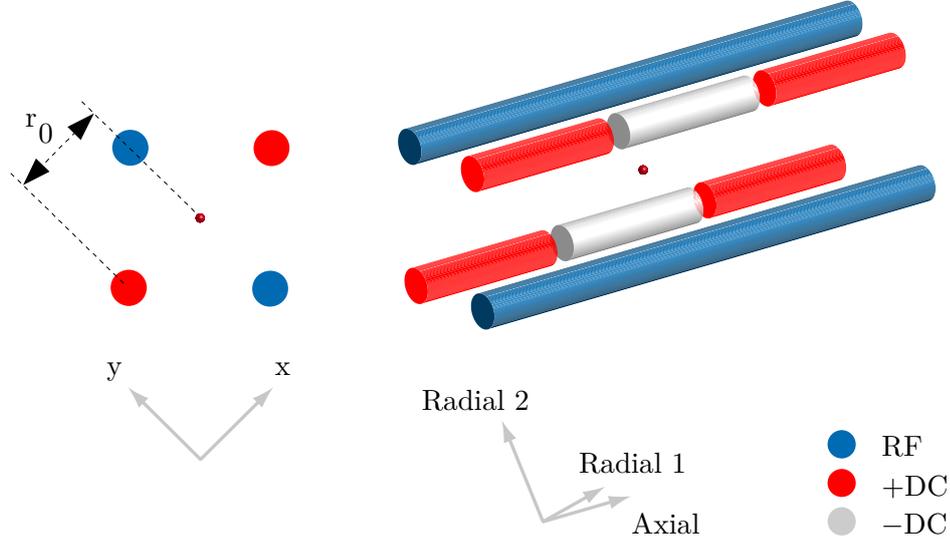


Abbildung 2.8: Die lineare Paulfalle. Zu sehen sind die verschiedenen Elektroden sowie ein eingeschlossenes Teilchen. In dieser einfachen Geometrie fallen die Radial-Achsen mit den x- und y-Koordinaten zusammen, was, wie in Kapitel 4 gezeigt wird, nicht immer der Fall sein muss. Die Skizze wurde aus [Zie08] entnommen.

wobei α_u , $u = x, y, z$ die Krümmungen des Potentials beschreiben. Diese ergeben sich wiederum aus den an den Elektroden angelegten Spannungen V_{dc} und V_{rf} , der Geometrie der Falle (dargestellt durch die geometrischen Parameter ξ_u und ζ_u), sowie der Ladung q des zu fangenden Teilchens:

$$\alpha_u^{(dc)} = \xi_u q V_{dc} \quad \text{und} \quad \alpha_u^{(rf)} = \zeta_u q V_{rf}. \quad (2.43)$$

Die Bewegungsgleichung für die Koordinate u ergibt sich unter Wirkung der Coulombkraft direkt zu:

$$m\ddot{u} = -2\alpha_u^{(dc)}u - 2\cos(\Omega_{rf}t)\alpha_u^{(rf)}u, \quad (2.44)$$

wobei m die Masse des Teilchens beschreibt. Diese Gleichung ist eine Matthieu'sche Differentialgleichung (DGL), welche numerisch oder z. B. über die Floquet'sche Methode analytisch gelöst werden kann [McL47] zu:

$$u(t) = A \cos(\omega_u t) \left(1 - \frac{q_u}{2} \cos(\Omega_{rf} t) \right) \quad (2.45)$$

mit der Säkularfrequenz $\omega_u = \beta_u \frac{\Omega_{rf}}{2}$, wobei β_u ein Kettenbruch ist, der aus der Lösung

2. THEORETISCHE GRUNDLAGEN

der Matthieu'schen DGL hervorgeht und von a_u und q_u abhängt, welche zusammenfassende Parameter darstellen:

$$a_u = \xi_u \frac{8eV_{dc}}{m\Omega_{rf}^2} \quad \text{und} \quad q_u = \zeta_u \frac{4eV_{rf}}{m\Omega_{rf}^2}. \quad (2.46)$$

Für $a_u, q_u \ll 1$ kann man folgende Näherung für β und somit für die Säkularfrequenzen angeben:

$$\beta_u \approx \sqrt{a_u + \frac{q_u^2}{2}}, \quad \text{also:} \quad \omega_u \approx \frac{\Omega_{rf}}{2} \sqrt{a_u + \frac{q_u^2}{2}}. \quad (2.47)$$

Für lineare Paulfallen gilt $q_z = 0$, die Säkularfrequenz in der Fallennachse wird also nur von den DC-Spannungen bestimmt.

Die Oszillation mit der Säkularfrequenz und die Mikrobewegung sind in Abbildung 4.2 exemplarisch dargestellt.

Die Teilchenbahnen in der Paulfalle bleiben nur für $|\beta| \leq 1$ begrenzt, d. h. nur hier können Ionen gefangen werden. Dies schränkt die zur Ionenspeicherung zur Verfügung stehenden Parameter ein, was in Abbildung 2.9 in einem Stabilitätsdiagramm dargestellt ist.

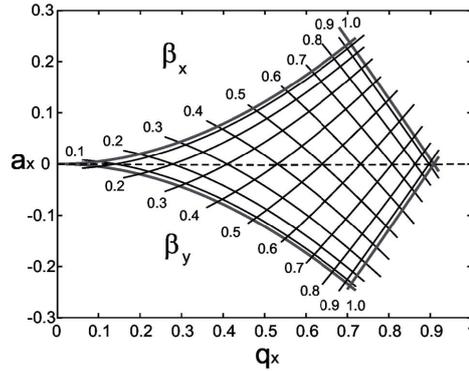


Abbildung 2.9: In der Abbildung sieht man den Stabilitätsbereich des radialen Einschlusses einer linearen Paulfalle in Abhängigkeit der in Gl. 2.46 eingeführten Parameter (entnommen aus: [LBMW03]).

2.3.1 Quantisierte Schwingungsmoden

Da die bisher gemachten klassischen Herleitungen nicht ausreichen um die quantenmechanische Natur der nahe an den Grundzustand gekühlten Ionen zu beschreiben, wird hier der Übergang in die quantenmechanische Beschreibung vollzogen. In [LBMW03] findet man eine detaillierte semiklassische Herleitung, welche als Ausgangspunkt den Hamiltonoperator der Bewegung

$$\hat{H}_m = \frac{\hat{p}^2}{2m} + \frac{m}{2} W(t) \hat{z}^2 \quad (2.48)$$

verwendet. In $W(t) = \frac{\omega_z^2}{4} [a_z + 2q_z \cos(\omega_{rf}t)]$ befindet sich der dynamische Anteil des Potentials. Analog zur Herleitung des gewöhnlichen harmonischen Oszillators werden hier die Leiteroperatoren \hat{a} und \hat{a}^\dagger eingeführt, welche die Bewegungszustände $|n, t\rangle$ miteinander verknüpfen. Der Unterschied besteht aber darin, dass diese Zustände keine Eigenzustände des Systems bilden, da die Mikrobewegung ihre Energie zeitabhängig ändert. Die Zeitskala auf der sich die Mikrooszillation abspielt, ist jedoch viel kleiner als die der meisten durchgeführten Experimente, weshalb man die Quantenzahlen n dem Energiemittel über eine Mikrooszillation zuordnen und dadurch beliebige Bewegungszustände als eine Linearkombination dieser Zustände $|n, t\rangle$ darstellen kann:

$$\Psi = \sum_{n=0}^{\infty} c_n |n, t\rangle. \quad (2.49)$$

Die Eigenenergien der einzelnen Zustände ergeben sich aus dem Hamiltonoperator, welcher mit Hilfe des Besetzungszahloperators $\hat{n}_z = \hat{C}^\dagger \hat{C}$ folgendermaßen dargestellt werden kann:

$$\hat{H}_m = \hbar\omega_z \left(\hat{n}_z + \frac{1}{2} \right). \quad (2.50)$$

Die so erhaltene Quantisierung der Eigenzustände des betrachteten Potentials trägt mit der Licht-Ion-Wechselwirkung im Kapitel 2.1.2, zu einer vollständigen quantenmechanischen Beschreibung des Experiments bei.

2. THEORETISCHE GRUNDLAGEN

2.3.2 Zwei-Ionen-Kristalle in der linearen Paulfalle

Hier wird der Fall eines *Zwei-Ionen-Kristalls* behandelt, welcher sich bildet sobald sich zwei Ionen in dem harmonischen Fallenpotential befinden und ihre kinetische Energie klein gegen ihre Coulombenergie ist.

Durch die abstoßende Coulombkraft, die die einfach geladenen Ionen der Masse m aufeinander ausüben, ergibt sich für N Ionen in der Paulfalle das Potential

$$V = \frac{1}{2}m \sum_n^N \left(\omega_x^2 u_{xn}^2 + \omega_y^2 u_{yn}^2 + \omega_z^2 u_{zn}^2 \right) + \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \sum_{n,m,n \neq m}^N \frac{1}{\sqrt{(\vec{r}_n - \vec{r}_m)^2}}. \quad (2.51)$$

Dieser allgemeine Fall wird in [Jam98] weitergeführt. Hier interessiert aber nur der Spezialfall $N=2$, welcher noch analytisch gelöst werden kann.

Vorausgesetzt es gilt $\omega_z < \omega_{x,y}$, ergibt sich der Abstand der Ionen im Gleichgewicht nach [Roo00] zu:

$$d = |x_1^0 - x_2^0| = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2e^2}{m\omega_z^2} \right)^{\frac{1}{3}}. \quad (2.52)$$

Anhand des Potentials aus Gl. 2.51 erhält man für die Bewegung in der Fallenachse z zwei mögliche Moden. Die erste Mode (*COM-Mode*) stellt die phasengleiche Schwingung beider Ionen in dem harmonischen Potential dar, wobei hier die Frequenz der des einzelnen Ions im Fallenpotential entspricht: $\omega_{COM} = \omega_z$. Die zweite Mode (*STR-Mode*) beschreibt die Atmungsmode, in der die Ionen mit der Frequenz $\omega_{STR} = \sqrt{3}\omega_z$ gegeneinander schwingen.

Eine detaillierte Behandlung der Herleitung sowie eine Quantisierung der auftretenden Oszillationen findet sich in [Jam98].

Nachdem nun die Fallenpotentiale sowie die Ionenbewegung diskutiert wurden, ist mit den vorangegangenen Kapiteln der theoretische Rahmen für die durchgeführten Experimente komplett. Um diese jedoch im Detail beschreiben zu können, muss zunächst der Aufbau der benötigten Komponenten vorgestellt werden, was im folgenden Kapitel geschieht.

3

Aufbau

Hier soll ein Überblick über die Komponenten des Experiments gegeben werden. Da eine detaillierte Beschreibung des gesamten bestehenden Experiments den Rahmen dieser Arbeit sprengen würde, werden nur diejenigen Komponenten ausführlich behandelt, die entweder für das Verständnis der Experimente wesentlich sind oder die im Laufe der Arbeit modifiziert wurden. Für Informationen über die weiteren Bestandteile wird hier auf die entsprechenden Quellen verwiesen, in denen der jeweilige Aufbau dokumentiert ist.

Da das Fangen der Ionen nur möglich ist, wenn keine Wechselwirkung mit den Teilchen des Hintergrundgases vorliegt, befindet sich die Mikrofalle in einer Ultrahochvakuumkammer. Die Vakuumkammer und alle für das Ultrahochvakuum benötigten Komponenten sind in [Sch09] beschrieben.

Das Vakuum wird aktuell bei $4.3 \cdot 10^{-10}$ mbar betrieben, was Verluste gefangener Ionen durch Stöße mit dem Hintergrundgas soweit minimiert, dass über mehrere Stunden mit ein und demselben Ion gearbeitet werden kann.

Die Optik für die Auslese wurde in [Mai06] ausgearbeitet und dargestellt. Eine genaue Beschreibung der verwendeten EMCCD-Kamera (Andor iXon^{EM}DV860) für die Detektion der Ionenfluoreszenz ist in [Wie11] gegeben. Alternativ zur Kamera kann die Fluoreszenz der Ionen auch über einen Photoelektronenvervielfacher ausgelesen werden, mit welchem aber keine Unterscheidung der Zustände $|\uparrow\downarrow\rangle$, $|\downarrow\uparrow\rangle$ möglich ist.

Zwei außerhalb der Vakuumkammer angebrachte Magnetfeldspulen erzeugen das Magnetfeld, das in Abb. 3.2 eingezeichnet ist. Dieses bewirkt das Aufspalten der Zeeman-Level und definiert somit die Quantisierungsachse. Der Strom durch die Spulen beträgt

3. AUFBAU

$\approx 1,830\text{A}$, was zu einem Magnetfeld von $\approx 0,7\text{mT}$ am Ort des Ions führt. Dies ergibt eine Zeeman-Aufspaltung der Spin-Qubit-Zustände von $\approx 18\text{MHz}$.

3.1 Die segmentierte lineare Mikrofalle

Das Herzstück des Experiments bildet eine segmentierte lineare Mikrochip-Falle, welche eigens in der Gruppe entwickelt wurde, um den Ansatz des skalierbaren Quantencomputers verfolgen zu können. Die Fabrikation der Falle sowie ihre Installation im Vakuum ist in [Sch09] detailliert beschrieben.

Eine schematische Darstellung ist in Abbildung 3.1 zu sehen und stellt eine Annäherung an das makroskopische Design herkömmlicher segmentierter Paulfallen wie in Abb. 2.8 dar.

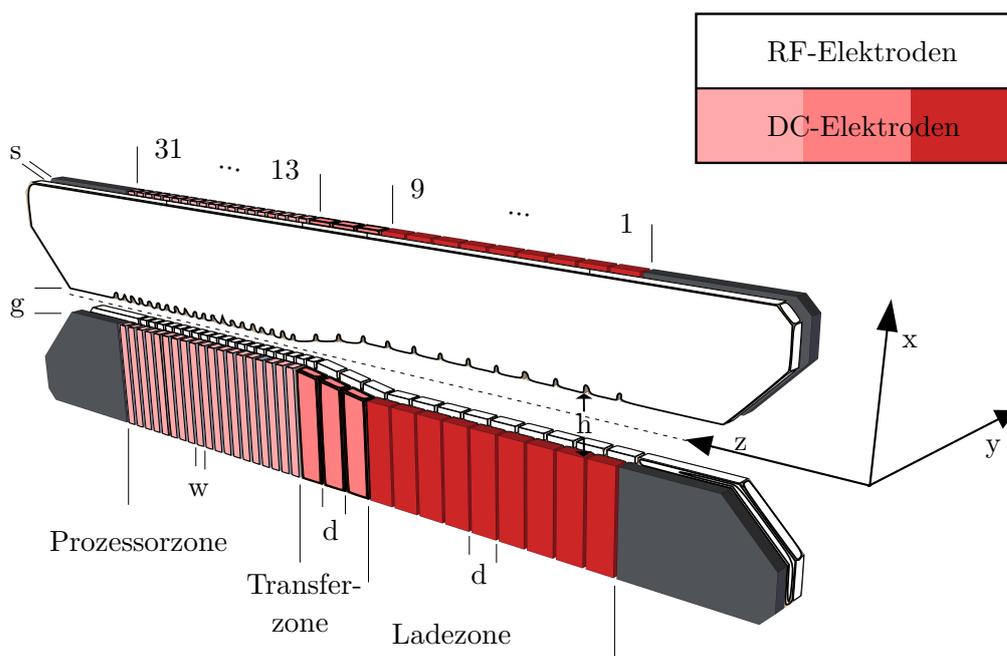


Abbildung 3.1: Die Mikrofalle. Für die hier beschriebenen Experimente werden die Ionen ausschließlich in dem mittleren Segment der Ladezone (Seg. 5) gefangen. Hierfür wird an den DC-Elektroden dieses Segmentes eine negative Spannung angelegt, während die restlichen Elektroden auf das Erdpotential der RF-Elektroden gelegt werden. Die Maße betragen: $d=250\mu\text{m}$, $h=500\mu\text{m}$, $s=125\mu\text{m}$, $w=125\mu\text{m}$, $g=250\mu\text{m}$. Die Lücke zwischen zwei benachbarten DC-Elektroden beträgt $30\mu\text{m}$. Entnommen aus [Sch09].

Für die in dieser Arbeit vorgestellten Experimente werden ausschließlich die Segmente aus der Laderegion benutzt, während die DC-Elektroden der Prozessor- und der Transferzone auf Erde gelegt sind. Ein Segment bezeichnet den Bereich, der zwei gegenüberliegende DC-Elektroden umfasst. Alle verwendeten Laser sind so ausgerichtet, dass Atome im fünften Segment der Ladezone ionisiert und manipuliert werden können. Die Spannung an jeder einzelnen DC-Elektrode kann über Vakuumdurchführungen von außen separat geregelt werden, was in den Experimenten in Kapitel 4 und zukünftig für Transportexperimente genutzt werden wird.

3.2 Die Lasersysteme

Alle verwendeten Laser sind kommerzielle Produkte der TOPTICA AG, Gräfelfing. Hier sollen die einzelnen Laser und ihre Funktionen aufgelistet werden. Eine detaillierte Darstellung sämtlicher aktueller Laseraufbauten inklusive der Strahlgänge findet sich in [Pos10].

- **Photoionisation durch Laser mit Wellenlängen bei 423nm und 375nm**

Durch elektrisches Heizen einer mit Kalziumpulver gefüllten Edelstahlröhre verdampfen Kalziumatome in die Kammer. Ausrichtung und Form des Ofens lassen den Atomstrahl auf die Falle treffen, wo die Atome ionisiert werden. Dafür wird das Atom erst von dem Laser bei 423nm aus dem Grundzustand in das 4^1P_1 -Niveau angeregt und von dort mit dem frei laufenden Laser bei 375nm ionisiert, wie in [GRB⁺] vorgestellt.

- **Dopplerkühlung, optisches Pumpen und Ionendetektion mit einem Laser einer Wellenlänge bei 397nm**

Wie in 2.3 dargestellt, treibt der Laser bei 397nm den Übergang $^2S_{1/2} \leftrightarrow ^2P_{1/2}$ und nutzt diesen zur Dopplerkühlung der Ionen. Ein Teil des Strahls wird jedoch durch ein zusätzliches $\lambda/4$ -Plättchen geführt, wodurch σ^+ -polarisiertes Licht entsteht. Dieses wird verwendet, um nach dem Kühlen die Ionen in den $|\uparrow\rangle$ -Zustand zu pumpen, was eine deterministische Präparation des Anfangszustandes ermöglicht.

Die Messung des aktuellen Zustands des Ions geschieht immer durch Fluoreszenzauslese des $^2S_{1/2} \leftrightarrow ^2P_{1/2}$ Übergangs. Befindet sich das Ion in einem der beiden Zustände, so kann dieser Übergang von dem Laser bei 397nm getrieben

3. AUFBAU

werden und man kann mit der Kamera oder dem PMT die Fluoreszenzphotonen des Zerfalls des ${}^2P_{1/2}$ -Zustandes registrieren. Ist das Ion in einem der anderen im Termschema 2.3 dargestellten Zustände, so bleibt es dunkel.

- **Zurückpumpen mit einem Laser einer Wellenlänge bei 866nm**

Im Termschema 2.3 ist zu erkennen, dass der Zustand $4^2P_{1/2}$ auch nach $3^2D_{3/2}$ zerfallen kann. Befindet sich das Ion nun in diesem Zustand, so kann es weder detektiert noch für die gewünschten Prozesse verwendet werden. Um die Lebensdauer $\tau = 1.18s$ dieses Zustandes künstlich zu verkürzen, wird der Laser bei 866nm eingestrahlt, um das Ion zurück in den $4^2P_{1/2}$ -Zustand zu pumpen.

- **Leeren des $D_{5/2}$ Niveaus mit einem Laser einer Wellenlänge bei 854nm**

Der Laser bei 854nm sorgt dafür, dass nach einer Experimentsequenz der Zustand $3^2D_{5/2}$, welcher von dem Laser bei 729nm bevölkert wird und eine Lebensdauer von 1.18s besitzt, geleert wird. Durch das Pumpen in den $4^2P_{3/2}$ -Zustand, welcher eine um neun Größenordnungen kürzere Lebensdauer besitzt, wird das Ion wieder dem Auslesezyklus zugeführt.

- **Stimulierte Ramanübergänge mit einem Laser einer Wellenlänge bei 397nm**

Die Ramanübergänge werden im Detail in Kapitel 2.2.1 beschrieben. In unserem Experiment werden die beiden parallel propagierenden Strahlen als $R1$ und CC , der dazu orthogonale Strahl mit $R2$ bezeichnet. Die verschiedenen Kombinationen der Strahlen werden mit $R1CC$, $R2CC$ und $R1R2$ bezeichnet, wobei letztere zur Seitenbandkühlung verwendet wird, welche den Bewegungszustand des Ions nahe an den quantenmechanischen Grundzustand führt, was in [Sch11] beschrieben ist. Die Unterschiede der verschiedenen Strahlkombinationen sind in 2.2.1 aufgeführt. Alle drei Strahlen stammen aus demselben Laser und werden erst kurz vor der Vakuumkammer unter Verwendung von Strahlteilern und $\lambda/2$ -Plättchen aufgespalten. Dies führt dazu, dass der individuelle Weg der einzelnen Strahlen möglichst kurz gehalten wird, um eine hohe Phasenstabilität der Strahlen zueinander zu gewährleisten.

- **Treiben des Quadrupolübergangs mit einem Laser einer Wellenlänge bei 729nm**

Das in Kapitel 2.1.4 vorgestellte optische Qubit kann mit dem Laser bei 729nm getrieben werden. Durch die Anregung in den $3^2D_{5/2}$ -Zustand kann das Ion unter Bestrahlung mit dem Laser bei 397nm nicht mehr zum Fluoreszieren gebracht werden und die Kamera registriert keine Fluoreszenz-Photonen. Befindet sich das Ion in einem Überlagerungszustand aus $3^2D_{5/2}$ und $4^2S_{1/2}$ wird es entsprechend der Besetzungswahrscheinlichkeiten als entweder hell oder dunkel registriert. Durch mehrmaliges Messen (i. d. R. 200 Durchführungen) nach identischer Präparation und Manipulation können somit die Besetzungswahrscheinlichkeiten ermittelt werden.

Weiterhin ermöglicht dieser Laser auch die Auslese des Spinqubits. Da die Linienbreite des Detektionslasers bei 397nm nicht ausreicht, um die Zeeman-Unterstufen aufzulösen, würde das Ion in beiden Spinqubit-Zuständen als hell erscheinen. Um die Zeeman-Zustände unterscheiden zu können, wird am Ende einer Experimentsequenz ein π -Puls oder ein adiabatischer Besetzungstransfer auf dem Quadrupolübergang durchgeführt. Da die Linienbreite des Lasers bei 729nm nur wenige Kilohertz beträgt, ist es hier möglich, nur den Übergang des $|\uparrow\rangle$ Zustandes in den $3^2D_{5/2}$ -Zustand zu treiben. Daraufhin wird von dem Detektionslaser bei 397nm nur noch die Bevölkerung in $|\downarrow\rangle$ registriert, was einer zustandsselektiven Detektion entspricht. Dieser Prozess wird in der restlichen Arbeit als *electron-shelving* bezeichnet.

Die Geometrie der Laserstrahlen am Ort der Mikrofalle ist in Abb. 3.2 dargestellt. Die Variation der Frequenz, Phase sowie der Intensität der Laserstrahlen wird durch die Verwendung von *akusto-optischen Modulatoren* (AOM) erreicht. Diese werden über ein Schaltnetzwerk von mehreren phasengelockten Frequenzgeneratoren angesteuert. Wird ein Laser innerhalb eines Experiments in seiner Frequenz, Phase oder Intensität durchgeföhren, so werden die jeweils beteiligten AOMs von einem über USB gesteuerten Frequenzgenerator (*VFG 150*, TOPTICA) betrieben. Eine genaue Darstellung des Schaltnetzwerkes findet sich in [Sch11].

3. AUFBAU

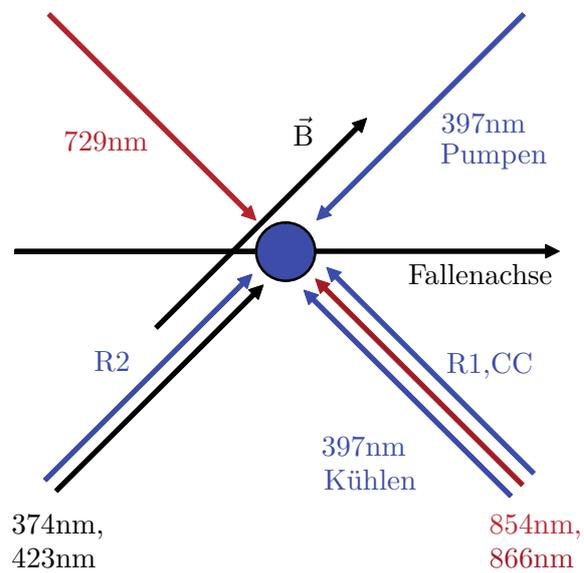


Abbildung 3.2: Hier sind die Strahlverläufe der im Text beschriebenen Laser am Ort des Ions (blauer Punkt) skizziert. Da für die Wechselwirkung mit den Laserfeldern sowohl das quantisierende Magnetfeld als auch die Ausrichtung des Fallenpotentials eine wichtige Rolle spielen, sind diese zusätzlich eingezeichnet. Entnommen aus [Pos10].

4

Untersuchungen des Fallenpotentials

Die Untersuchung des Fallenpotentials der verwendeten Mikrofalle wurde durchgeführt, da die Falle das zentrale Element des Experiments ist und eine genaue Kenntnis der Falleneigenschaften sowohl bei der Planung neuer Fallentypen als auch im Experiment direkt von Nutzen ist.

Die Untersuchungen wurden zunächst durch Simulationen mit dem in der Arbeitsgruppe entwickelten Programm [SPM⁺09] durchgeführt und im Anschluss experimentell verifiziert. In einem anderen experimentellen Aufbau wurden Vergleichsexperimente an einer linearen Paulfalle durchgeführt, die hier als “makroskopische Paulfalle“ bezeichnet wird.

Dabei wurde eine deutlich bessere Übereinstimmung der simulierten und gemessenen Radialfrequenzen unter Berücksichtigung der besonderen Gegebenheiten in segmentierten Fallen erreicht, als es mit den bisherigen Methoden möglich war. Dies ist in Abschnitt 4.2 dargestellt und ermöglicht eine noch bessere Entwicklung zukünftiger Ionenfallen.

Ein weiterer Grund für die eingehende Untersuchung des Potentials war die zunächst unverstandene Reaktion des Ions auf eine Änderung der Spannungen der DC-Elektroden, welche bei den ersten Tests des in der Arbeitsgruppe entwickelten Multikanal-Arbiträr-generators auftrat. Dieser wurde genutzt, um die an den DC-Segmenten anliegenden Spannungen zu ändern. Hierbei wurde die Fluoreszenz des Ions aufgenommen und gegen die Spannungsdifferenz der gegenüberliegenden DC-Elektroden (*Kompensationsspan-*

4. UNTERSUCHUNGEN DES FALLENPOTENTIALS

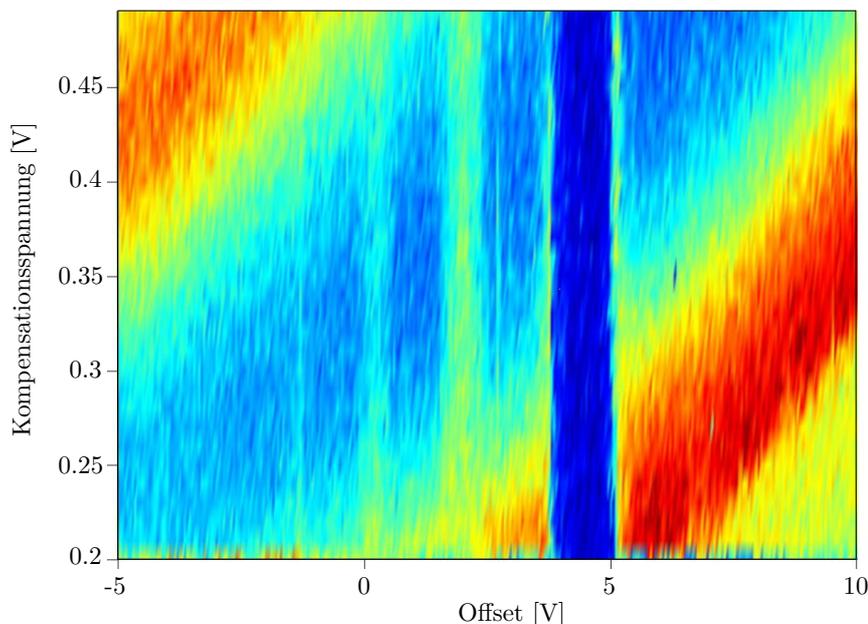


Abbildung 4.1: In dem Bild ist die Fluoreszenz eines Ions gegen die Kompensationsspannung und gegen die Offsetspannung aufgetragen. Durch die Rotverstimmung des Detektorlasers bei 397nm und die mit der Bewegung des Ions anwachsende Dopplerverbreiterung der Resonanz erscheint ein schlechter gekühltes Ion heller, was in dieser Grafik durch die rote Färbung dargestellt ist. Blau entspricht einer geringeren Fluoreszenzrate, was bei dieser Laserverstimmung einem gut gekühlten Ion entspricht. Der dunkelblaue Graben bei $\approx 4,5\text{V}$ hingegen dokumentiert das Verschwinden des Ions bei dieser Einstellung.

nung) sowie gegen die Potentialdifferenz aller DC-Elektroden relativ zur Potential-Null der RF-Elektroden (*Offsetspannung*) aufgetragen, was in Abb. 4.1 dargestellt ist. Auf dem Bild fällt zunächst das Verschwinden der Fluoreszenz bei einer Offsetspannung von ca. 4,5 Volt auf, obwohl hier an der absoluten Falltiefe keine Änderung auftritt, da die relative Spannung zwischen Fang- und Randsegmenten konstant bleibt. Hierfür ist ein Effekt verantwortlich, der in diesem Kapitel erläutert wird.

Die weiteren Strukturen in Abb. 4.1 werden in Kap. 4.3 am Ende dieses Abschnittes analysiert.

4.1 Methode zur Charakterisierung des Fallenpotentials durch Analyse der Trajektorien

Die bisherige Methode, die Säkulärfrequenzen des Fallenpotentials zu bestimmen, basiert auf der Berechnung des (Pseudo-)Potentials [Deh68], aus dessen Krümmungen sich die Frequenzen ergeben. Diese Methode liefert Axialfrequenzen, die sehr gut im Einklang mit den experimentell bestimmten Werten stehen. Die so erhaltenen Säkularfrequenzen in der Ebene orthogonal zur Fallenachse (Radialfrequenzen), wichen jedoch teilweise deutlich von den gemessenen Werten ab.

Der hier vorgestellte Ansatz verwendet ausschließlich die von dem Simulationsprogramm berechneten Trajektorien. Hierfür wird das Ion mit einer endlichen Startgeschwindigkeit von $\approx 150000\mu\text{m}/\text{s}$ in positive x,y und z Richtung an einen Punkt nahe dem geschätzten Potentialminimum gesetzt. Die Startgeschwindigkeit führt dazu, dass das simulierte Ion einen Würfel einer Kantenlänge von $10\mu\text{m}$ um das Potentialminimum nicht verlässt. Die Simulation wird ohne eine Pseudopotentialnäherung durchgeführt, die Spannungen an den RF-Elektroden werden also in jedem Simulationsschritt aktualisiert. Die simulierte Zeitspanne beträgt das 500-5000-fache einer Mikrooszillationsperiode. Durch eine lange Zeitspanne wird die Auflösung im Frequenzspektrum größer, wobei sich die Berechnungszeit auch dementsprechend verlängert. Die diskreten Zeitschritte der Simulation sind jeweils so gewählt, dass eine Mikrooszillationsperiode mindestens 100 Zeitschritte beinhaltet. Alle interessierenden Frequenzen werden dann über eine Fourier-Transformation der Trajektorien bestimmt.

Um eine Analyse aller Raumrichtungen zu gewährleisten, werden in dem geschriebenen Analyse-Programm drei orthogonale Achsen gewählt, die als Projektionsachsen dienen. Die Fallenachse \hat{e}_z bestimmt die erste Hauptachse des Potentials und wird daher auch als feste Projektionsachse gewählt. Die Fouriertransformation der auf diese Achse projizierten Trajektorie enthält die Frequenzkomponenten der axialen Schwingung mit der axialen Säkularfrequenz sowie Anteile der RF-Frequenz und von Mischfrequenzen (siehe Abb 4.2).

