

Diplomarbeit

# lonisation von ${}^{40}\text{Ca}^+$ und Untersuchung gemischter ${}^{40}\text{Ca}^+/\,{}^{40}\text{Ca}^{2+}$ -lonenkristalle



Lennart Pelzer

25. Juni 2013

Erstgutachter: Prof. Dr. Ferdinand Schmidt-Kaler Zweitgutachter: Prof. Dr. Werner Heil Betreuer: Thomas Feldker

# Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit wurde die Ein-Photonen-Ionisation von  ${}^{40}$ Ca<sup>+</sup>-Ionen genutzt, um aus  ${}^{40}$ Ca<sup>+</sup> und  ${}^{40}$ Ca<sup>2+</sup> bestehende, gemischte Ionenkristalle in einer linearen Paulfalle zu erzeugen. Die Positionen der Ionen sowie der Phasenübergang von eindimensionalen Kristallen zur Zick-Zack-Konfiguration wurden mithilfe einer EMCCD-Kamera vermessen. Hierbei konnte eine große Abhängigkeit des kritischen Anisotropie-Parameters von der Position des doppelt geladenen Ions festgestellt werden. Theoretische Vorhersagen der Ionen-Konfiguration konnten bestätigt werden. Ebenso stimmen die vermessenen Vibrations-Moden mit der Theorie überein. Es wurde gezeigt, dass sich die transversale Modenstruktur eines gemischten Ionenkristalls stark gegenüber der eines nur aus  ${}^{40}$ Ca<sup>+</sup>-Ionen bestehenden Kristalls verändert. Die Entkopplung der gemeinsamen Vibrations-Moden durch die Fehlstelle im Kristall bewirkt die Bildung separat oszillierender Sub-Kristalle.

Zur Untersuchung der Realisierbarkeit der Anregung von  ${}^{40}\text{Ca}^+$  zu Rydberg-Ionen wurde eine detaillierte Analyse des Zustands des einfach geladenen Ions in der Paulfalle durchgeführt. Hierzu wurde der Strahl eines Titan-Saphir-Lasers mit Linienbreite < 45 Hz in das Experiment integriert. Ein Teil des Strahls dieses Lasers wird über das Objektiv des Kamerasystems (NA=0,27) auf die Ionen fokussiert. Mit der Strahltaille von  $w_0 < 6 \,\mu\text{m}$  lassen sich einzelne Ionen eines Kristalls adressieren. Die geringe Linienbreite ermöglichte hochauflösende Spektroskopie des Quadrupol-Übergangs  $4^2\text{S}_{1/2} \rightarrow 3^2\text{D}_{5/2}$ .

Über die Untersuchung der Zeeman-Aufspaltung und der Seitenbänder wurde die Temperatur eines Ions bestimmt, (2,5(2) mK), sowie das durch Spulen erzeugte Magnetfeld vermessen. Letzteres ist entscheidend für die Präparation des Ions in eines der magnetischen Niveaus des Grundzustands. Dieses geschieht durch einen  $\sigma^+$ -polarisierten Strahl.

Durch die lange Kohärenzzeit des Lasers konnte die kohärente Besetzungsdynamik des Übergangs beobachtet werden. Durch Vergleich der Rabi-Oszillationen der Seitenbänder und des Trägerübergangs wurde die mittlere radiale Phononenanzahl  $\overline{n}_x = 28(1)$  bestimmt. Diese stimmt in der Größenordnung mit der, aus der Temperatur berechneten Phononenanzahl überein.

Die ermittelten Werte lassen den Schluss zu, dass die Detektion der Rydberg-Anregung mit diesem Aufbau möglich ist.

# Abstract

The single-photon ionization of  ${}^{40}\text{Ca}^+$  ions has been used to generate mixed ion crystals of  ${}^{40}\text{Ca}^+$  and  ${}^{40}\text{Ca}^{2+}$  ions in a linear Paul trap. The positions of the ions and the phase transition from one-dimensional crystals to crystals showing zigzag configuration were monitored by an EMCCD camera. It could be determined that the critical anisotropy parameter strongly depends on the position of the doubly charged ion. Theoretical predictions of the ion configuration could be confirmed and the measured vibrational modes are in good agreement to theory. The transversal mode structure of a mixed ion crystal is highly different to the one of a pure  ${}^{40}\text{Ca}^+$  crystal. The decoupling of vibrational modes through the defect in the crystal causes the formation of separately oscillating subcrystals.

A detailed analysis of the singly-charged ion's state in the Paul trap was undertaken to explore the practicability of Rydberg excitation of  ${}^{40}\text{Ca}^+$ . For this purpose a Ti:Sa laserbeam with linewidth < 45 Hz was integrated into the experiment. A part of the beam was focussed onto the ions through the object of the camera system (NA= 0, 27). Individual ions could be addressed with waist  $w_0 < 6 \,\mu\text{m}$ . The low linewidth allowed high-resolution spectroscopy on the quadrupole transition  $4^2\text{S}_{1/2} \rightarrow 3^2\text{D}_{5/2}$ .

The examination of the Zeeman splitting and of the sidebands made it possible to determine the ion's temperature, (2,5(2)) mK, and to quantify the magnetic field generated by coils. The latter is essential for the preparation of the ion into one of the magnetic sub-levels of the ground state through a  $\sigma^+$  polarized beam.

The coherent population dynamics of the transition could be observed because of the high coherence time of the laser. Comparison of Rabi-oscillations on the sidebands and the carrier transition enable the determination of the radial phonon number  $\overline{n}_x = 28(1)$  and are in good agreement with the phonon number calculated from the temperature.

The investigated values lead into the conclusion that this experiment allows the detection of Rydberg excitation.

# Inhaltsverzeichnis

1.	Einl	eitung	1
2.	<b>The</b> 2.1.	Oretische Grundlagen         Paulfalle	<b>5</b> 5 5 8
	2.2	Bydberg-Ionen	11
		2.2.1. Eigenschaften von Rydberg-Ionen	11
		2.2.2. Einzelne Rydberg-Ionen im Potential der Paulfalle	14
		2.2.3. Rydberg-Ionen in Coulomb-Kristallen	16
3.	Exp	erimenteller Aufbau	19
	3.1.	Lineare Paulfalle	19
	3.2.	Vakuumkammer	22
	3.3.	Lasersystem	24
		3.3.1. Ionisation von Calcium	25
		3.3.2. Diodenlaser	25
		3.3.3. Titan-Saphir-Laser	28
		3.3.4. Laserstabilisierung	33
		3.3.5. Erzeugung von Vakuum-Ultraviolettem Licht	35
	3.4.	Kamerasystem	38
		3.4.1. Charakterisierung	39
		3.4.2. Aufbau zur Adressierung einzelner Ionen	41
	3.5.	Experimentsteuerung	41
		3.5.1. Softwaresteuerung	43
4.	Exp	erimentelle Ergebnisse	45
	4.1.	Quadrupolanregung $S_{1/2} \rightarrow D_{5/2} \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots$	45
		4.1.1. Zustands-Präparation	45
		4.1.2. Spektroskopie-Sequenz	46
		4.1.3. Zeeman-Aufspaltung	48
		4.1.4. Abschätzung der lonentemperatur	50
		4.1.5.       Seitenbandspektroskopie	54 56
			00

	4.2.	Gemischte Ionenkristalle	1
		4.2.1. Ionisation von Ca <sup>+</sup> -Ionen	1
		4.2.2. Strahltaille des VUV-Strahls	3
		4.2.3. Moden des linearen gemischten Kristalls	4
		4.2.4. Zick-Zack-Übergänge des gemischten Ionenkristalls 60	6
		4.2.5. Lokale Moden	8
5.	Ryd	berganregung 7	1
	5.1.	Theoretische Anregungswahrscheinlichkeit	1
6.	Ausl	blick 75	5
	6.1.	Segmentierte Ionenfalle	6
	6.2.	Seitenbandkühlen	7
Α.	Anh	ang 79	9
	A.1.	Veröffentlichung	9
	A.2.	Schaltpläne	6
	A.3.	Mathematica Quelltext	9
	A.4.	Photographien	7

# 1. Einleitung

Die Idee, quantenmechanische Systeme zur Informationsverarbeitung zu nutzen, hatte weitreichende Auswirkungen auf die wissenschaftliche Gemeinschaft. Seitdem wird nach Systemen gesucht, welche sich für die Realisierung eines Quantencomputers eignen. Zu den Anforderungen eines solchen Systems gehört die vollständige Kontrolle über einzelne Zwei-Niveau-Systeme (Qubits) sowie die Realisierung eines Quantengatters, welches die Verschränkung zweier Qubits ermöglicht. In Paulfallen gespeicherte Ionen stellen eines der vielversprechendsten Systeme zur Realisierung eines Quantencomputers dar. Der große Abstand der Ionen ermöglicht die Adressierung einzelner Ionen mithilfe von Laserstrahlen [NLR<sup>+</sup>99]. Durch die kohärente Wechselwirkung mit Lasern geringer Linienbreite kann der elektronische Zustand sowie die Dynamik der Ionen beeinflusst werden. Hierdurch ist es möglich, die Ionen annähernd in den Vibrations-Grundzustand zu bringen [SPZSK08]. Die Verwendung von Zuständen langer Lebensdauer und die gute Isolierung von der Umgebung ermöglichen lange Kohärenzzeiten. Diese Kontrolle einzelner Qubits [BW08] sowie die Realisierung von Quantengattern [BKRB08] ermöglicht die Realisierung einfacher Quantenalgorithmen mit einer kleinen Anzahl von Ionen.

In einer linearen Paulfalle verhindert jedoch das mit steigender Ionenzahl zunehmend dichter werdende Modenspektrum die Adressierung einzelner Moden. Die Skalierbarkeit solcher Systeme stellt momentan die größte Herausforderung bei der Realisierung eines Quantencomputers dar. Zur Lösung dieses Problems wurden unterschiedliche Ansätze verfolgt. In segmentierten Ionenfallen, werden durch eine Anordnung unabhängig steuerbarer Elektroden räumlich getrennte Potentialmulden erzeugt. In diesen können aus einer kleinen Anzahl von Ionen mit gemeinsamen Schwingungsmoden Untereinheiten gebildet werden, die parallel und unabhängig voneinander manipuliert werden können [KMW02]. Zum Informationsaustausch zwischen diesen Sub-Prozessoren ist der Transport von Ionen sowie die Trennung von Ionenkristallen nötig. Dies erfordert eine präzise Kontrolle der Trajektorie der Ionen, damit keine Dekohärenz verursacht wird  $[WZR^+12]$ . In einem alternativen Ansatz wird in einer anharmonischen linearen Falle ein lange Ionenkette mit gleichmäßigen Ionenabständen erzeugt. Im Gegensatz zu harmonischen Potentialen können hier beliebig lange lineare Ionen-Ketten erzeugt werden. Über die Kopplung durch transversale Moden durch optimierte Laserpulse können Gatteroperationen realisiert werden  $[LZI^{+}09].$ 

Dieser Ansatz zeigt zwar die Speicherung einer beliebigen Anzahl von Qubits,

das mit zunehmender Ionenanzahl dichter werdende Modenspektrum begrenzt jedoch die Güte von Gatteroperationen. Die Unabhängigkeit von Quantengattern von der Kopplung durch Vibrations-Moden bzw. die Erzeugung maßgeschneiderter Modenstrukturen könnten dieses Problem umgehen. Eine Möglichkeit hierzu besteht in der Verwendung hoch angeregter Zustände von Ionen (Rydberg-Ionen). Die Rydberg-Anregung von Ionen in einer Paulfalle führt zu einer signifikanten Änderung des Fallenpotentials [SKFK<sup>+</sup>11]. Daher kann mithilfe von Rydberg-Ionen die Modenstruktur eines Ionenkristalls drastisch verändert werden (Modeshaping) [LL12b]. Zwischen Rydberg-Ionen platzierte Ionen sind weitgehend vom restlichen Ionenkristall entkoppelt, sodass diese Sub-Kristalle lokalisierte Moden besitzen, welche zudem eine geringere Modendichte aufweisen. Daher können Quantengatter auf diesen unabhängigen Sub-Kristallen durchgeführt werden. Zudem können mehrere dieser Sub-Kristalle parallel manipuliert werden.