Die beiden weiteren Hauptachsen liegen orthogonal zur Fallenachse und sind nicht durch die Fallengeometrie direkt festgelegt, sondern hängen in ihrer Ausrichtung von den verwendeten Spannungen ab ¹ -ein Effekt der zumeist bei der theoretischen Behandlung

¹Das gilt nicht für Fallen mit vierzähliger Drehinversion in der Radialebene (wie z. B. der makroskopischen Paulfalle in Abb. 4.4). Dort ist immer $\alpha = 45^\circ$, unabhängig von den verwendeten Spannungen.

4. UNTERSUCHUNGEN DES FALLENPOTENTIALS

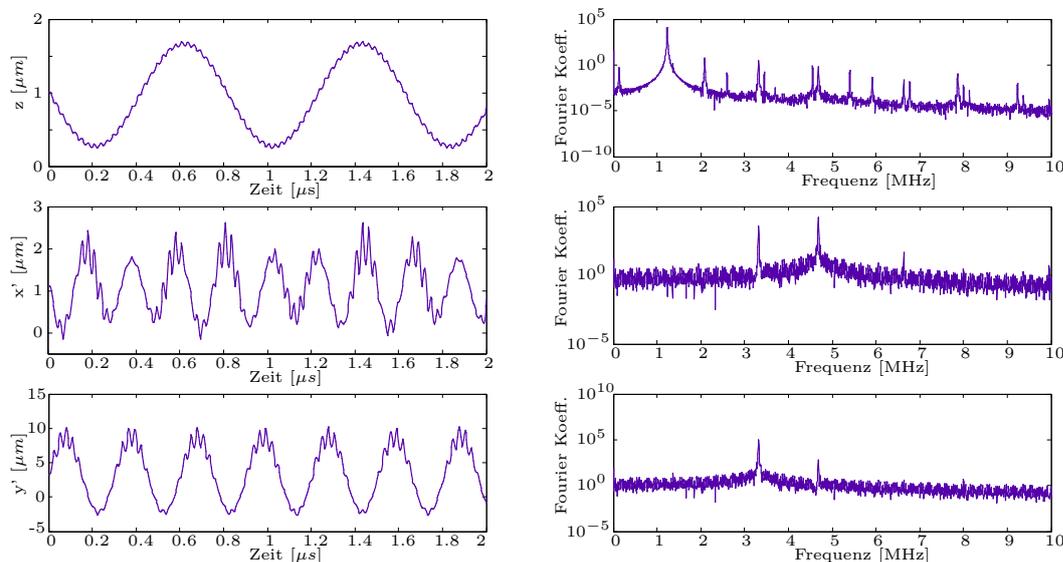


Abbildung 4.2: Simulierte Ionentrajektorie der Mikrofalle. Hier ist die Säkularbewegung auf jeder Achse für den Drehwinkel $\gamma = 50^\circ$ aufgetragen. x' und y' sind also 50° gegen den Uhrzeigersinn um die z -Achse gedreht worden.

In der dargestellten Fouriertransformation ist gut zu erkennen, dass die gedrehten Achsen Frequenzkomponenten beider Radialfrequenzen tragen, da hier keine Hauptachse getroffen wird ($\gamma \neq \alpha$). Die z -Achse, welche parallel zur Fallenachse verläuft, zeigt jedoch eine starke Unterdrückung der radialen Frequenzkomponenten. (Offset: -4,4V, Fallentiefe: 5V)

der linearen Paulfalle ignoriert wird.

Um die Hauptachsen zu bestimmen, werden die aufeinander senkrecht stehenden Projektionsachsen $\hat{e}_{x'}$, $\hat{e}_{y'}$ in der Radialebene gedreht und die Fourierkomponenten für verschiedene Drehwinkel γ betrachtet. Treffen die Projektionsachsen die Hauptachsen ($\gamma = \alpha$), so enthält das Fourierspektrum ausschließlich die Frequenzanteile der zugehörigen Hauptachse, da die weitere Schwingung senkrecht auf der Projektionsachse steht und somit nicht wahrgenommen wird.

Wird nun die Projektionsachse weiter gedreht, so erhält man auf ihr eine Überlagerung der beiden radialen Schwingungen, die zu einer Schwebung führen. Die unterschiedlichen Projektionen sind in Abbildung 4.2 dargestellt.

Trägt man nun die Fourierkoeffizienten der Schwingungen mit den Säkularfrequenzen gegen die Projektionswinkel auf, kann man die tatsächlichen Winkel der Hauptachsen α und $(\alpha + 90^\circ)$ aus den Nulldurchgängen bestimmen (siehe Abb. 4.3).

Diese Methode liefert also anhand von Trajektorien die Ausrichtung des Potentials und damit die Hauptachsen, sowie die Frequenzkomponenten der Bewegung.

4.1 Methode zur Charakterisierung des Fallenpotentials durch Analyse der Trajektorien

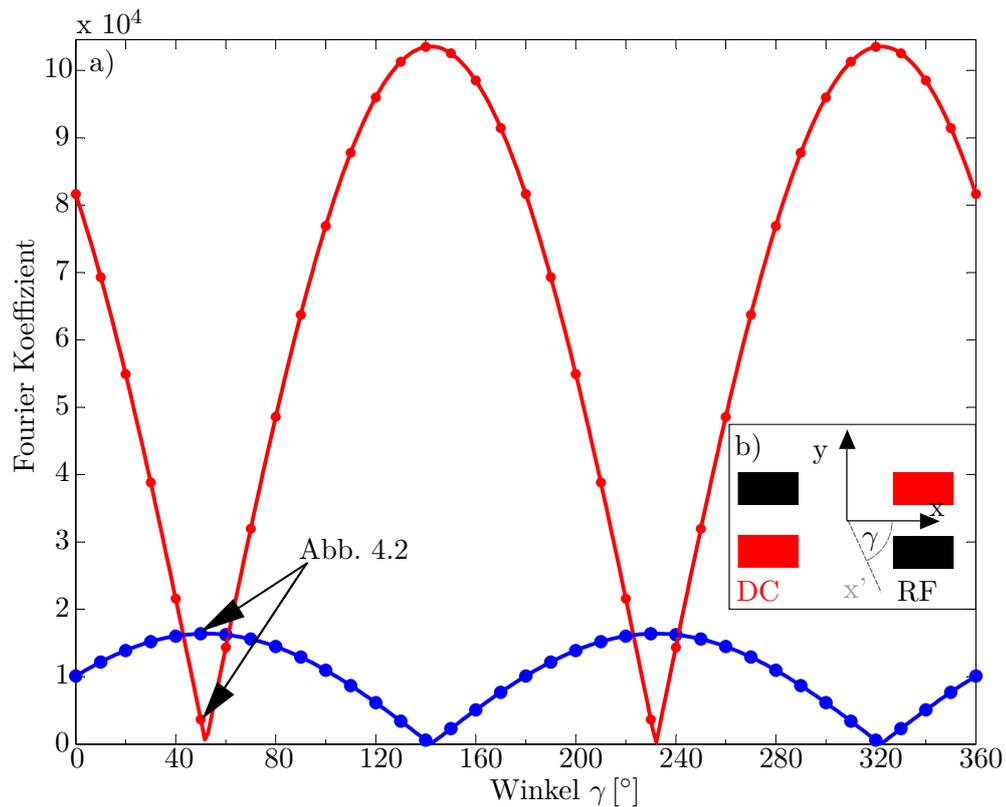


Abbildung 4.3: Winkelabhängigkeit der Schwingungsmoden: Die blaue Kurve gibt den Wert des Fourierkoeffizienten zugehörig zur größeren Säkularfrequenz (4,69 MHz), die rote Kurve den Wert zugehörig zur kleineren Säkularfrequenz (3,32 MHz) auf der rotierten Achse x' an. Die beiden markierten Punkte wurden aus Abb. 4.2 gewonnen. Die Kurven stellen die Anpassung der Funktion $a |\cos(\gamma)|$ dar, was dem Skalarprodukt der Projektion Rechnung trägt. Dass die Hauptachse zugehörig zur größeren Säkularfrequenz schwächer angeregt ist als die der kleineren liegt an der Ausrichtung des Startgeschwindigkeitsvektors des Ions in der Simulation.

4.2 Messungen der radialen Frequenzen und Vergleich mit der Simulation

Zunächst werden hier die Ergebnisse gezeigt, die an der makroskopischen Paulfalle gemessen wurden. Die hier verwendete Falle ist aufgrund ihrer vierzähligen Drehinversion in der Radialebene sowie der fehlenden Segmentierung bestens geeignet, um die vorkommenden Effekte zu klären. Die Radialfrequenzen wurden bestimmt, indem über den Ofen ein Radiofrequenzfeld in die Falle eingestrahlt wurde. Ist dieses Feld nun resonant mit einer der Säkularfrequenzen, so schwingt das Ion in der dazugehörigen Hauptachse auf, was auf der CCD-Kamera zu beobachten ist.

In Abbildung 4.4 erkennt man sofort die gute Übereinstimmung von Experiment und Simulation, sowie die Abhängigkeit der Radialfrequenzen von der Offsetspannung. In der Abbildung ist weiterhin der simulierte Winkel der Fallenachse, zugehörig zur größeren Säkularfrequenz, zu erkennen.

Für eine Offsetspannung von $-0,03V$ kommt es zu einer Entartung der Radialfrequenzen. Dies hat zur Folge, dass das Potential in der Radialebene rotationssymmetrisch um die Fallenachse ist und somit keine definierten Hauptachsen mehr besitzt. Der Kühllaser kühlt das Ion jetzt ausschließlich in seiner Strahlrichtung und lässt es in der dazu orthogonalen Achse ungekühlt. Dies führt dazu, dass das Ion sofort in dieser ungekühlten Achse aufschwingt und nicht mehr detektiert werden kann, weshalb in allen Graphen die experimentellen Daten um den Entartungspunkt fehlen. Bei kleinen Fallentiefen führt dies sogar zu einem Verlust des Ions.

Betrachtet man nun das Pseudopotential in der Radialebene genau an dem Punkt der Entartung, so erhält man ein um die Fallenachse rotationssymmetrisches, harmonisches Potential. Dieses spiegelt die Symmetrie der Falle wider, wenn man die dynamische Entwicklung der Felder mit in Betracht zieht. Wird eine Offsetspannung auf die DC-Elektroden gegeben, so wird dem Pseudopotential aus dem entarteten Fall (ohne Offsetspannung) ein DC-Quadrupol-Potential überlagert, welches dazu führt, dass der Einschluss auf einer Achse stärker und auf der dazu senkrechten Achse schwächer wird (siehe Abb. 4.5).

4.2 Messungen der radialen Frequenzen und Vergleich mit der Simulation

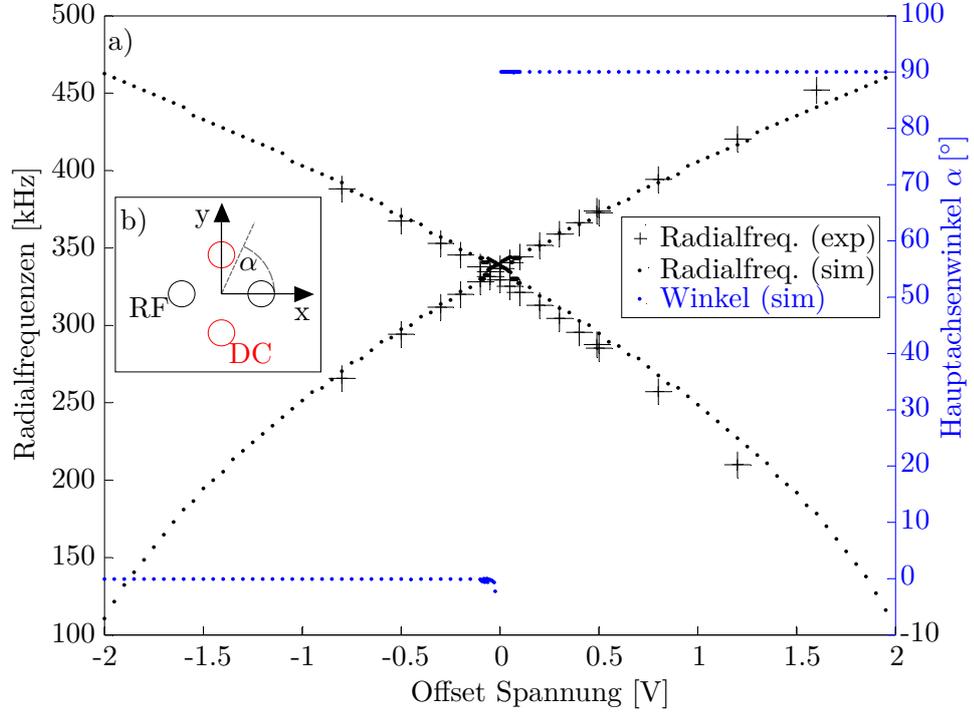


Abbildung 4.4: Simulation und Messung an der makroskopischen Paulfalle. Zu sehen sind die durch Simulation und Experiment bestimmten radialen Säkularfrequenzen, sowie der simulierte Winkel α , welcher den Winkel der Hauptachse mit der größeren Säkularfrequenz zur x-Achse angibt.

Zu beachten ist hier der Sprung von α von 0° auf 90° bei einem Offset von $\approx 0\text{V}$.

Durch diese Brechung der Achsensymmetrie werden Hauptachsen in der Radialebene erzeugt, welche die Schwingungsrichtungen vorgeben. Aufgrund der Geometrie der Falle und ihrer Ausrichtung bezüglich der Kühlstrahlen stehen die Hauptachsen in einem 45° -Winkel zu dem Kühlstrahl in der Radialebene. Dies hat zur Folge, dass jede Schwingungsmoden eine äquivalente, endliche Projektion auf den Kühllaser besitzt und somit beide Moden gekühlt werden können.

Das Hinzufügen einer zusätzlichen Offsetspannung macht also eine gegenläufige Erhöhung/Erniedrigung der beiden Radialfrequenzen, sowie eine von der Fallengeometrie abhängige Definition der Hauptachsenausrichtung möglich.

Die Definition der Hauptachsenausrichtung führt direkt zu stabileren Kühlbedingungen, was eingehend in [MCC⁺10] beschrieben wird, während die Modifikation der Radialfrequenzen vor allem bei atomaren Massenfiltern zum Einsatz kommt (z. B. [FRS05]).

4. UNTERSUCHUNGEN DES FALLENPOTENTIALS

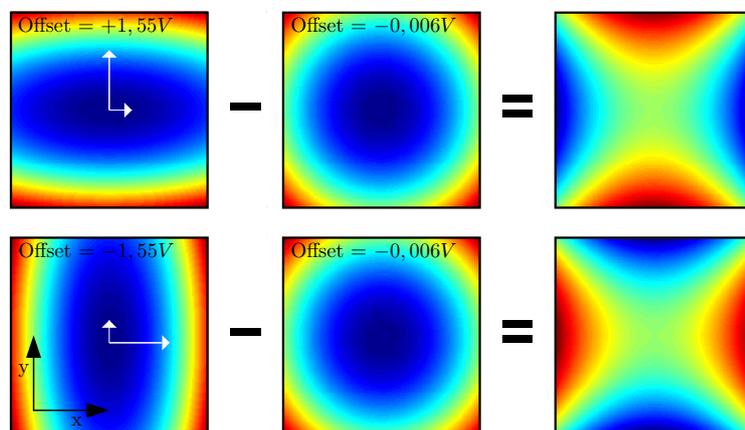


Abbildung 4.5: Potentialdifferenzen für Verschiedene Offsets: Zu sehen sind die aus den Frequenzen und Winkeln berechneten Pseudo-Potentiale in der makroskopischen Paulfalle für drei verschiedene Offsetwerte. Blau gibt das Potentialminimum an und der Farbverlauf ins Rote bezeichnet das Anwachsen des Potentials. Zieht man das Pseudopotential ohne Offset ($-0,006V$) von den Pseudopotentialen mit Offsetspannungen ab, so kann man sehr gut das DC-Quadrupolpotential erkennen, welches durch die DC und RF Elektroden im Zeitmittel erzeugt wird (Skizze der zugehörigen Fallengeometrie in Abb. 4.4b). Die weißen Pfeile bezeichnen die Hauptachsen. Der längere Pfeil steht für die größere Säkularfrequenz.

Dieselben Untersuchungen wurden auch an der Mikrofalle durchgeführt, nur wurden hier die Frequenzen der Bewegungsseitenbänder durch Spektroskopie auf dem Quadrupolübergang bestimmt.

In Abb. 4.6 sind die so erhaltenen Säkularfrequenzen sowie die simulierten Winkel gegen die Offsetspannung aufgetragen. Wieder erkennt man die gute Übereinstimmung von Experiment und Simulation. Hierbei ist aber anzumerken, dass die in der Simulation verwendete RF-Amplitude um den Faktor 1,1 größer war, als die am Experiment gemessene. Die Abweichung, die laut Gl. 2.47 nur eine Erhöhung der Radialfrequenzen zur Folge hat, da für die lineare Paulfalle $q_z = 0$ gilt, kann unterschiedliche Gründe haben: Zum einen kann es aufgrund von Näherungen und Abweichungen in der tatsächlichen Fallengeometrie zu Unterschieden in Simulation und Realität kommen, zum anderen ist die Simulation auf genaue Parameter angewiesen, die das Experiment beschreiben. Die Systematik des Fehlers, sowie die ansonsten gute Übereinstimmungen sprechen dafür, dass der zweite Punkt aller Wahrscheinlichkeit nach der Grund für die

4.2 Messungen der radialen Frequenzen und Vergleich mit der Simulation

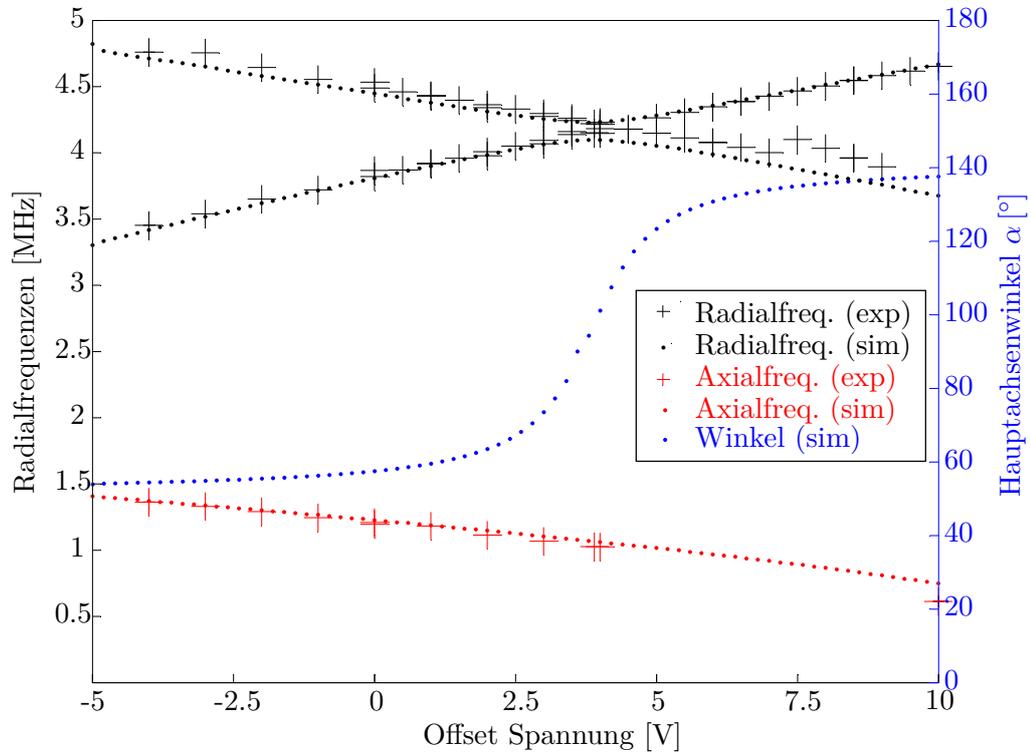


Abbildung 4.6: Simulation und Messung an der Mikrofalle: Zu sehen sind die simulierten sowie die gemessenen Säkularfrequenzen und der simulierte Winkel der Hauptachse zugehörig zur größeren Säkularfrequenz mit der x-Achse (siehe Abb.4.3 b)). Die Abweichungen der kleineren Radialfrequenz bei großen Offsetwerten ist durch einen Drift der Quadrupollaserfrequenz und somit der Seitenbänder zu erklären. Die Fallentiefe beträgt 5V, die RF-Amplitude 650Vpp in der Simulation (um Faktor 1,1 kleiner am Experiment gemessen - siehe Text) und die RF-Frequenz 35,1MHz.

Abweichung ist, da die RF-Amplitude nur über einen kapazitiven Spannungsteiler abgelesen wird, welcher unter Verwendung kleiner RF-Amplituden geeicht wurde und so bei hohen Spannungen keine exakten Werte mehr liefert.

Die Abnahme der Axialfrequenz mit steigendem Offset kann dadurch erklärt werden, dass in diesem Experiment nur drei Segmente verwendet wurden - das Fangsegment, sowie die beiden benachbarten als Endkappen.

Alle weiteren DC-Segmente wurden auf dem Erdpotential belassen. Die Potentiale in der Falle werden durch eine Superposition der Felder der einzelnen Elektroden erzeugt, wobei die Gewichtung der Elektroden mit dem Abstand zum betrachteten Punkt abnimmt. Die Potentialtiefe wird also in erster Linie durch die Spannungen an dem Fangsegment, sowie an den *Endkappensegmenten* bestimmt. Die Endkappensegmenten-

4. UNTERSUCHUNGEN DES FALLENPOTENTIALS

te bezeichnen die direkten Nachbarsegmente zum Fangsegment, hier Segment vier und sechs. Aber auch die weiter entfernten Elektroden beeinflussen das Potential am Ort des Ions. Da diese jetzt auf 0V gehalten werden, führt eine Erhöhung des Offsets zu einer immer größeren Potentialdifferenz, wodurch das gewichtete Mittel des absoluten Potentials reduziert wird und somit die effektive Endkappenspannung abnimmt und nach Gl. 2.47 mit ihr die axiale Fallenfrequenz. Dieser Effekt konnte verhindert werden, indem alle DC-Segmente, bis auf das Fang-Segment, als Endkappensegmente verwendet wurden.

Weitaus interessanter ist jedoch das Verhalten der Radialfrequenzen und der dazugehörigen simulierten Hauptachsenwinkel. Zu sehen ist eine Annäherung der radialen Frequenzen bei Offset=4V. Dass sich die Radialfrequenzen nicht wie bei der makroskopischen Paulfalle bei Offset=0V annähern, ergibt sich aus dem folgenden Unterschied der Spannungsconfigurationen beider verwendeter Fallen: Das Fangsegment wird in der makroskopischen Falle durch die beiden DC-Elektroden definiert, welche ohne Offset auf dem gleichen Potential liegen wie die RF-Erde, die Endkappen liegen relativ dazu auf einer positiven Spannung. In der Mikrofalle liegen jedoch die Endkappenelektroden auf der RF-Erde und das Fangsegment selbst auf einer relativ zu dieser Erde negativen Spannung ($-5V$ in den hier gezeigten Experimenten).

Um nun die gleiche Situation wie in der makroskopischen Falle herstellen zu können, muss ein Offset angelegt werden, das dafür sorgt, dass die Fangelektroden dasselbe Potential wie die RF-Erde besitzen. Die Tatsache, dass das benötigte Offset nicht der Fangspannung entspricht, liegt in dem oben beschriebenen Phänomen, dass die Falltiefe nicht nur durch das Fangsegment, sondern auch durch die angrenzenden Elektroden mitbestimmt und somit reduziert wird. Ein weiterer Unterschied zu den Ergebnissen in der makroskopischen Paulfalle ist, dass die Entartung der Radialfrequenzen nicht erreicht wird, was bisher nur in der Simulation untersucht werden konnte. Eine mögliche Erklärung dieser vermiedenen Entartung könnte die zweizählige Drehinversion der Mikrofalle bieten.

Die zweizählige Drehinversion um die Fallenachse bedeutet, dass man die Falle 180° um die Achse drehen kann und wieder die gleiche Ausgangssituation erhält. Eine gewöhnliche lineare Paulfalle (wie z. B. die makroskopische Falle 4.4) weist hingegen eine vierzählige Drehinversion auf, wenn man davon ausgeht, dass die DC- und RF-Elektroden nicht explizit ausgezeichnet sind, da nur die relativen Potentiale von Bedeutung sind.

4.2 Messungen der radialen Frequenzen und Vergleich mit der Simulation

Das Verhältnis der Elektrodenabstände ist hier $\frac{s_{Makro}}{h_{Makro}} = 1$, wobei s den Abstand in y -Richtung und h den Abstand in x -Richtung beschreibt.

Durch die Streckung der Geometrie der Mikrofalle in x -Richtung ($\frac{s_M}{h_M} = \frac{125\mu m}{500\mu m}$, siehe Abb. 3.1) wird in der Simulation auch die Rotationsinvarianz des Pseudopotentials in der Radialebene aufgehoben und das Pseudopotential wird mit der Geometrie gestreckt. Die Streckung des Potentials resultiert in unterschiedlichen Potentialkrümmungen in den Richtungen der Radialachsen, was unterschiedliche, nicht-entartete Fallenfrequenzen mit sich bringt.

Dieses Verhalten konnte auch durch Simulationen am neuen Mikrofallendesign bestätigt werden. Die Neuerung, die für die hier dargestellten Effekte eine Rolle spielt, ist die geringere Breite des Fallenspalts bei größerem Abstand der Elektroden in y -Richtung, weshalb das Verhältnis $\frac{s_{Mneu}}{h_{Mneu}} = \frac{250\mu m}{400\mu m}$ ausgewogener ist als bei der aktuellen Mikrofalle. Es gilt also $\frac{s_M}{h_M} < \frac{s_{Mneu}}{h_{Mneu}} < \frac{s_{Makro}}{h_{Makro}} = 1$. Nach dem beschriebenen Einfluss des Verhältnisses s/h auf das Fallenpotential und damit auf die Entartung der Radialfrequenzen, müssen die Radialfrequenzen im neuen Fallentyp einer Entartung näher kommen, was in Abb. 4.7 zu erkennen ist.

Jedoch hat auch der axiale Einschluss einen Einfluss auf die Radialfrequenzen. Da dieser bei der Mikrofalle ($\omega_z \approx 2\pi \cdot 1,4$ MHz) wesentlich stärker ist als bei der makroskopischen Falle ($\omega_z \approx 2\pi \cdot 65$ kHz), könnte der unterschiedliche Verlauf der Radialfrequenzen für beide Fallentypen auch hier begründet liegen. Eine Simulation einer idealisierten Paulfalle mit unendlich langen Fallenelektroden mit variablen Abständen kann hier Klarheit verschaffen, da so die beiden Effekte getrennt betrachtet werden können. Weiterhin kann durch eine Verwendung zweier Kühllaser mit einer endlichen, nicht-parallelen Projektion in der Radialebene, der Verlauf der Radialmoden auch in dem kritischen Punkt vermessen werden und so zum Verständnis der Potentiale beitragen.

Würde die Entartung jedoch in der Mikrofalle vermieden werden, so würde der Winkel $\alpha = 90^\circ$ der Hauptachse wiederum dazu führen, dass eine Achse orthogonal zum Kühllaser steht und nicht gekühlt werden kann, was erneut ein Aufschwingen des Ions zur Folge hat.

Für betragsmäßig große Offsetwerte nähert sich die Rotation des Potentials dem Fall in der makroskopischen Falle an und die Hauptachsen orientieren sich entsprechend der Position der DC-Elektroden. Während sich aber in der makroskopischen Falle die

4. UNTERSUCHUNGEN DES FALLENPOTENTIALS

Stellung der Achsen mit dem Polaritätswechsel der Offset-Spannung vertauscht und nur die zwei möglichen Hauptachsenwinkel $\alpha = 0^\circ, \alpha = 90^\circ$ existieren, verläuft der Positionswechsel in der Mikrofalle stetig.

Auch hier lohnt der weitere Vergleich mit dem neuen Mikrofallendesign, da die Abhängigkeit des Winkelverlaufs von dem Verhältnis $\frac{s}{h}$ nochmals deutlich wird. Der unterschiedliche Verlauf ist in Abb. 4.7 dargestellt und man kann klar den steileren Verlauf des Winkels für den neuen Mikrofallentyp erkennen.

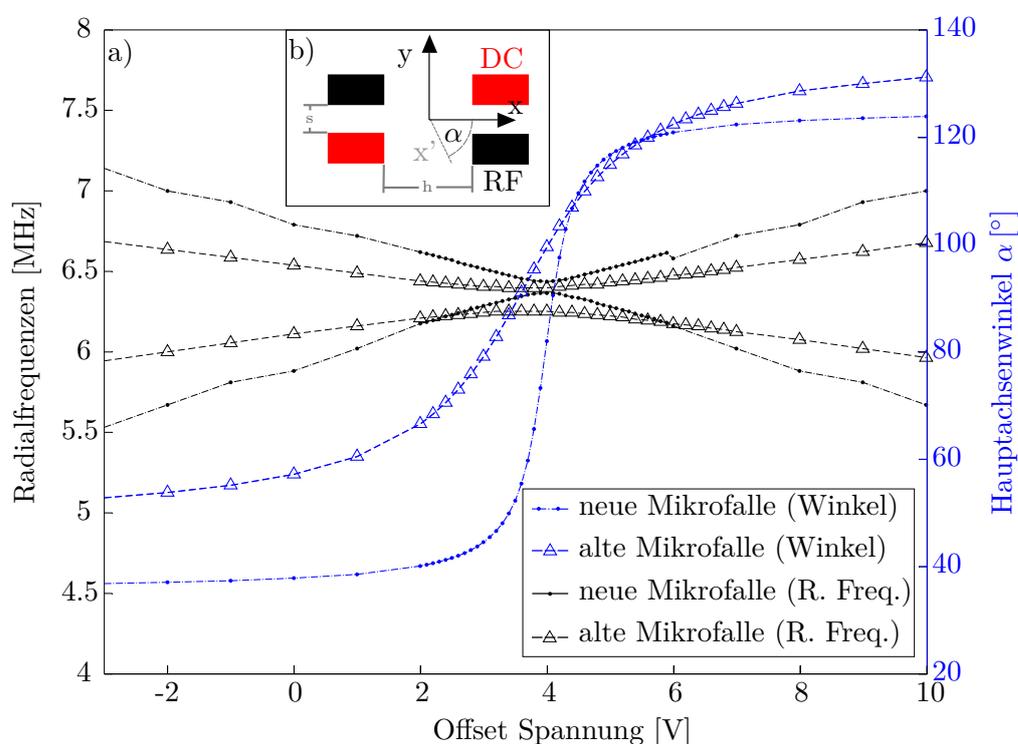


Abbildung 4.7: Zu sehen sind in a) die simulierten Winkel sowie Radialfrequenzen der aktuellen Mikrofalle sowie des gerade entwickelten neuen Fallendesigns. Durch das im Vergleich zur aktuellen Mikrofalle ausgewogenere Seitenverhältnis von $\frac{s}{h} = \frac{250\mu m}{400\mu m}$ nähern sich die Radialfrequenzen stärker aneinander an und die Änderung des Hauptachsenwinkels verläuft steiler.

Die Simulationen wurden mit einer RF-Amplitude von 1000Vpp und einer DC-Spannung am Fangsegment von 5V durchgeführt. Um den Rechenaufwand zu reduzieren, wurden für die außen liegenden Datenpunkte die Zeitschritte in der Simulation vergrößert, was das auftreten der Knicke erklärt. Die gestrichelten Linien entsprechen keinen Datenpunkten, sondern dienen lediglich der besseren Orientierung.

4.2 Messungen der radialen Frequenzen und Vergleich mit der Simulation

Somit konnte für beide Fallentypen die drastische Reduzierung der Kühlleistung für ausgezeichnete Offset-Werte geklärt werden, was eine Vermeidung dieser instabilen Bereiche bei Änderung der Fallenparameter z. B. bei Transport-Experimenten möglich macht.

Weiterhin liefert das Anlegen eines Offsets die Möglichkeit, in der makroskopischen Falle einen identischen Kristall um 90° zu drehen, wodurch eine Kalibration der Ionen-Abstandsmessung möglich wird.