Gemischte Ionenkristalle besitzen ähnliche Eigenschaften, da die Stärke des Fallenpotential vom Masse-Ladungs-Verhältnis abhängt. Wobei die Position der Fehlstelle jedoch nicht flexibel kontrolliert werden kann.

Rydberg-Atome sind aufgrund ihrer außergewöhnlichen Eigenschaften in der letzten Dekade verstärkt untersucht worden. Zu den besonderen Eigenschaften der Rydberg-Zustände zählen lange Lebensdauern, ein große Dipolmomente sowie hohe Polarisierbarkeit durch äußere Felder. In den letzten Jahren ist es gelungen, die Rydberg-Wechselwirkung zu nutzen, um in optischen Fallen gefangene Atome zu verschränken. Es wurde gezeigt, dass auf Basis dieser Wechselwirkung Controlled-Phase-Quantengatter [UJH+09] sowie Controlled-Not-Quantengatter [IUZ+10] zwischen zwei Atomen experimentell realisiert werden können.

Bei diesen Gattern wird davon Gebrauch gemacht, dass sich durch die Dipol-Dipol-Wechselwirkung die Anregungsenergie eines Atoms in Anwesenheit eines Rydberg-Atoms im Abstand R verschiebt (siehe Abb. 1.1). Wird der Übergang von einem schmalbandigen Laser getrieben, ist somit die Anregung des Zustandes  $|r\rangle |r\rangle$  stark unterdrückt (Rydberg-Blockade). In [MLLZ08] wurde gezeigt, wie durch Kopplung verschiedener Rydberg-Zustände durch Mikrowellen eine starke Dipol-Dipol-Wechselwirkung zwischen Rydberg-Ionen erreicht werden kann. Mithilfe dieser Wechselwirkung sind Quantengatter realisierbar, welche unabhängig von der üblicherweise verwendeten Kopplung über Vibrations-Moden sind.

Die Anregung eines Ions zu hohen Zuständen kann Phasenübergänge in einem Ionenkristall auslösen. Somit bietet die Anregung von Rydberg-Zustände neue Möglichkeiten der kohärenten Manipulation von Ionenkristallen [LL12a]. Auch hier ergeben sich Analogien zu gemischten Ionenkristallen, da der kritische Punkt des Phasenübergangs vom dem Einschluss im Fallen-Potential



Abbildung 1.1.: Prinzip der Rydberg-Blockade. Die Energie zur Anregung eines Rydberg-Zustandes verschiebt sich durch ein Rydberg-Atom im Abstand R. Die gleichzeitige Anregung von zwei identischen Rydbergzuständen mit einem Laser mit Linienbreite  $\Gamma$  ist stark unterdrückt sofern für deren Abstand  $R < R_B$  gilt.

abhängt.

Kapitel 2 beinhaltet grundlegende Gesetzmäßigkeiten der Speicherung von Ionen in einer Paulfalle sowie Einblicke in die Wechselwirkung von Rydberg-Ionen mit deren Potential.

Die Ein-Photonen-Anregung von <sup>40</sup>Ca<sup>+</sup>-Ionen zu Rydberg-Zuständen, die Untersuchung der Kopplung des internen Zustands mit der externen Oszillation im Potential der Paulfalle sowie der Dipol-Dipol-Wechselwirkung mehrerer Rydberg-Ionen ist das langfristige Ziel des in Kapitel 3 beschriebenen Aufbaus. Durch Modifikation des, zur Rydberg-Anregung vorgesehenen Lasers kann dieser zur Ionisation von <sup>40</sup>Ca<sup>+</sup>-Ionen verwendet werden. Dies bietet die Möglichkeit der, in Kapitel 4 dargestellten Untersuchung der Konfiguration gemischter Ionenkristalle sowie deren Vibrations-Moden. Diese Messungen sind ein Zwischenschritt der experimentellen Realisierung des Modeshapings mithilfe von Rydberg-Ionen. Aufgrund der, im Vergleich zur Zerfallszeit der Rydberg-Ionen unendlichen Lebensdauer der doppelt geladenen Calcium-Ionen, ergibt sich die Möglichkeit, geplante Experimente in einem vereinfachten Rahmen zu testen.

Zur Bestimmung des Zustands der Ionen in der Paulfalle wurde ein Laser kleiner Linienbreite in den Aufbau integriert. Dank starker Fokussierung eignet sich dieser zudem für kohärente Manipulationen der Zustände einzelner Ionen eines Kristalls.

In Kapitel 5 wird die Realisierbarkeit der Rydberg-Anregung <sup>40</sup>Ca<sup>+</sup>-Ionen mithilfe der gewonnen Erkenntnisse untersucht.

# 2. Theoretische Grundlagen

### 2.1. Paulfalle

Die in dieser Arbeit vorgestellten Messungen wurden an Calcium-Ionen durchgeführt, welche im elektrischen Potential einer Paulfalle gefangen wurden. Inhalt dieses Kapitels sind die theoretischen Aspekte dieses Fallentyps.

Im ersten Abschnitt 2.1.1 wird die allgemeine Theorie der Bewegung des Ions im Potential der Paulfalle erläutert. Es folgt in Abschnitt 2.1.2 die Berechnung der Ionen-Positionen und der Vibrations-Moden eines gefangenen Ionenkristalls.

#### 2.1.1. Pseudopotentialnäherung

Bei dieser, nach ihrem Erfinder Wolfgang Paul benannten Ionenfalle wird, mit Hilfe von dynamischen und statischen elektrischen Feldern, ein effektiv attraktives, harmonisches Potential für geladene Teilchen erzeugt. Zur Erzeugung des Potentials wird eine geeignete Anordnung von Elektroden verwendet. Eine Realisierungsmöglichkeit der Elektroden-Konfiguration einer linearen Paulfalle ist in Abbildung 2.1 dargestellt.

Ein allgemeiner Ansatz eines solchen Potentials lässt sich darstellen als Summe aus einem dynamischen Anteil und einem statischen Anteil. Der dynamische Anteil wird von einer Wechselspannung  $U_{\rm RF}$  mit Frequenz  $\Omega_{\rm RF}$  erzeugt, der statische von der Spannung  $U_{\rm DC}$  [LBMW03].

$$\Phi(x, y, z, t) = U_{\rm RF} \cos(\Omega_{\rm RF} t) \frac{1}{2} (\alpha_{\rm RF} x^2 + \beta_{\rm RF} y^2 + \gamma_{\rm RF} z^2) + U_{\rm DC} \frac{1}{2} (\alpha_{\rm DC} x^2 + \beta_{\rm DC} y^2 + \gamma_{\rm DC} z^2)$$

Die Faktoren  $\alpha, \beta, \gamma$  sind abhängig von der geometrischen Anordnung der Elektroden.

Da das Potential die Laplace-Gleichung $\bigtriangleup \Phi=0$ zu allen Zeiten erfüllen muss, gilt

$$\alpha_{RF} + \beta_{RF} + \gamma_{RF} = 0$$
$$\alpha_{DC} + \beta_{DC} + \gamma_{DC} = 0$$



Abbildung 2.1.: Mögliche Bauform einer linearen Paulfalle. Sie besteht aus einem Quadrupol-Massenfilter, welcher aus mit Wechselspannung gespeisten RF-Elektroden (schwarz) und mit statischer Spannung versorgten DC-Elektroden (weiß) besteht. Zusätzlichen Elektroden (grau) erzeugen ein statisches Feldes entlang der z-Achse [LBMW03].

An dieser Stelle wird klar, dass aufgrund der aus der Laplace-Gleichung folgenden, unterschiedlichen Vorzeichen der Geometriefaktoren kein rein statisches, in allen Raumrichtungen attraktives Feld existieren kann.

Eine mit diesen Bedingungen verträgliche Wahl der Geometriefaktoren ist

```
\alpha_{RF} = -\beta_{RF} \quad , \quad \gamma_{RF} = 0-(\alpha_{DC} + \beta_{DC}) = \gamma_{DC} > 0
```

Diese Wahl der Parameter führt zu einem axialsymmetrischen, dynamischen Quadrupol-Potential in der x-y-Ebene sowie zu einem statischen Feld in z-Richtung.

Wird der Einschluss in z-Richtung wesentlich schwächer gewählt als in den senkrechten Richtungen, ordnen sich die gefangenen Ionen bei kleinen Ionenzahlen zu einem linearen Ionenkristall entlang der z-Achse an.

Die klassische eindimensionale Bewegungsgleichung eines Teilchens der Masse M und Ladung Z in diesem Potential lautet:

$$\ddot{x} = -\frac{Z|e|}{M}\frac{\partial\Phi}{\partial x} = -\frac{Z|e|}{M} \left[ U_{\rm DC}\alpha_{\rm DC} + U_{\rm RF}\cos(\Omega_{\rm RF}t)\alpha_{\rm RF} \right] x$$
(2.1)

Diese kann mit den Substitutionen

$$\xi = \frac{\Omega_{RF}t}{2} \quad , \quad a_x = \frac{4Z|e|U_{DC}\alpha_{DC}}{M\Omega_{RF}^2} \quad , \quad q_x = \frac{2Z|e|U_{RF}\alpha_{RF}}{M\Omega_{RF}^2}$$

in die Standardform der Mathieu-Differential-Gleichung überführt werden:

$$\frac{d^2x}{d\xi^2} + [a_x - 2q_x\cos(2\xi)]x = 0$$
(2.2)

Für diese Gleichung existieren stabile Lösungen, für welche das Teilchen Schwingungen mit begrenzter Amplitude ausführt. Diese sind neben den Parametern  $a_x$  und  $q_x$  nur von den gewählten Anfangsbedingungen abhängig. Für die Paulfallen wird üblicherweise die Stabilitäts-Region bei  $(|a_x|, q_x^2) \ll 1$  verwendet. Diese ist in Abbildung 2.2 dargestellt.

Unter der Bedingung  $(|a_x|, q_x^2) \ll 1$  kann die eindimensionale Bewegung des Ions näherungsweise beschrieben werden als

$$x(t) \approx x_0 \cos\left(\beta_x \frac{\Omega_{\rm RF}}{2} t\right) \left(1 - \frac{q_x}{2} \cos(\Omega_{\rm RF} t)\right) \text{ mit } \beta_x \approx \sqrt{a_x + q_x^2/2}$$

Die Bewegung besteht aus einer harmonischen Säkularbewegung mit der Fallenfrequenz  $\omega_x \approx (\Omega_{\rm RF}/2)\sqrt{a_x + q_x^2/2}$  sowie einem mit der Frequenz der Wechselspannung  $\Omega_{\rm RF}$  oszillierenden Anteil, welcher als Mikrobewegung bezeichnet wird. Die Konstante  $x_0$  wird durch die Anfangsbedingungen festgelegt.

Die Mikrobewegung ist eine störende Abweichung vom harmonischen Potential. Da ihre Amplitude auf der Symmetrie-Achse des radialen Potentials verschwindet, kann ihr Einfluss jedoch reduziert werden. Zu diesem Zweck werden statische elektrische Felder verwendet, welche den Ionenkristall zur Symmetrie-Achse verschieben.

Die Bewegung in y-Richtung kann analog behandelt werden, wobei in der Regel durch geeignete Wahl der Spannung an den DC-Elektroden ein zusätzliches elektrisches Feld erzeugt wird, welches die radiale Entartung des Potentials aufhebt. Dies führt zu unterschiedlichen Fallenfrequenzen in x-und y-Richtung. In axialer z-Richtung führt die statische Spannung an den zusätzlichen Elektroden zu einem harmonischen Potential mit der Fallenfrequenz

$$\omega_z = \sqrt{QU_{\rm DC}\gamma_{\rm DC}}/M$$



Abbildung 2.2.: Stabilitätsdiagramm der linearen Paulfalle in radialer Richtung. Typischer Arbeitsbereiche liegen im linken Bereich der stabilen Region bei  $q_x < 0, 5$ . Die Stabilitäts-Parameter  $\beta_x, \beta_y$ , welche die stabile Region begrenzen, sind bei axialsymmetrischen Potential spiegelsymmetrisch. [LBMW03]

### 2.1.2. Position und Vibrations-Moden der Ionen eines Coulomb-Kristalls

Thema diese Abschnitts ist die Anordnung mehrerer Ionen in dem im letzten Abschnitt beschriebenen Potential. Außerdem wird die Berechnung ihrer gekoppelten Vibrations-Moden gezeigt.

Die Darstellungen in diesem Abschnitt folgen dabei in großen Teilen [Jam98] und [LBMW03].

Um eine einfache Beschreibung zu erreichen, wird der Einfluss der Mikrobewegung vernachlässigt. Dies führt zu einem harmonisches Potential in drei Dimensionen mit den Fallenfrequenzen  $\omega_{x/y/z}$ .

Die potentielle Energie V für N Ionen mit Positionen  $\mathbf{r}_n = (x_n, y_n, z_n)$  und Masse M in diesem Potential setzt sich zusammen aus dem harmonischen Fallen-Potential mit anisotropen Fallenfrequenzen  $(\omega_{n,x}, \omega_{n,y}, \omega_{n,z})$  und dem abstoßenden Coulomb-Potential zwischen den Ionen [Jam98].

$$V = \sum_{i=1}^{3} \sum_{m=1}^{N} \frac{1}{2} M \omega_{mi}^{2} r_{m,i}(t)^{2} + \sum_{\substack{m,n=1\\m\neq n}}^{N} \frac{Z_{m} Z_{n} e^{2}}{8\pi\epsilon_{0}} \left[ \sum_{i=1}^{3} (r_{n,i}(t) - r_{m,i}(t))^{2} \right]^{-\frac{1}{2}}$$
(2.3)

Bei vernachlässigter thermischer Energie bildet sich ein Ionenkristall mit definierten Ionenpositionen. Die Gleichgewichtspositionen der Ionen lassen sich durch Minimierung der potentiellen Energie berechnen.

$$\left[\frac{\partial V}{\partial \boldsymbol{r}_m}\right]_{\boldsymbol{r}_m = \boldsymbol{r}_m^{(0)}} = 0 \tag{2.4}$$

Bei starkem radialen Einschluss  $\omega_z \ll \omega_{x/z}$  bildet sich ein linearer Ionenkristall. Der minimale Abstand der Ionen beträgt [Jam98]

$$z_{\min}(N) = \left(\frac{Z^2 e^2}{4\pi\epsilon_0 M\omega_z^2}\right)^{1/3} \frac{2,018}{N^{0,559}}$$

Unter Annahme von im Vergleich zur Coulomb-Energie kleiner thermischer Energie führen die Ionen Schwingungen um ihre Gleichgewichts-Positionen  $r_m^{(0)}$ aus. Diese lassen sich näherungsweise beschreiben als kleine Auslenkungen  $\boldsymbol{q}_m(t) = (q_{m,x}, q_{m,y}, q_{m,z}).$ 

$$\boldsymbol{r}_m(t) \approx \boldsymbol{r}_m^{(0)} + \boldsymbol{q}_m(t)$$

Aufgrund der Coulomb-Wechselwirkung der Ionen sind die Auslenkungen der einzelnen Ionen miteinander gekoppelt. Die Lagrange-Funktion der Bewegung lautet

$$\begin{split} L &= \frac{M}{2} \sum_{i=1}^{3} \left[ \sum_{m=1}^{N} (\dot{q}_{m,i})^2 - \frac{1}{M} \sum_{n,m=1}^{N} q_{n,i} q_{m,i} \left[ \frac{\partial^2 V}{\partial x_{n,i} \partial x_{m,i}} \right]_{q_n = q_m = 0} \right] \\ &= \frac{M}{2} \left[ \sum_{m=1}^{N} (\dot{q}_{m,z})^2 - \omega_z \sum_{n,m=1}^{N} A_{n,m} q_{n,z} q_{m,z} \right] \\ &+ \frac{M}{2} \left[ \sum_{m=1}^{N} (\dot{q}_{m,x})^2 - \omega_x \sum_{n,m=1}^{N} B_{n,m} q_{n,x} q_{m,x} \right] \\ &+ \frac{M}{2} \left[ \sum_{m=1}^{N} (\dot{q}_{m,y})^2 - \omega_y \sum_{n,m=1}^{N} B_{n,m} q_{n,y} q_{m,y} \right] \end{split}$$

wobei Terme höherer Ordnung ( $\mathcal{O}[q^3]$ ) vernachlässigt wurden.

Die Kopplungs-Matrizen  $A_{n,m}$ ,  $B_{n,m}$  sind gegeben durch [ESG<sup>+</sup>00]:

$$A_{nm} = \begin{cases} 1 + \frac{2Z^2 e^2}{4\pi\epsilon M\omega_z^2} \sum_{p=1, p\neq m}^N \frac{1}{\left|x_m^{(0)} - x_p^{(0)}\right|^3} & \text{für } n = m \\ \frac{Z^2 e^2}{4\pi\epsilon M\omega_z^2} \frac{-2}{\left|x_m^{(0)} - x_p^{(0)}\right|^3} & \text{für } n \neq m \end{cases}$$

$$B_{n,m} = \left(\frac{1}{\alpha_i} + \frac{1}{2}\right)\delta_{n,m} - \frac{1}{2}A_{n,m}$$

mit dem Anisotropie-Parameter  $\alpha_{x/y} = (\omega_z/\omega_{x/y})^2$  und dem Kronecker-Delta  $\delta_{n,m}$ .

Die Eigenvektoren  $\boldsymbol{b}_m^{(p)}$  mit Eigenwert  $\mu_p$  der reellen symmetrischen Matrix  $A_{n,m}$  definieren die gekoppelten axialen Normalmoden des Ionenkristalls mit der Winkelfrequenz  $\nu_p = \sqrt{\mu_p}\omega_i$  der p. Mode.

$$Q_p(t) = \sum_{m=1}^N \boldsymbol{b}_m^{(p)} q_m(t)$$

Die Eigenvektoren der radialen Kopplungs-Matrix  $B_{n,m}$  sind identisch zu denen von  $A_{n,m}$ , besitzen jedoch die Eigenwerte:

$$\rho_p = \frac{1}{\alpha_i} + \frac{1}{2} - \frac{\mu_p}{2}$$

Aus dieser Gleichung wird deutlich, dass diese Eigenwerte nicht immer positiv sind. Bei schwächer werdendem radialem Einschluss erreicht  $\alpha_i$  den kritischen Wert  $\alpha_{krit} = 2/(\mu_{\max} - 1)$ , bei welchem die Eigenwerte negativ werden. Hierbei ist  $\mu_{\max}$  der größte Eigenwert der Matrix  $A_{n,m}$ .

Nach diesem Punkt wird die radiale Oszillation instabil und es findet ein Übergang von der linearen Konfiguration des Kristalls zu einem planaren  $(\alpha_x > \alpha_{krit} > \alpha_y)$  Zick-Zack-Kristall statt [ESG+00].

Die Lagrangefunktion lässt sich umschreiben in eine Form, welche die NNormalmoden  $Q_p(t)$  des Ionenkristalls enthält:

$$L = \frac{M}{2} \sum_{p=1}^{N} \left( \dot{Q}_{p}^{2} - \nu_{p}^{2} Q_{p}^{2} \right)$$

Der Übergang von der klassischen zur quantenmechanischen Bewegungsgleichung wird durch die übliche Ersetzungsvorschrift vollzogen:

$$Q_p \to \hat{Q}_p = i \sqrt{\frac{\hbar}{2M\nu_p}} (\hat{a}_p - \hat{a}_p^{\dagger})$$

$$M\dot{Q}_p = Q_p \rightarrow \hat{Q}_p = \sqrt{\frac{\hbar M\nu_p}{2}}(\hat{a}_p + \hat{a}_p^{\dagger})$$

Hierbei sind  $\hat{a}_p^{\dagger}$ ,  $\hat{a}_p$  die Erzeugungs- und Vernichtungsoperatoren des Fock-Zustandes der im Kristall vorhandenen Phononen.

Mit diesen Ersetzungen ist der Hamilton-Operator gegeben durch:

$$\hat{H} = \frac{1}{2M} \sum_{p=1}^{N} P_p^2 + \frac{M}{2} \sum_{p=1}^{N} \nu_p^2 Q_p^2$$

In [KUJ<sup>+</sup>12] wird gezeigt, dass für die Berechnungen der Ionen-Positionen sowie die Ermittlung des kritischen Punktes, bei dem der Kristall den Phasenübergang linear-planar vollzieht, die hier verwendete Pseudopotentialnäherung präzise Ergebnisse liefert. Der Vergleich der berechneten Werte der Eigenfrequenzen des Zick-Zack-Kristalls mit experimentellen Daten ergibt jedoch signifikante Unterschiede. Aus diesem Grund muss für eine adäquate Beschreibung die volle Zeitabhängigkeit des Systems miteinbezogen werden.

Wie in [MSKJ03] gezeigt wird, führen die bei dieser Betrachtung vernachlässigten Beiträge höherer Ordnung zur Kopplung verschiedener Normalmoden. Sämtliche Aussagen dieses Kapitels sind sowohl für reine Ionenkristalle wie auch für die in Abschnitt 4.2 untersuchten gemischten Ionenkristalle gültig.

### 2.2. Rydberg-Ionen

#### 2.2.1. Eigenschaften von Rydberg-Ionen

In diesem Abschnitt werden einige Eigenschaften hoch-angeregter elektronischer Zustände zusammengefasst. Zu den Eigenschaften dieser Rydberg-Zustände zählen der von der Hauptquantenzahl n abhängige große Atomradius ( $\propto n^2$ ), eine lange Lebensdauer des angeregten Zustands ( $\propto n^3$ ), der geringe Abstand benachbarter Energieniveaus ( $\propto n^{-3}$ ) sowie eine große Polarisierbarkeit ( $\propto n^7$ ).