Um die stetige Drehung der Potentialachsen in der Mikrofalle nachzuweisen, könnte man für verschiedene Offsets die Stärke der radialen Seitenbänder auf dem Quadrupolübergang messen. Da der Quadrupollaser immer aus demselben Winkel auf die Fallenachse trifft, verändert sich durch eine Drehung der Potentialachsen die Projektion der Schwingungsmoden auf den Laser. Bei $\alpha = 90^\circ$ würde so eine Mode parallel zum Laserstrahl liegen, was eine maximale Projektion zur Folge hätte, die jeweils andere orthogonal dazu, weshalb man diese Mode im Seitenbandspektrum nicht mehr sehen wird.

Dieser Effekt konnte in der Mikrofalle leider bisher nur simuliert werden, da der momentane Aufbau unseres Lasersystems ein solches Experiment nicht zulässt. Zum einen werden die Ionen in dem interessanten Bereich instabil, zum anderen liegt der Kühllaser in der selben Ebene wie der Quadrupollaser, was zur Folge hat, dass nicht nur die Projektion auf den Quadrupollaser die Stärke der Seitenbänder ändert, sondern auch die Projektion der Moden auf den Kühllaser zum Tragen kommt. Dies hat zur Folge, dass die Moden bei geringerer Projektion schlechter gekühlt werden und somit die Seitenbänder stärker werden.

Die zusätzlichen Zugänge in der Vakuumkammer der nächsten Generation des Mikrofallenexperiments werden eine experimentelle Untersuchung dieser Phänomene möglich machen und bei einer experimentellen Verifizierung dazu führen, dass die Ausrichtung der Fallenachsen optimal an die Laserstrahlgänge angepasst werden können.

Die bisher beschriebenen Effekte können jedoch nicht die weitere Struktur in Abbildung 4.1 erklären, die daher in dem folgenden Kapitel untersucht werden soll.

4.3 Nichtlineare Resonanzen in der Mikrofalle

Die in der einführenden Theorie vorgestellte Paulfalle ist nur eine idealisierte Betrachtung für den Fall unendlicher, hyperbolisch geformter Elektroden, die gerade in der Mikrochip-Falle nicht gegeben sind.

Durch die Abweichungen der Fallengeometrie kommt es neben den behandelten Quadrupoltermen der elektrischen Felder zu Beiträgen höherer Ordnung, welche zu einer Kopplung der Bewegungsmoden, sowie dem möglichen Energieübertrag aus dem Führungsfeld auf die Säkularbewegung führen. Eine detaillierte theoretische Beschreibung findet sich in [WFW93], sowie experimentelle Untersuchungen dieser Phänomene in [AKV⁺96]. Die *Resonanzbedingung*, die zu einem Energieübertrag auf das Ion führt, lautet nach [WFW93]:

$$n_a \omega_a + n_{r1} \omega_{r1} + n_{r2} \omega_{r2} = \kappa \Omega, \quad n_a, n_{r1}, n_{r2}, \kappa \in \mathbb{Z}, \kappa > 0. \quad (4.1)$$

Die ganzzahligen Koeffizienten n_a, n_{r1}, n_{r2} sind der axialen, sowie den beiden radialen Schwingungsmoden zugeordnet. Aus der Summe ergibt sich direkt die Resonanzordnung $N = n_a + n_{r1} + n_{r2}$. Die so charakterisierten Resonanzen werden immer in der Form $(N/n_a/n_{r1}/n_{r2})$ angegeben.

Resonanzen mit Beitrag der höheren Harmonischen der Anregungsfrequenz werden mit $\kappa \geq 2$ beschrieben, welche aber stark unterdrückt sind.

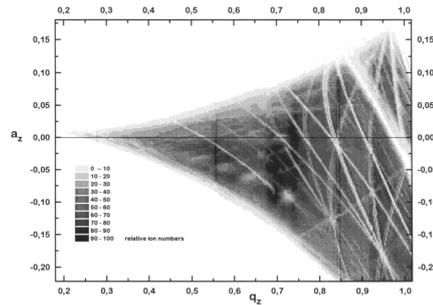


Abbildung 4.8: In der Grafik sieht man die experimentelle Bestimmung des Stabilitätsdiagramms einer zylindersymmetrischen Falle [AHM⁺95], in dem die instabilen Gräben, verursacht durch Resonanzen, welche im Text beschrieben werden, zu erkennen sind.

Ist nun für eine bestimmte Parameterkombination Gl. 4.1 erfüllt, so kann ein Energieaustausch der Moden untereinander - und mit dem Führungsfeld stattfinden, was zu einem Aufschwingen des Ions führt. Daher ist, wie in Abb. 4.8 dargestellt, das Stabili-

tätsdiagramm von instabilen „Gräben“ durchzogen.

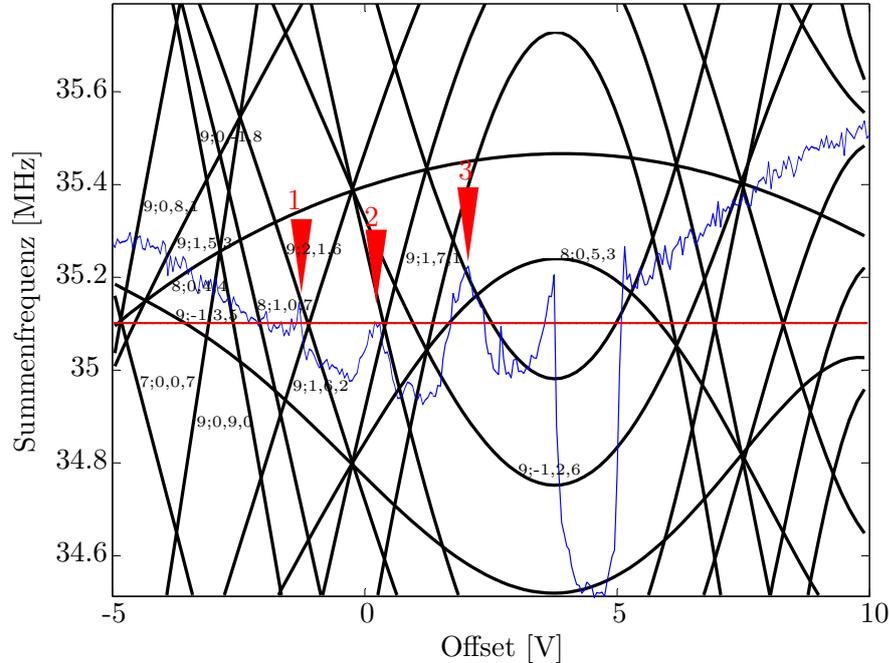


Abbildung 4.9: Die schwarzen Linien stellen die Linearkombinationen der Säkularfrequenzen bis zur Ordnung $N=9$ dar. Die rote Linie repräsentiert die RF-Frequenz, was eine grafische Lösung von Gleichung 4.1 möglich macht. Die blaue Kurve ist ein Querschnitt durch Abb. 4.1 und gibt die Fluoreszenz abhängig von der Offsetspannung an. Da hier die Absolutwerte der Fluoreszenz keine Rolle spielen, wurde auf die Angabe dieser hier verzichtet. Die drei roten Pfeile markieren die instabilen oder schlecht gekühlten Bereiche, welche nicht durch die Effekte in Kap. 4.2 erklärt werden können. Die Ordnungszahlen liegen immer auf der rechten Seite unmittelbar neben dem zugehörigen Graphen der Linearkombinationen.

Da, wie in den vorherigen Kapiteln gezeigt und besonders in Abb. 4.6 gut zu erkennen ist, eine Änderung des Offsets zu einer Änderung der radialen Fallenfrequenzen führt, kann somit auch für spezielle Offsetwerte Gl. 4.1 erfüllt sein und ein Energieübertrag auf das Ion stattfinden.

Um diese Möglichkeit zu untersuchen, wurden mit den Parametern der Experimente zu Abb. 4.1 die simulierten Fallenfrequenzen bestimmt und alle Linearkombinationen bis $N=9$ der linken Seite von Gl. 4.1 berechnet und in Abb. 4.9 eingetragen. Die rechte Seite der Gleichung wird durch die rote Linie repräsentiert, welche bei der verwendeten RF-Frequenz liegt. Dort wo die Graphen der Linearkombinationen die Gerade der RF-Frequenz schneiden, ist Gl. 4.1 erfüllt. Man kann erkennen, dass für die Instabilitäten bei 1 und 2 jeweils zwei Lösungen der Resonanzbedingung existieren, was das

4. UNTERSUCHUNGEN DES FALLENPOTENTIALS

Aufschwingen des Ions erklären würde. Eine eindeutige Zuordnung der Instabilitäten zu Lösungen der Resonanz-Gleichung kann anhand des Bildes jedoch nicht getroffen werden. Es ist also nicht möglich, die weiteren Strukturen in Bild 4.1 abschließend nicht-linearen Resonanzen zuzuweisen. Hierfür wären weitere Messungen dieser Art notwendig, welche auf Grund technischer Schwierigkeiten mit der Multikanal-Spannungsquelle bisher noch nicht durchgeführt werden konnten.

Filterresonator für einen Qubitlaser

Der in Abschnitt 3.2 beschriebene Quadrupolübergang ist von zentraler Bedeutung für die Detektion der präparierten Zustände sowie für die Spektroskopie des Ions. Durch die Strahlführung und die Linienbreite von wenigen Kilohertz ist der Laser bei 729nm der einzige Laser am Experiment, mit dem die Bewegungsseitenbänder aller Schwingungsmoden des Ions detektiert werden können.

Für beide Aufgaben ist eine möglichst schmale Linienbreite und ein geringer Rauschuntergrund im Frequenzspektrum notwendig. Nachdem jedoch der Trapezverstärker des Lasersystems (TA 100, TOPTICA) ausgetauscht wurde, war zu beobachten, dass der Besetzungstransfer der *schnellen adiabatischen Passage* (engl.: *rapid adiabatic passage*, RAP, siehe [EKV⁺96]) weniger zuverlässig verlief als bisher, was auf eine geringere Unterdrückung der verstärkten spontanen Emission zurückgeführt wurde. Um auszuschließen, dass Rauschen im Frequenzspektrum die Güte des Besetzungstransfers beeinflusst, wurde im Zuge der Arbeit ein Filterresonator in den Strahlengang des Lasers eingebaut, welcher ungewollte Frequenzkomponenten stark unterdrückt. Da die Reflektivität der Spiegel direkt die Finesse und die optische Weglänge L im Resonator den freien Spektralbereich über $\nu_F = \frac{c}{L}$ beeinflusst, sieht man in Gl. 8.3, dass ein langer optischer Weg sowie eine hohe Reflektivität der Spiegel zu einer schmalen Linienbreite der Transmission führen.

Um also eine möglichst schmalbandige Transmission zu gewährleisten, wurde ein Resonator mit hochreflektierenden Spiegeln ($R=99.9\%$) und einer großen optischen Weglän-

5. FILTERRESONATOR FÜR EINEN QUBITLASER

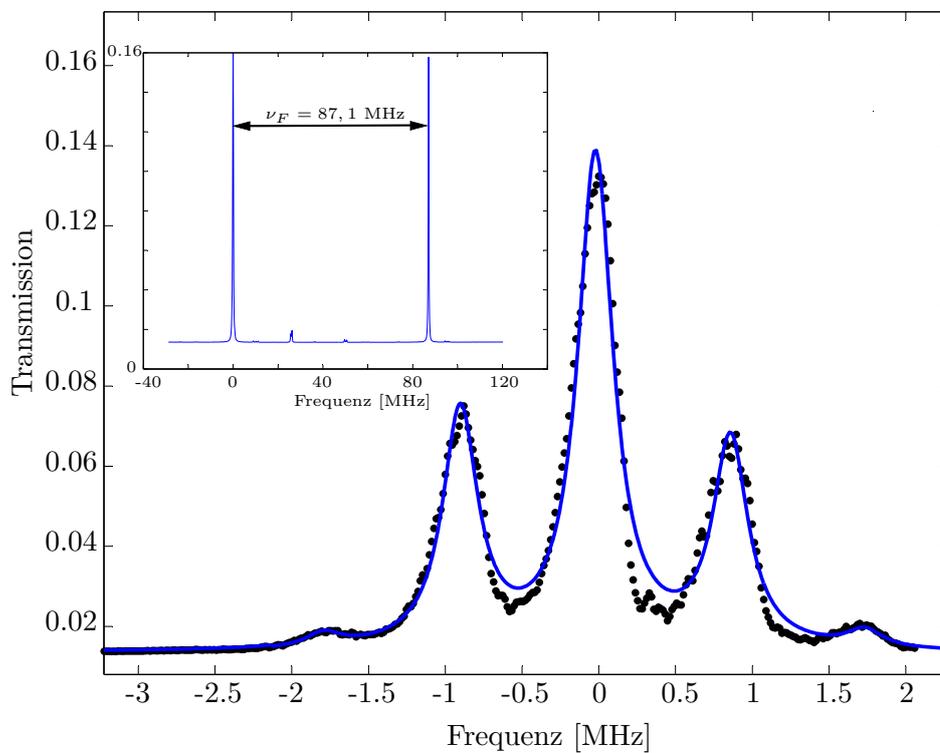


Abbildung 5.1: Eichung des Filterresonators. Durch den berechneten freien Spektralbereich $\nu_F = 87,1\text{MHz}$ kann die Spannung am Piezoaktor auf die Frequenz umgerechnet werden. Durch diese Eichung und unter Anpassung einer Summe aus fünf Lorentzkurven gemäß Gl. 8.3 kann die Finesse F des Resonators zu 312 bestimmt werden, was einer Linienebreite von $\approx 280\text{kHz}$ entspricht. Die Stärke der Seitenbänder bei $\approx 880\text{kHz}$ sind auf eine Fehlanpassung der Stabilisierungselektronik zurückzuführen (*Servo-Bumps*, siehe Text).

ge $L=3,44\text{m}$ gewählt. Damit die Länge des Resonators mit einem kompakten Aufbau verbunden werden konnte, wurde eine Ringresonatoranordnung gewählt.¹

Der Spiegel an Position 3 (siehe 8.3) ist auf einem Piezoaktor montiert, wodurch die optische Weglänge um ein Vielfaches der Laserwellenlänge verstellt werden kann. Dieser Piezoaktor wird auch zur Frequenzstabilisierung des Resonators auf die Laserfrequenz verwendet. Hierfür wurde das von dem Resonator transmittierte Laserlicht hinter einem Umlenkspiegel von einer Linse ($f=50\text{mm}$) fokussiert und von einer Photodiode registriert. Die Positionierung hinter dem Spiegel führt dazu, dass das Licht, welches durch die imperfekte Reflektivität des Umlenkspiegels verloren geht, noch genutzt werden kann.

¹Der Rahmen (siehe Abb. 8.3) sowie die Spiegel des Resonators sind eine Leihgabe des Instituts für Experimentalphysik der Universität Innsbruck.

Gibt man auf den Piezoaktor über einen Verstärker (MiniPia101) eine Spannungsrampe, so wird die Länge des Resonators durchgeföhren und man kann die in Gl. 8.3 beschriebene Transmissionskurve beobachten, was in Abb. 5.1 dargestellt ist. Das Signal der Photodiode wird mit dem DIGILOCK-System von TOPTICA nach der Lock-In-Technik verarbeitet. Dieses Verfahren verwendet (ähnlich zu dem Verfahren nach Pound, Drever und Hall) eine Frequenzmodulation des Laserlichts, hier durch Variation des Piezoaktors. Details zur Theorie sowie zum DIGILOCK-System finden sich in [Hei11].

Die Länge des Resonators hatte jedoch einen starken negativen Einfluss auf die Qualität der Frequenzstabilisierung. Zum einen führte das Material und die Länge über

$$\Delta L \approx \alpha L \Delta T, \quad \alpha_{Alu} \approx 23 \cdot 10^{-6} \frac{1}{K} \text{ bei Raumtemperatur} \quad (5.1)$$

zu einer abgeschätzten Ausdehnung des Rahmens von $\approx 10\mu\text{m}$ bei einer Temperaturänderung von einem Grad Celsius. Durch die Ringresonatorstruktur dehnt sich der optische Weg sogar um das Vierfache dieses Wertes aus. Nachdem die Resonatorspiegel justiert wurden, konnte durch den Wärmeeintrag der Hände ein deutlicher Drift in der Resonatorlänge ausgemacht werden, welcher durch den Piezoaktor kompensiert werden musste.

Weiterhin reagiert der Resonator sehr empfindlich auf akustische Signale. Diese Tatsache machte die Frequenzstabilisierung extrem empfindlich vor allem gegenüber hochfrequenten Geräuschen, wobei schon normale Gesprächslautstärke die Stabilisierung beeinträchtigte.

Dennoch war es im stabilisierten Zustand möglich, im Mittel eine Transmission von 30% durch den Resonator zu erreichen. Die Standardabweichung der Transmission betrug jedoch $\approx 6\%$ des maximal transmittierten Signals, was durch die oben beschriebenen Effekte erklärt werden kann. Durch sämtliche Verluste im Strahlengang standen vor der Kammer noch 5-10mW Laserleistung zur Verfügung, was ausreicht um die Strahlqualität am Ion selbst zu testen.

In Abb. 5.2 ist ein Spektrum des Ions um den Übergang $S_{1/2}, m_J = +1/2 \leftrightarrow D_{5/2}, m_J = +5/2$ zu sehen, welcher als Träger bezeichnet wird. In einem Abstand von $\approx 2 \cdot 360\text{kHz}$ sind *Servo-Bumps* zu erkennen, welche nicht von der Bewegung des Ions herröhren. Die Stärke der Seitenbänder geht auf Fehleinstellungen in der Stabilisierungselektronik zurück und sind weiterhin in Abb. 5.1 und im Fehlersignal des DIGILOCK-Systems zu

5. FILTERRESONATOR FÜR EINEN QUBITLASER

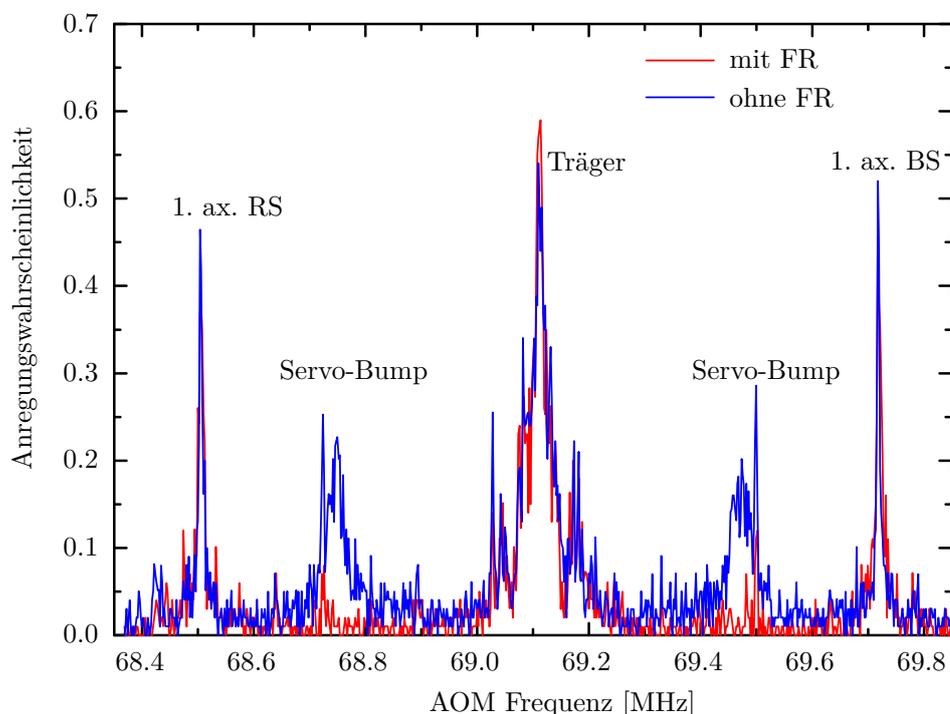


Abbildung 5.2: Spektrum mit und ohne Filterresonator. Die Frequenz des Lasers wird durch eine *Doppelpassanordnung* eines AOMs im Strahlengang erreicht. Der AOM wird bei der angegebenen Frequenz betrieben. Da der Laserstrahl diesen aber zweifach passiert, müssen alle Frequenzdifferenzen in der Abbildung verdoppelt werden.

erkennen, welches in Abb. 8.2 im Anhang dargestellt ist.

In Abb. 5.2 ist zu sehen, dass durch die Verwendung des Filterresonators diese Störeffekte komplett beseitigt werden konnten. Die starke Unterdrückung dieser Störsignale legt auch eine Unterdrückung aller weiteren Frequenzkomponenten nahe, die von der Laserfrequenz abweichen.

Dennoch war keine Verbesserung des Besetzungstransfers durch die schnelle adiabatische Passage zu beobachten, was in Abb. 5.3 dargestellt ist.

Dieselben Untersuchungen wurden für diverse Parameterkombinationen angestellt, es konnte aber bei keinem Durchlauf ein signifikanter Unterschied zwischen der Situation mit und der ohne Filterresonator festgestellt werden. Um die Wirkung des Filterresonators weiter zu untersuchen, wurde die Kohärenzzeit des Systems auf dem Quadrupolübergang mit und ohne Filterresonator verglichen, was in Abb. 5.4 dargestellt ist. Hier wurde das Ion mit einem $\frac{\pi}{2}$ -Puls in einen Überlagerungszustand gebracht. Nach einer Wartezeit wurde das Ion durch einen weiteren $\frac{\pi}{2}$ -Puls mit variabler Phase, je nach

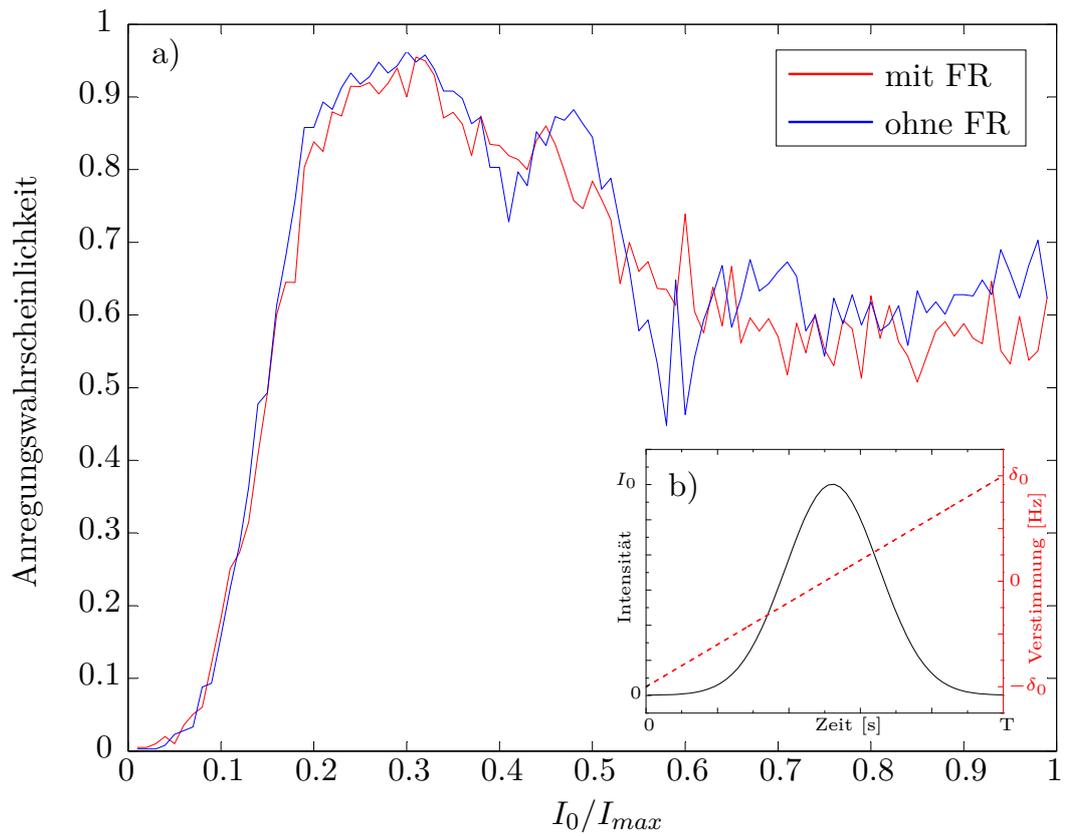


Abbildung 5.3: In a) sind die Besetzungswahrscheinlichkeiten nach einem adiabatischen Besetzungstransfer aufgetragen, wobei auf der x-Achse die Intensität I_0 der verwendeten Pulse von Null bis zur maximal möglichen Intensität durchgeföhren werden. In b) ist ein Puls dargestellt, welcher zu einer schnellen adiabatischen Passage föhrt. Die Intensität hat über die Zeit einen gaußförmigen Verlauf, während die Verstimmung δ zur Resonanz linear von $-\delta_0$ bis δ_0 geändert wird. Für beide Kurven in a) gilt: $\delta_0 = 50\text{kHz}$, $T = 100\mu\text{s}$.

5. FILTERRESONATOR FÜR EINEN QUBITLASER

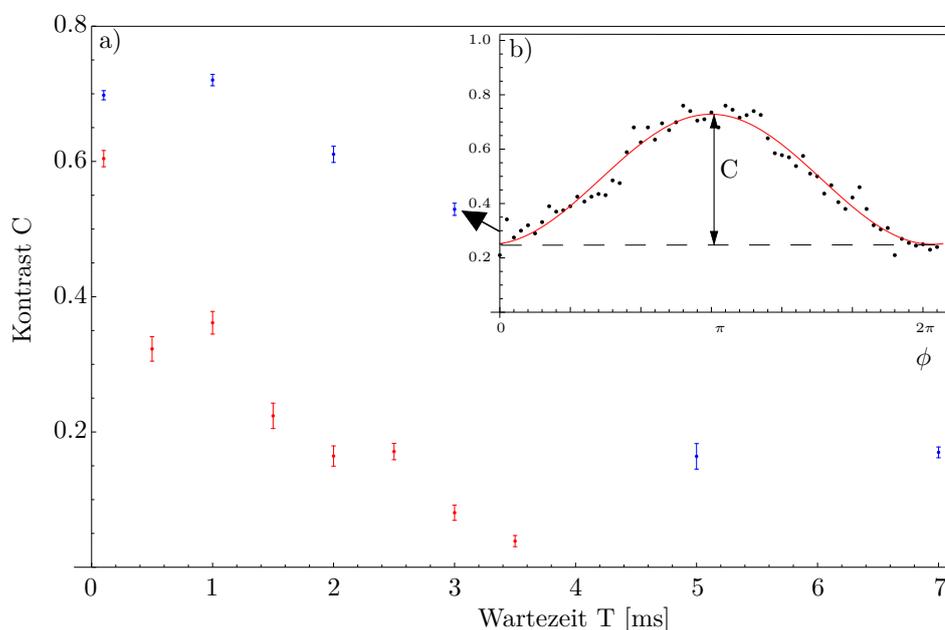


Abbildung 5.4: In a) ist der im Text beschriebene Kontrastverlust für den Fall mit (rote Kurve) und ohne (blaue Kurve) Filterresonator dargestellt. Es ist deutlich zu erkennen, dass der Kontrast C für den Fall mit Filterresonator schneller abnimmt. Die Wartezeit T entspricht der Zeit zwischen den $\frac{\pi}{2}$ -Pulsen und dem π -Puls des Echo-Verfahrens. In b) wird die Methode zur Bestimmung des Kontrasts am Beispiel des Messpunktes bei $T=3\text{ms}$ gezeigt. ϕ bezeichnet die Phase des abschließenden $\frac{\pi}{2}$ -Pulses. Jeder Messpunkt in b) entspricht 200 Messungen und alle Experimente wurden auf einer festen Phase der Netzspannung durchgeführt.

Phasenlage, z. B. wieder in den Ausgangszustand oder in den komplett angeregten Zustand überführt. Ergeben sich nun Phasenfluktuationen zwischen der Schwingung des Dipolmoments des Übergangs und dem eingestrahlten Licht, so überführt der abschließende $\frac{\pi}{2}$ -Puls das Ion bei jeder Durchführung in einen anderen Zustand, was leicht anhand der Blochkugel zu verdeutlichen ist. Da jeder Messpunkt eine Mittelung von 200 Durchläufen darstellt, wird das betrachtete System durch einen gemischten Zustand beschrieben, in welchem die Kohärenzen durch Phasenfluktuationen abnehmen, was zu einer Abnahme des Kontrastes C mit der Zeitkonstante T_2 in Abb. 5.4 b) führt. Die Ursache der Phasenfluktuationen kann zum einen an einer Änderung der Zustandsenergien z. B. durch Magnetfeldfluktuationen liegen, zum anderen durch die begrenzte Kohärenzzeit des Lasers gegeben sein.

Um langsame Änderungen des Magnetfeldes oder der Laserfrequenz als Ursache für die Abnahme des Kontrastes zu minimieren, wurde hier zwischen den $\frac{\pi}{2}$ -Pulsen ein π -Puls

eingefügt, welcher eine Besetzungsinversion durchführt. Dies führt dazu, dass eine aufgesammelte Phase nach dem π -Puls wieder abgebaut wird, vorausgesetzt, die Energieverschiebung ändert sich auf einer langsameren Zeitskala als die der Pulssequenz. Diese Vorgehensweise findet unter dem Namen *Spin-Echo-Verfahren* breite Anwendung in allen Bereichen der Atomphysik.

Aus diesen Messungen wird deutlich, dass der Resonator die Kohärenzzeit des Systems merklich verkürzt, was vor allem auf die Längenfluktuation des Rahmens zurückzuführen ist, die zu einer Fluktuation der optischen Phase führt. Auch die gewünschte Verbesserung der schnellen adiabatischen Passage wurde durch den Filterresonator nicht geleistet. Durch Optimierung der Stabilisierungselektronik war es weiterhin möglich, die aufgetretenen Servo-Bumps ohne Verwendung des Filterresonators soweit zu reduzieren, dass diese im Spektrum nicht mehr sichtbar auftraten. Desweiteren ist auf Grund der Empfindlichkeit der Resonatorstabilisierung eine Nutzung im normalen Experimentablauf nicht möglich.

Um einen Filterresonator dieser Art gewinnbringend in das Experiment einfügen zu können, wäre ein erheblicher Mehraufwand notwendig, da der Resonator z. B. in einer Vakuumkammer vor Schall und Temperaturgradienten geschützt werden müsste, was aufgrund des Ringresonatordesigns, welches Justagemöglichkeiten erfordert, nur mit erheblichem technischen Aufwand umsetzbar ist.

Um dennoch eine Verbesserung des Zustands zu erzielen, wird aktuell der Referenzresonator des Lasers bei 729nm durch ein kommerzielles Produkt der Firma Advanced Thin Films ersetzt, welches in Kombination mit der neuen Elektronik zu einer zuverlässigeren Frequenzstabilisierung führen sollte. Weiterhin wird in naher Zukunft durch einen Titan-Saphir Laser eine weitere Laserquelle bei 729nm zur Verfügung stehen, bei der ein deutlich kleinerer Rauschuntergrund im Frequenzspektrum zu erwarten ist.

5. FILTERRESONATOR FÜR EINEN QUBITLASER

6

Das geometrische Phasengatter

Dieses Kapitel behandelt die Durchführung des geometrischen Phasengatters und enthält damit die zentralen Ergebnisse dieser Diplomarbeit. Das Kapitel ist folgendermaßen aufgebaut: Zu Beginn wird die Situation Ende 2010 beschrieben, als es noch nicht möglich war, die für die Durchführung des Gatters benötigte geometrische Phase zu generieren. Im Folgenden werden die durchgeführten Verbesserungen und Versuche beschrieben, welche in Kapitel 6.9 in der Erzeugung des ersten verschränkten Zwei-Ionen-Kristalls unserer Arbeitsgruppe münden.

6.1 Durchführung des Gatters

Die Durchführung einer Gattersequenz verläuft wie in Abb. 6.1 dargestellt. Nachdem die Ionen von dem fernresonanten Laser bei 397nm in das Lamb-Dicke-Regime gekühlt und in den $|\uparrow\uparrow\rangle$ -Zustand gepumpt wurden, werden sie entsprechend Gl. 2.30 manipuliert. Um den Paritätskontrast bestimmen zu können, welcher nach [LDM⁺03] ein direktes Maß für die Gatterfidelität ist, wird optional noch ein weiterer $\frac{\pi}{2}$ -Puls mit variabler Phase ϕ angewendet.

Da in den Experimenten nur die Besetzungswahrscheinlichkeiten des Endzustands bestimmt werden können, müssen diese für einen Vergleich mit der Theorie auch rechnerisch ermittelt werden. Daher bestimmt man die Besetzungswahrscheinlichkeiten der Zustände $|\uparrow\uparrow\rangle$, $|\downarrow\downarrow\rangle$, sowie der Summe der gemischten Zustände mit Gl. 2.30 und mit Hilfe der in 2.1.1 eingeführten Matrizen. Wird der zusätzliche Analysepuls nicht ausgeführt, so erwartet man eine doppel-periodische Abhängigkeit der Besetzungswahr-

6. DAS GEOMETRISCHE PHASENGATTER

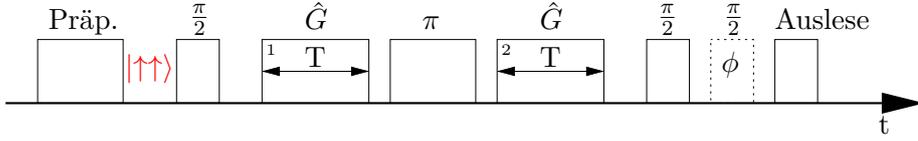


Abbildung 6.1: Pulssequenz zum geometrischen Phasengatter. Das Aufprägen der geometrischen Phase kann optional in zwei Laserpulse vor und nach dem π -Puls aufgespalten werden. Dies führt zu einer robusteren Gattersequenz, was später gezeigt wird. Verwendet man nur einen Puls, so muss im jeweils anderen Arm der Spin-Echo-Sequenz ein Laserpuls (R2) eingefügt werden, der den Phasenversatz durch die Starkverschiebung im ersten Arm kompensiert.

Die Präparation führt den Bewegungszustand durch Seitenbandkühlung nahe an den quantenmechanischen Grundzustand.

scheinlichkeiten der ungeraden Zustände, sowie eine Kombination aus einer einfach- und doppel-periodischen Abhängigkeit für die Besetzungswahrscheinlichkeiten der geraden Zustände, was sich folgendermaßen parametrisch darstellen lässt:

$$\begin{aligned}
 S_{\uparrow\uparrow} &= a_2 \cos 2\phi' + a_1 \cos \phi' + b + \frac{1}{4} \\
 S_{\downarrow\downarrow} &= a_2 \cos 2\phi' - a_1 \cos \phi' + b + \frac{1}{4} \\
 S_{\uparrow\downarrow, \downarrow\uparrow} &= -2 a_2 \cos 2\phi' - 2 b + \frac{1}{2}
 \end{aligned} \tag{6.1}$$

mit den Koeffizienten

$$\begin{aligned}
 b(t) &= b^{(0)} \frac{1}{8} e^{-2|\beta|^2} e^{-\gamma_\beta t} \\
 a_2(t) &= a_2^{(0)} \frac{1}{8} e^{-2|\alpha|^2} e^{-\gamma_{a_2} t} \\
 a_1(t) &= a_1^{(0)} \frac{1}{4} e^{-\frac{1}{2}(|\alpha|^2 + |\beta|^2)} e^{-\gamma_{a_1} t} \\
 &\cdot \left(e^{-|\alpha||\beta| \cos \chi} \cos(\Delta\Phi + |\alpha||\beta| \cos \chi) + e^{|\alpha||\beta| \cos \chi} \cos(\Delta\Phi - |\alpha||\beta| \cos \chi) \right),
 \end{aligned} \tag{6.2}$$

wobei in diese Darstellung folgende empirische Größen eingeflossen sind, die nicht aus der Rechnung hervorgehen:

- $a_1^{(0)}$, $a_2^{(0)}$ und $b^{(0)}$ sind Koeffizienten, die der Imperfektion der Zustandsdetektion Rechnung tragen.
- γ_β , γ_{a_1} und γ_{a_2} beschreiben den Verlust des Kontrastes durch Dephasierungsprozesse.

- $\phi' = \phi + \phi_S(t)$ behandelt die zusätzliche Phase, welche durch die Starkverschiebung der Verschiebepulse und die Verstimmung der Einzel-Qubit-Rotationen auftritt und nicht kompensiert wurde.

Weiterhin ist in dieses Modell die Annahme eingegangen, dass durch unzureichende Anpassung des Ionenabstands nicht nur die geraden Zustände die Verschiebung $\hat{D}(\alpha)$, sondern auch die ungeraden Zustände eine Verschiebung erfahren, die durch den Verschiebeoperator $\hat{D}(\beta)$ dargestellt wird. χ bezeichnet den Winkel im Phasenraum zwischen α und β und beträgt $\chi = 90^\circ$. Die Stärken der Anregungspulse auf die geraden und ungeraden Zustände sind hier freie Parameter, werden jedoch für die beiden jeweils möglichen Spinkonfigurationen $|\uparrow\uparrow\rangle, |\downarrow\downarrow\rangle$ bzw. $|\uparrow\downarrow\rangle, |\downarrow\uparrow\rangle$ als gleich stark angenommen. Das Modell ist somit unabhängig von der Wahl der angeregten Mode (COM oder STR), wobei hier die Anregung der weiter von der Resonanz entfernten Mode vernachlässigt wird.

Die aufgesammelte geometrische Phase entspricht dann der Phasendifferenz $\Delta\Phi$ zwischen den Phasen Φ und $\bar{\Phi}$ der geraden und ungeraden Zustände. Im Rahmen der Dissertation [Pos10] wurden entsprechende Messungen durchgeführt und mit Hilfe des Modells aus Gl. 6.2 analysiert, was in Abb. 6.2 dargestellt ist. Zunächst fällt auf, dass der Verlauf der Kurven in Abb. 6.2c) konsistent mit einer differentiellen geometrischen Phase von Null ist. Dies liegt vor allem an der gleichstarken Anregung der geraden und ungeraden Zustände, was zu einer geringen Differenzphase $\Delta\Phi$ führt. Eine quantitative Beschreibung wird später im Vergleich mit den aktuellen Messwerten gegeben (siehe Tab. 6.3), zunächst sollen jedoch die vorgenommenen Untersuchungen vorgestellt werden, die im Laufe dieser Arbeit durchgeführt wurden. Dabei wurden folgende Fehlerquellen identifiziert und untersucht, was in den nächsten Kapiteln behandelt wird:

- Abweichung der Pulsfläche der Einzel-Qubit-Rotationen (Kap. 6.2 und Kap. 6.5)
- imperfekter Abstand der Ionen zueinander (Kap. 6.3)
- inelastische Streuung von Photonen (Kap. 6.4)
- Phasenversatz durch statischen Starkshift (Kap. 6.5)
- Abweichung der Einzel-Qubit-Rotationen von der Resonanz (6.5)
- endliche Temperatur des Zwei-Ionen-Kristalls (Kap. 6.6)

6. DAS GEOMETRISCHE PHASENGATTER

- Einflüsse des Magnetfeldes (Kap. 6.7)
- Mikrobewegung der Ionen (Kap. 6.7)
- Fehler in der Zustandsdetektion (6.8)

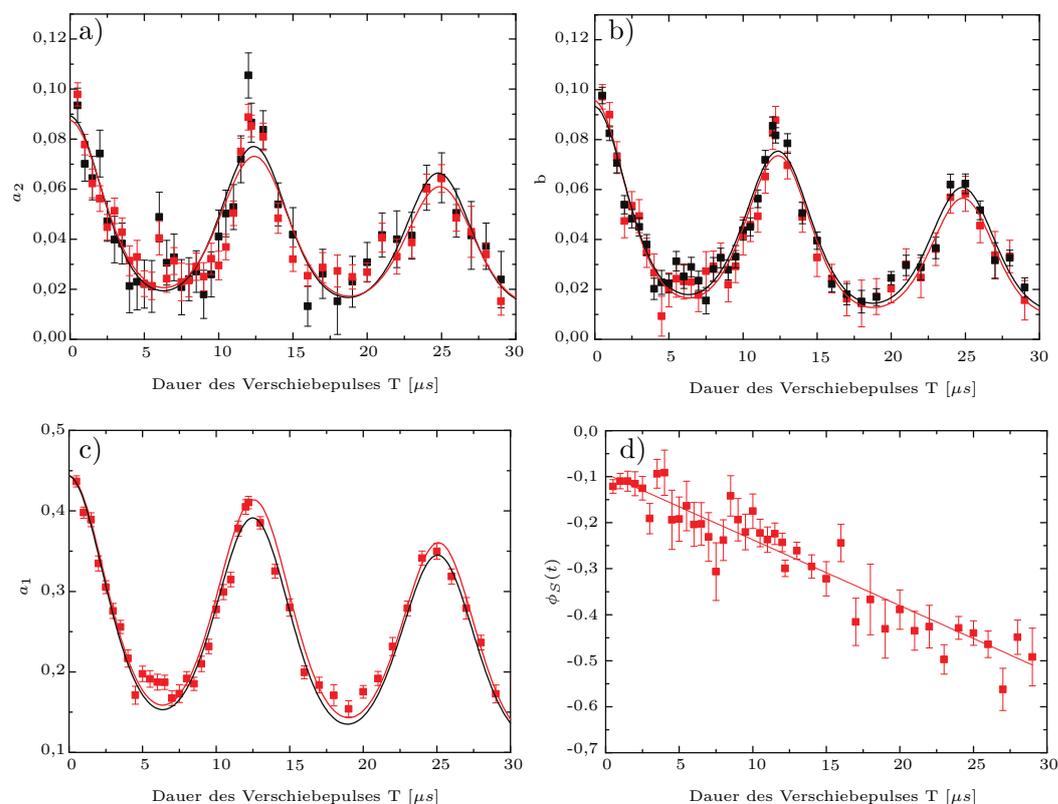


Abbildung 6.2: Die Abbildung zeigt die Messergebnisse aus [Pos10] wobei hier die Lichtkraft nahresonant zur STR-Mode eingestellt war und nur ein Verschiebepuls verwendet wurde. Die Länge des Verschiebepulses T wurde variiert und für jeden Wert wurde die Phase ϕ von 0 bis 2π durchgestimmt, um mit Gl. 6.1 die dargestellten Koeffizienten zu bestimmen, was im Anhang in Abb. 8.5 dargestellt ist. In a) und b) wurden die Parameter aus $S_{\uparrow\uparrow}$ (rote Kurve) und $S_{\uparrow\downarrow,\downarrow\uparrow}$ (schwarze Kurve) bestimmt. In c) ist nur $S_{\uparrow\uparrow}$ angegeben und die rote Kurve beschreibt ein Modell inklusive einer geometrischen Phase, während die schwarze Kurve keine geometrische Phase beinhaltet. In d) ist die zusätzliche Phase, verursacht durch die Starkverschiebung, gezeigt, welche linear mit der Dauer des Pulses verläuft.

6.2 Laserjustage mit Hilfe der Zwei-Ionen-Fluoreszenz-Detektion

Für die Durchführung einer Gattersequenz werden sechs verschiedene Laserstrahlen benötigt, die beide Ionen gleichmäßig bestrahlen sollen. Für die beiden Strahlen bei 397nm für die Präparation ist diese Vorgabe nicht zwingend notwendig. Eine ungleichmäßige Ausrichtung des Kühllasers führt nicht zu unterschiedlichen kinetischen Energien der Ionen, da die Kopplung durch die Columbkraft im Potential einen Ausgleich der kinetischen Energien erzwingt. Das Pumpen in den $|\uparrow\uparrow\rangle$ -Zustand ist auch nicht empfindlich gegenüber der Balance der Laserintensität auf den Ionen, da bei ausreichend langen Zeiten auch das gegebenenfalls schlechter ausgeleuchtete Ion vollständig in den gewünschten Zustand überführt wird.

Vollkommen anders verhält es sich mit allen vier weiteren verwendeten Laserstrahlen. Da mit diesen kohärente Übergänge mit fest definierten Pulsflächen durchgeführt werden, führt eine Imbalance zu unterschiedlichen Gatteroperationen auf beiden Ionen. In Abb. 6.3 ist dieser Effekt für einen Gaußstrahl mit einer für unser Experiment typischen Strahltaile skizziert. Da die verwendeten stimulierten Ramanübergänge zwei Laserstrahlen benötigen, sind diese gegenüber unterschiedlichen Laserintensitäten noch empfindlicher.

Mit der bisher verwendeten Fluoreszenzdetektion über den Photoelektronenvervielfacher war keine Unterscheidung der ungeraden Zustände möglich, weshalb die gemessene Fluoreszenz keinem einzelnen Ion zugeordnet werden konnte. Durch das Einbetten der im Aufbau beschriebenen CCD-Kamera in das Experimentsteuerungsprogramm wurde dies jedoch möglich, da hier die Fluoreszenz in unterschiedlichen Bildbereichen separat registriert werden kann. Treibt man nun nach der Präparation z. B. Übergänge mit variabler Pulslänge im Spinqubit, so erhält man die Rabi-Frequenzen für die einzelnen Ionen, was in Abb. 6.3b) für den ausbalancierten Fall dargestellt ist. Da die Rabifrequenzen proportional zur Wurzel der Laserintensitäten sind, lässt sich hiermit der Strahlengang so justieren, dass die Laserleistung ausbalanciert ist. Mit diesem Verfahren wurden sämtliche verwendeten Laser auf den Ionen-Kristall justiert. Um die Intensitäten der Strahlen untereinander auszubalancieren, wurden weiterhin die Streuraten bei nur jeweils einem angeschalteten Laser gemessen und aneinander angeglichen. Berechnet man anhand der Gleichung 2.30 die Besetzungswahrscheinlichkeiten des End-

6. DAS GEOMETRISCHE PHASENGATTER

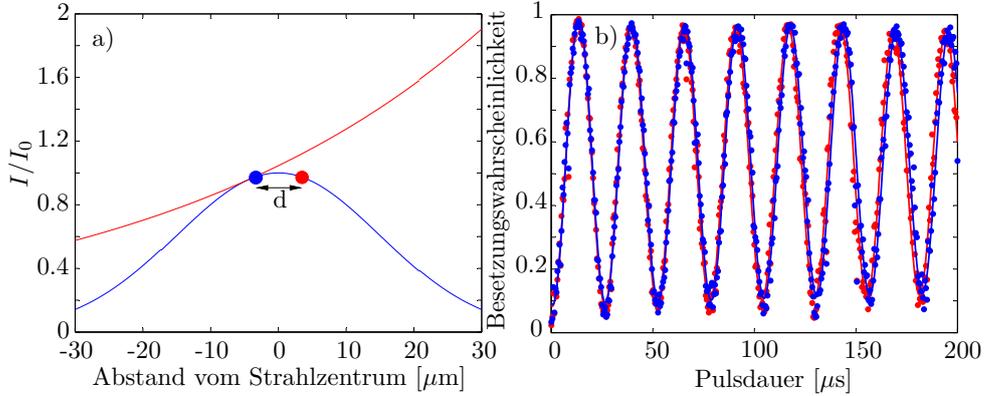


Abbildung 6.3: Die blaue Kurve in a) ist das Intensitätsprofil eines Gaußstrahls mit einer Strahltaile von $30\mu\text{m}$. Eingezeichnet ist weiterhin der Zwei-Ionen-Kristall mit einem typischen Ionenabstand von $d \approx 4,47\mu\text{m}$, welcher sich nach Gl. 2.52 bei einer Fallenfrequenz von $\omega_z = 2\pi \cdot 1,4\text{MHz}$ einstellt. Die rote Kurve stellt das Verhältnis I_L/I_R der Intensität am linken Ion zu der Intensität am rechten Ion dar, wobei der Abstand d konstant gehalten wird und auf der x-Achse der Ort des linken Ions angegeben wird. In b) ist ein *Puls längenscan* auf dem R1CC-Übergang zu sehen. Die Rabifrequenzen der einzelnen Ionen ergeben sich aus den Fits zu 241kHz (blau) und 243kHz (rot), was einer Abweichung von nur $0,83\%$ und somit einer homogenen Beleuchtung beider Ionen entspricht.

zustandes für verschiedene Phasen ϕ im abschließenden $\frac{\pi}{2}$ -Puls, so kann hieraus mit Gl. 2.40 die Parität $\Pi(\phi)$ berechnet werden. Aus dieser ergibt sich mit den Besetzungswahrscheinlichkeiten der geraden Zustände nach Gl. 2.41 die Fidelität. Nimmt man alle weiteren Manipulationen als ideal an, so ergibt sich der Fidelitätsverlust zu $\Delta F = 0,02\%$ durch die abweichenden Rabifrequenzen von 241kHz und 243kHz in den Einzelqubitoperationen. Da dieser Fall jedoch die beste erreichte Balance der Laserintensitäten darstellt, welche der Drifts wegen nicht immer gegeben ist, soll hier auch die obere, abgeschätzte Grenze für den möglichen Fidelitätsverlust angegeben werden. Aufgrund der regelmäßige Kontrolle der Intensitätsbalance ist es gerechtfertigt, von einer maximalen relativen Abweichung der Rabifrequenzen von 10% auszugehen. Wenn diese Imbalance die einzige Fehlerquelle darstellen würde, würde dies einen Fidelitätsverlust von $\Delta F = 3,19\%$ ausmachen.

Da eine Abweichung der Rabifrequenzen von 15% schon einen Fidelitätsverlust von $\Delta F = 6,65\%$ bedeutet, sollte jegliche Imbalance der Laserintensitäten gering gehalten werden.

6.3 Anpassung des Ionenabstandes an die stehende Welle

Wie in Kapitel 2.2.3 beschrieben, muss der Ionenabstand an die Wellenlänge λ der stehenden Welle sowie an die Spinkonfiguration angepasst werden. Die Laser R2 und CC stehen senkrecht aufeinander, wie in 3.2 beschrieben. Dies führt zu einem resultierenden k-Vektor in der Fallennachse und zu einer Wellenlänge der Stehwelle von $\lambda = 267,8(2)\text{nm}$, was in [WPSSK11] für diesen Aufbau präzise bestimmt wurde. Dieser Wert führt bei einer Fallenfrequenz von $\omega_z = 2\pi \cdot 1,41\text{ Mhz}$ nach Gl. 2.15 zu einem Lamb-Dicke-Faktor von $\eta = 0,22$.

Der ideale Abstand der Ionen beträgt $d_{id} = n\lambda$ oder $d_{id} = \left(n + \frac{1}{2}\right)\lambda$, der Unterschied der Konfigurationen besteht nur darin, dass die geraden und ungeraden Zustände die Rollen tauschen. Für beide Varianten kann durch einen Wechsel der Anregungsfrequenz von der COM- zur STR-Frequenz gewählt werden, ob die geraden oder ungeraden Zustände zum Schwingen angeregt werden. Weicht der Ionenabstand d von d_{id} ab, so führt dies dazu, dass nicht mehr nur gezielt die geraden (ungeraden) Zustände angeregt werden, sondern auch die jeweils anderen Zustände, was dem Aufsammeln einer differentiellen Phase entgegenwirkt. Die Einstellung des korrekten Ionenabstands ist also nicht zwingend notwendig. Je genauer $d = d_{id}$ jedoch eingestellt wird, desto größer ist die Differenz der wirkenden spinabhängigen Lichtkräfte. Eine große Differenz ist von Vorteil, da so die absoluten Pulsflächen und damit die Dekohärenz reduziert werden können. Eine detaillierte theoretische Beschreibung dieses Effektes findet sich in [Hom06].

Um nun also den gesuchten Abstand d_{id} zu finden, musste die Fallenfrequenz variiert und für jede Einstellung die resonante Anregung sowohl der COM-Mode als auch der STR-Mode gemessen werden, die von einem Lichtkraft-Puls mit fester Pulsfläche ausgeht. Die dafür verwendete Sequenz ist in Abb. 6.4 a) vorgestellt. In Abb. 6.4 b) ist sehr deutlich der Einfluss der Anregung auf die Rabifrequenz des Übergangs zu sehen, der folgende Ursache hat: Eine Anregung entspricht einer Erhöhung der Phononenzahl n , was über Gl. 2.17 und Gl. 2.18 ein Ansteigen der Rabifrequenz auf den Seitenband-Übergängen zur Folge hat. Um die Fallenfrequenz zu verändern, wurde die Spannung am Fangsegment variiert, was nach Gl. 2.47 und Gl. 2.46 den gewünschten Effekt hat, und daraufhin die Fallenfrequenz über Spektroskopie bestimmt. Die Messungen sind in Abb. 6.5 dargestellt und es ist bei $\omega_z \approx 2\pi \cdot 1,41\text{ MHz}$ ein klares Minimum der Anregung der COM-Mode bei einer gleichzeitig maximalen Anregung der STR-Mode zu verzeich-

6. DAS GEOMETRISCHE PHASENGATTER

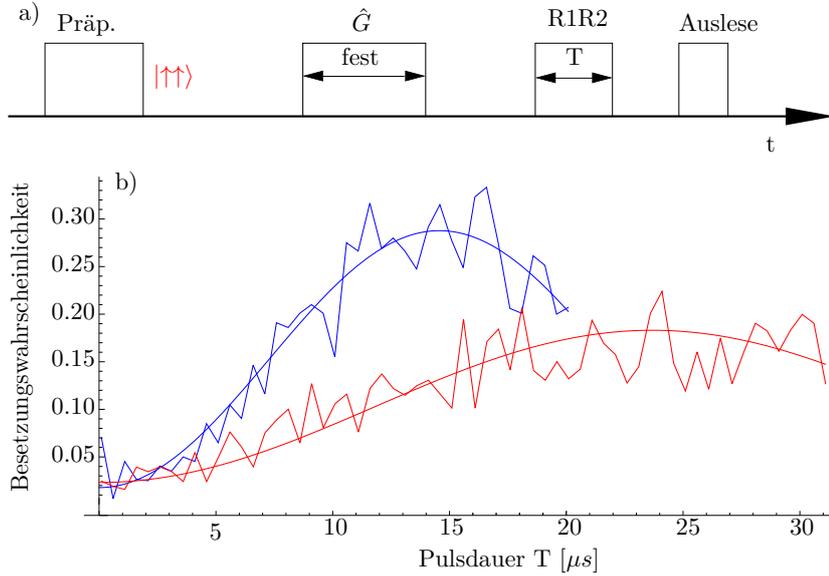


Abbildung 6.4: Experiment zur Bestimmung des Ionenabstands. In a) ist die Pulssequenz des Experiments gezeigt. In b) sind zwei Pulslängenscans auf dem roten Seitenband der COM-Mode zu erkennen. Die roten Messwerte wurden bei einer Fallenfrequenz von $\omega_z = 2\pi \cdot 1,41 \text{ MHz}$ aufgenommen, die blauen bei $\omega_z = 2\pi \cdot 1,45 \text{ MHz}$. Die kleinere Rabi-Frequenz zeigt, dass hier eine geringe Anregung stattfand, der Ionenabstand also nicht einem ganzzahligen Vielfachen der Wellenlänge entspricht. Die durch den Fit erhaltenen Rabi-Frequenzen sind in Abb. 6.5 gegen die Fallenfrequenzen aufgetragen.

nen. Ziel dieser Messung war nicht die exakte Bestimmung der Rabi-Frequenzen, weshalb die kurzen Ausschnitte der Rabioszillation in Abb. 6.4 b) vollkommen ausreichen. Die Werte sollten lediglich dazu dienen, das Minimum bzw. Maximum der Anregung beider Moden durch die Lichtkraft zu ermitteln. Da die Ionen vor der Anregung im Zustand $|\uparrow\uparrow\rangle$ präpariert waren, bedeutet eine resonante Anregung der STR-Mode einen Ionenabstand von $d = \left(n + \frac{1}{2}\right) \lambda$. Berechnet man den Ionenabstand anhand von Gl. 2.52, so erhält man für $\omega_z = 2\pi \cdot 1,41 \text{ MHz}$ einen Abstand von $d = 4,45 \mu\text{m}$, womit gilt: $d = 16,6 \cdot \lambda$. Die Abweichung von 16,5 lässt sich in erster Linie dadurch erklären, dass das Minimum in 6.5 nicht exakt bestimmt werden kann. Dennoch ist das Ziel erreicht worden, den Ionenabstand an die stehende Welle anzupassen, was das Aufsammeln einer differentiellen geometrischen Phase möglich macht.

6.4 Einfluss der inelastischen Photonenstreuung auf das Gatter

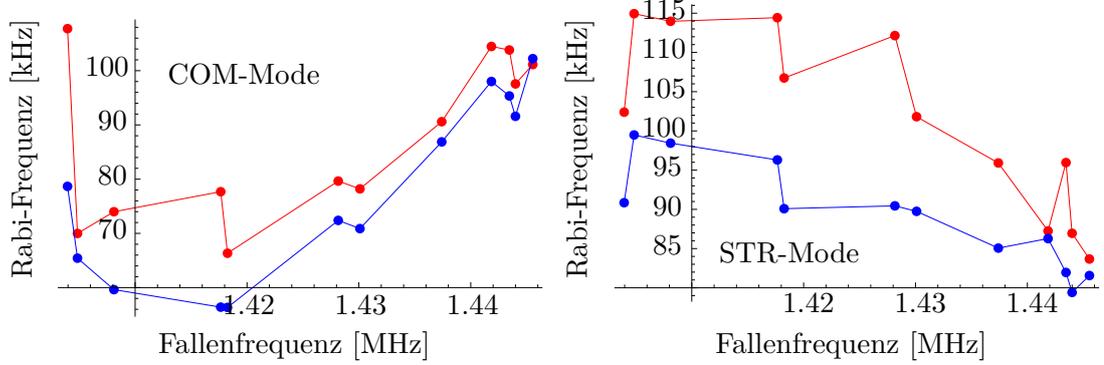


Abbildung 6.5: Die blauen Messpunkte bezeichnen jeweils das erste blaue Seitenband, die roten das erste rote Seitenband. Im linken Bild sind die Rabi-Frequenzen der Übergänge für die COM-Mode, im rechten Bild für die STR-Mode aufgetragen, wobei zu Vergleichszwecken in beiden Fällen auf der x-Achse die Frequenz der jeweiligen COM-Mode aufgetragen ist.

6.4 Einfluss der inelastischen Photonenstreuung auf das Gatter

Wie in der Theorie beschrieben, werden sowohl die Lichtkraftpulse als auch die Einzel-Qubit-Rotationen durch stimulierte Ramanübergänge getrieben. In Abb. 2.4 ist die endliche Verstimmung Δ der einzelnen Strahlen zum Übergang in das adiabatisch eliminierte Niveau $|2\rangle$ eingezeichnet. Je kleiner Δ gewählt wird, desto höher ist die Rate der inelastischen Photonenstreuung. In Abb. 2.3 sind die von uns verwendeten Niveaus eingezeichnet. Befindet sich das Ion in einem der Zeeman-Unterkomponenten, führt die Streuung zu einer Anregung in das ${}^2P_{1/2}$ -Niveau von wo aus ein Zerfall in beide Zeeman-Niveaus möglich ist. Finden die Streuereignisse mit der Rate Γ statt, ergeben sich die Ratengleichungen für die Besetzungswahrscheinlichkeiten im Fall eines Ions zu:

$$\begin{aligned}\frac{dP_{\uparrow}}{dt} &= -\Gamma P_{\uparrow} + \Gamma P_{\downarrow} \\ \frac{dP_{\downarrow}}{dt} &= \Gamma P_{\uparrow} - \Gamma P_{\downarrow}.\end{aligned}\tag{6.3}$$

Da $P_{\uparrow} + P_{\downarrow} = 1$ gelten muss, ergibt sich

$$\frac{dP_{\uparrow}}{dt} = -\Gamma P_{\uparrow} + \Gamma(1 - P_{\uparrow}).\tag{6.4}$$

6. DAS GEOMETRISCHE PHASENGATTER

Durch das Lösen dieser Differentialgleichung ergibt sich für die Besetzungswahrscheinlichkeit der Zustände:

$$\begin{aligned} P_{\uparrow}(t) &= \left(P_{\uparrow}(0) - \frac{1}{2} \right) e^{-2\Gamma t} + \frac{1}{2} \\ P_{\downarrow}(t) &= \left(P_{\downarrow}(0) - \frac{1}{2} \right) e^{-2\Gamma t} + \frac{1}{2} \end{aligned} \quad (6.5)$$

Für den Zwei-Ionen-Fall ergeben sich hieraus direkt die Zeitentwicklungen der kombinierten Zustände:

$$\begin{aligned} P_{\uparrow\uparrow}(t) &= P_{\uparrow}^2(t) = \left(P_{\uparrow}^2(0) - P_{\uparrow}(0) + \frac{1}{4} \right) e^{-4\Gamma t} + \left(P_{\uparrow}(0) - \frac{1}{2} \right) e^{-2\Gamma t} + \frac{1}{4} \\ P_{\uparrow\downarrow}(t) &= P_{\downarrow\uparrow}(t) = P_{\uparrow}(t) P_{\downarrow}(t) = - \left(P_{\uparrow}(0) - \frac{1}{2} \right) e^{-4\Gamma t} + \frac{1}{4} \\ P_{\downarrow\downarrow}(t) &= P_{\downarrow}^2(t) = \left(P_{\downarrow}^2(0) - P_{\downarrow}(0) + \frac{1}{4} \right) e^{-4\Gamma t} + \left(P_{\downarrow}(0) - \frac{1}{2} \right) e^{-2\Gamma t} + \frac{1}{4}. \end{aligned} \quad (6.6)$$

Da beide verwendeten Strahlen für eine Streuung sorgen, wurde die Streurrate für jeden Strahl vermessen. Hierfür werden die Ionen wieder in den $|\uparrow\uparrow\rangle$ -Zustand gebracht und vor der Zustandsdetektion mit Laserpulsen variabler Dauer bestrahlt. Hierbei wurde nur jeweils einer der Strahlen bei jeweils voller zur Verfügung stehender Leistung verwendet. Der Verlauf von $P_{\uparrow\uparrow}$ ist mit den Fits an Gl. 6.6 in Abb. 6.6 dargestellt.

Aus den erhaltenen Streuraten ist zu erkennen, dass hier die Laserleistung beider Strahlen für die Verstimmung $\Delta = 2\pi \cdot 20$ GHz noch nicht ausreichend angeglichen wurde, was die Stärke der Anregung durch die Lichtkraft mindert. Einen wesentlich stärkeren Einfluss hat jedoch die deutlich größere Streurrate bei der kleineren Verstimmung $\Delta = 2\pi \cdot 20$ GHz. Da während der Lichtkraftpulse beide Laser gleichzeitig die Ionen bestrahlen, ergibt sich bei maximaler Laserleistung die Streurrate aus der Summe der einzelnen Streuraten, es ist also $\Gamma_{50GHz} = 133/s$ und $\Gamma_{20GHz} = 802/s$.