Die in dieser Arbeit untersuchten <sup>40</sup>Ca<sup>+</sup>-Ionen besitzen eine Elektronen-Konfiguration ähnlich dem Alkalimetall Kalium. Außer dem einen Valenzelektron befinden sich alle Elektronen in abgeschlossenen Schalen, sodass das Rydberg-Ion als Zwei-Körper-Problem aus doppelt geladenem Ionenrumpf und Valenzelektron behandelt werden kann.

Im Folgenden wird die in [SKFK<sup>+</sup>11] beschriebene Berechnung der energetischen Niveaus des freien Rydberg-Ions dargestellt, wobei sich die meisten Berechnungen auf die Anregung der in diesem Experiment relevanten Niveaus  $nP_{1/2}$  und  $nP_{3/2}$  beziehen.

Das vom Ionenrumpf vermittelte Potential, in welchem sich das Valenz-Elektron

bewegt, kann parametrisiert werden als

$$V_l(r) = -\frac{1}{r} \left( 2 + (Z-2)e^{-\alpha_{l,1}r} + \alpha_{l,2}re^{-\alpha_{l,3}r} \right) - \frac{\alpha_{cp}}{2r^4} \left( 1 - e^{-(r/r_l)^6} \right)$$

mit den Drehimpuls-abhängigen Parametern  $\alpha_{l,i}$ ,  $r_l$ , der Polarisierbarkeit des Ionenrumpfs  $\alpha_{cp}$  und der Kernladung Z. Die Spin-Bahn-Wechselwirkung wird beschrieben durch:

$$V_{l,s}^{(so)}(r) = \frac{\alpha_{ls}^2 \boldsymbol{l} \cdot \boldsymbol{s}}{2r} \frac{dV_l(r)}{dr} \left[ 1 - \frac{\alpha_{ls}^2}{2} V_l(r) \right]^{-2}$$

Mit dem Gesamtdrehimpuls j = l + s als Erhaltungsgröße kann die Wellenfunktion in Radial- und Drehimpuls-abhängigen Teil aufgespalten werden.

$$|\Psi_{ljm_j}\rangle = \frac{\phi_{l,j}(r)}{r} |l, j, m_j\rangle$$

Da das Valenzelektron durch die restlichen Elektronen von der Kernladung



Abbildung 2.3.: Anregungsfrequenz der Rydberg-Niveaus  $nP_{1/2}$  und  $nP_{3/2}$  ausgehend von  $3D_{5/2}$ -Niveau. Der kleinere Graph zeigt die Feinstruktur-Aufspaltung zwischen diesen Zuständen.[SKFK<sup>+</sup>11]

abgeschirmt wird, kann eine kleinere effektive Kernladung  $Z_c$  für das Rydberg-Ion angenommen werden.

Durch Lösen des Eigenwert-Problems des radialen Anteils wird die Energie des Rydberg-Elektrons in Bezug auf das  $3^2D_{5/2}$ -Niveau berechnet

$$E_{nlj} = -\frac{Z_c^2}{2(n-\delta_{lj})^2} \left[ 1 + \frac{(\alpha_{ls}Z_c)^2}{n-\delta_{lj}} \left( \frac{1}{j+1/2} - \frac{3}{4(n-\delta_{lj})} \right) \right]$$

mit der effektiven Kernladung  $Z_c,$  dem Quantendefekt $\delta_{lj}$ und der Feinstruktur-Konstante $\alpha_{ls}.$ 

In Abbildung 2.3 ist die theoretisch berechnete Frequenz des Übergänge  $3^2D_{5/2} \rightarrow nP_{3/2}$  bzw.  $3^2D_{5/2} \rightarrow nP_{1/2}$  in Abhängigkeit von der Hauptquantenzahl n dargestellt.

#### 2.2.2. Einzelne Rydberg-Ionen im Potential der Paulfalle

Im Gegensatz zu den Zusammenhängen in Abschnitt 2.1 muss bei der theoretischen Beschreibung von Rydberg-Ionen in der Paulfalle deren innere Struktur miteinbezogen werden.



Abbildung 2.4.: Typische Längenskalierung kalter Rydberg-Ionen in einer linearen Paulfalle mit einer Fallenfrequenz in der Größenordnung 1 MHz. Die Größe des Orbits des äußeren Elektrons  $a_{\rm Ry} \approx 100$  nm ist wesentlich größer als die Oszillatorlänge des Ions im Fallen-Potential  $x_{\rm ho} \approx 10$  nm. Typische Ionenabstände bei diesen Fallenfrequenzen sind etwa  $\zeta=5\mu$ m. [MLLZ08]

Der große Orbit sowie die schwache Bindung des Valenz-Elektrons an den Ionenrumpf machen eine Beschreibung als zusammengesetztes Objekt aus Ionenrumpf und Valenzelektron nötig, da sich das Fallen-Potential über die Größe des Orbits des Valenzelektrons signifikant ändert.

Für die Beschreibung des Systems wird der Hamilton-Operator in drei Teile zerlegt. Dieser ist in Schwerpunkts-Koordinaten gegeben durch. [SKFK<sup>+</sup>11].

$$H = H_I + H_e + H_{Ie}$$

Hierbei beschreibt

$$H_I = \frac{\boldsymbol{P}^2}{2M} + e\Phi(\boldsymbol{R}, t)$$

den Anteil des <sup>40</sup>Ca<sup>2+</sup>-Rumpfes im Fallen-Potential  $\Phi$ ,

$$H_e = \frac{\boldsymbol{p}^2}{2m_e} + V(|\boldsymbol{r}|) + V_{ls}(\boldsymbol{r}) - e\phi(\boldsymbol{r}, t)$$
(2.5)

den Hamilton-Operator des Valenzelektrons im Potential des Ionenrumpfs und der Paulfalle sowie

$$H_{Ie} = -2e[\tilde{\alpha}\cos(\Omega_{\rm RF}t)(Xx - Yy) - \tilde{\beta}(Xx + Yy - 2Zz)]$$
(2.6)

die Elektron-Ion-Kopplung.

Dabei bezeichnen  $\boldsymbol{P}\left(\boldsymbol{p}\right)$  und  $\boldsymbol{R}=\left(X,Y,Z\right)\left(\boldsymbol{r}=\left(x,y,z\right)\right)$  Impuls und Position

des Ions (Elektrons) und  $\tilde{\alpha}$  und  $\hat{\beta}$  die dynamischen und statischen Krümmungen des Fallen-Potentials.

In [SKFK<sup>+</sup>11] wird gezeigt, dass die Elektron-Fallen-Wechselwirkung zu einer oszillierenden energetischen Verschiebung ( $\propto n^{11}$ ) der Rydberg-Niveaus führt. Hierbei ist die Energieverschiebung abhängig von den Fallen-Parametern  $\alpha$  und  $\beta$ . Da  $\tilde{\alpha} \gg \tilde{\beta}$  gilt, bewirkt das RF-Feld der Falle den weitaus größeren Anteil der Verschiebung.

Die Elektron-Ion-Wechselwirkung führt des Weiteren zu einem zusätzlichen harmonischen Potential für die angeregten Ionen. Die Energieverschiebung in Abhängigkeit des Abstands vom Fallen-Mittelpunkt X kann angenähert werden als

$$\Delta E_X^{mm} \approx e^2 \left( 2\alpha^2 + 4\beta^2 \right) \mathcal{V}_{\text{Ie}}^{(2)mm} X^2$$

wobei der nur vom elektronischen Zustand abhängige Parameter  $\mathcal{V}_{\text{Ie}}^{(2)mm}$  mit ~  $n^7$  skaliert. Der zusätzliche Beitrag dieses harmonischen Potentials zur Fallen-Frequenz kann angegeben werden als:

$$\Delta\omega_X = \sqrt{\frac{2e^2(2\alpha^2 + 4\beta^2)\mathcal{V}_{\rm Ie}^{(2)mm}}{M}}$$

Wie in Abbildung 2.5 gezeigt, kann dieses zusätzliche harmonische Potential für große Hauptquantenzahlen Größenordnungen im Bereich der Fallen-Frequenzen erreichen.



Abbildung 2.5.: Theoretisch ermittelte, durch Elektron-Ion-Kopplung hervorgerufene Verschiebung der Fallen-Frequenz in Abhängigkeit von der Hauptquantenzahl.[SKFK<sup>+</sup>11]

#### 2.2.3. Rydberg-Ionen in Coulomb-Kristallen

Die im letzten Abschnitt dargestellte stärkere Bindung der Rydberg-Ionen im Fallen-Potential hat großen Einfluss auf die Struktur eines Ionenkristalls. Die Anwesenheit von Rydberg-Ionen kann dabei sowohl die Vibrations-Moden-Struktur des Kristalls, als auch die Konfiguration des Kristalls verändern. Wie im letzten Abschnitt gezeigt wurde, wirkt auf gefangene Rydberg-Ionen zusätzlich zu dem Pseudopotential der Ionenfalle ein weiteres Potential, welches proportional zur Polarisierbarkeit  $\mathcal{P}_n$  des Rydbergzustandes nP ist:

$$V_a \approx -e^2 \tilde{\alpha}_{\rm RF}^2 \mathcal{P}_{nP} r^2$$

Hierbei wurden Anteile durch das statische axiale Feld vernachlässigt. Aufgrund der Proportionalität  $\mathcal{P}_{nP} \propto n^7$  kann das Verhältnis der radialen Fallen-Frequenzen zu Rydberg-Zuständen angeregter Ionen und Ionen im Grundzustand Werte in der Größenordnung von 2 annehmen. [LL12b].

$$\frac{\omega_{\rm Ryd}}{\omega_{\rm GZ}} = \sqrt{1 - M\Omega_{\rm RF}^2 \mathcal{P}_{nP}}$$

#### Konfigurationsänderung durch Anregung in Rydberg-Zustände

Im Bereich des kritischen Anisotropie-Parameters  $\alpha_{\rm krit}$  bewirkt die elektronische Anregung zu Rydberg-Zuständen einen Phasenübergang des Kristalls. Dies zeigt, dass die Rydberg-Anregung eines Ions eines Ionenkristalls aufgrund der starken Kopplung von externer und interner Dynamik einen Vielteilchen-Prozess darstellt, obwohl nur ein Ion angeregt wird. [LL12a].

Wie in Abschnitt 2.1.2 dargestellt, ist der für den Phasenübergang entscheidende Anisotropie-Parameter von den Fallenfrequenzen abhängig  $\alpha_y = (\omega_z/\omega_y)^2$ .

Angenommen sei ein Drei-Ionen-Kristall mit Ionen im Grundzustand in einer Zick-Zack-Konfiguration nahe dem kritischen Anisotropie-Parameter  $\alpha \leq \alpha_{\rm krit}$ . Wird nun das mittlere Ion in einen Rydberg-Zustand angeregt, bewirkt das zusätzliche Potential ein Absenken des Anisotropie-Parameters.

Wie in Abbildung 2.6 dargestellt, existiert eine Parameterregion, in welcher die Rydberg-Anregung den Phasenübergang des Kristalls zur linearen Konfiguration bewirkt.

Als Parameter zur Variation des Anisotropie-Parameters wurde in [LL12a] der statische axiale Feldgradient  $\tilde{\gamma}_{\rm DC}$  verwendet.



Abbildung 2.6.: Strukturelle Konfigurationsänderung eines Drei-Ionen-Kristalls in Abhängigkeit von der Hauptquantenzahl n und dem kritischen axialem Feldgradienten  $\tilde{\gamma}_{DC}^c$ . Der kritische Punkt  $\tilde{\gamma}_0$  des linear-planaren Phasenübergangs eines Kristalls mit drei Ionen im Grundzustand (blau) erhöht sich bei Anregung des mittleren Ions in den Rydberg-Zustand (rot) mit der Hauptquantenzahl n. Es ergeben sich drei Bereiche: In (a)/(c) befinden sich beide Kristalle in linearer/planarer Konfiguration in (b) hängt die Konfiguration jedoch von der elektronischen Anregung ab. [LL12a]

#### Modeshaping

Wie sich durch die in Abschnitt 2.1.2 dargestellten Zusammenhänge zeigen lässt, partizipieren in der Regel viele Ionen eines Kristalls an einer Normal-Mode mit vergleichbarer, durch den Betrag der Eigenvektoren der Matrix  $B_{nm}$ definierter Oszillationsstärke (siehe Abb. 2.7(b)). Zusätzlich steigt die Anzahl der Moden pro Frequenzbereich (Modendichte), sodass es in einem großen Ionenkristall kaum möglich ist, einzelne Moden zu adressieren.

In [LL12b] wird gezeigt, dass sich in einer langen Ionen-Kette, die zwei Paare von Rydberg-Ionen enthält, die Modenstrukutur dramatisch ändert (siehe Abb. 2.7(c)).

Der von den Rydberg-Ionen begrenzte Sub-Kristall ist durch die starke Bindung der Rydberg-Ionen vom restlichen Kristall entkoppelt. Es existieren Moden, welche weitgehend auf diesen Teil des Kristalls lokalisiert sind. Zusätzlich ist die Modendichte dieser lokalen Moden des Sub-Kristalls wesentlich geringer als im Fall ohne Modeshaping.



Abbildung 2.7.: (a) Skizzierte Realisierung des Modeshapings. In einer Kette von 100 Ionen werden durch Rydberg-Anregung Sub-Kristalle gebildet. (b) Berechnete transversale Modenstruktur mit Ionen im Grundzustand. Als Maß für die Stärke, mit der Ion m an Mode j teilnimmt, dient der Betrag dessen Eigenvektors  $|B_m^{(j,x)}|$ . An jeder Mode sind viele Ionen mit vergleichbarer Osziallationsstärke beteiligt. In (c) ist der gleiche Kristall nach Anwendung von Modeshaping gezeigt. Die Modenstruktur verändert sich drastisch. Die zwischen Rydberg-Ionen platzierten Ionen 46,47 & 54,55 sind vom restlichen Ionenkristall weitgehend entkoppelt. [LL12b]

Die selektive Anregung einzelner lokaler Moden macht es möglich, Quantengatter-Operationen parallel auf zwei Sub-Kristallen durchzuführen.

# 3. Experimenteller Aufbau

In diesem Kapitel wird der experimentelle Aufbau für die verschiedenen Messungen erläutert. Zunächst wird in Abschnitt 3.1 die verwendete Paulfalle beschrieben. Anschließend wird in Abschnitt 3.2 die Vorrichtung zur Erzeugung des notwendigen Vakuums vorgestellt. Abschnitt 3.3 beschäftigt sich mit den Lichtquellen, welche zur Kontrolle der elektronischen Niveaus von  $^{40}Ca^+$  verwendet werden. In Abschnitt 3.4 wird auf das optische System zur Abbildung der gefangenen Ionenkristalle eingegangen. Der letzten Abschnitt dieses Kapitels beschreibt die Hard- und Software zur Steuerung des Experiments.

Ein großer Teil der Beschreibung des experimentellen Aufbaus findet sich in [Nab12]. Um unnötige Redundanz zu vermeiden, wird für detailliertere Beschreibungen an gegebener Stelle auf diese Arbeit verwiesen.

Während dieser Arbeit wurde der Strahl eines Ti:Sa-Lasers mit geringer Linienbreite in den Aufbau integriert. Da das Licht dieses Lasers über eine 90 m lange Glasfaser zum Experiment geführt wird, wurde eine Vorrichtung zur Unterdrückung der daraus resultierenden Störungen installiert. Ein Teil des Strahls des Ti:Sa-Lasers wird über das Objektiv des vorhandenen Kamerasystems geleitet, um einzelne Ionen adressieren zu können. Des Weiteren wurden zwei der vorhandenen Dioden-Laser stabilisiert sowie ein zweiter Strahlengang für den Diodenlaser mit 397 nm Wellenlänge aufgebaut, welcher eine definierte Polarisation zum Magnetfeld aufweist. Um das Magnetfeld am Ort der Ionen zu kontrollieren, wurden verschiedene Magnetfeldspulen in den Aufbau integriert.

## 3.1. Lineare Paulfalle

Die verwendete Paulfalle erzeugt ein effektiv attraktives Potential für die Calcium-Ionen. Sie besteht aus vier symmetrisch angeordneten, stabförmigen Edelstahl-Elektroden im Abstand von 3,3 mm mit einem Durchmesser von d=2,5 mm, welche in zwei Endkappen eingelassen sind (siehe Abb. 3.1). Zur Isolierung sind die Elektroden in Glas-Röhrchen eingepasst, welche in Aussparungen in den Endkappen geklebt sind. Zusätzlich befinden sich in den Endkappen Bohrungen mit 1 mm Durchmesser für den optischen Zugang des VUV-Strahls, sowie für vier, mit Peek-Röhrchen isolierten, Kompensations-Elektroden. Um das in Abschnitt 2.1.1 beschriebene Feld zu erzeugen, werden zwei gegenüberliegende Elektroden (RF-Elektroden) mit einer Radiofrequenz-Spannung versorgt, während die anderen zwei Elektroden (DC-Elektroden) mit statischer Spannung versorgt werden. Für radialen Einschluss werden die über eine Brücke kurzgeschlossen RF-Elektroden mit einer Wechselspannung von  $\Omega_{\rm RF} = 10,66$  MHz mit einer Amplitude im Bereich von  $U_{\rm RF} = 100-300$  V versorgt. Diese wird von einem Frequenzgenerator<sup>1</sup> bereitgestellt, dessen Ausgangssignal von einem Verstärker<sup>2</sup> um 40 dB verstärkt wird. Zur Überhöhung und spektraler Filterung des Signals wird ein Wendelresonator verwendet. Dieser besteht aus einer Kupferspule, welche sich in einem silberbeschichteten Hohlzylinder befindet. Eine detaillierte Beschreibung findet sich in [Nab12]. Um axialen Einschluss zu erreichen, werden die zwei Endkappen mit einer statischen Hochspannung von  $U_0 = 400$  V betrieben. Zur Versorgung der Endkappen wird eine Hochspannung nungsquelle<sup>3</sup> verwendet, welche Spannungen bis 2 kV liefern kann.

Zusätzlich ist zwischen Frequenzgenerator und Verstärker ein variabler RF-Abschwächer<sup>4</sup> eingebaut, welcher die Steuerung der Spannungsamplitude über die Experimentsteuerungssoftware erlaubt (siehe Abschnitt 3.5.1).

Obwohl der Betrieb der Ionenfalle mit geerdeten DC-Elektroden möglich ist, können diese über die Computersteuerung mit Spannungen bis  $U_{\rm DC} = -10$  V– +10 V versorgt werden. Die Gründe hierfür wurden bereits in Abschnitt 2.1 angedeutet. Zum Einen sollen Streufelder und geometrische Ungenauigkeiten der Paulfalle ausgeglichen werden, damit sich die Ionen im Knoten des RF-Feldes befinden. Zum Anderen die zylindrische Symmetrie des Potentials aufgehoben werden, wozu eine Offset-Spannung  $U_{\rm Off}$  auf beide DC-Elektroden gegeben wird. Die Minimierung der Mikrobewegung kann über eine Differenzspannung  $U_{\rm Dif}$  zwischen diesen sowie zwischen den Kompensationselektroden erreicht werden.

Im Betrieb hat sich jedoch gezeigt, dass Kompensationselektrode 1 mit einer Endkappe kurzgeschlossen ist. Die Kompensation in Richtung der Verbindungslinie der DC-Elektroden wird durch  $U_{\text{Dif}}$  eingestellt. Zur Kompensation in horizontaler Richtung liegen die Kompensations-Elektroden 1&3 auf Endkappen-Potential, während an den Elektroden 2&4 eine variablen Spannung von  $U_{\text{komp}} \approx -600 \text{ V}$  anliegt.

Die Endkappen sind auf Keramikisolatoren geschraubt, welche über eine Halterung an der Vakuumkammer befestigt sind.

Zur Rauschunterdrückung werden Tiefpassfilter jeweils vor die DC-Elektroden sowie die Endkappen geschaltet. Diese befinden sich in unmittelbarer Nähe der Vakuumdurchführung, um elektrische Störsignale herauszufiltern, welche aufgrund der Kabellänge von  $\approx 1,5$  m von der Spannungsquelle zur Vakuumkammer auftreten können. Über ein Bias-Tee hinter den Tiefpassfiltern ist es möglich, eine nicht vom Filter unterdrückte Radiofrequenz-Spannung an die

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> HP 8657B, Hewlett Packard

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> ZHL-5W-1, Mini-Circuits

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> PSM 10/202, HiTek Power GmbH

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup> ZX73-2500, Mini-Circuits



Abbildung 3.1.: (a) Konstuktionsskizze der Paulfalle mit Keramikisolierung und Halterung.

(b) Skizze der Endkappe mit Aussparungen für die Fallenund Kompensationselektroden sowie Bohrung für optischen Zugang des VUV-Strahls.

Elektroden anzulegen. Dies dient der in Abschnitt 4.2.3 beschriebenen elektronischen Anregung von Schwingungsmoden des Ionenkristalls.

# 3.2. Vakuumkammer

Der ungestörte Betrieb der Ionenfalle ist nur im Ultrahochvakuum möglich. Zum Einen können bei höheren Drücken durch die großen RF-Felder der Paulfalle Gasentladungen stattfinden, welche zur Ionisierung ungewollter Atomsorten führen würde. Des Weiteren stellen die Restgasatome einen Störfaktor dar, da diese durch Stöße mit den gefangenen Ionen temporären oder dauerhaften Verlust der Ionen bewirken. Außerdem verfügt die Strahlung des in Abschnitt 3.3.5 vorgestellte VUV-Lasers sowie der zum Ionisieren von Calcium verwendete Pulslaser über die nötige Energie bzw. Intensität um verschiedenste Atomsorten zu ionisieren.



Abbildung 3.2.: Übersicht über die Vakuumkammer, die beschriebenen Komponenten sowie die Einstrahlrichtungen der verwendeten Laser.

Wie in Abschnitt 4.2 näher erläutert wird, stellen Fremdionen in der Paulfalle ein großes Problem dar, weshalb der Restgasdruck so gering wie möglich sein sollte. Mit der verwendeten Vakuumpumpe<sup>5</sup>, welche aus einer Kombination aus Non-Evaporable Getter (NEG) und Ionenzerstäubungspumpe besteht, wird ein Druck im Bereich  $\approx 10^{-10}$  mBar erreicht.