Nach [Hom06] gilt für die Kohärenz der geraden Zustände

$$\rho_{\downarrow\downarrow, \uparrow\uparrow} = \frac{i}{2} e^{-2\Gamma t} \sin(\Phi), \quad (6.7)$$

wobei hier Φ die aufgesammelte geometrische Phase darstellt. Hieraus ergibt sich bei einer geometrischen Phase von $\Phi = \frac{\pi}{2}$ aus Gl. 2.41 für die Fidelität die Abhängigkeit:

6.4 Einfluss der inelastischen Photonenstreuung auf das Gatter

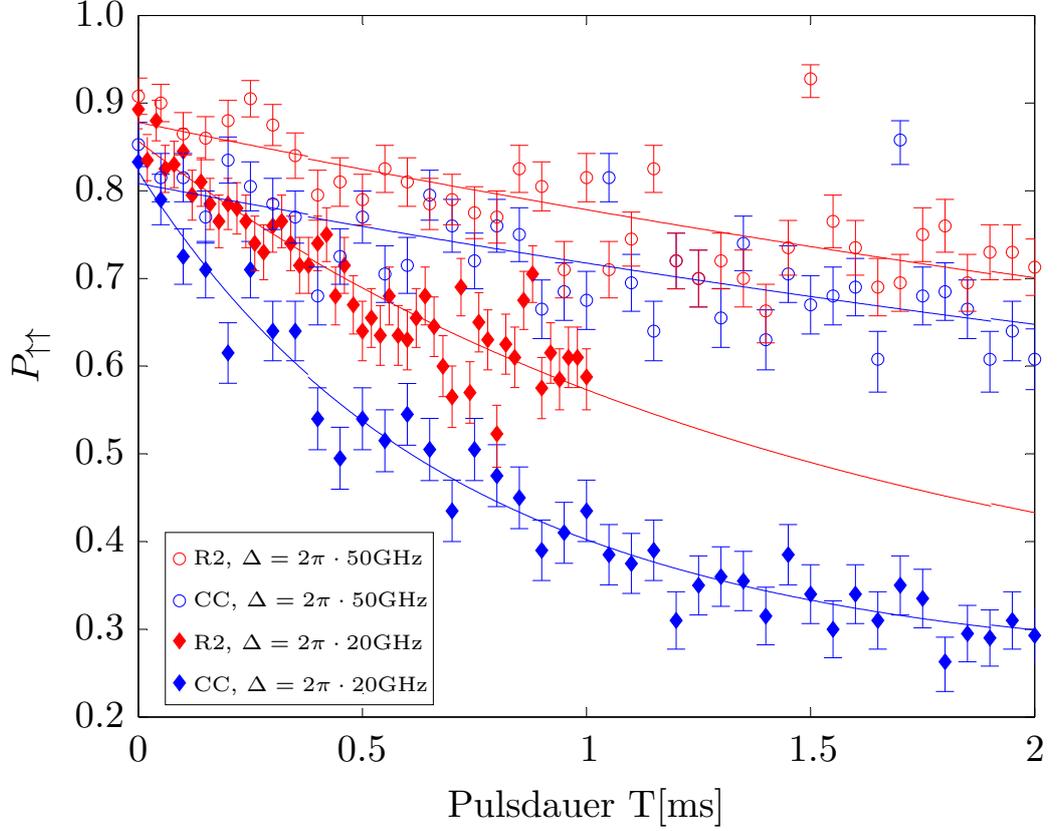


Abbildung 6.6: Bestimmung der Streuraten von R2 und CC. Aus den angepassten Funktionen aus Gl. 6.6 ergeben sich für die Streuraten folgende Werte: $\Gamma_{CC,20GHz} = 552/s$, $\Gamma_{R2,20GHz} = 250/s$, $\Gamma_{CC,50GHz} = 68/s$, $\Gamma_{R2,50GHz} = 65/s$. Der geringe Startwert von $P_{\uparrow\uparrow}(0) \approx 0,85$ erklärt sich durch die maximale Pulsdauer $T=2ms$, wegen der aus technischen Gründen die Detektion immer erst nach 2ms durchgeführt wird, was die in Kap. 6.8 beschriebenen Effekte verstärkt.

$$F(t) = \frac{1}{4} \left[1 + e^{-4\Gamma t} + 2e^{-2\Gamma t} \right]. \quad (6.8)$$

Da die geringere Verstimmung auch zu einer stärkeren Lichtkraft führt, wird eine kürzere Pulsdauer benötigt um die gewünschte geometrische Phase von $\frac{\pi}{2}$ aufzusammeln. Die Fidelität für $\Delta = 2\pi \cdot 50GHz$ beträgt $F_{50}(T_R = 2 \cdot 44,6\mu s) = 98\%$ und für $\Delta = 2\pi \cdot 20GHz$ $F_{20}(T_R = 2 \cdot 14,9\mu s) = 95\%$. Dieser sehr geringe Unterschied konnte von uns im Experiment nicht bestätigt werden, da bei der geringen Verstimmung $\Delta = 2\pi \cdot 20GHz$ keine Paritätskontrastwerte $>0,26$ erreicht werden konnten, die mit über 0,6 im weitverstimmtten Fall deutlich größer ausfielen. Dies ist wohl dadurch zu erklären, dass das vorgestellte Modell nur die elastische Streuung der Photonen be-

6. DAS GEOMETRISCHE PHASENGATTER

schreibt. Um den kompletten Fidelitätsverlust erklären zu können, muss das Modell um die Beschreibung der inelastischen Streuprozesse erweitert werden.

Generell skaliert die Streurrate mit $\frac{1}{\Delta^2}$, die Pulsdauer, die zum Erzeugen der benötigten geometrischen Phase notwendig ist jedoch nach Gl. 2.28 nur linear in Δ . Daraus ergibt sich für die Exponenten in Gl. 6.8:

$$- \Gamma T_R \propto -\frac{1}{\Delta}. \quad (6.9)$$

Vernachlässigt man andere Effekte, empfiehlt sich durch diese Abschätzung eine Verwendung möglichst großer Verstimmungen. Um dies jedoch zu erhärten, müssen weitere Experimente mit verschiedenen Verstimmungen durchgeführt werden.

6.5 Einfluss weiterer Laserparameter auf das Gatter

Die Verwendung der Ein-Qubit-Rotationen erfordert eine möglichst genaue Kenntnis der Pulsfläche der einzelnen Laserpulse. Wird ein π -Puls mit einer zu langen oder zu kurzen Pulsdauer durchgeführt, führt dies zu einer unvollständigen Besetzungsinversion und somit zu einer Beeinträchtigung der Gattersequenz. Einen noch größeren Effekt hat eine ungenau gewählte Pulsdauer auf die verwendeten $\frac{\pi}{2}$ -Pulse da sich die Oszillation am Endpunkt des Pulses am Punkt der maximalen Steigung befindet und somit kleine Abweichungen der Zeit Einfluss haben.

Die bisherige Methode, die benötigte Länge der Pulse zu bestimmen, war die Folgende: Das Laserpaar, welches die Ein-Qubit-Operationen durchführt (R1CC) wurde verwendet, um einen Pulslängenscan wie in Abb. 6.3b) durchzuführen. Das erste Maximum der Besetzung des $|\downarrow\downarrow\rangle$ Zustandes wurde verwendet, um die π -Zeit zu bestimmen und aus dieser dann die $\frac{\pi}{2}$ -Zeit berechnet. Es wurde dann jedoch festgestellt, dass Pulse mit den so bestimmten Zeiten nicht die gewünschten Zustandsänderungen produzieren. Zwei direkt hintereinander durchgeführte $\frac{\pi}{2}$ -Pulse sorgten z. B. nicht für die erwartete Besetzungsinversion. Dies liegt unter anderem daran, dass die verwendeten AOMs eine endliche Totzeit besitzen, die somit die effektive Pulslänge verkürzt. Wird nun die Pulslänge nach der oben beschriebenen Methode bestimmt, so ist die Totzeit für einen $\frac{\pi}{2}$ -Puls länger als abgeschätzt und der effektive Puls ist daher kürzer als gewünscht. Um diese Abweichung zu umgehen, wird eine in [Hom06] vorgestellte Methode verwen-

6.5 Einfluss weiterer Laserparameter auf das Gatter

det um die Pulslängen zu bestimmen. Es werden vier Pulse mit identischer Pulsfläche durchgeführt und danach analog zum Pulslängenscan die Besetzungswahrscheinlichkeiten für unterschiedliche Pulsdauern gemessen, was in Abb. 6.7 dargestellt ist. Das erste Maximum in der Besetzung des $|\downarrow\downarrow\rangle$ -Zustandes entspricht so vier aufeinander folgenden $\frac{\pi}{4}$ -Pulsen, das zweite Maximum liefert die Zeit für den $\frac{\pi}{2}$ -Puls. Durch diese Methode konnten die Pulslängen wesentlich genauer eingestellt werden, wodurch erzielt wurde, dass die Oszillationen der Besetzungswahrscheinlichkeiten nach dem Analysepuls deutlich weniger von der erwarteten Sinus-Form abweichen.

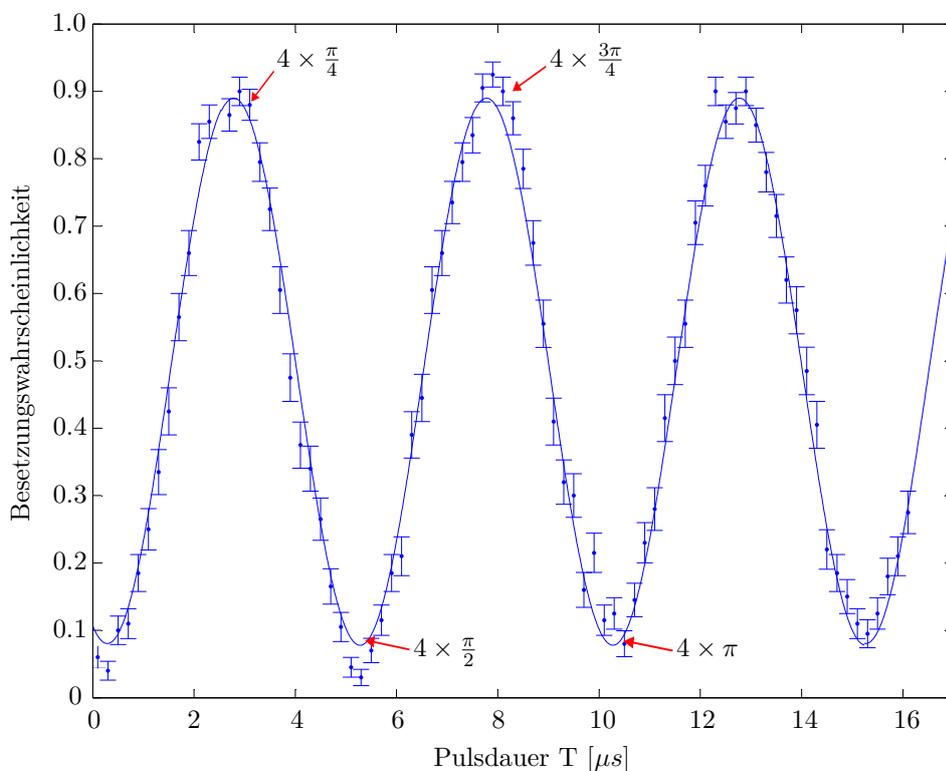


Abbildung 6.7: Bestimmung der π -Zeiten. Dargestellt ist der Verlauf der Besetzungswahrscheinlichkeiten des $|\downarrow\downarrow\rangle$ -Zustandes nach vier direkt hintereinander durchgeführten Pulsen (R1CC) der Dauer T . Die Extrema der Oszillation ermöglichen eine genaue Bestimmung der benötigten Pulsdauern.

Dennoch ist die Länge der Pulszeiten nach wie vor ein äußerst kritischer Parameter, da durch Änderung der Laserintensität, Drifts der Übergangsfrequenz aufgrund des Magnetfeldes oder Dejustage des Lasers ständig Änderungen in der Pulsfläche hervorgerufen werden. Besonders hervorzuheben ist hierbei die Tatsache, dass bei einem Drift ein simultaner Anstieg bzw. Abfall aller beteiligten Pulsflächen zu erwarten ist und die

6. DAS GEOMETRISCHE PHASENGATTER

Drifts sich nicht gegenseitig kompensieren. Würden die Pulszeiten 10% zu kurz oder lang abgeschätzt, wäre bei sonst idealer Durchführung des Gatters mit einem Fidelitätsverlust von $\Delta F = 12,8\%$ zu rechnen.

Bei einer Untersuchung der Intensität des für die stimulierten Ramanübergänge verwendeten Laser bei 397nm über eine Dauer von drei Stunden konnten Intensitätswerte zwischen 9,23mW und 10,35mW vor der Aufspaltung der Strahlen gemessen werden, was einer relativen Änderung von $\approx 12\%$ entspricht. Da die Rabi-Frequenz des stimulierten Ramanübergangs proportional zum Produkt der Rabi-Frequenzen der Ein-Photon-Übergänge ist, entspricht dies auch einer Schwankung der Pulsfläche um 12%. Die Messung wurde in Schritten von zwei Sekunden durchgeführt, weswegen hier keine Aussage über Fluktuationen auf kürzeren Zeitskalen gemacht werden kann.

Würden diese zu einer noch größeren Abweichung der Pulszeit um 15% führen, entspräche dies einer errechneten Minderung von $\Delta F = 25,1\%$. Dieser Fall wäre jedoch durch die starke Zunahme der Asymmetrie der Besetzungswahrscheinlichkeiten im Analysepuls-Scan sofort zu erkennen und kann deswegen ausgeschlossen werden.

Bei der Verwendung der Lichtkraft-Pulse ist noch ein weiterer Effekt zu beachten. Wie in Gl. 2.19 zu sehen ist, führt eine unterschiedliche Starkverschiebung der Zustände zur Akkumulation einer Phase zwischen dem Übergang und dem Laserfeld. Die Phase wird jedoch nur durch die Energiedifferenz der durch beide Strahlen erzeugten Stark-Verschiebungen generiert, weshalb es ausreicht, die Stark-Verschiebung eines Strahls an die des jeweils anderen anzupassen. Mit dem in [Pos10] beschriebenen Einfluss der Polarisation des Laserlichts auf den Stark-Effekt kann durch eine Polarisationsänderung nur eines Strahls die Energiedifferenz beinahe auf Null gesetzt werden. In unserer Anordnung bietet sich der R2-Strahl für diesen Zweck an, da dieser durch seine Ausrichtung parallel zum Magnetfeld bei einer abweichenden Polarisation eine größere Starkverschiebung erzeugt.

Die Polarisationsanpassung geschieht über eine $\lambda/2$ -Platte direkt vor der Vakuumkammer. Durch den Austausch der bisher verwendeten Multi-Ordnungs-Platte durch eine Platte nullter Ordnung in einem Halter für präzise Rotationseinstellung (THORLABS PRM1), kann die Stark-Shift-Kompensation wesentlich effektiver und langzeitstabiler durchgeführt werden als bisher.

Eine weitere Maßnahme, um die durch den Stark-Shift verursachte Phase zu annullieren, ist das Aufspalten des Lichtkraftpulses in zwei separate Pulse wie es in Abb. 6.1

6.5 Einfluss weiterer Laserparameter auf das Gatter

dargestellt ist. Durch die Besetzungsinversion aufgrund des $\frac{\pi}{2}$ -Pulses wird die aufgesammelte Phase im zweiten Arm der Echo-Sequenz wieder reduziert (siehe Kap. 5). Das Vorgehen führt dazu, dass im Phasenraum nicht ein Kreis beschrieben wird, sondern zwei Kreise, deren Fläche der des ursprünglichen Kreises entspricht. Dieses Vorgehen hat den weiteren Vorteil, dass die Sequenz robuster gegenüber einer von dem Idealwert $T_R = 2\pi/\delta$ abweichenden Lichtkraft-Pulsdauer ist, wie in Abb. 6.8 dargestellt.

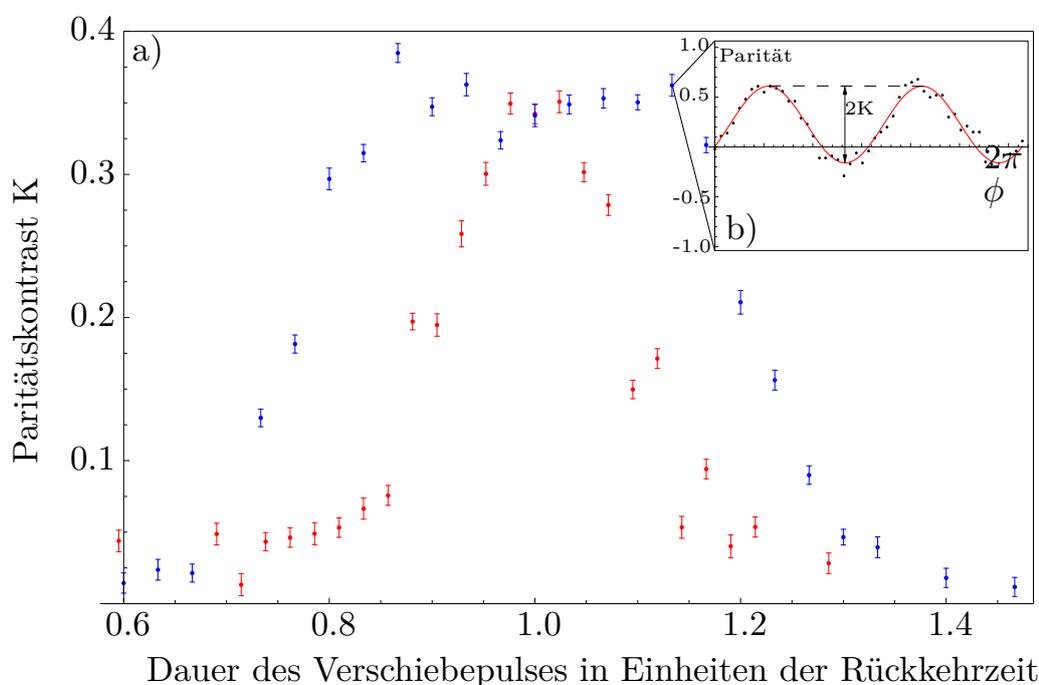


Abbildung 6.8: Aufteilung des Anregungspulses. Die blauen Messwerte zeigen den Verlauf des Paritätskontrastes unter Verwendung der zwei Anregungspulse, während für die roten Messwerte nur ein Anregungspuls im ersten Arm der Echo-Sequenz verwendet wurde. Die Rückkehrzeiten betragen $T_{\text{einzel}} = 42\mu\text{s}$ und $T_{\text{doppel}} = 30\mu\text{s}$.

Weicht die Dauer der Verschiebepulse von der Rückkehrzeit $T = 2\pi/\delta$ ab, so wird das Ion im Phasenraum nicht in den Startzustand zurückgeführt. Dies führt dazu, dass der Kontrast verschwindet. Es ist deutlich zu sehen, dass die Verwendung zweier getrennter Anregungspulse das Gatter auf kleine Fluktuationen der Anregungspulsdauer unempfindlicher macht.

6.6 Einfluss der Heizrate auf das Phasengatter

Werden die Ionen nicht ausreichend gekühlt oder erhitzen sich im Zuge der Experimentsequenz zu stark, dehnt sich das Wellenpaket des Ions aus. Im Extremfall ist die Bedingung für das Lamb-Dicke-Regime $\eta\sqrt{2n+1} \ll 1$ nicht mehr erfüllt, die eine grundlegende Annahme für alle im Theorieteil durchgeführten Rechnungen darstellt. Doch schon vorher führt die Expansion dazu, dass die Lokalisierung der Ionen auf der Stehwelle der Lichtkraft abnimmt, was zu einer Reduktion der Kraft und somit der akkumulierten geometrischen Phase führt. Weiterhin erfahren die Ionen während einer Gattersequenz durch eine durch Heizeffekte bedingte Änderung der Phononenzahl eine unregelmäßige Verschiebung im Phasenraum, was ein Zurückführen der Ionen in den Ausgangszustand behindert. Die Überschneidung der Wellenpakete der geraden und ungeraden Zustände im Phasenraum am Ende einer Gattersequenz nimmt durch die durch Heizeffekte provozierte Verschiebungen im Phasenraum zwangsweise ab.

Um diese Effekte zu untersuchen, wurden verschiedene Spannungsquellen getestet, welche unterschiedliche Heizraten des Ions hervorrufen. Als Heizrate wird der Anstieg der Phononenzahl n pro Zeit bezeichnet, was durch Zuführen von Energie aufgrund von äußeren Einflüssen geschieht. Dieser Prozess ändert den quantenmechanischen Zustand des Ions und trägt somit zur Dekohärenz des Systems bei. Aus diesem Grund sollte die Heizrate sowie die Dauer der durchgeführten Experimente möglichst klein gehalten werden.

Aufgrund der kleinen Dimensionierung unserer Paulfalle, welche ein Schritt in Richtung skalierbarer Quanteninformation darstellt, befinden sich die Ionen wesentlich näher an den Fallenelektroden als in herkömmlichen makroskopischen Fallengeometrien. Dies führt nach [DOS⁺06, LGA⁺08, TKK⁺00] zu einem Ansteigen der Heizrate. Das Zufügen von Phononen während der Gattersequenz bedeutet eine zusätzliche, unkontrollierte Verschiebung im Phasenraum, was zu einer zufälligen Änderung der aufgesammelten Phase führt. Dieser Effekt mindert somit die Kohärenz des durchgeführten Gatters. Um den Einfluss der Heizrate auf die Güte des Gatters zu untersuchen, wurden verschiedene Spannungsquellen, sowie unterschiedliche Gatterzeiten verwendet.

Die Heizraten werden bestimmt, indem nach der Präparation des Ions eine variable Zeit T gewartet und daraufhin die Quantendynamik des Ramanübergangs R1R2 betrachtet wird. Die Rabifrequenz des Übergangs hängt von der Phononenzahl ab, welche aufgrund der Heizrate mit zunehmender Wartezeit T ansteigt. Die Phononenzahl der

6.6 Einfluss der Heizrate auf das Phasengatter

Ionen wird nach dem Kühlprozess durch eine thermische Verteilung beschrieben, wodurch die Wahrscheinlichkeit, ein Ion mit einer bestimmten Phononenzahl, zu finden mit

$$p_n = \frac{\bar{n}^n}{(\bar{n} + 1)^{n+1}} \quad \text{mit } \bar{n} = \frac{k_B T}{\hbar \omega_z} \quad (6.10)$$

gegeben ist. Die mittlere Phononenzahl \bar{n} ist somit die charakteristische Größe der jeweiligen Verteilung und ist in Abb. 6.9 für zwei verschiedene Spannungsquellen gegen die Wartezeit T aufgetragen. Details zur Ermittlung der mittleren Phononenzahl finden sich in [Sch11].

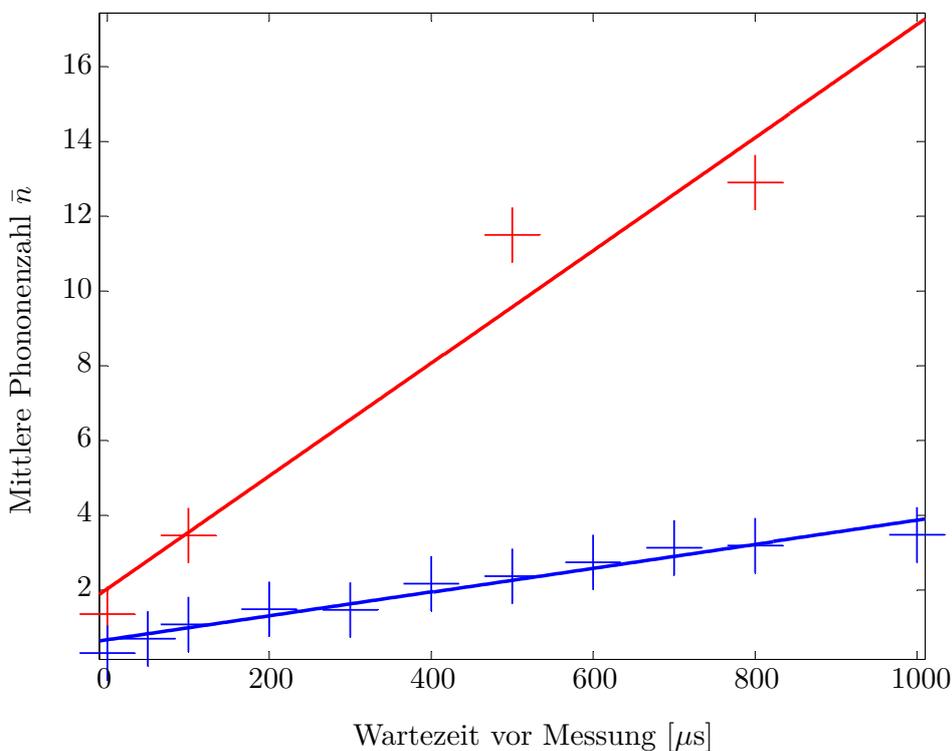


Abbildung 6.9: Die rote Gerade beschreibt die Heizrate für die gewöhnlich verwendete Spannungsquelle mit IC-Bauteilen. Der Fit ergibt eine Heizrate von $\approx 15,1$ Phononen/ms. Die blaue Fitgerade steht für die Spannungsquelle welche ausschließlich passive Komponenten und zusätzlich einen Tiefpassfilter beinhaltet. Hier beträgt die Heizrate $\approx 3,2$ Phononen/ms.

Es zeigt sich ein deutlicher Unterschied in den Heizraten für die verwendeten Spannungsquellen. Die in den meisten Experimenten verwendete Spannungsquelle, wie sie in [Pos10] vorgestellt wird, besteht aus einer Vielzahl von Halbleiter-Bauelementen,

6. DAS GEOMETRISCHE PHASENGATTER

welche eine Stabilisierung der Ausgangsspannung vornehmen. Dieser Aufwand ist notwendig, da die Spannungsquelle als Vorstufe für den entwickelten Multikanal-Arbiträr-Generator gesehen werden kann, der ohne diese Elemente nicht zu realisieren wäre. Die verwendeten Elemente sorgen jedoch für zusätzliches Rauschen, das nicht durch Tiefpassfilterung beliebig unterdrückt werden kann, da diese die Schaltgeschwindigkeit des Generators bei späteren Transportsequenzen limitieren würde.

Da diese Eigenschaften für die hier durchgeführten Experimente aber nicht notwendig sind, wurde eine einfache Zweikanal-Spannungsquelle gebaut, die im wesentlichen aus einer Batterie und einem variablen Spannungsteiler besteht. Diese erzielte im Experiment eine um den Faktor fünf geringere Heizrate (siehe Abb. 6.9). Es wurde für beide Spannungsquellen die Güte des Gatters anhand der erhaltenen Paritätsoszillationen verglichen, wobei jedoch kein Unterschied festgestellt werden konnte. Die Tatsache, dass trotz der fünffachen Heizrate die Qualität des Gatters keine Änderung erfährt, ist das erste Indiz dafür, dass die Heizrate aktuell nicht die Güte des Phasengatters limitiert.

Weiterhin wurden die Paritätsoszillationen für verschiedene Verstimmungen δ und Laserintensitäten in den Lichtkraftpulsen untereinander verglichen, welche eine Änderung der Gatterlänge zur Folge hatten und in Abb. 6.10 dargestellt sind. Würden die Heizraten einen merklichen Beitrag zum Kontrastverlust der Paritätsoszillationen liefern, wäre eine möglichst kurze Gatterdauer optimal. Vergleicht man die in den Experimenten erreichten Kontrastwerte, so kann jedoch keine direkte Abhängigkeit dieser von der Dauer der Gattersequenz festgestellt werden. Im Gegenteil zeigt sich, dass zum Erreichen kurzer Gatterzeiten Effekte in Kauf genommen werden müssen, welche die Güte noch zusätzlich beeinträchtigen.

Durch eine Reduktion der Verstimmung Δ des Lasers bei 397nm, welcher die Lichtkräfte generiert, von $\Delta = 2\pi \cdot 50$ GHz auf $\Delta = 2\pi \cdot 20$ GHz, konnte nach Gl. 2.28 die benötigte Phase schon durch eine Anregungsdauer von $T=14,9\mu s$ erreicht werden. Der maximale Paritätskontrast, der in dieser Einstellung erreicht werden konnte, beträgt $K=0,26$. Hingegen betrug die Dauer des Anregungspulses, mit welcher der bisher größte Paritätskontrast von $K=0,6$ erzeugt werden konnte, $T=44,6\mu s$. Auch bei einer Dauer T von $77,7\mu s$ und $86,7\mu s$ war es möglich, einen Paritätskontrast $K>0,5$ zu erzeugen, was bisher für Zeiten kürzer als $40\mu s$ nicht gelungen ist. Auch diese Untersuchungen schließen somit die Heizrate als limitierenden Effekt aus. Ferner war es bis jetzt nicht

6.6 Einfluss der Heizrate auf das Phasengatter

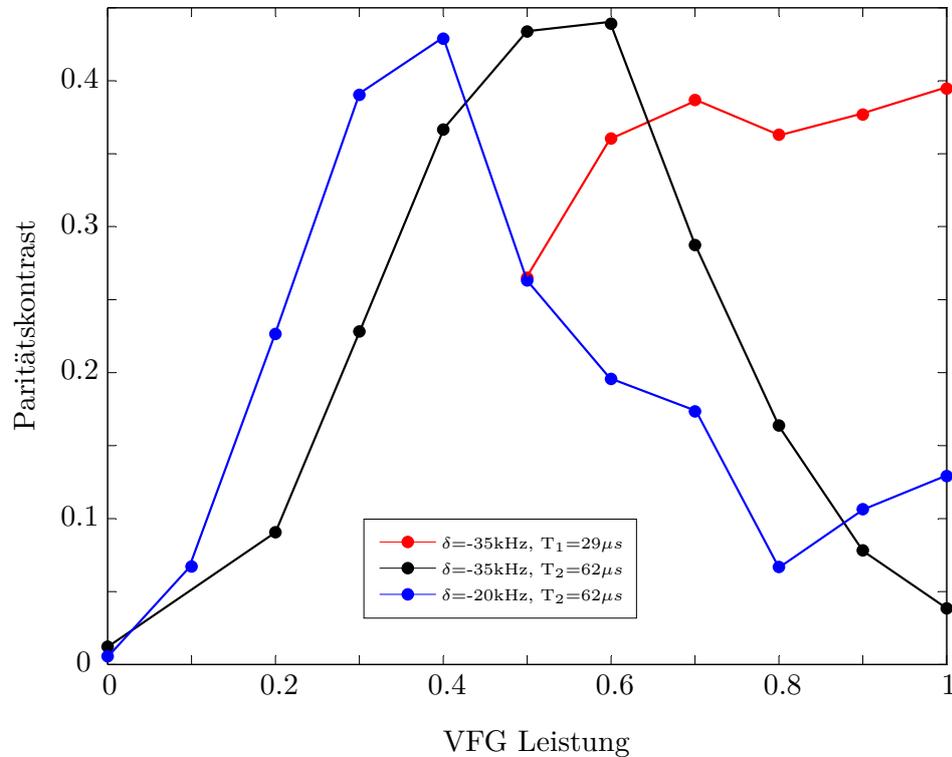


Abbildung 6.10: Die Abbildung zeigt den Paritätskontrast für verschiedene Stärken der anregenden Lichtkraft. Das Maximum des Paritätskontrast wird bei einer aufgesammelten geometrischen Phase von $\frac{\pi}{2}$ erreicht, was durch die längere Anregungspulsdauer $T_2 \approx 2 \cdot T_1$ bei einer kleineren Laserintensität erreicht wird. Beide Kurven für die längeren Gatterzeiten weisen einen höheren Paritätskontrast auf, als die Kurve die die kürzere Gatterdauer widerspiegelt. Die tatsächliche Leistung der Strahlen kann aus der Eichkurve in Abb. 8.7 abgelesen werden.

möglich, einen negativen Effekt durch längere Gattersequenzen nachzuweisen. Dies ist unter anderem damit begründet, dass die Änderung des Bewegungszustandes Spin-unabhängig ist und so das Zufügen eines Phonons nicht zu einem direkten Kollaps der quantenmechanischen Wellenfunktion führt.

6.7 Einfluss des Magnetfeldes und der Mikrobewegung

Eine weitere Komplikation, die aus der Geometrie unserer Falle hervorgeht, ist die starke Mikrobewegung in axialer Richtung. Hierfür ist die Verjüngung in der Transferzone der Falle verantwortlich (siehe Abb. 3.1), durch welche am Ort der Ionen axiale Komponenten des RF-Feldes auftreten. Die dadurch verursachte Bewegung mit der Frequenz $\Omega \approx 2\pi \cdot 35$ MHz und rechnerisch bestimmten Amplituden bis zu 30nm führt dazu, dass das Ion während einer typischen Experimentdauer von $100\mu s \approx 3500$ Schwingungen durchführt. Die Start- sowie Endphase dieser Bewegung ist jedoch von Experiment zu Experiment unterschiedlich und hier auftretende Abweichungen werden nicht, wie in den vorhergehenden Schwingungen, herausgemittelt. Im Extremfall kann die Endposition des Ions um 60nm innerhalb verschiedener Durchgänge voneinander abweichen. Bei dem in [WPZ⁺11] bestimmten Magnetfeldgradienten von $\nabla B = 6,74 \cdot 10^{-10} \frac{T}{\mu m}$ führt dies zu einer Differenz der Magnetfeldstärke von $\Delta B = 0,2$ nT, was einer relativen Änderung des Magnetfeldes und somit der Zeeman-Aufspaltung von $3 \cdot 10^{-7}$ entspricht. Bei einer typischen Sequenzdauer von $100\mu s$ würde dies zu einer Phasenverschiebung $\Delta\Phi = 0,001\pi$ führen. Der Effekt kann somit vernachlässigt werden.

Da die typischen Strahldurchmesser am Ort des Ions $\approx 30\mu m$ betragen, ist eine Beeinflussung der Laserintensitäten durch die Bewegung des Ions auch vernachlässigbar gering.

Der einzige Effekt, der durch eine Ionen-Bewegung dieser Größenordnung einen Einfluss haben kann, ist die nicht definierte Phase der Stehwelle und somit der Lichtkraft, die die Ionen durch den beliebigen Start- und Endzeitpunkt der Experimentsequenz erfahren. Um jegliche Störung durch die beliebige Mikrobewegungsphase auszuschließen, wurde daher eine Trigger-Schaltung gebaut, welche den Startpunkt jedes Experimentes auf eine bestimmte, wenn auch beliebige Phase des RF-Signals verzögert. Es konnte jedoch keine Veränderung in der Güte des durchgeführten Gatters beobachtet werden. Die Schaltung wird im Anhang 8.1 gezeigt.