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup> NEXTorr D100-5 mit POWER SUPPLY NIOPS-02, SAES Advanced Technologies

Eine weitere Anforderungen an die verwendete Vakuumkammer<sup>6</sup> ist der gute optische Zugang der im Experiment verwendeten Laser, sowie des in 3.4 beschriebenen Abbildungssystems.

Die verwendete Vakuumkammer aus Edelstahl besitzt acht 2,75"- sowie zwei 8"- CF-Flansche. Fünf der kleineren Flansche sind mit Quarz-Gläsern ausgestattet. Der optische Zugang der in Abschnitt 3.3.2 beschriebenen Laser erfolgt über drei dieser Quarzgläser, welche für die verwendeten Wellenlängen antireflex-beschichtet sind. In Einstrahlrichtung des VUV-Strahls bildet eine MgF<sub>2</sub>-Linse, welche über einen Membranbalg mit der Vakuumkammer verbunden ist den Abschluss des Vakuums. Details hierzu finden sich in Abschnitt 3.3.5. An den drei weiteren kleinen Flanschen befindeen sich die Vakuumpumpe, der zur Detektion der VUV Leistung verwendete Photomultiplier<sup>7</sup> sowie ein Verbindungsstück mit Vakuummessgerät<sup>8</sup> und Ventil zum Anschluss einer Turbopumpe. Zur Abbildung des gefangenen Ionenkristalls mit dem in Abschnitt 3.4 beschriebenen Abbildungssystems wird eine möglichst große numerische Apertur benötigt. Zu diesem Zweck ist der 8"- Deckelflansch (Sonderanfertigung<sup>9</sup>) mit einem ebenfalls antireflex-beschichteten größeren Schauglas mit 63 mm Durchmesser versehen. Des Weiteren sind Bohrungen zur Befestigung der Ionenfallenhalterung sowie elektrische Durchführungen für die Versorgung der Paulfalle und des Calcium-Ofens vorhanden. Die gesamte Vakuumkammer befindet sich auf einem linearen Verschiebetisch, der eine Ausrichtung der Ionenfalle senkrecht zum VUV-Strahl ermöglicht. Dies ist nötig, da die Möglichkeit der Ausrichtung des VUV-Strahls, aufgrund der hohen Absorption verfügbarer optischer Elemente für diese Wellenlänge, auf eine, in drei Dimensionen verschiebbare, MgF<sub>2</sub>-Linse beschränkt wurde. Zum Beginn dieser Arbeit war die Ausrichtung der Vakuumkammer bereits abgeschlossen, sodass von der Möglichkeit, die Vakuumkammer zur Justage zu verschieben kein Gebrauch mehr gemacht wurde.

Außerhalb des Vakuums wurden drei Spulenpaare plaziert, welche die Kontrolle des Magnetfelds erlauben. Vier dieser Spulen sind auf Halterungen an gegenüberliegenden Flanschen befestigt. Diese bilden jeweils einen Winkel von 45° mit der Symmetrie-Achse der Falle. Zwei weitere Spulen befinden sich über dem Deckel-Flansch um das Kamera-Objektiv sowie unter der Vakuumkammer. Die unter der Vakuumkammer befindliche Spule besitzt einen Eisenkern. Alle Spulen bestehen aus Aluminium-Halterungen, welche mit isoliertem Kupferdraht umwickelt sind.

Die Parameter der Spulen wurden so gewählt, dass bei einer Stromstärke von  $I \approx 3$  A Magnetfeldstärken von  $B \approx 5$  G erreicht werden können.

<sup>&</sup>lt;sup>6</sup> spherical octagon, Kimball Physics

 $<sup>^7</sup>$  R6835, Hamamatsu

<sup>&</sup>lt;sup>8</sup> UHV-24P Ionization Gauge Heißkathode mit XGS-600TM Gauge Controller, Agilent Technologies

<sup>&</sup>lt;sup>9</sup> Hositrad Vacuum Technology

## 3.3. Lasersystem

Zur Kontrolle der elektronischen Niveaus der Calcium-Ionen werden verschiedene Laser verwendet. In Abbildung 3.3 sind die verwendeten Zustände sowie deren Übergangswellenlängen dargestellt.

Der Übergang  $4^2S_{1/2} \rightarrow 4^2P_{1/2}$  bei 397 nm wird für Doppler-Kühlen sowie Detektion der Ionen verwendet. Da das  $4^2P_{1/2}$ -Niveau mit einem Verzweigungsverhältniss von  $1/13^{10}$  in den metastabilen Zustand  $3^2D_{3/2}$  zerfällt, ist ein Rückpumplaser bei 866 nm notwendig.





Da die Rydberg-Anregung, wie in Kapitel 5 beschrieben wird, vom  $3^2D_{3/2}$ sowie  $3^2D_{5/2}$ -Niveau untersucht werden soll, wird eine Anregungssequenz zur Population der 3D-Zustände benötigt. Der Populationstransfer zum D<sub>3/2</sub>-Niveau ist einfach durch Ausschalten des Rückpumplasers bei gleichzeitiger Einstrahlung des Doppler-Kühl-Lasers zu bewerkstelligen (optisches Pumpen). Für die Anregung in das  $3^2D_{5/2}$ -Niveau kann optisch über das höhere  $4P_{3/2}$ -Niveau gepumpt werden. Ein Rückpumplaser bei 854 nm sorgt für einen schnellen Zerfall dieses Niveaus in den Grundzustand.

<sup>&</sup>lt;sup>10</sup> http://physics.nist.gov

Die für diese Aufgaben verwendeten vier Diodenlaser werden in Abschnitt 3.3.2 beschrieben.

Durch hoch aufgelöste Spektroskopie des Quadrupolübergangs  $4^2S_{1/2} \rightarrow 3^2D_{5/2}$ bei 729 nm ist es möglich, detaillierte Informationen über den Zustand des Calcium-Ions in der Paulfalle zu erhalten. Die Seitenbänder, welche durch die Oszillation im Fallenpotential entstehen sowie die durch Magnetfelder entstehende Zeeman-Aufspaltung können untersucht werden. Diese Messungen ermöglichen unter anderem Aussagen über die mittlere Ionentemperatur sowie das Magnetfeld am Ort des Ions. Des Weiteren besteht die Möglichkeit der kohärenten Anregung des  $3^2D_{5/2}$ -Niveaus durch einen frequenz- und intensitätsstabilisierten Laser. Der hierfür verwendete Titan-Saphir-Laser wird in Abschnitt 3.3.3 beschrieben. Ausgehend von einem der metastabilen 3D-Niveaus der Ca<sup>+</sup>-Ionen, soll die Anregung zu Rydberg-Zuständen, sowie die Ionisation zu Ca<sup>2+</sup> untersucht werden. Das Lasersystem zur Erzeugung der notwendigen Wellenlänge von  $\approx 122$  nm wird in Abschnitt 3.3.5 vorgestellt.

### 3.3.1. Ionisation von Calcium

In der Vakuumkammer befindet sich ein Calcium-Ofen, welcher im wesentlichen aus einem mit Calcium-Granulat gefülltem Rohr besteht, welches mithilfe von elektrischem Strom erhitzt wird. Der aus dem Ofen austretende, in Richtung der Fallenmitte gerichtete Atomstrahl wird von einem gepulsten Laser bei 532 nm ionisiert. Der hierfür verwendete frequenzverdoppelte Nd:YAG<sup>11</sup> Festkörperlaser erzeugt Pulse mit Energien bis 15 mJ bei einer Repetitionsrate von 10 Hz. Die Calcium-Ionen werden in einem Drei-Photonen-Prozess ionisiert. Bei einem Ofenstrom von  $\approx 3$  A werden pro Minute 2-5 Calcium-Ionen in die Falle geladen. Höhere Raten sind nicht erstrebenswert, da meistens mit kleinen Ionenkristallen gearbeitet wird.

### 3.3.2. Diodenlaser

Für die Manipulation der tiefliegenden Niveaus der Calcium-Ionen werden vier Diodenlaser verwendet. Es handelt sich um Diodenlaser mit erweitertem Resonator (ECDL) in Littrow-Konfiguration. Die Auswahl der richtigen Wellenlängen erfolgt über das Verstärkungsprofil der Laserdiode, welches neben dem Medium von Temperatur und Stromdichte abhängt sowie der optischen Länge des internen Resonators, gebildet von den Facetten des Dioden-Kristalls, des Gitterwinkels und der Länge des externen Resonators. Die optische Länge des Kristalls kann mithilfe von Temperatur und Stromdichte gesteuert werden. Der erweiterte Resonator wird durch ein holographisches Reflexionsgitter begrenzt. Durch Wahl des richtigen Winkels wird die erste Beugungsordnung in

<sup>&</sup>lt;sup>11</sup> Minilite TM, Continuum
den Kristall zurückreflektiert während der Strahl nullter Ordnung ausgekoppelt wird. Über die oben genannten Parameter lässt sich somit die emittierte Wellenlänge des Lasers variieren und aktiv stabilisieren. Die Verwendung eines erweiterten Resonators verringert die Linienbreite gegenüber einer freilaufenden Laserdiode.

Die beiden im UV (393 nm und 397 nm) emittierenden Laser sind kommerzielle Laser<sup>12</sup>. welche jeweils mit einer Linienbreite von < 1MHz, linearer Polarisation sowie einem elliptischen Strahlprofil von 1mm×3mm spezifiziert sind.

Die ebenfalls kommerziell erhältliche Steuerelektronik<sup>13</sup> beinhaltet eine regelbare Temperaturstabilisierung, Stromsteuerung sowie eine Steuerung für den Piezo-Kristall, welcher den Winkel des Gitters verändert.

Bei den beiden IR-Lasern mit Wellenlängen von 866 nm und 854 nm handelt es sich um selbstgebaute Laser. Eine ausführliche Dokumentation ist in [Nab12] zu finden. An dieser Stelle soll nur eine Übersicht der wichtigsten Bestandteile angegeben werden.

Es werden jeweils kommerzielle Laserdioden<sup>14</sup> verwendet, welche maximale Ausgangsleitungen von 50mW (854 nm) und 100mW (866 nm) besitzen. Die Laserdioden werden zusammen mit einer Kollimationslinse in einen Block aus Neusilber eingelassen. Über ein holographisches Gitter<sup>15</sup>, welches auf einem mit Mikrometerschrauben justierbaren Festkörpergelenk angebracht ist, lässt sich die Wellenlänge einstellen. Zur täglichen Feineinstellung sowie Stabilisierung der emittierten Wellenlänge ist zusätzlich ein Piezo-Aktuator vorhanden. Des Weiteren ist der gesamte Resonatoraufbau mithilfe eines Peltier-Elements aktiv temperaturstabilisiert.

Die Diodenlaser werden mit einer selbstgebauten Konstantstromquelle mit einem Maximalstrom von 90 mA betrieben [Nab12].

Integriert in den Laser ist ein Bias-Tee zur hochfrequenten Modulation des Diodenstroms sowie ein Sperrschicht-Feldeffekttransistor (JFET) mit linearem Frequenzgang von 0-5 MHz, der eine breitbandige Regelung des Diodenstromes erlaubt.