Weiterhin wurde der Einfluss des Magnetfeldes auf die Gattersequenz überprüft, wobei hier verschiedene Effekte betrachtet wurden. Zunächst führt der Ionenabstand von $d \approx 4,45\mu m$ dazu, dass beide Ionen ein unterschiedliches Magnetfeld und somit eine unterschiedliche Zeeman-Aufspaltung ihrer Spinzustände erfahren. Die dadurch mögliche Verschiebung der Raman-Übergangsfrequenzen der beiden Ionen führt zu einer unterschiedlichen Wechselwirkung mit den eingestrahlenen Lasern, da die einzelnen Io-

6.7 Einfluss des Magnetfeldes und der Mikrobewegung

nen eine individuelle Verstimmung gegenüber den Laserfrequenzen besitzen. Auch die Dephasierung der Ionen relativ zum Lichtfeld geschieht unterschiedlich schnell. Die Änderung der Energieaufspaltung der Zustände berechnet sich jedoch mit dem oben angegebenen Magnetfeldgradienten zu $\Delta E/h = 530\text{Hz}$. Diese geringe Abweichung wird zusätzlich noch durch die Verwendung des Spin-Echo-Verfahrens in der Gattersequenz reduziert (siehe 6.1). Dass die Kohärenzzeit in einer Spin-Echo-Sequenz durch die Verwendung zweier örtlich getrennter Ionen nicht beeinträchtigt wird, ist in Abb. 6.11 zu sehen.

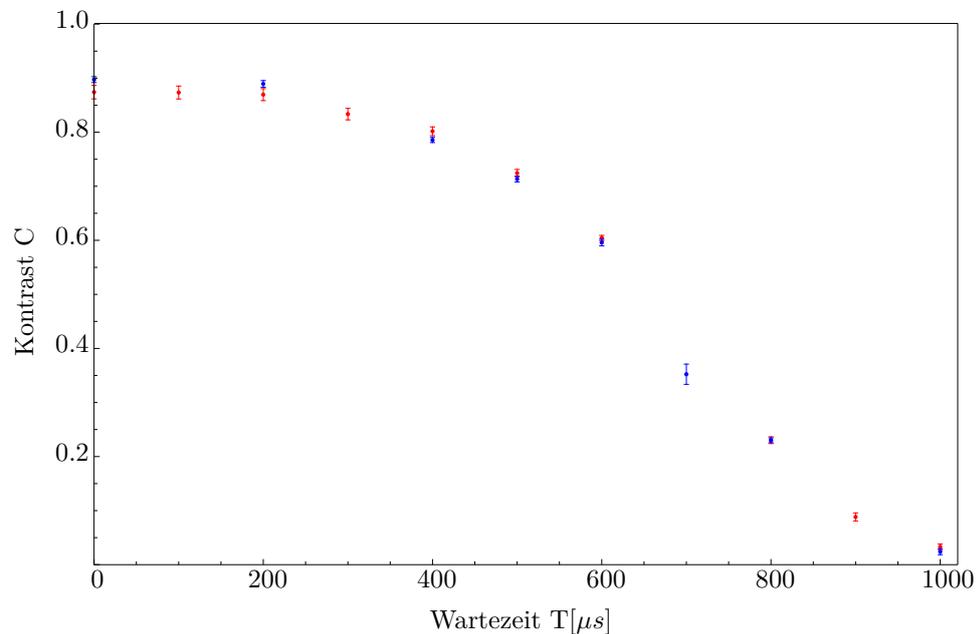


Abbildung 6.11: Spin-Echo-Messung an einem und zwei Ionen: Die Methode ist analog zu der in Abb. 5.4, nur dass hier die roten Messpunkte die Messung mit zwei Ionen und die blauen die Messung mit einem Ion darstellen. Im Zwei-Ionen-Fall stellt die Messkurve den Kontrast der Besetzungswahrscheinlichkeit des $|\uparrow\uparrow\rangle$ -Zustandes dar. Die deutlich kürzere T_2 -Zeit im Vergleich mit Abb. 5.4 ist vor allem dadurch begründet, dass hier nicht auf einer festen Netzphase gemessen wurde. Zu beachten ist die starke Übereinstimmung beider Fälle.

Weiterhin wurde, wie für die Messung in Abb. 5.4, die Gattersequenz auf einer festen Phase der Netzspannung gestartet, was verhindert, dass durch Netzschwankungen die Kohärenzzeit beeinträchtigt wird. Trotz des starken Einflusses dieser phasenstabilen Messung auf die T_2 -Zeit (vergleiche Abb. 6.11 und Abb. 5.4) konnte keine signifikante Verbesserung der Gattergüte festgestellt werden. Der geringe Einfluss der T_2 -Zeit auf die Messungen begründet sich vor allem in den kurzen Gatterzeiten welche typischer-

6. DAS GEOMETRISCHE PHASENGATTER

weise $\approx 100\mu\text{s}$ betragen.

Eine Stromversorgung der Magnetspulen und des verwendeten Stromregulators durch Batterien zeigte auch keine messbaren Effekte, obwohl hier eine vollständige Trennung von der Netzspannung vorlag.

Weiterhin wurde die Stärke des Stroms, welcher das Magnetfeld erzeugt, von 1,830A auf 1,547A gesenkt, was einer Reduzierung der Zeeman-Aufspaltung von $\approx 3,73$ MHz entspricht. Auch hier konnte kein direkter Einfluss auf die Güte des Gatters ausgemacht werden. Da aber eine Änderung der Zeeman-Aufspaltung sämtliche Übergangslinien im Spektrum verschiebt, kann nicht ausgeschlossen werden, dass diese Änderung in Kombination mit späteren Modifikationen der Anregungs- sowie Fallenfrequenzen zu einer günstigeren Konfiguration der Übergangsfrequenzen geführt hat. Eine günstigere Konfiguration bedeutet hier, dass ein möglichst geringer Überlapp sämtlicher Übergangsfrequenzen im Spektrum besteht, da dieser zu Energieaustausch und zur Anregung ungewollter Moden führen kann.

6.8 Einfluss der Zustands-Detektion auf das Gatter

Wie in Kap. 3.2 beschrieben, kann der Spinzustand nicht direkt über eine Fluoreszenzmessung ausgelesen werden, sondern es muss zunächst die Electron-Shelving-Methode angewandt werden. Diese wird bei uns über eine schnelle adiabatische Passage, wie in Kap. 5 vorgestellt, realisiert. Da bei der Fluoreszenzdetektion keine Phaseninformation der Zustände, sondern nur die Besetzungswahrscheinlichkeiten ausgelesen werden können, reduziert der inkohärente Prozess der adiabatischen Passage den auslesbaren Informationsgehalt nicht. Findet jedoch der Besetzungstransfer des $|\uparrow\rangle$ -Zustandes in die $D_{5/2}$ -Unterstufen nur mit einer Wahrscheinlichkeit q statt, so ist die darauffolgende Bestimmung der Besetzungswahrscheinlichkeit über die Fluoreszenzdetektion verfälscht. Um diesen Effekt zu quantifizieren und den Einfluss auf die Fidelität zu bestimmen, wurde ein einfaches Modell angewandt, welches den Zusammenhang der tatsächlichen Besetzungswahrscheinlichkeiten der $|\uparrow\rangle$ und $|\downarrow\rangle$ -Zustände mit den gemessenen Werten beschreibt.

Da hier die Effekte auf das Gatter untersucht werden, wird die Situation mit zwei Ionen behandelt. Um Konsistenz mit der restlichen Arbeit zu wahren, werden die tatsächlichen Besetzungswahrscheinlichkeiten mit $S'_{\uparrow\uparrow}, \dots$ und die gemessenen Werte mit $S_{\uparrow\uparrow}, \dots$ bezeichnet. Präpariert man die Ionen im $|\uparrow\uparrow\rangle$ -Zustand und wendet dar-

6.8 Einfluss der Zustands-Detektion auf das Gatter

aufhin die adiabatische Passage an, werden beide Ionen mit der Wahrscheinlichkeit $P = q^2$ in den $D_{5/2}$ -Zustand überführt. Da die vorherige Zustandspräparation sowie die Fluoreszenzdetektion mit hoher Zuverlässigkeit ausgeführt werden können, beschreibt die nach der Passage gemessene Besetzung des $|\uparrow \uparrow\rangle$ -Zustands direkt die Shelving-Wahrscheinlichkeit $P = q^2$. Sind nun nicht beide Ionen in den $|\uparrow\rangle$ -Zustand überführt worden, so sind mehrere Fehlerkanäle möglich: Das linke *oder* das rechte Ion kann nicht korrekt überführt worden sein, oder beide Ionen verbleiben in den $S_{1/2}$ -Unterkuständen. Mit der Annahme das beide Ionen mit der selben Wahrscheinlichkeit q überführt werden, ergibt sich für die gemessene Besetzungswahrscheinlichkeit der Zustände:

$$\begin{aligned}
 S_{\uparrow\uparrow} &= q^2 S'_{\uparrow\uparrow} \\
 S_{\uparrow\downarrow} &= q S'_{\uparrow\downarrow} + (1 - q) q S'_{\uparrow\uparrow} \\
 S_{\downarrow\uparrow} &= q S'_{\downarrow\uparrow} + (1 - q) q S'_{\uparrow\uparrow} \\
 S_{\downarrow\downarrow} &= S'_{\downarrow\downarrow} + (1 - q) S'_{\downarrow\uparrow} + (1 - q) S'_{\uparrow\downarrow} + (1 - q)^2 S'_{\uparrow\uparrow}
 \end{aligned} \tag{6.11}$$

wobei die Terme $\propto q$ die falsche Detektion eines Ions und die Terme $\propto q^2$ die unwahrscheinlichere falsche Detektion beider Ionen beschreiben. Durch die in Gleichung 6.11 angegebenen Werte kann man direkt den Einfluss auf die in Gl. 2.40 angegebene Parität berechnen:

$$\begin{aligned}
 \Pi(\phi) &= (1 - 4q(1 - q)) S'_{\downarrow\downarrow}(\phi) + S'_{\uparrow\uparrow}(\phi) - (1 - 2(1 - q)) [S'_{\uparrow\downarrow}(\phi) + S'_{\downarrow\uparrow}(\phi)] \\
 &= \Pi'(\phi) - 2(1 - q) [2q S'_{\downarrow\downarrow}(\phi) - [S'_{\uparrow\downarrow}(\phi) + S'_{\downarrow\uparrow}(\phi)]]
 \end{aligned} \tag{6.12}$$

Hier sieht man direkt die Reduktion des maximal möglichen Paritätskontrastes K und damit die Einschränkung der maximal messbaren Fidelität F .

Wird nun der Zustand der Ionen direkt nach der Präparation ausgelesen, so ergibt sich im Experiment für die Shelving-Wahrscheinlichkeit $P \approx 0,95$. Da aber die Gattersequenz $\approx 100\mu s$ in Anspruch nimmt, in denen nicht gekühlt werden kann, führen Heizeffekte vor allem in den Radialmoden zu einer reduzierten Wahrscheinlichkeit von $P \approx 0,9$. Daraus ergibt sich $q=0,948$. Mit diesen Werten errechnet sich der Fidelitätsverlust allein durch diesen Effekt zu $\Delta F = 4,99\%$, wobei die Symmetrie der Paritäts-

6. DAS GEOMETRISCHE PHASENGATTER

oszillation erhalten bleibt, die geraden Zustände nach Anwendung des Analysepulses jedoch ungleich besetzt sind.

Sollte durch eine längere Gatterdauer oder eine unzureichende Justage aller für das electron-shelving benötigte Komponenten die Wahrscheinlichkeit auf $P=0,8$ absinken, hätte dies schon einen Fidelitätsverlust von $\Delta F = 9,99\%$ zur Folge, weshalb dies einen weiteren kritischen Parameter darstellt.

Werden die Shelving-Wahrscheinlichkeiten q_1 und q_2 für beide Ionen als nicht identisch angenommen, gilt also

$$q_1 = \lambda q_2, \lambda > 0 \tag{6.13}$$

mit der Bedingung, dass $0 \leq P = q_1 q_2 \leq 1$, so hat dies keinen weiteren Einfluss auf die Parität. Die nach dem Analysepuls registrierte Besetzung der ungeraden Zustände ist nun aber nicht mehr identisch, womit die Effekte im Experiment schnell erkannt werden können.

Die in dem folgenden Kapitel durchgeführte Zustands-Tomographie berücksichtigt die in diesem Abschnitt vorgestellte Reduktion der Detektionsgüte quantitativ, indem aus den bestimmten Werten für q auf die tatsächliche Besetzung zurückgeschlossen wurde. Aus diesem Grund sollte der Einfluss auf die dort bestimmte Fidelität wesentlich geringer sein. Betrachtet man aber ausschließlich den Paritätskontrast im Experiment, so wird dieser von den hier beschriebenen Einflüssen reduziert.

6.9 Vollständige geometrische Phase und Verschränkung zweier Ionen

Nachdem alle in den vorherigen Unterkapiteln angesprochenen Optimierungen vorgenommen worden waren, war es möglich die in Abb. 6.2 noch nicht vorhandene geometrische Phase zu erzeugen. Ein Nachweis dieser geschieht analog zu 6.2 über einen Fit der Messwerte an die Gleichungen 6.2 und 6.1 und ist in Abb. 6.12 dargestellt.

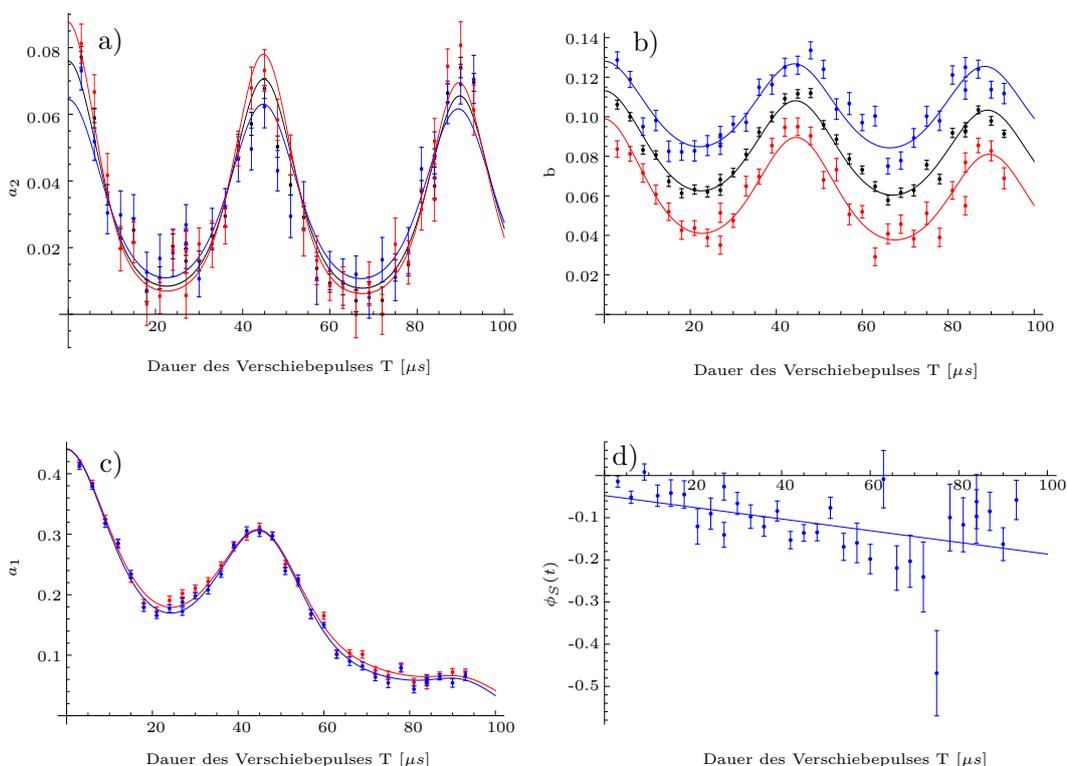


Abbildung 6.12: Analog zu Abb. 6.2 sind hier die Parameter aus Gl. 6.1 für verschiedene Anregungspulsdauern dargestellt. Für einen Satz Daten können die Parameter jeweils aus den Besetzungswahrscheinlichkeiten der verschiedenen Zustände extrahiert werden, was hier in verschiedenen Farben dargestellt ist. Rot bezeichnet die Parameter aus $S_{\uparrow\uparrow}$, schwarz bezeichnet die Summe der $S_{\uparrow\downarrow}$ und $S_{\downarrow\uparrow}$, während blau aus $S_{\downarrow\downarrow}$ gewonnen wurde. In Abbildung d) ist aus Gründen der Übersichtlichkeit nur der Wert aus $S_{\downarrow\downarrow}$ dargestellt. Der Geradenfit ergibt eine zusätzliche statische Starkverschiebung von $\Delta_S \approx 2\pi \cdot 0,22\text{kHz}$.

Die ansonsten sehr gute Übereinstimmung der Messdaten mit den angepassten Funktionen in Abb. 6.12 wird nur in b) durch eine Differenz der aus den verschiedenen Besetzungswahrscheinlichkeiten bestimmten Werte für $b(t)$ gestört. Um dieser Differenz Rechnung zu tragen, wurde in der anzupassenden Funktion ein weiterer freier

6. DAS GEOMETRISCHE PHASENGATTER

Parameter	$a_2(S_{\uparrow\uparrow})$	$a_2(S_{\uparrow\downarrow,\downarrow\uparrow})$	$a_2(S_{\downarrow\downarrow})$	$b(S_{\uparrow\uparrow})$	$b(S_{\uparrow\downarrow,\downarrow\uparrow})$	$b(S_{\downarrow\downarrow})$
F_α	1,10(4)	1,03(4)	0,93(5)	-	-	-
F_β	-	-	-	0,70(15)	0,64(15)	0,64(28)
$\delta/2\pi$ [kHz]	22,3(1)	22,3(1)	22,3(2)	22,3(2)	22,4(2)	22,6(3)
γ_{a_2} [μs^{-1}]	0,002(1)	0,001(1)	0,000(1)	-	-	-
γ_β [μs^{-1}]	-	-	-	0,0025(15)	0,0013(7)	0,0004(9)
Offset	-	-	-	0,01(2)	0,02(2)	0,05(5)

Tabelle 6.1: Parameter der Fitfunktionen 6.2 angepasst an die Messwerte aus Abb. 6.12a), b). Die Werte wurden für die verschiedenen Besetzungswahrscheinlichkeiten unabhängig bestimmt.

Offset-Parameter eingeführt. In Tabelle 6.1 kann man erkennen, dass das Offset aus der Bestimmung mit $S_{\uparrow\uparrow}$ (rot) am kleinsten ist und für die Bestimmung mit $S_{\downarrow\downarrow}$ (blau) am größten. Diese Beobachtung legt nahe, dass die Verschiebung durch den in Kap. 6.8 beschriebenen Detektionsfehler zustande kommt. Die Zerfallsraten der einzelnen Kurven (siehe Tab. 6.1) bestätigen diese Vermutung, da aufgrund der oben beschriebenen Effekte der Detektionsfehler mit der Zeit zunimmt und daher bei längerer Experimentdauer mehr $|\uparrow\rangle$ -Zustände fälschlicherweise als $|\downarrow\rangle$ -Zustände interpretiert werden. Somit ist die Zerfallsrate für die Werte aus $S_{\uparrow\uparrow}$ am größten und für die Werte aus $S_{\downarrow\downarrow}$ am kleinsten.

Um die Stärke der Anregungen der geraden und ungeraden Zustände quantifizieren zu können, werden die dimensionslosen Parameter F_α und F_β eingeführt, welche die Amplitude der Verschiebung darstellen:

$$\begin{aligned}
 |\alpha(t)| &= F_\alpha \sin\left(\frac{\delta t}{2}\right) \\
 |\beta(t)| &= F_\beta \sin\left(\frac{\delta t}{2}\right).
 \end{aligned} \tag{6.14}$$

Diese sind mit den Zerfallsraten γ und der ermittelten Verstimmung δ in Tabelle 6.1 aufgetragen.

Die Tabelle zeigt die gute Übereinstimmung der unterschiedlich ermittelten Parameter. Weiterhin ist ein deutlicher Unterschied in den Anregungsamplituden F_α und F_β zu verzeichnen, was die Akkumulation einer geometrischen Phase möglich machen sollte. Dies wird im Folgenden untersucht.

6.9 Vollständige geometrische Phase und Verschränkung zweier Ionen

Parameter	$a_1 (S_{\uparrow\uparrow})$	$a_1 (S_{\downarrow\downarrow})$
$C_{\Delta\Phi} (a_1)$	0,113(1)	0,115(1)
γ_{a1}	0,0022(6)	0,0021(6)

Tabelle 6.2: Parameter der Fitfunktionen 6.2 angepasst an die Messwerte aus Abb. 6.12c). Die Werte wurden für die verschiedenen Besetzungswahrscheinlichkeiten unabhängig bestimmt.

Die differentielle geometrische Phase ergibt sich über einen Koeffizientenvergleich von Gl. 6.14 bzw. Gl. 2.27 und Gl. 2.28 zu

$$\Delta\Phi(t) = \Phi - \bar{\Phi} = \underbrace{\frac{(F_\alpha^2 - F_\beta^2)}{4}}_{C_{\Delta\Phi}} (\sin \delta t - \delta t). \quad (6.15)$$

Mit den Werten für F_α und F_β aus Tab. 6.1 ergibt sich mit Gl. 6.15 der berechnete Wert $C_{\Delta\Phi}(a_2, b) = 0,18$. Dieser Koeffizient kann aber auch direkt aus dem Fit des a_1 -Parameters bestimmt werden und ist in Tab. 6.2 angegeben.

Die deutliche Abweichung zwischen $C_{\Delta\Phi}(a_1)$ und $C_{\Delta\Phi}(a_2, b)$ konnte bis jetzt noch nicht geklärt werden. Es muss aber davon ausgegangen werden, dass der $C_{\Delta\Phi}(a_2, b)$ -Wert deutlich zu hoch abgeschätzt wird, da unter Verwendung dieses Wertes keine Übereinstimmungen mit den Messwerten erzielt werden kann, wie in Abb. 6.13 dargestellt.

Mit $C_{\Delta\Phi}(a_1) = 0,113$ wird jedoch nach der doppelten Rückkehrzeit $T = 44,8\mu s$ eine differentielle geometrische Phase von $\Delta\Phi = -0,453 \cdot \pi$ aufgesammelt. Dass diese nicht den gewünschten $\Delta\Phi = \pm 0,5 \cdot \pi$ entspricht, liegt daran, dass die Rückkehrzeit T über die Verstimmung δ etwas zu klein gewählt wurde. In Abbildung 6.13 ist der Verlauf der differentiellen geometrischen Phase für verschiedene $C_{\Delta\Phi}$ -Werte aufgetragen.

Es ist deutlich zu erkennen, dass die Messwerte nur unter Annahme einer aufgesammelten geometrischen Phase mit der Theorie in Einklang gebracht werden können.

Zum Abschluss der Diskussion werden in Tabelle 6.3 noch einmal sämtliche ausschlaggebenden Parameter der Fits aus Abb. 6.12 und 6.2 aufgelistet. Es ist deutlich der Zusammenhang zwischen der aufgesammelten Phase $\Delta\Phi(2T)$ und der Differenz der Anregungen F_α und F_β zu erkennen. Dabei ist anzumerken, dass die nun deutlich kleinere Verstimmung δ , welche die Zeit T in etwa vervierfacht, das Aufsammeln der geometrischen Phase nach T zusätzlich begünstigt. Dass die Zerfallsraten γ für die ak-

6. DAS GEOMETRISCHE PHASENGATTER

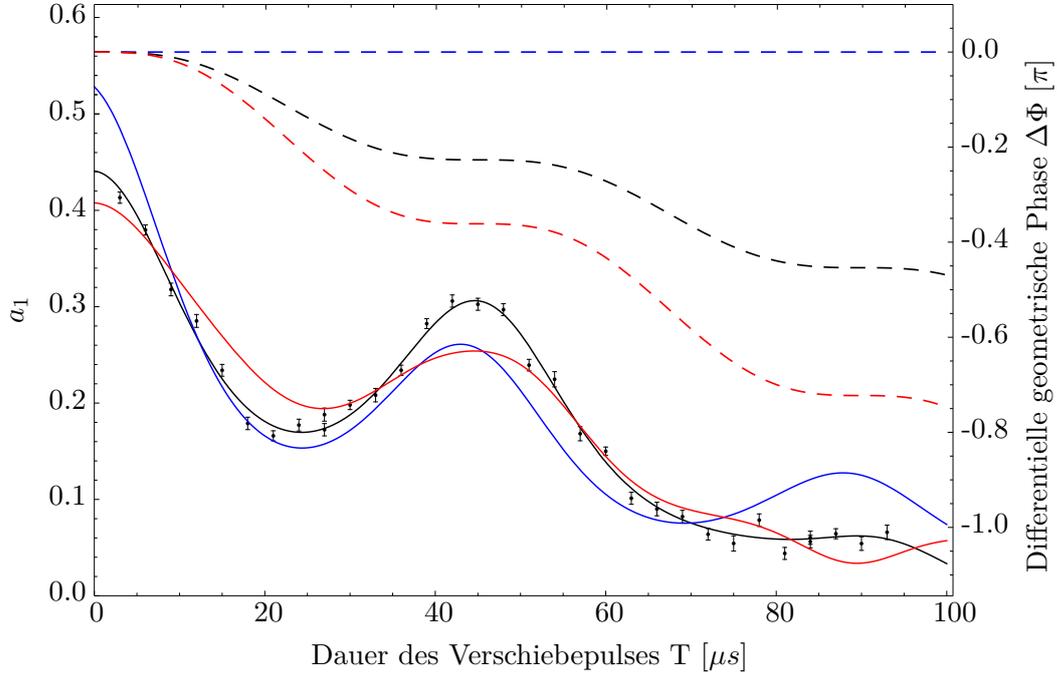


Abbildung 6.13: Verlauf des a_1 -Parameters und der Phase für verschiedene $C_{\Delta\Phi}$ -Werte: Die durchgezogenen Linien geben Fitkurven an die Messwerte wieder, welche mit unterschiedlichen $C_{\Delta\Phi}$ -Werten gewonnen wurden. Die gestrichelten Kurven geben die differentielle geometrische Phase $\Delta\Phi(t)$ in Einheiten von π wieder. Die schwarzen Kurven verwenden den in Tab. 6.2 gezeigten Wert, der als freier Parameter im Fit bestimmt wurde. Die blauen Kurven wurden unter der Annahme *keiner* geometrischen Phase ($C_{\Delta\Phi} = 0$) gewonnen, wobei alle anderen Parameter durch die Fitfunktion bestimmt wurden. Der so ermittelte Wert für γ liegt eine Größenordnung über den γ -Werten der anderen Kurven. Es ist eindeutig zu erkennen, dass diese Annahme mit den Messwerten nicht verträglich ist. Die roten Kurven stehen für den im Text beschriebenen Parameter $C_{\Delta\Phi}(a_2, b) = 0,18$, wobei auch hier sämtliche weiteren Parameter durch den Fit bestimmt wurden, welcher die Messdaten aber nicht reproduzieren kann.

tuellen Daten durchschnittlich um eine Größenordnung kleiner sind, lässt auf stabilere Bedingungen im Experiment schließen, es kann aber keine genaue Zuordnung getroffen werden. Weiterhin fällt auf, dass die statische Starkverschiebung durch die in Kap. 6.5 beschriebenen Maßnahmen um eine Größenordnung unterdrückt werden konnte, ohne dass hier der Anregungspuls aufgeteilt war.

6.9 Vollständige geometrische Phase und Verschränkung zweier Ionen

Parameter	Werte 2010	aktuelle Werte
\bar{F}_α	0,83(3)	1,02(2)
\bar{F}_β	0,88(1)	0,66(12)
$\delta/2\pi$ [kHz]	80,35(34)	22,37(8)
$\bar{\gamma}_{a_1}$ [μs^{-1}]	0,002(1)	0,0022(4)
$\bar{\gamma}_{a_2}$ [μs^{-1}]	0,013(3)	0,0010(6)
$\bar{\gamma}_\beta$ [μs^{-1}]	0,019(3)	0,0014(7)
$\Delta\Phi(2 \cdot T)$	$-0,04 \cdot \pi$	$-0,45 \cdot \pi$
$\Delta_S/2\pi$ [kHz]	2,4	0,22

Tabelle 6.3: Die aktuellen Werte sind die Mittelwerte aus den Tabellen 6.1 und 6.2. Die Werte von 2010 wurden aus [Pos10] entnommen. Δ_S beschreibt die Stärke der statischen Starkverschiebung durch den Anregungspuls.

6. DAS GEOMETRISCHE PHASENGATTER

Mit der zur Verfügung stehenden differentiellen Phase ist es nun möglich zwei Ionen durch das geometrische Phasengatter zu verschränken. Durch eine Zustandstomographie, analog zu der in [Hom06], kann die Dichtematrix des Endzustandes bestimmt werden, welche in Abb. 6.14 dargestellt ist. Als Grundlage für die dargestellte Dichtematrix wurde die Paritätsoszillation aus Abb. 6.15 verwendet.

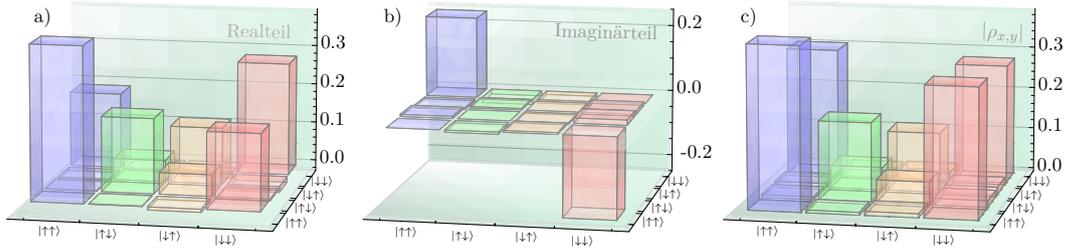


Abbildung 6.14: Rekonstruierte Dichtematrix des verschränkten Zustands: Dargestellt sind in a) die Realteile der Matrixeinträge, die auf der Diagonalen die Besetzungswahrscheinlichkeiten der Zustände angeben. In b) sind die Imaginärteile zu erkennen. Da der angestrebte Bellzustand nur in den Eck-Elementen Einträge $\neq 0$ besitzt, reduziert die hier dargestellte Besetzung der anderen Elemente die Fidelität. In c) ist der Absolutbetrag der einzelnen Matrixelemente dargestellt, welcher schnell die für verschränkte Zustände charakteristische „Burg“-Form erkennen lassen.

In dem von Ulrich Poschinger geschriebenen Tomographie-Programm werden die Einträge der Dichtematrix so angepasst, dass die daraus erhaltenen Paritätsoszillationen möglichst geringfügig von den in Abb. 6.15 dargestellten Fitfunktionen abweichen, es wird also das Funktional

$$\chi = \sqrt{\frac{\sum_i^N (P_{virt,i}(\phi) - P_{rekon,i}(\phi))^2}{N}} \quad (6.16)$$

minimiert, wobei P_{virt} die Werte des Fits in Abb. 6.15 und P_{rekon} die aus der Dichtematrix gewonnenen Werte repräsentieren. Um die Entropie S nicht fälschlicherweise als zu gering abzuschätzen, wird das Funktional noch um die gewichtete Entropie erweitert zu

$$\mathcal{F} = \frac{1}{\chi} + G_S \cdot |S|. \quad (6.17)$$

Dieses Funktional wird durch das Programm maximiert, was die Abweichung χ bei gleichzeitig möglichst großer Entropie minimiert. Der Verlauf von beiden Größen ist in Abb. 6.16 dargestellt. Es ist deutlich zu erkennen, dass eine zu hohe Gewichtung

6.9 Vollständige geometrische Phase und Verschränkung zweier Ionen

der Entropie dafür sorgt, dass die Daten aus der rekonstruierten Dichtematrix stärker von den experimentell gewonnenen Daten abweichen. Es wurde daher für G_S der Wert gewählt, für den die Abweichung χ noch nicht ansteigt, die Entropie aber möglichst groß ist, was für $G_S = 90$ gegeben ist.