### Strahlengang

Die beschriebenen Laser befinden sich, zusammen mit dem restlichen optischen Aufbau sowie der in Abschnitt 3.2 beschriebenen Vakuumkammer, auf einem  $1,25m \times 1,25m$  großen Breadboard<sup>16</sup>. Um die Laser-Strahlen auf die Ionen

<sup>&</sup>lt;sup>12</sup> DL 100 pro, Toptica

 $<sup>^{13}</sup>$  Sys DC 110 Diode Laser Supply Electronics, TOPTICA Photonics AG

 $<sup>^{14}</sup>$  HL8342MG, Thorlabs

LD 866, TOPTICA Photonics AG

 $<sup>^{15}</sup>$  VIS Refective Holographic Grating, 1200/mm,  $12.7 \text{ mm} \times 12.7 \text{ mm}$ , Thorlabs

<sup>&</sup>lt;sup>16</sup> PBI51523, Thorlabs



Abbildung 3.4.: Schematischer Aufbau des Strahlengangs des Diodenlasers bei 397 nm. Zur besseren Übersicht wurde auf die Darstellung diverser dielektrischer Spiegel verzichtet. Verwendete optische Komponenten: Polarisationsstrahlteiler (PBS), Wellenplatten  $(\lambda/4,\lambda/2)$ , Strahlteiler (ST).

auszurichten, wird eine weitere Grundplatte auf Höhe der Ionenfalle benötigt, auf der sich Justage-Spiegel, sowie Linsen zur Fokussierung befinden. Eine Photographie des Aufbaus befindet sich in Anhang A.4.

In Abb. 3.4 wird exemplarisch der schematische Strahlengang des Lasers bei 397 nm dargestellt. Der Strahl wird durch mehrere Strahlteiler<sup>17</sup> in verschiedene Zweige unterteilt.

Ein kleiner Teil des Lichtes wird über eine Glasfaser<sup>18</sup> zur Wellenlängenbestimmung an ein Wavemeter<sup>19</sup> geleitet. Ein weiterer Teil geht in den, in 3.3.4 näher beschriebenen Stabilisierungszweig. Der verbliebene Anteil, wird an einem weiteren Strahlteiler aufgespalten. Der intensivere Strahl dient zum Dopplerkühlen und zur Detektion der Ionen, der schwächere wird zum optischen Pumpen in einen magnetischen Unterzustand des  $4^2S_{1/2}$ -Niveaus verwendet ( $\sigma$ -Strahl). Hierzu wird der Strahl  $\sigma^{+/-}$ -polarisiert und entlang der Magnetfeldachse eingestrahlt (siehe Abbildung 3.8). Die Laserstrahlen werden jeweils durch einen akusto-optischen Modulator (AOM) geschaltet. Für den Strahlengang des Dopplerkühlungsstrahls wird der AOM in Doppelpasskonfiguration aufgebaut. Der Aufbau als Doppelpass sichert an dieser Stelle eine starke Un-

 $<sup>^{17}</sup>$  BSF10-UV, Thorlabs

 $<sup>^{18}</sup>$  405hp, Thorlabs

 $<sup>^{19}</sup>$  Wavelength Meter WS/7 Super Precision, HighFinesse

terdrückung des Restlichtes im ausgeschalteten Zustand. Durch einen schaltbaren Abschwächer<sup>20</sup> vor dem RF-Verstärker<sup>21</sup>, welcher den AOM treibt, kann der Strahl in zwei unterschiedliche Intensitätsstufen geschaltet werden. Die stärkere Stufe wird zur Detektion verwendet, da hierbei viel Fluoreszenslicht gesammelt werden soll, die schwächere zur effizienteren Dopplerkühlung bei reduzierter Sättigungsverbreiterung

Die Strahlengänge der anderen Diodenlaser beinhalten alle einen schaltbaren AOM in Doppelpasskonfiguration, analog zum 397 nm-Aufbau. Der Strahlengang des IR-Laser bei 866 nm beinhaltet einen Stabilisierungszweig ähnlich dem aus Abb. 3.4, die beiden anderen Laser werden lediglich mithilfe einer Softwaresteuerung auf die vom Wavemeter gemessene Wellenlänge stabilisiert.

### 3.3.3. Titan-Saphir-Laser

Für die Anregung des Quadrupolübergangs  $4^2S_{1/2} \rightarrow 3^2D_{5/2}$  bei 729 nm Wellenlänge wird ein auf einen Resonator hoher Finesse stabilisierter Titan-Saphir-Laser (Ti:Sa) verwendet.

Es handelt sich um ein kommerzielles Lasersystem<sup>22</sup>, bestehend aus einem mit Ti<sup>3+</sup>-Ionen dotierten Saphirkristall (Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>), welcher in einem 1,7 m langen Ringresonator platziert ist. Dieser wird von einem, von Diodenlasern gepumpten, frequenzverdoppelten Nd:YVO<sub>4</sub>-Laser<sup>23</sup> gepumpt. Der Laser ist auf einen Temperatur-stabilisierten Resonator mit freiem Spektralbereich von 1,5 GHz und einer Finesse von 1,41 × 10<sup>5</sup> stabilisiert. Eine detaillierte Beschreibung des Aufbaus, insbesondere der Frequenzstabilisierung des Ti:Sa-Lasers ist in [Mac12] zu finden.

### Strahlengang

Der Ti:Sa-Laser hat eine Ausgangsleistung von  $\approx 2$  W. Außer dem in dieser Arbeit vorgestellten Experiment werden zwei weitere Experimente an Calcium-Ionen mit Licht dieses Lasers versorgt. In Fig. 3.6 ist der, für dieses Experiment relevante Strahlengang des Ti:Sa-Lasers gezeigt. Ein Teil der Ausgangsleistung wird über eine Glasplatte in den Stabilisierungs-Zweig reflektiert. Die restliche Leistung kann durch eine Anordnung von mehreren  $\lambda/2$ -Platten und Polarisationsstrahlteilern (PBS) flexibel in vier Strahlen aufgeteilt werden. Die Strahlen werden über polarisationserhaltende Fasern zu den verschiedenen Experimenten geleitet.

<sup>&</sup>lt;sup>20</sup> ZX73-2500, Mini-Circuits

<sup>&</sup>lt;sup>21</sup> ZHL-1-2W, Mini-Circuits

<sup>&</sup>lt;sup>22</sup> Matisse TX, Sirah

<sup>&</sup>lt;sup>23</sup> Millennia Pro 15s, Spectra-Physics



Abbildung 3.5.: Schema des Ti:Sa-Laserresonators. Der Pumpstrahl wird über Spiegel PM1/2 auf den Ti:Sa-Kristall fokussiert. Die Faltungsspiegel FM1/2 kollimieren den fokussierten Strahl. Zwei Etalons (Thin E, Piezo E) sowie der Lyot-Filter (BiFi) bewirken Bandbreitenbegrenzung. Der aus der optischen Ebene versetzte Spiegel M2 wirkt zusammen mit der Terbium-Gallium-Granat-Platte (TGG) als optische Diode. Die Länge des Resonators kann über den auf einem Piezo-Kristall montierten Spiegel TM verändert werden. Über den Spiegel OC wird ein Teil des Strahls ausgekoppelt. [SIR]

### Faserrauschunterdrückung

Wie in Fig. 3.6 gezeigt, erstreckt sich der Strahlengang über zwei optische Tische, welche sich in verschiedenen Stockwerken des Gebäudes befinden. Diese sind über eine 90m lange polarisationserhaltene Einzelmoden-Faser (PMF) miteinander verbunden. Dynamische Dichteschwankungen durch akustische oder thermische Störungen verändern den Brechungsindex des Faserkerns. Diese Modulation der optischen Länge der Faser ist gleichbedeutend mit einer Phasenmodulation des transmittierten Lichtes, welche eine Verbreiterung des spektralen Linienprofils der Strahlung bewirkt [MJYH94]. Um das gewünschte, schmalbandige Linienprofil zu erhalten, wird eine Phasenregelschleife zur Kompensation der Störungen verwendet. Um ein Fehlersignal sowie ein Steuergröße für die Regelung zu erhalten, wird folgender Aufbau verwendet (siehe Abb. 3.6). Vor der Glasfaser passiert das Laserlicht Strahlteiler  $1^{24}$  sowie AOM2 in 1. Beugungsordnung. Ungefähr 10% der Leistung des Lichtes, welches aus dem Faserende austritt wird an Strahlteiler  $2^{25}$  zurück in die Faser reflektiert, passiert AOM2 erneut, um dann mit dem ursprünglichen, nicht frequenzverschobenen Strahl zur Überlagerung gebracht zu werden. Das entstehende Schwebungssignal wird von einer Photodiode<sup>26</sup> großer Bandbreite gemessen. Das gemessene Photodiodensignal mit der mittleren Frequenz  $f = 2 \times \nu_{AOM2}$ enthält nun die Information über die Phasenmodulation, welche durch die Stö-

<sup>&</sup>lt;sup>24</sup> BSF10-B,Thorlabs

 $<sup>^{25}</sup>$  BSF10-B,Thorlabs

<sup>&</sup>lt;sup>26</sup> OP35 Eigenbau



Abbildung 3.6.: Skizzierter Strahlengang des bei 729 nm arbeitenden Ti:Sa-Lasers. Zur besseren Übersicht sind nur für das Verständnis notwendige Komponenten dargestellt.

rungen der Glasfaser verursacht wird. Um ein Fehlersignal zu generieren wird das Photodiodensignal mit dem Signal eines Frequenzgenerators<sup>27</sup>, welcher bei  $2 \times \nu_{AOM2}$  betrieben wird, gemischt. Die Korrektur des Faserrauschens (FNC) wird durch eine Phasenregelschleife erreicht, welche die Abweichung der Phase des gemessenen Signals der Photodiode in Bezug auf eine stabile Referenz minimiert. Als Steuergröße dient die Steuerspannung eines voltage controled oszillator<sup>28</sup> (VCO), welcher über einen RF-Verstärker<sup>29</sup> AOM2 versorgt. Der Schaltplan der verwendeten Elektronik ist in Anhang A.2 dargestellt. Ein Vergleich des mit einem Spektrum-Analyser<sup>30</sup> gemessenen Schwebungssignals im freilaufenden und geregelten Zustand ist in Abb. 3.7(a) gezeigt. Man erkennt eine Unterdrückung des Faserrauschens um  $\approx 30 \,\mathrm{dBm}$ . Teil (b) der Abbildung zeigt ein höher aufgelöstes Spektrum bei  $\Delta f = f - 150 \,\mathrm{MHz}$ . Der gaußförmige Fit des linearen und normierten Peaks ergibt eine volle Halbwertsbreite von  $10.8(1) \,\mathrm{Hz}$ .

Bei einem Auflösevermögen des verwendeten Spektrum-Analysers von 10 Hz kann dies als obere Schranke für die verbleibende Störung angesehen werden.



Abbildung 3.7.: (a) Vergleich des Photodiodensignals des zur Faserrausch-Unterdrückung (FNC) verwendeten Schwebungssignals im freilaufenden (schwarz) und geregelten Zustand (rot). Im freilaufenden Zustand wird AOM2 mit einem Frequenzgenerator gespeist, im geregelten Zustand vom, in der FNC-Elektronik integrierten VCO.

(b) Höher aufgelöstes, linearisiertes Schwebungssignal mit Gauß-Fit.