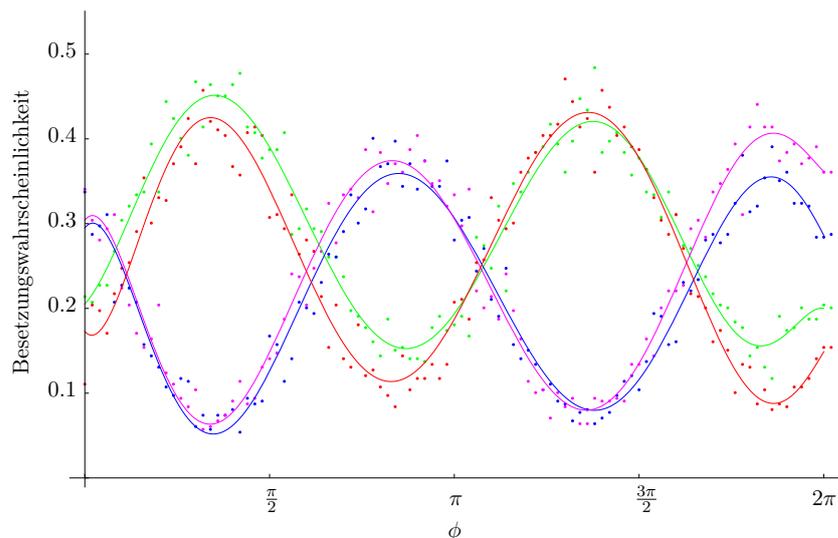


Abbildung 6.15: Paritätsoszillation zugehörig zur Dichtematrix in Abb. 6.14. Die grünen Datenpunkte bezeichnen $S_{\downarrow\downarrow}$, die roten $S_{\uparrow\uparrow}$, die blauen $S_{\uparrow\downarrow}$, die magentafarbenen $S_{\downarrow\uparrow}$. Die Fitkurven dienen als Eingangswerte der Zustandstomografie und sind Polynome achter Ordnung.

Die Dauer der beiden Lichtkraftpulse betrug jeweils $44,6\mu s$, die Verstimmung zur Axialfrequenz ergibt sich aus Tab. 6.3 zu $\delta/2\pi = 22,4\text{kHz}$.

Aus den Werten der so gewonnenen Dichtematrix ρ aus Abb. 6.14 welche in Gl. 8.4 eingetragen sind, lassen sich sämtliche Größen ermitteln, die die Dichtematrix charakterisieren. Diese sind in Tab. 6.4 zusammengefasst. Für das entanglement of formation konnte mit $0,189 \pm 0,072$ demnach ein Wert größer Null erzielt werden, was eine quantenmechanische Verschränkung voraussetzt. An den Fidelitäten ist aber zu sehen, dass nicht nur der gewünschte Bellzustand produziert wurde, sondern ein Zustandsgemisch, was auch in der Reinheit des Zustands zu erkennen ist. Dies deutet auf Fluktuationen der Parameter, wie der akkumulierten Phase, während des Experiments hin.

6. DAS GEOMETRISCHE PHASENGATTER

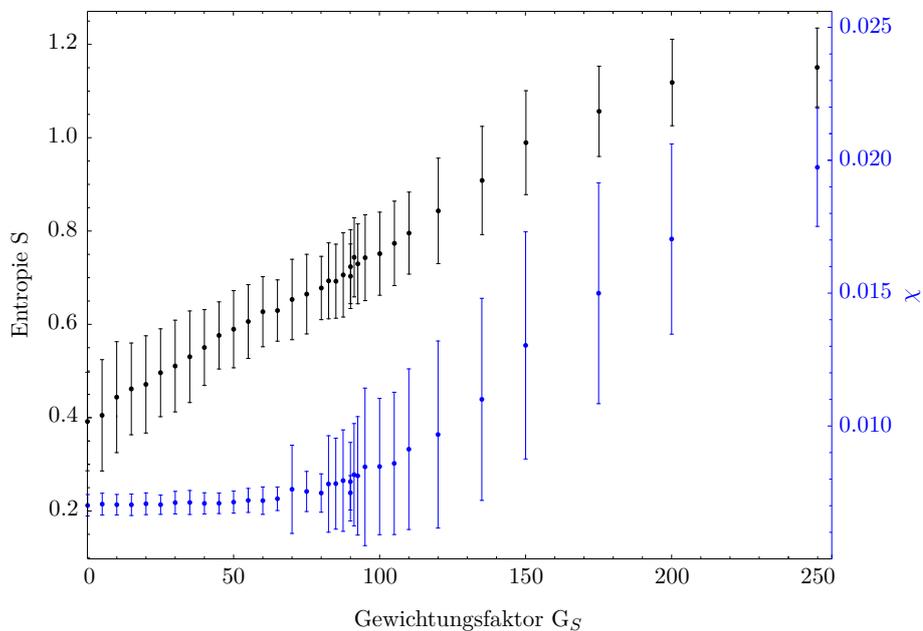


Abbildung 6.16: Gewichtung der Entropie bei der Rekonstruktion der Dichtematrix. Der deutliche Knick bei $G_S \approx 90$ liefert den verwendeten Wert für die durchgeführte Rekonstruktion.

Größe	Wert
Reinheit	0.533 ± 0.042
entanglement of formation	0.189 ± 0.072
Negativität	0.183 ± 0.039
Entropie	0.802 ± 0.071
Entropie ₁	0.673 ± 0.021
Entropie ₂	0.684 ± 0.010
$\langle \Phi^+ \rho \Phi^+ \rangle$	0.526 ± 0.027
$\langle \Phi^- \rho \Phi^- \rangle$	0.145 ± 0.017
$\langle \Psi^+ \rho \Psi^+ \rangle$	0.218 ± 0.018
$\langle \Psi^- \rho \Psi^- \rangle$	0.111 ± 0.022

Tabelle 6.4: Charakteristika der Dichtematrix aus Gl. 8.4. Entropie₁ und Entropie₂ geben die Entropien der Subsysteme der einzelnen Qubits wieder, welche in einem perfekt verschränkten Zustand die Entropie des gesamten Systems übertreffen. Die letzten vier Zeilen geben die Fidelitäten der Dichtematrix mit den Bell-Zuständen aus Gl. 2.33 an.

6.9 Vollständige geometrische Phase und Verschränkung zweier Ionen

Verwendet man nicht nur die benannten Bell-Zustände sondern parametrisiert diese über den Winkel θ folgendermaßen:

$$\begin{aligned}
 |\Psi(\theta)\rangle^+ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left(e^{i\theta/2} |\uparrow\downarrow\rangle + e^{-i\theta/2} |\downarrow\uparrow\rangle \right) \\
 |\Psi(\theta)\rangle^- &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left(e^{i\theta/2} |\uparrow\downarrow\rangle - e^{-i\theta/2} |\downarrow\uparrow\rangle \right) \\
 |\Phi(\theta)\rangle^+ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left(e^{i\theta/2} |\downarrow\downarrow\rangle + e^{-i\theta/2} |\uparrow\uparrow\rangle \right) \\
 |\Phi(\theta)\rangle^- &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left(e^{i\theta/2} |\downarrow\downarrow\rangle - e^{-i\theta/2} |\uparrow\uparrow\rangle \right), \tag{6.18}
 \end{aligned}$$

so ergibt sich für $0 < \theta < 2\pi$ der in Abb. 6.17 dargestellte Verlauf für den Überlapp der nach wie vor maximal verschränkten Zustände mit der errechneten Dichtematrix ρ . Hierbei ist zu sehen, dass für $|\Phi(\theta = 0,71 \cdot \pi)\rangle^+$ ein größerer Überlapp von $F=0,64$, als für den in Tab. 6.4 angegebenen gewöhnlichen Bellzustand $|\Phi(\theta = 0)\rangle^+$ besteht.

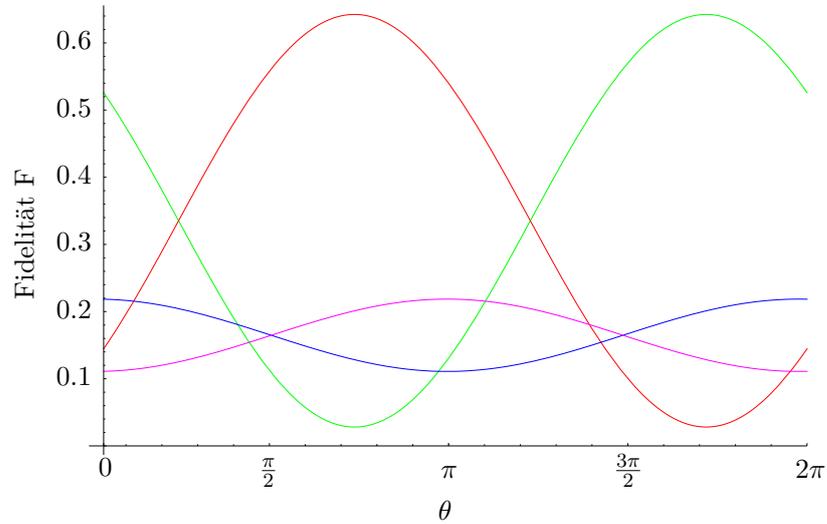


Abbildung 6.17: Die Kurven stellen die Fidelität F der in Gl. 6.18 vorgestellten maximal verschränkten Zustände mit der in Gl. 8.4 dargestellten Dichtematrix dar. Die rote Kurve bezeichnet $F_{|\Phi(\theta)\rangle^-}$, die grüne Kurve $F_{|\Phi(\theta)\rangle^+}$, die lilafarbene $F_{|\Psi(\theta)\rangle^-}$ und die blaue $F_{|\Psi(\theta)\rangle^+}$.

Diese Verschiebung des Maximums von $F_{|\Phi(\theta)\rangle^+}$ bzw. von $F_{|\Phi(\theta)\rangle^-}$ konnte bisher nicht geklärt werden, zeigt aber das die geraden Bellzustände gegenüber den ungeraden eine zusätzliche Phase aufsammeln, welche für eine Reduktion der Fidelität sorgt.

6. DAS GEOMETRISCHE PHASENGATTER

Weiterhin ist deutlich zu erkennen, dass für alle Winkel θ ein Überlapp mit den Ψ -Bellzuständen größer als 0,1 besteht, was den Überlapp der Φ -Bellzustände reduziert. Die geringe Reinheit des Zustands und der maximale Überlapp von 64% mit einem maximal verschränkten Zustand zeigen, dass das von uns durchgeführte Phasengatter noch eine deutliche Verbesserung erfahren muss, um als logisches Gatter in Quantenschaltungen verwendet werden zu können. Die prinzipielle Funktionsfähigkeit des Gatters konnte jedoch anhand der Verschränkung zweier Ionen nachgewiesen werden.

6.10 Transport eines Zwei-Ionen Kristalls

Um die im vorherigen Kapitel beschriebenen verschränkten Ionen örtlich zu trennen und in Wechselwirkung mit anderen Ionen zu bringen, müssen sie transportiert werden. Die stetige Weiterentwicklung des Multikanal-Arbiträr-Generators in der Arbeitsgruppe machte es möglich, den Einfluss einer Transportsequenz auf den durch das Phasengatter manipulierten Zustand zu testen. Dieses Kapitel beinhaltet keine genaue Untersuchung des Transports, sondern stellt lediglich den prinzipiellen Beweis der Durchführbarkeit des Transports mit den uns zur Verfügung stehenden Komponenten dar.

Die einfachste denkbare Transportmöglichkeit ist das parallele Verschieben beider Ionen in Richtung der Fallachse. Soll aber gewährleistet sein, dass an allen Orten des zurückgelegten Wegs das Ion in einem Potential gleicher Form und Tiefe gefangen ist, so muss schon hier die Spannungskonfiguration der einzelnen Segmente für jeden Ort in der Simulationssoftware [SPM⁺09] bestimmt werden. Die Konfiguration ist in Abb. 6.18 a) dargestellt. Eine Änderung der Potentialform hätte Störeffekte zur Folge, wie z. B. das Aufschwingen der Ionen, was so vermieden werden kann.

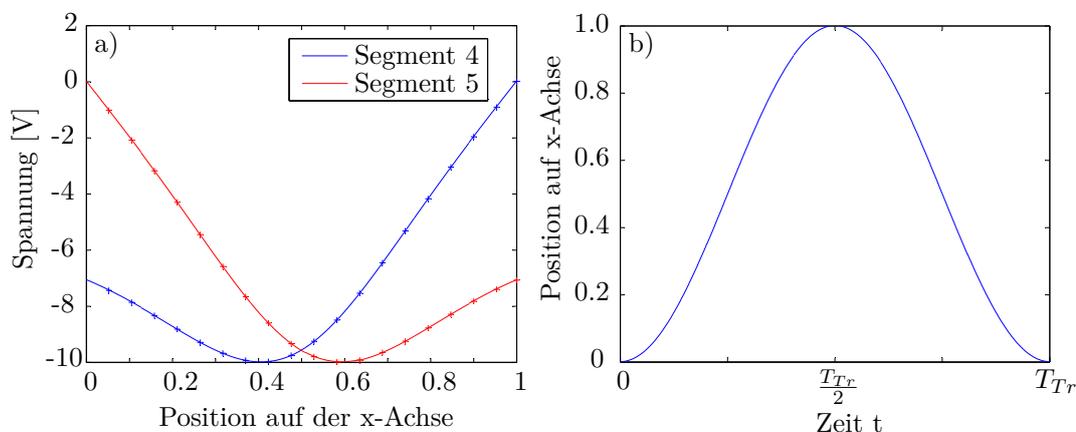


Abbildung 6.18: a) stellt die Spannungskonfiguration an Segment 4 und 5 für die gewünschte Ionenposition dar, wobei als Nebenbedingung die Krümmung des Potentials in Achsen-Richtung konstant gehalten wird, so dass sich die Axialfrequenz an jedem Punkt zu $\omega_z = 2\pi \cdot 1,4$ MHz ergibt. Die 0 auf der x-Achse steht dabei für den Aufenthalt des Ions in der Mitte von Segment 4, die 1 steht für Segment 5. Alle weiteren Segmente werden konstant auf $U=0V$ gehalten. In b) ist die für den Transport gewählte Trajektorie des Ions dargestellt.

Um einen abrupten Start und Stop der Ionenbewegung zu vermeiden, wurde eine Trajektorie der Form $x(t) = x_{max} \sin^2(\pi t/T_{Tr})$ mit der Transportdauer T_{Tr} gewählt, welche in Abb. 6.18 b) dargestellt ist. Da von Segment 5 in das benachbarte Segment 4

6. DAS GEOMETRISCHE PHASENGATTER

transportiert wurde, ist $x_{max} = 280\mu m$. Der Kurvenverlauf ist aber in der Realität nicht glatt, wie in Abb. 6.18 b) dargestellt, sondern besteht aus diskreten Schritten, die durch die Zeitauflösung des Spannungsgenerators gegeben sind.

Nachdem die in den vorherigen Kapiteln vorgestellte Gattersequenz durchgeführt wurde, wurde vor der Anwendung des Analysepulses ein Transport in der hier beschriebenen Form ausgeführt. Dabei wurden beide Ionen bei gleichbleibender Säkularfrequenz $\omega_z = 2\pi \cdot 1.4$ MHz und damit gleichbleibendem Abstand zueinander zur Mitte von Segment 4 bewegt und zur Detektion wieder zurück in Segment 5 transportiert. Um die gewünschte Trajektorie zu generieren, wurden die Spannungen während des Transportes 21mal gesetzt, wobei die so entstehende treppenförmige Struktur des Kurvenverlaufs durch eine Tiefpassfilterung geglättet wurde. Die gesamte Dauer des Transports betrug $T_{Tr} = 8,4\mu s$.

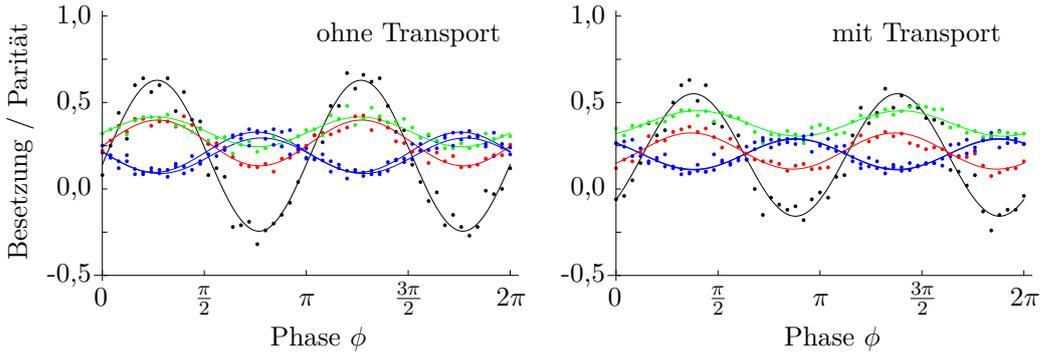


Abbildung 6.19: Paritätsoszillationen vor und nach dem Transport des Ionenkristalls: Dargestellt sind die Besetzungswahrscheinlichkeiten und Paritätsoszillationen (schwarz) nach der Anwendung des Analysepulses. Das linke Bild stellt die Situation nach einer gewöhnlichen Gattersequenz dar, während für das rechte Bild die im Text beschriebene Transportsequenz vor der Analyse eingefügt wurde. Die blauen Punkte und Fits stehen für die ungeraden Zustände, während rot $S_{\uparrow\uparrow}$ und grün $S_{\downarrow\downarrow}$ bezeichnen.

Bemerkenswert ist der Phasenversatz von $\phi_0 \approx 0, 2\pi$ zwischen den beiden Fällen, der durch den Magnetfeldgradienten auf der Transportstrecke zu erklären ist.

Die Besetzungswahrscheinlichkeiten nach der Durchführung des Analysepulses mit und ohne Transport sind inklusive der sich daraus ergebenden Paritätsoszillation in Abb. 6.19 dargestellt. Der Paritätskontrast ergibt sich ohne Transport zu $K_{ohne} = 0,44(1)$ was durch Dejustage des Systems zu erklären ist. Durch den reduzierten Paritätskontrast kann hier nicht von einem verschränkten Zustand gesprochen werden. Wird die Transportsequenz verwendet, so reduziert sich der Paritätskontrast auf $K_{mit} = 0,35(1)$, was eine Reduktion von 22% bedeutet. Betrachtet man jedoch die Besetzungswahr-

scheinlichkeiten nach dem Transport, so sieht man eine starke Abnahme der $S_{\uparrow\uparrow}$ -Werte im Vergleich zu $S_{\downarrow\downarrow}$. Dies legt die Vermutung nahe, dass der Kontrastverlust in erster Linie durch eine fehlerbehaftete Zustandsdetektion nach dem Transport zustande kommt und nicht primär durch eine Minderung der Verschränkung oder der Kohärenz des Zwei-Ionen-Kristalls geschmälert wird. In Abb. 8.6 wird ein Vergleich der Werte mit Transport mit den Werten ohne Transport dargestellt. Hierbei wurde auf die Werte ohne Transport das in Kap. 6.8 vorgestellte Modell für den Detektionsfehler angewandt. Die hohe Übereinstimmung der so erhaltenen Werte stützt sowohl das Modell, als auch die Annahme, dass dieses für den Kontrastverlust ausschlaggebend ist. Eine mögliche Ursache für die Abnahme der Detektionsgüte kann hier noch nicht angegeben werden, da die Untersuchungen des Transports mit dieser Messung erst ihren Anfang genommen haben. Die Untersuchung dieser Annahmen werden Gegenstand weiterer Experimente sein, würde aber hier zu weit führen, da dieses Kapitel nur die prinzipielle Durchführbarkeit des Transports demonstrieren sollte.

6. DAS GEOMETRISCHE PHASENGATTER

Fazit und Ausblick

Im Rahmen dieser Diplomarbeit ist es gelungen durch Implementierung des geometrischen Phasengatters einen Zwei-Ionen-Kristall zu verschränken. Hierfür war es notwendig, die zahlreichen möglichen Fehlerquellen zu identifizieren und ihren Einfluss zu minimieren. Dies war in vielen Fällen möglich und wird in dieser Arbeit dokumentiert, wobei auch diverse Quellen durch ihren geringen Einfluss als Fehlerquellen ausgeschlossen werden konnten. Durch diese Maßnahmen konnte erstmals in unserer Arbeitsgruppe eine geometrischen Phase von $\Phi = \frac{\pi}{2}$ durch das Phasengatter generiert und nachgewiesen werden, was eine unabdingbare Voraussetzung für die Erzeugung der gewünschten Verschränkung darstellt.

Mit Hilfe einer Zustandstomographie konnte die Dichtematrix des verschränkten Zustands rekonstruiert werden, welche weitere Rückschlüsse gewährt: Die Reinheit der Matrix mit einem Wert von 0,53(4) und die höchste erreichte Fidelität mit einem maximal verschränkten Bell-Zustand von $F=64\%$ machen deutlich, dass trotz der gründlichen Suche und Elimination möglicher Fehlerquellen weitere, bisher noch unverstandene, Effekte die Güte des Gatters reduzieren. Ein erster Ansatz ist die Ursache der zusätzlichen Phase der geraden Bellzustände zu ergründen, da diese eine unkontrollierte Abweichung von der erwünschten Quantendynamik darstellt.

Das entanglement of formation von $E_f = 0,19(7)$ zeigt jedoch eindeutig, dass die Verschränkung erreicht wurde und wir somit zuversichtlich sind in nächster Zeit durch weitere Optimierungen eine Gattergüte zu erreichen, die eine deterministische Präparation von Bell-Zuständen ermöglicht. Diese eröffnen ein weites Feld an interessanten Experimenten, sowohl in der Grundlagenforschung, als auch in Richtung der Anwen-

7. FAZIT UND AUSBLICK

dung in der Quanteninformationsverarbeitung. Unter anderem sind die Bell-Zustände zentraler Bestandteil der Durchführung der Quantenteleportation, die z. B. bei der Realisierung eines Quanten-Repeater [BDCZ98] Anwendung findet. Dieser würde eine beliebige Erweiterung der momentan limitierten Reichweite quantenkryptografisch verschlüsselter Datenübertragung ermöglichen. Der erste Schritt für die hierfür notwendige Trennung der verschränkten Ionen durch Manipulation des Fallenpotentials wurde mit dem in dieser Arbeit dargestellten Transportexperiment vollzogen. Die Trennung eines verschränkten Kristalls stellt jedoch eine größere experimentelle Herausforderung dar, welche nun angegangen werden kann. Das deterministische Erzeugen örtlich getrennter aber verschränkter Atome stellt für sich allein aber schon einen interessanten Forschungsgegenstand dar, da bisherige Untersuchungen der Verschränkung örtlich getrennter Quantensysteme meist an Photonen erfolgt sind.

Weiterhin wird in diesem Experimentaufbau durch ein Trennen der Ionen die Durchführung von Einzel-Qubit-Rotationen eines Ions möglich, ohne den Zustand des weiteren Ions zu verändern. Dies erlaubt die Realisierung des C_{NOT} -Gatter und somit einen weiteren Schritt in Richtung des skalierbaren Quanten-Computers.

8

Anhang

8.1 RF-Trigger

Um eine Durchführung der einzelnen Teilerperimente einer Experiment-Sequenz bei immer gleicher Phase der Radiofrequenz (RF) zu gewährleisten, wurde ein RF-Trigger in die TTL-Logik eingeführt, welcher die TTL-Pulse, die die einzelnen Experimente starten, verzögert und auf eine bestimmte RF-Phase fixiert (siehe Kapitel: 6.7).

Der Schaltplan ist in Abbildung 8.1 gezeigt. Der Aufbau wurde möglichst simpel gehalten, da sich vorhergegangene Entwürfe aufgrund der Kombination von Digital- und Analogelektronik bei hohen Frequenzen als fehleranfällig erwiesen hatten.

Die Schwierigkeit lag in der Empfindlichkeit der analogen Komponenten (hier Tiefpass und Komparator) auf die hohen Schaltgeschwindigkeiten (Flankensteilheit von 5V in wenigen Nanosekunden) der TTL-Digitalelektronik. Es zeigten sich bei allen Entwürfen Störungen auf dem eingehenden Sinussignal ($\approx 35\text{MHz}$), die von einer kapazitiven Rückkopplung des digitalen Teils auf den analogen Teil herrührt.

Durch konsequentes Abschirmen aller Sender- (v. A. D-Flop) und Empfängerkomponenten konnten die Störungen des Eingangssignals minimiert werden.

Die Störungen des RF-Signals waren hier mit besonders großer Sorgfalt zu beseitigen, da das Signal aus der RF-Versorgung der Falle selbst ausgekoppelt wird. Zwar wird das Signal über einen Richtkoppler von der Fallenversorgung abgegriffen, was eine Rückkopplung des Triggers auf die Falle selbst minimieren sollte (typische Werte für die Unterdrückung liegen bei etwa 20 dB), dennoch ist nicht auszuschließen, dass die Störungen sich auch kapazitiv oder über Störung des Frequenzgenerators indirekt bis

8. ANHANG

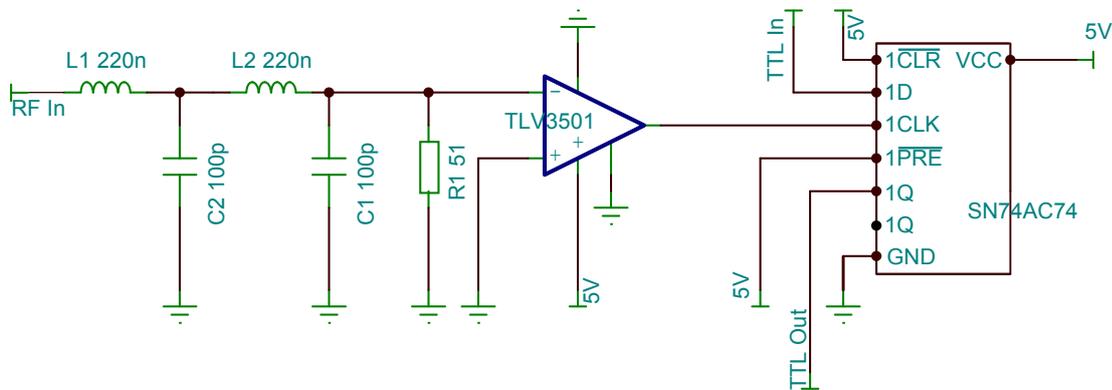


Abbildung 8.1: Schaltplan des RF-Triggers. Der Trigger wird zwischen NI-Karte und VFG geschaltet. Das NI-Signal geht also an TTL-In, das TTL-Out Signal läuft weiter zum VFG. Die auftretenden Störsignale bei $\approx 600\text{MHz}$ werden von dem Tiefpass auf der linken Seite unterdrückt.

RF-Leistung [dBm]	Standartabweichung[$^{\circ}$]
-10	0,58
-14	0,62
-20	0,88
-25	1,32

Tabelle 8.1: Phasenstabilität des TTL-Out-Signals auf das eingehende RF-Signal. Alle Werte basieren auf ≈ 10000 Messungen.

zur Falle fortsetzen und dort zu ungewollten Veränderungen im Fallenpotential führen. Bei Verwendung des RF-Triggers im Experiment konnten keine zusätzlichen Störungen ausgemacht werden, was darauf schließen lässt, dass die Abschirmung ausreicht. Die Phasenstabilität des ausgehenden TTL-Pulses auf das RF-Signal wurde mit dem Oszilloskop Agilent MSO7104A gemessen. Die Abweichungen hängen von der Stärke des RF-Signals ab und sind in Tabelle 8.1 dargestellt.

8.2 Material zu Kap. 5: Filterresonator

Für einen Resonator der Finesse F mit dem freien Spektralbereich ν_F ergibt sich die Transmission in Abhängigkeit von der Laserfrequenz zu

$$T(\nu) = \frac{T_{max}}{1 + \left(\frac{2F}{\pi}\right)^2 \sin^2\left(\pi \frac{\nu}{\nu_F}\right)} \quad (8.1)$$

$$\approx \frac{T_{max}}{1 + \left(\frac{2F}{\pi}\right)^2 \left(\pi \frac{\nu}{\nu_F}\right)^2} \quad (8.2)$$

$$\approx \frac{T_{max}}{1 + \left(\frac{2F\nu}{\nu_F}\right)^2}, \quad (8.3)$$

falls das einfallende Licht idealisiert betrachtet wird und eine unendlich schmale Linienbreite aufweist. Im realistischen Fall einer endlichen Linienbreite des einfallenden Lichts ergibt sich die Transmission aus der Faltung der Transmissionsfunktion mit der spektralen Verteilung des einfallenden Lichts, was hier aber vernachlässigt wurde, da die Linienbreite des in Kap. 5 verwendeten Lasers nur wenige Kilohertz beträgt.

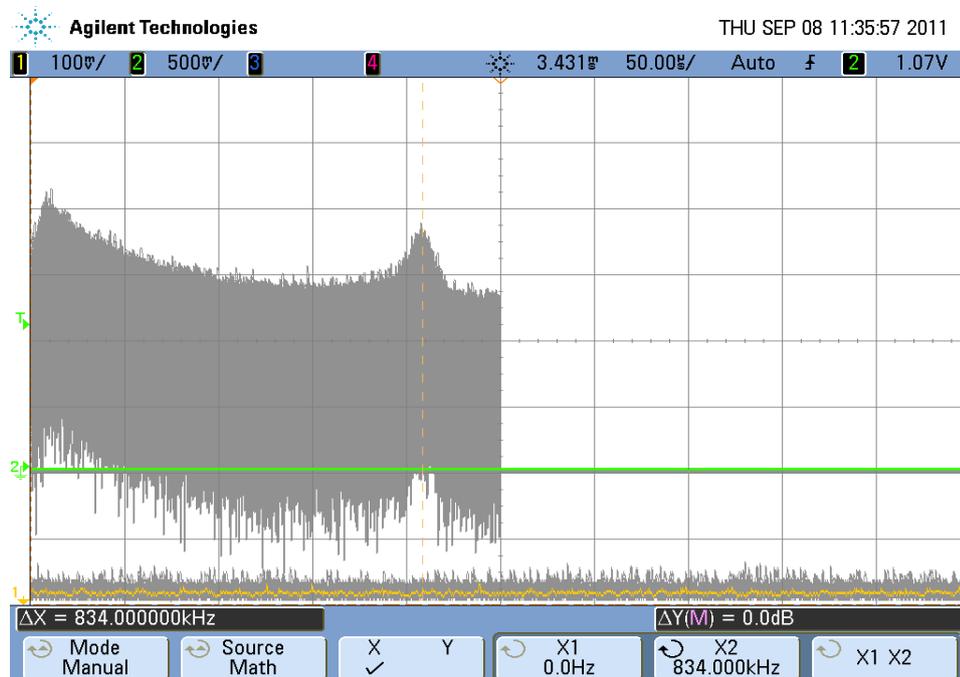


Abbildung 8.2: Gezeigt ist das Fourierspektrum des Fehlersignals, welches im Zuge des Pound-Drever-Hall-Verfahrens verwendet wird. Die starken Komponenten bei ≈ 834 MHz prägen dem Laser im Frequenzspektrum entsprechende Seitenbänder auf (siehe Abb. 5.1)

8. ANHANG

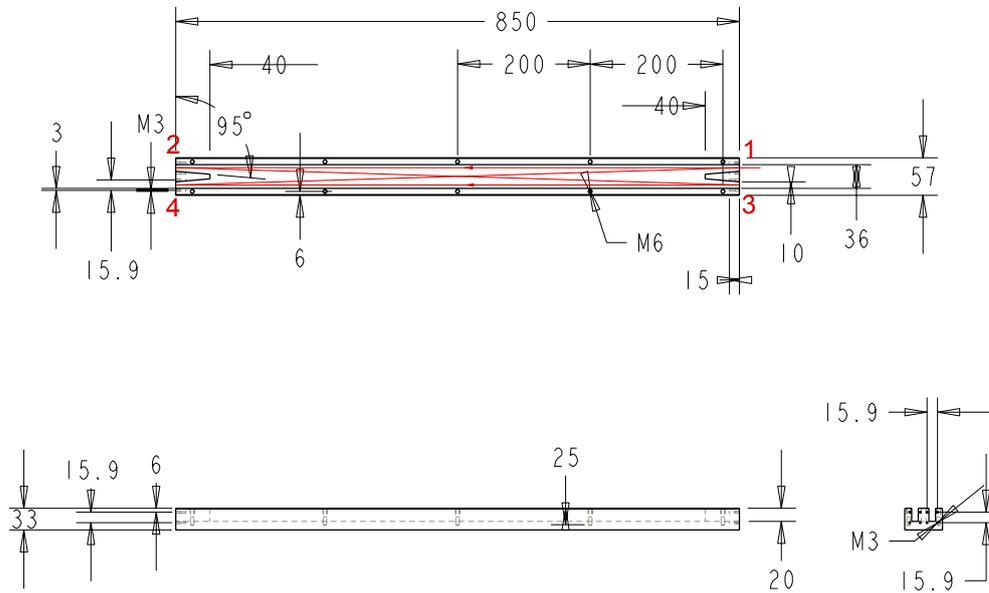


Abbildung 8.3: Technische Zeichnung des Filterresonators. Alle Längen sind in mm angegeben. An den vier offenen Enden werden die im Text beschriebenen Spiegel angebracht. Der Strahlengang des Lasers ist in rot eingezeichnet.



Abbildung 8.4: Fotografie des Filterresonators.

8.3 Material zu Kap. 6: Das geometrische Phasengatter

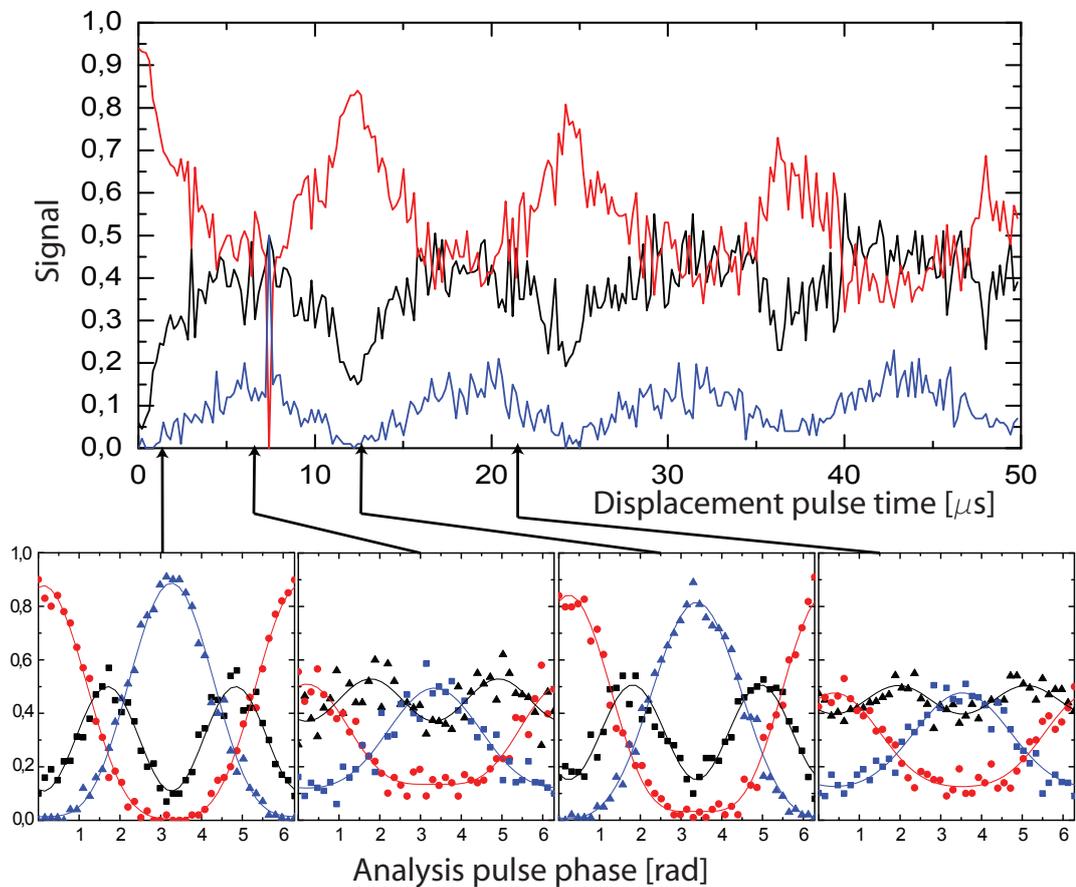


Abbildung 8.5: Bestimmung der Parameter a_1 , a_2 und b : Das obere Bild zeigt die Besetzungswahrscheinlichkeiten der einzelnen Zustände ($S_{\uparrow\uparrow}$ ist rot, $S_{\uparrow\downarrow,\downarrow\uparrow}$ ist schwarz und $S_{\downarrow\downarrow}$ ist blau eingezeichnet) für verschiedene Anregungspulszeiten. Die Pfeile kennzeichnen die Anregungspulsdauer, bei der die unteren Plots aufgenommen wurden. Hier wurde die Phase des abschließenden $\frac{\pi}{2}$ -Pulses durchgeföhrt (ohne zusätzlichen Analysepuls!). An die Messwerte der unteren Plots werden die theoretischen Besetzungswahrscheinlichkeiten aus Gl. 6.1 gefittet und so für die verschiedenen Anregungspulsdauern die in Abb. 6.2 und 6.12 aufgetragenen Parameter bestimmt. Entnommen aus [Pos10].

8. ANHANG

Die Werte der in Abb. 6.14 abgebildeten Dichtematrix ergeben sich zu:

$$\rho = \begin{pmatrix} 0,387(48) & 0,001(45) & -0,008(48) & 0,191(14) \\ 0,001(45) & 0,188(35) & 0,054(9) & -0,004(48) \\ 0,008(48) & 0,054(9) & 0,142(52) & -0,015(46) \\ 0,191(14) & -0,004(48) & -0,015(46) & 0,283(46) \end{pmatrix} +$$

$$i \begin{pmatrix} 0 & -0,006(56) & 0,005(50) & -0,241(16) \\ 0,006(56) & 0 & -0,004(31) & 0,015(52) \\ -0,005(50) & 0,004(31) & 0 & 0,010(58) \\ 0,241(16) & -0,015(52) & -0,010(58) & 0 \end{pmatrix}. \quad (8.4)$$

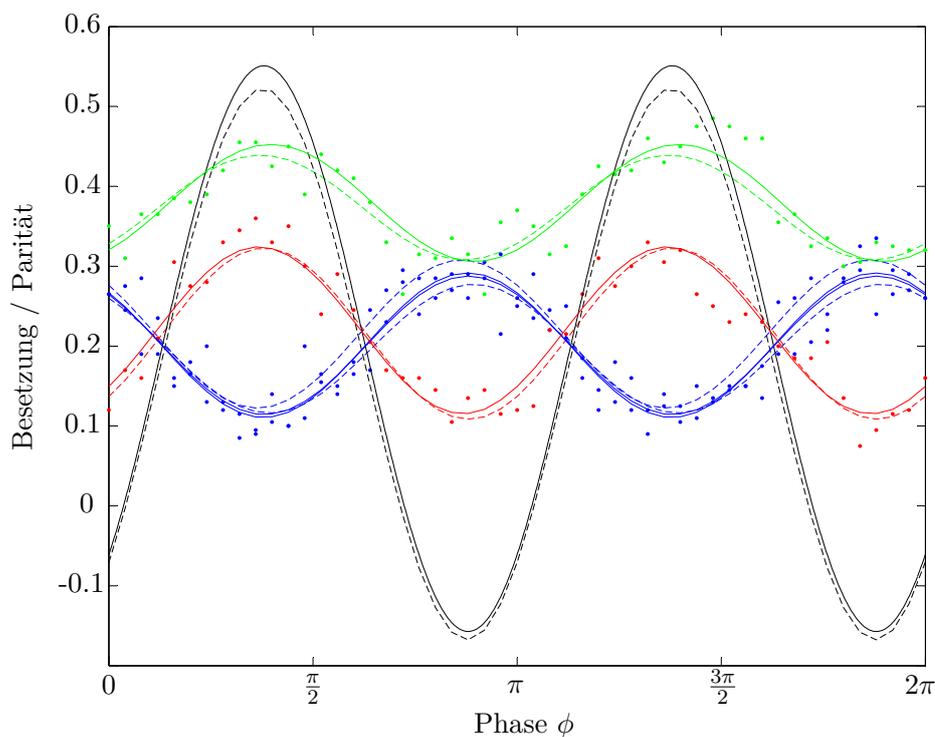


Abbildung 8.6: Das Bild enthält dieselben Messwerte und Fits wie Abb. 6.19 „mit Transport“ (durchgezogene Linien). Hinzugefügt wurden die Fits an die Messwerte ohne Transport (gestrichelte Linien), wobei die Werte zuvor mit dem in Kap. 6.8 vorgestellten Modell für den Auslesefehler manipuliert wurden. Weiterhin wurden die so erhaltenen Fits mit einer zusätzlichen Phase $\Phi_0 = -0,22 \cdot \pi$ versehen, um die Kurven übereinander zu legen. Der Auslesefehler $P = q^2$ wurde hier mit $P=0,81$ angenommen.

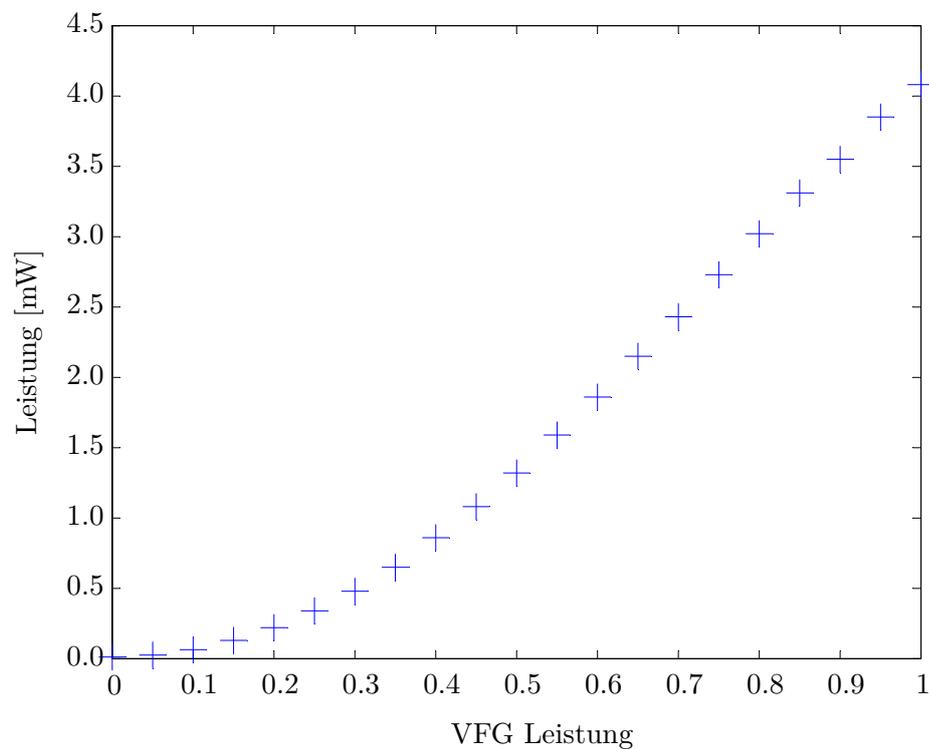


Abbildung 8.7: Eichkurve der Laserleistung: Die am PC eingegebenen Werte (VFG Leistung) regulieren über den USB-gesteuerten Frequenzgenerator (VFG) die Amplitude der RF-Spannung, welche die akustooptischen Modulatoren betreibt. Da die Übersetzung der eingegebenen Werte auf die tatsächliche Laserleistung nach dem AOM stark nicht-linear ist, wurde die Übersetzung über das gesamte zugängliche Intervall aufgenommen. Hier wurde die Leistung des R2-Laserstrahls vor der letzten Linse vor der Vakuumkammer vermessen.

8.4 Messdatenverzeichnis

Auflistung der Dateinamen und Speicherplätze der Messwerte, die im Laufe der Arbeit diskutiert werden. Die Dateien sind auf dem Gruppenlaufwerk zu finden.

Datum	Dateien	Beschreibung	Referenz
02.05.2011	s00-s06	Fluoreszenz in Abh. der Offset- und der Komp.-spannung	Abb. 4.1
27.07.2011	s00-s58	Bestimmung der Säkularfrequenzen	Abb. 4.6

Tabelle 8.2: Messdatenverzeichnis zum Kapitel 4: „Untersuchungen des Fallenpotentials“.

Datum	Dateien	Beschreibung	Referenz
05.09.2011	s00-s09, s23-s29	T2-Messungen	Abb. 5.4
05.09.2011	s10-s22, s30-s35	RAP Leistungsscans	Abb. 5.3

Tabelle 8.3: Messdatenverzeichnis zum Kapitel 5: „Filterresonator für einen Qubitlaser“.

8.4 Messdatenverzeichnis

Datum	Dateien	Beschreibung	Referenz
23.11.2011	s22,s23	Pulslängenscan zur Laserbalancierung	Abb. 6.3
28.07.2011	s06-s65	Ionenabstands-Kalibration	Kap. 6.3
07.11.2011	s18-s36	Heizraten: Spannungsquellen mit/ohne IC-Elemente	Kap. 6.6
28.11.2011	s06-s07	Verwendung des AC-Line-Triggers	Kap. 6.7
01.12.2011	s78-s81	Verwendung des RF-Triggers	Kap. 6.7
02.12.2011	s00-s07	Kleinere Verstimmung Δ der Ramanstrahlen	Kap. 6.6
01.12.2011	s20-s77	Ein Anregungspuls vs. Zwei Anregungspulse	Abb. 6.8
18.12.2011	s04-s08	Transport des verschränkten Ionenkristalls	Abb. 6.19
17.12.2011	s51-s84	Analyse der aufgesammelten diff. geometrischen Phase	Abb. 6.12
17.12.2011	s46	Höchster bisheriger Paritätskontrast	Abb. 6.15
06.01.2012	s00-s02	Beeinträchtigung der Zust.-Detektion durch Transport	Abb. 8.6
05.12.2011	s00	Streurate CCR2rs $\Delta = 2\pi \cdot 20GHz$	Abb. 6.6
01.12.2011	s82-s84	Streurate CCR2rs $\Delta = 2\pi \cdot 20GHz$	Abb. 6.6
27.11.2011	s54	Streurate CCR2rs $\Delta = 2\pi \cdot 50GHz$	Abb. 6.6
06.01.2012	s03	Bestimmung der π -Zeit	Abb. 6.7
30.11.2011	s24-s83	Paritätskontrast für verschiedene Gatterzeiten	Abb. 6.10

Tabelle 8.4: Messdatenverzeichnis zum Kapitel 6: „Das geometrische Phasengatter“.

8. ANHANG

Literatur

- [AHM⁺95] ALHEIT, R. ; HENNIG, C. ; MORGENSTERN, R. ; VEDEL, F. ; WERTH, G.: Observation of Instabilities in a Paul Trap with Higher-Order Anharmonicities. In: *Appl. Phys. B* 61 (1995), S. 277–283
- [AKV⁺96] ALHEIT, R. ; KLEINEIDAM, S. ; VEDEL, F. ; VEDEL, M. ; WERTH, G.: Higher Order Non-Linear Resonances in a Paul Trap. In: *International Journal of Mass Spectrometry and Ion Processes* 154 (1996), S. 155–169
- [BBC⁺93] BENNETT, Charles H. ; BRASSARD, Gilles ; CRÉPEAU, Claude ; JOZSA, Richard ; PERES, Asher ; WOOTTERS, William K.: Teleporting an Unknown Quantum State via Dual Classical and Einstein-Podolsky-Rosen Channels. In: *Phys. Rev. Lett.* 70 (1993), Mar, 1895–1899. <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.70.1895>. – DOI 10.1103/PhysRevLett.70.1895
- [BDCZ98] BRIEGEL, H.-J. ; DÜR, W. ; CIRAC, J. I. ; ZOLLER, P.: Quantum Repeaters: The Role of Imperfect Local Operations in Quantum Communication. In: *Phys. Rev. Lett.* 81 (1998), Dec, 5932–5935. <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.81.5932>. – DOI 10.1103/PhysRevLett.81.5932
- [CZ95] CIRAC, J. I. ; ZOLLER, P.: Quantum Computations with Cold Trapped Ions. In: *Phys. Rev. Lett.* 74 (1995), May, 4091–4094. <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.74.4091>. – DOI 10.1103/PhysRevLett.74.4091
- [Deh68] DEHMELT, H. G.: Radiofrequency Spectroscopy of Stored Ions I: Storage. In: *Advances in Atomic and Molecular Physics* 3 (1968), S. 53
- [Deu85] DEUTSCH, D: Quantum Theory, the Church-Turing Principle and the Universal Quantum Computer. In: *Proceedings of the Royal Society of London Series A Mathematical and Physical Sciences* 400 (1985), Nr. 1818, 97–117. <http://www.jstor.org/stable/2397601>
- [DiV00] DiVINCENZO, David P.: The Physical Implementation of Quantum Computation. In: *Fortschritte der Physik* 48 (2000), Nr. 9–11, 771–783. <http://dx.doi.org/10.1002/1521-3978>. – DOI 10.1002/1521-3978. – ISSN 1521-3978
- [DOS⁺06] DESLAURIERS, L. ; OLMSCHENK, S. ; STICK, D. ; HENSINGER, W. K. ; STERK, J. ; MONROE, C.: Scaling and Suppression of Anomalous Heating in Ion Traps. In: *Phys. Rev. Lett.* 97 (2006), Sep, 103007. <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.97.103007>. – DOI 10.1103/PhysRevLett.97.103007
- [EKV⁺96] EKSTROM, C. R. ; KURTSIEFER, C. ; VOIGT, D. ; DROSS, O. ; PFAU, T. ; MLYNEK, J.: Coherent Excitation of a He* Beam Observed in Atomic Momentum Distributions. In: *Optics Communications* 123 (1996), Februar, S. 505–511. [http://dx.doi.org/10.1016/0030-4018\(95\)00677-X](http://dx.doi.org/10.1016/0030-4018(95)00677-X). – DOI 10.1016/0030-4018(95)00677-X

LITERATUR

- [Fey86] FEYNMAN, Richard: Quantum Mechanical Computers. In: *Foundations of Physics* 16 (1986), 507-531. <http://dx.doi.org/10.1007/BF01886518>. – ISSN 0015–9018. – 10.1007/BF01886518
- [FRS05] FRÖHLICH, U. ; ROTH, B. ; SCHILLER, S.: Ellipsoidal Coulomb Crystals in a Linear Radio-Frequency Trap. In: *PHYSICS OF PLASMAS* 12 (2005)
- [FSG⁺08] FRIEDENAUER, A. ; SCHMITZ, H. ; GLUECKERT, J. T. ; PORRAS, D. ; SCHAETZ, T.F.: Simulating a Quantum Magnet with Trapped Ions. In: *Nat Phys* 4 (2008), Oktober, Nr. 10, 757–761. <http://dx.doi.org/10.1038/nphys1032>. – ISSN 1745–2473
- [Gla63] GLAUBER, Roy J.: Coherent and Incoherent States of the Radiation Field. In: *Phys. Rev.* 131 (1963), Sep, 2766–2788. <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRev.131.2766>. – DOI 10.1103/PhysRev.131.2766
- [GRB⁺] GULDE, S ; ROTTER, D ; BARTON, P ; SCHMIDT-KALER, F ; BLATT, R ; HOGERVORST, W:
- [Gro96] GROVER, Lov K.: A Fast Quantum Mechanical Algorithm for Database Search. (1996)
- [GWJ01] GULLEY, M S. ; WHITE, A G. ; JAMES, D F V.: A Raman Approach to Quantum Logic in Calcium-Like Ions. 2001 (quant-ph/0112117). – Forschungsbericht
- [Hei11] HEINRICH, Daniel: *Betrieb einer kryogenen Mikroionenfalle mit Licht-Ion-Schnittstelle für einen zukünftigen Quantenrepeater*, Johannes Gutenberg-Universität, Mainz, Diplomarbeit, 2011
- [Het09] HETTRICH, Max: *Präparation eines ⁴⁰Ca⁺-Quantenbits und Entwicklung eines faseroptischen Resonators für seine Detektion*, Universität Ulm, Diplomarbeit, 2009
- [HHJ⁺09] HOME, Jonathan P. ; HANNEKE, David ; JOST, John D. ; AMINI, Jason M. ; LEIBFRIED, Dietrich ; WINELAND, David J.: Complete Methods Set for Scalable Ion Trap Quantum Information Processing. In: *Science* 325 (2009), September, Nr. 5945, 1227–1230. <http://www.sciencemag.org/content/325/5945/1227.abstract>
- [Hom06] HOME, Jonathan: *Entanglement of Two Trapped-Ion Spin Qubits*, Linacre College Oxford, Diss., 2006
- [HW97] HILL, Scott ; WOOTTERS, William K.: Entanglement of a Pair of Quantum Bits. In: *Phys. Rev. Lett.* 78 (1997), Jun, 5022–5025. <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.78.5022>. – DOI 10.1103/PhysRevLett.78.5022
- [IEK⁺11] ISLAM, R. ; EDWARDS, E.E. ; KIM, K. ; KORENBLIT, S. ; NOH, C. ; CARMICHAEL, H. ; LIN, G.-D. ; DUAN, L.-M. ; JOSEPH WANG, C.-C. ; FREERICKS, J.K. ; MONROE, C.: Onset of a Quantum Phase Transition with a Trapped Ion Quantum Simulator. In: *Nat Commun* 2 (2011), Juli, 377–. <http://dx.doi.org/10.1038/ncomms1374>
- [Jam98] JAMES, D.F.V.: Quantum Dynamics of Cold Trapped Ions with Application to Quantum Computation. In: *Appl. Phys. B* 66 (1998), S. 181–190
- [JC63] JAYNES, E. T. ; CUMMINGS, F. W.: Comparison of Quantum and Semiclassical Radiation Theories with Application to the Beam Maser. 51 (1963), Nr. 1, S. 89–109. <http://dx.doi.org/10.1109/PROC.1963.1664>. – DOI 10.1109/PROC.1963.1664

- [LBMW03] LEIBFRIED, D. ; BLATT, R. ; MONROE, C. ; WINELAND, D.: Quantum Dynamics of Single Trapped Ions. In: *Rev. Mod. Phys.* 75 (2003), Mar, 281–324. <http://dx.doi.org/10.1103/RevModPhys.75.281>. – DOI 10.1103/RevModPhys.75.281
- [LDM⁺03] LEIBFRIED, D. ; DEMARCO, B. ; MEYER, V. ; LUCAS, D. ; BARRETT, M. ; BRITTON, J. ; ITANO, W. M. ; JELENKOVIC, B. ; LANGER, C. ; ROSEN BAND, T. ; WINELAND, D. J.: Experimental Demonstration of a Robust, High-Fidelity Geometric Two Ion-Qubit Phase Gate. In: *Nature* 422 (2003), März, Nr. 6930, 412–415. <http://dx.doi.org/10.1038/nature01492>. – ISSN 0028–0836
- [LGA⁺08] LABAZIEWICZ, Jaroslaw ; GE, Yufei ; ANTOHI, Paul ; LEIBRANDT, David ; BROWN, Kenneth R. ; CHUANG, Isaac L.: Suppression of Heating Rates in Cryogenic Surface-Electrode Ion Traps. In: *Phys. Rev. Lett.* 100 (2008), Januar, Nr. 1, 013001–. <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.100.013001>
- [Mai06] MAIWALD, Robert: *Abbildungs- und Steuerungssystem für ein Experiment mit einzelnen Ionen*, Universität Ulm, Diplomarbeit, 2006
- [MCC⁺10] MARCIANTE, M. ; CHAMPENOIS, C. ; CALISTI, A. ; PEDREGOSA-GUTIERREZ, J. ; KNOOP, M.: Ion Dynamics in a Linear Radio-Frequency Trap with a Single Cooling Laser. In: *PHYSICAL REVIEW A* 82 (2010)
- [McL47] MCLACHLAN, N. W.: *Theory and Applications of Mathieu Functions*. N. W. McLachlan, 1947
- [MMKW96] MONROE, C. ; MEEKHOF, D. M. ; KING, B. E. ; WINELAND, D. J.: A „Schrödinger Cat“ Superposition State of an Atom. In: *Science* 272 (1996), S. 1131–1136
- [Mon02] MONROE, C.: Quantum Information Processing with Atoms and Photons. In: *Nature* 416 (2002), März, Nr. 6877, 238–246. <http://dx.doi.org/10.1038/416238a>. – ISSN 0028–0836
- [MSB⁺11] MONZ, Thomas ; SCHINDLER, Philipp ; BARREIRO, Julio T. ; CHWALLA, Michael ; NIGG, Daniel ; COISH, William A. ; HARLANDER, Maximilian ; HÄNSEL, Wolfgang ; HENNRICH, Markus ; BLATT, Rainer: 14-Qubit Entanglement: Creation and Coherence. In: *Phys. Rev. Lett.* 106 (2011), März, Nr. 13, 130506–. <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.106.130506>
- [NC00] NIELSEN, Michael A. ; CHUANG, Isaac L.: *Quantum Computation and Quantum Information*. Cambridge University Press, 2000
- [NMR⁺08] NEUMANN, P. ; MIZUOCHI, N. ; REMPP, F. ; HEMMER, P. ; WATANABE, H. ; YAMASAKI, S. ; JACQUES, V. ; GAEBEL, T. ; JELEZKO, F. ; WRACHTRUP, J.: Multipartite Entanglement Among Single Spins in Diamond. In: *Science* 320 (2008), Juni, Nr. 5881, 1326–1329. <http://www.sciencemag.org/content/320/5881/1326.abstract>
- [Per96] PERES, Asher: Separability Criterion for Density Matrices. In: *Phys. Rev. Lett.* 77 (1996), August, Nr. 8, 1413–1415. <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.77.1413>
- [PFO58] PAUL, W. ; FISCHER, E. ; OSBERGHAUS, O.: Ein Ionenkäfig. In: *Forschungsberichte des Wirtschafts- und Verkehrsministeriums Nordrhein-Westfalen* 415 (1958)
- [Pos10] POSCHINGER, Ulrich: *Quantum Optics Experiments in a Microstructured Ion Trap*, Universität Ulm, Diss., 2010

LITERATUR

- [PWSSK10] POSCHINGER, U. ; WALTHER, A. ; SINGER, K. ; SCHMIDT-KALER, F.: Observing the Phase Space Trajectory of an Entangled Matter Wave Packet. In: *Phys. Rev. Lett.* 105 (2010), Dec, 263602. <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.105.263602>. – DOI 10.1103/PhysRevLett.105.263602
- [RHR⁺04] RIEBE, M. ; HAFFNER, H. ; ROOS, C. F. ; HANSEL, W. ; BENHELM, J. ; LANCASTER, G. P. T. ; KORBER, T. W. ; BECHER, C. ; SCHMIDT-KALER, F. ; JAMES, D. F. V. ; BLATT, R.: Deterministic Quantum Teleportation with Atoms. In: *Nature* 429 (2004), Juni, Nr. 6993, 734–737. <http://dx.doi.org/10.1038/nature02570>. – ISSN 0028–0836
- [Roo00] ROOS, Christian F.: *Controlling the Quantum State of Trapped Ions*, Leopold-Franzens-Universität Innsbruck, Diss., 2000
- [RSA83] RIVEST, Ronald L. ; SHAMIR, Adi ; ADLEMAN, Leonard M.: *Cryptographic Communications System and Method*. 1983
- [SBB⁺08] SALART, Daniel ; BAAS, Augustin ; BRANCIARD, Cyril ; GISIN, Nicolas ; ZBINDEN, Hugo: Testing the Speed of ‘Spooky Action at a Distance’. In: *Nature* 454 (2008), August, Nr. 7206, 861–864. <http://dx.doi.org/10.1038/nature07121>. – ISSN 0028–0836
- [Sch09] SCHULZ, Stephan A.: *Scalable Microchip Ion Traps for Quantum Computation*, Universität Ulm, Diss., 2009
- [Sch11] SCHNORR, Michael: *Nahresonantes kontinuierliches Seitenbandkühlen von Calcium Ionen*, Johannes Gutenberg-Universität Mainz, Diplomarbeit, 2011
- [SFS⁺09] SCHMITZ, H. ; FRIEDENAUER, A. ; SCHNEIDER, C. ; MATJESCHK, R. ; ENDERLEIN, M. ; HUBER, T. ; GLUECKERT, J. ; PORRAS, D. ; SCHAETZ, T.: The „Arch“ of Simulating Quantum Spin Systems with Trapped Ions. In: *Applied Physics B: Lasers and Optics* 95 (2009), 195–203. <http://dx.doi.org/10.1007/s00340-009-3455-6>. – ISSN 0946–2171. – 10.1007/s00340-009-3455-6
- [Sho99] SHOR, Peter W.: Polynomial-Time Algorithms for Prime Factorization and Discrete Logarithms on a Quantum Computer. In: *SIAM Review* 41 (1999), Nr. 2, 303–332. <http://dx.doi.org/10.1137/S0036144598347011>. – DOI 10.1137/S0036144598347011
- [SKHR⁺03] SCHMIDT-KALER, Ferdinand ; HAFFNER, Hartmut ; RIEBE, Mark ; GULDE, Stephan ; LANCASTER, Gavin P. T. ; DEUSCHLE, Thomas ; BECHER, Christoph ; ROOS, Christian F. ; ESCHNER, Jürgen ; BLATT, Rainer: Realization of the Cirac-Zoller Controlled-NOT Quantum Gate. In: *Nature* 422 (2003), März, Nr. 6930, 408–411. <http://dx.doi.org/10.1038/nature01494>. – ISSN 0028–0836
- [SPM⁺09] SINGER, Kilian ; POSCHINGER, Ulrich ; MURPHY, Michael ; IVANOV, Peter ; ZIESEL, Frank ; CALARCO, Tommaso ; SCHMIDT-KALER, Ferdinand: Colloquium: Trapped Ions as Quantum Bits – Essential Numerical Tools. (2009), Dezember
- [TKK⁺00] TURCHETTE, Q. A. ; KIELPINSKI ; KING, B. E. ; LEIBFRIED, D. ; MEEKHOF, D. M. ; MYATT, C. J. ; ROWE, M. A. ; SACKETT, C. A. ; WOOD, C. S. ; ITANO, W. M. ; MONROE, C. ; WINELAND, D. J.: Heating of Trapped Ions from the Quantum Ground State. In: *Phys. Rev. A* 61 (2000), Mai, Nr. 6, 063418–. <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.61.063418>
- [VSB⁺01] VANDERSYPEN, Lieven M. K. ; STEFFEN, Matthias ; BREYTA, Gregory ; YANNONI, Costantino S. ; SHERWOOD, Mark H. ; CHUANG, Isaac L.: Experimental Realization of Shor’s Quantum Factoring Algorithm Using Nuclear Magnetic Resonance. In: *Nature* 414 (2001), Dezember, Nr. 6866, 883–887. <http://dx.doi.org/10.1038/414883a>. – ISSN 0028–0836

- [WFW93] WANG, Y. ; FRANZEN, J. ; WANCZEK, K.P.: The Non-Linear Resonance Ion Trap. Part 2. A General Theoretical Analysis. In: *International Journal of Mass Spectrometry and Ion Processes* 124 (1993), S. 125–144
- [Wie11] WIENS, Alex: *Detection of Qubit Registers in a Micro Trap*, Johannes Gutenberg Universität Mainz, Diplomarbeit, 2011
- [WPSSK11] WALTHER, A. ; POSCHINGER, U. ; SINGER, K. ; SCHMIDT-KALER, F.: Precision Measurements in Ion Traps Using Slowly Moving Standing Waves. (2011), Mai
- [WPZ⁺11] WALTHER, Andreas ; POSCHINGER, Ulrich ; ZIESEL, Frank ; HETTRICH, Max ; WIENS, Alex ; WELZEL, Jens ; SCHMIDT-KALER, Ferdinand: A Single Ion as a Shot Noise Limited Magnetic Field Gradient Probe. In: *Physical Review A* 83 (2011), März, S. 062329
- [Zie08] ZIESEL, Frank: *Spektroskopie und Transport von Ionen in einer Mikrofalle*, Universität Ulm, Diplomarbeit, 2008

Mainz, den 10. Januar 2012

Ich, KONSTANTIN OTT, versichere, dass ich die Arbeit selbstständig und ohne Benutzung anderer als der angegebenen Hilfsmittel angefertigt habe. Alle Stellen, die wörtlich oder sinngemäß aus Veröffentlichungen oder anderen Quellen entnommen sind, sind als solche eindeutig kenntlich gemacht. Die Arbeit ist in gleicher oder ähnlicher Form noch nicht veröffentlicht und noch keiner Prüfungsbehörde vorgelegt worden.

KONSTANTIN OTT