Hinter AOM2 befinden sich außerdem ein weiterer PBS zur Reinigung der

<sup>&</sup>lt;sup>27</sup> MG 3692C, Anritsu

 $<sup>^{28}</sup>$  POS 150P, Mini-Circuits

<sup>&</sup>lt;sup>29</sup> ZHL-3A-S, Mini-Circuits

<sup>&</sup>lt;sup>30</sup> ZVL-6,Rohde & Schwarz

Polarisation sowie eine  $\lambda/2$ -Platte zum Anpassen der Polarisationsrichtung des Strahls auf die Hauptachse der polarisationserhaltenen Faser. Mithilfe eines Polarisationsanalysators<sup>31</sup> wurde die Abweichung von der gewünschten linearen Polarisation minimiert.

Der durch Strahlteiler 2 transmittierte Strahl passiert AOM3 in Doppelpasskonfiguration. AOM3 wird über einen versatile frequency generator<sup>32</sup> (VFG) gespeist. Dieses Gerät verfügt über die Fähigkeit, RF-Pulsfolgen mit nahezu frei wählbarer Amplitude und Frequenzverteilung zu generieren. Die gewünschte Pulsfolge kann über eine USB-Schnittstelle an das Gerät übertragen werden. Anschließend wird die Pulssequenz über einen Trigger-Eingang gestartet. Die Implementierung dieses Geräts in die Experimentsteuerung wird in 3.5 erläutert. Das Laserlicht kann auf zwei verschiedene Wege zur Paulfalle geleitet werden. Um eine Projektion des Wellenvektors des Strahls auf alle Fallenachsen zu erhalten wird dieser an einem PBS mit den Strahlen der Infrarot-Laser überlagert.

Über einen auf einem abnehmbaren Magnetfuß<sup>33</sup> montierten Spiegel kann der Strahl alternativ in eine Faser gekoppelt werden. Der austretende Strahl wird an einem dichroitischen Spiegel mit der Abbildung der fluoreszierenden Ionen überlagert und über das Kameraobjektiv orthogonal zur axialen Fallenrichtung einstrahlt. Der hierfür verwendete Aufbau wird in Abschnitt 3.4 näher beschrieben.

 $<sup>^{31}</sup>$  SK010PA,Schäfter + Kirchhoff

 $<sup>^{32}</sup>$  VFG 150, Toptica

 $<sup>^{33}</sup>$  KB3X3,Thorlabs



Abbildung 3.8.: Skizzierte Anordnung der im Experiment verwendeten Komponenten. Bis auf den, über das Kameraobjektiv vertikal eingestrahlten Strahl bei 729 nm verlaufen die Strahlen aller verwendeter Laser in einer horizontalen Ebene.

## 3.3.4. Laserstabilisierung

In diesem Abschnitt wird die Stabilisierung der, in Abschnitt 3.3.2 beschriebenen Diodenlaser bei 866 nm und 397 nm sowie des Titan-Saphir-Lasers (Abschnitt 3.3.3) erläutert. Die Stabilisierung verringert die, durch äußere Störungen verbreiterte spektrale Linienbreite der verwendeten Laser und verbessert die Reproduzierbarkeit experimenteller Ergebnisse.

Für die Erzeugung eines Fehlersignals wird das Pound-Drever-Hall Verfahren [DHK<sup>+</sup>83] verwendet. Hierzu wird das phasenmodulierte Licht eines Lasers an einem Referenz-Resonator reflektiert und anschließend von einer Photodiode detektiert. Die Mischung des Photodiodensignals mit dem Modulationssignal liefert das gewünschte Fehlersignal. Es zeichnet sich durch eine antisymmetrische Form mit annähernd linearem Nulldurchgang aus. Ein zusätzlicher Vorteil bei Nutzung eines Resonators mit nicht zu großer Finesse ist der große, durch die modulierte Frequenz gegebene Einfangbereich.

Im Stabilisierungs-Zweig des Ti:Sa-Strahlengangs (siehe Abbildung 3.6) wird die Frequenz des Lichtes zunächst durch AOM1 in Doppelpasskonfiguration um  $+2 \times 398,7$  MHz auf die Resonanzfrequenz der TEM<sub>00</sub>-Mode verschoben. Um die für die Frequenz-Stabilisierung benötigten Seitenbänder zu erhalten, wird ein elektrooptischer Modulator (EOM) verwendet. Das modulierte Licht wird am Resonator reflektiert und durch die Kombination aus, vor dem Resonator befindlichem Polarisationsstrahlteiler und  $\lambda/4$ -Platte auf eine Photodiode gelenkt. Das gewünschte Fehlersignal entsteht als Mischung des Photodiodensignals mit der Antriebsfrequenz des EOM, wobei letztere durch einen Phasenschieber in der Phase angepasst werden kann.

Das Fehlersignal wird gefiltert und anschließend von einer Regelelektronik verarbeitet, welche separate Regelsignale für drei optische Elemente im Resonator des Ti:Sa-Lasers erzeugt. Zum Ausgleich von Störungen im Bereich 50 Hz – 7 kHz werden die im Resonator befindlichen Piezo-Kristalle verwendet. Ein zusätzlich in den Resonator integrierter EOM hat eine Regelungsbandbreite von 10 MHz. Die Regelbandbreite des gesamten Systems beträgt 1,5 MHz. Auf kurzen Zeitskalen ergeben sich Schwankungen um 0,17(5) Hz/s auf langen ein Drift um 9,17(35) kHz/d. Durch die Ermittlung der Kohärenz-Zeit mithilfe von, in einer segmentierten Paulfalle gefangenen <sup>40</sup>Ca<sup>+</sup>-Ionen konnte die Linienbreite des Lasers  $\Delta \nu_{\text{Ti:Sa}} < 45(2)$  Hz eingegrenzt werden [Mac12].

Die Diodenlaser bei 387 nm und 866 nm Wellenlänge werden ebenfalls mit Hilfe des PDH-Verfahrens stabilisiert. Die benötigten Seitenbänder werden durch Modulation des Diodenstroms generiert, weshalb auf einen EOM verzichtet werden kann.

Das erzeugte Fehlersignal wird mithilfe der in Anhang A.2 dargestellten Schaltungen in ein Regelsignal umgewandelt. Als Stellgröße des Frequenzregelkreises dient der Diodenstrom sowie die Spannung am Piezoelement, welches den Gitterwinkel verändert.

Die als Frequenz-Referenz verwendeten Fabry-Pérot-Resonatoren bestehen aus, im Abstand von 10 cm auf einem Ultra low expansion glass (ULE) angebrachten Spiegeln<sup>34</sup> mit Reflektivität R > 99% in konkav-planarer Anordnung. Der rückseitige Spiegel ist auf einem Piezo-Element angebracht, welches die Länge des Resonators kontrolliert. Der vier dieser Resonatoren enthaltende ULE-Block befindet sich in einer Vakuumkammer bei einem Druck von  $2 \times 10^{-4}$ Pa. Die Vakuumkammer ist aktiv temperaturstabilisiert und befindet sich in einer isolierenden Verkleidung. Temperaturstabilierung und Verkleidung bewirkten eine Reduzierung des Frequenzdrifts innerhalb eines Tages. Nötig ist dies aufgrund von Temperaturschwankungen von  $\Delta T \approx 5^{\circ}$ C/d am Ort der Vakuumkammer, die hauptsächlich von der Abwärme der unter dem Breadbord befindlichen Verstärker verursacht wird.

 $<sup>^{34}</sup>$ Rückseite antireflex-beschichtet für die verwendeten Wellenlängen

### 3.3.5. Erzeugung von Vakuum-Ultraviolettem Licht

### Grundlagen der nichtlinearen Optik

In diesem Abschnitt werden einige Grundlagen der nicht-linearen Optik, insbesondere der Vierwellenmischung vorgestellt. Im nächsten Abschnitt wird auf die experimentelle Erzeugung des für die Ein-Photon Rydberg-Anregung sowie Ionisation von <sup>40</sup>Ca<sup>+</sup> notwendigen Laserlichts bei der im Vakuum-Ultraviolett (VUV) liegenden Wellenlänge von  $\approx$ 122 nm eingegangen. Diese Darstellung folgt [Boy03].

Nicht-lineare Optik wird benötigt, wenn die Näherung

$$\boldsymbol{P}(t) = \epsilon_0 \chi^{(1)} \boldsymbol{E}(t)$$

der linearen Optik, welche den Zusammenhang zwischen der elektrischen Feldamplitude  $\boldsymbol{E}(t)$  und der hierdurch induzierten Polarisation des Mediums  $\boldsymbol{P}(t)$ beschreibt, ihre Gültigkeit verliert. Hierbei ist  $\epsilon_0$  die elektrische Feldkonstante und  $\chi^{(1)}$  die lineare Suszeptibilität des Mediums. Bei hoher Intensität des Lichtfeldes ist die Annahme eines linearen Zusammenhangs nicht mehr gültig, sodass sie durch

$$\boldsymbol{P}(t) = \epsilon_0 \left[ \chi^{(1)} \boldsymbol{E}(t) + \chi^{(2)} \boldsymbol{E}^2(t) + \chi^{(3)} \boldsymbol{E}^3(t) + \dots \right]$$

beschrieben wird. Im Allgemeinen handelt es sich bei den Suszeptibilitäten nter Ordnung um Tensoren n-ter Stufe, etwa  $\chi^{(3)} \equiv \chi^{(3)}_{j,k,l}$ , in isotropen Medien und linearer Polarisation reicht es jedoch aus, eine Komponente zu betrachten [Boy03].

Die Nichtlinearität macht unter Anderem die vielfach verwendete Verdoppelung der Frequenz eines eingestrahlten Lichtfeldes möglich. Unter Annahme einer ebenen Welle  $\boldsymbol{E}(t) = Ee^{-i\omega t} + \text{ c.c}$  ist die Polarisation 2-ter Ordnung gegeben durch:

$$\mathbf{P}^{(2)} = 2\epsilon_0 \chi^{(2)} E E^* + (\epsilon_0 \chi^{(2)} E^2 e^{-i2\omega t})$$

Der erste Term führt nicht zur Abstrahlung elektromagnetischer Wellen, während der umklammerte Term eine solche Schwingung mit der doppelten Frequenz enthält.

Für die effiziente Erzeugung von Photonen doppelter Frequenz ist zusätzlich zur notwendigen Energieerhaltung, durch Vernichtung zweier ursprünglicher Photonen, eine Phasenanpassung im Medium nötig, damit die zunächst lediglich temporär und lokale angeregte Schwingung der Polarisation nicht destruktiv interferiert. Bei einer Differenz der beteiligten Wellenvektoren von  $\Delta k = k_1 - k_2$  kann der Intensitätsverlust in Abhängigkeit der Länge des Mediums L angegeben werden als

$$I_2 = I_2^{(max)} \left[ \frac{\sin(\Delta kL/2)}{\Delta kL/2} \right]^2$$

Zur Erzeugung der zweiten Harmonischen im infraroten und sichtbaren Frequenzbereich werden üblicherweise doppelbrechende Kristalle wie z.B. Lithiumtriborat (LBO) oder Beta-Bariumborat (BBO) verwendet.

In diesen lässt sich aufgrund der unterschiedlichen Brechungsindizes für senkrecht und parallel zur optischen Achse polarisiertes Licht, die Dispersion im Material ausgleichen. Durch Kontrolle des Einstrahlwinkels zur optischen Achse sowie der Temperatur lässt sich eine Phasenanpassung  $\Delta k = 0$  von ursprünglichem und verdoppeltem Licht erreichen.

In isotropen Medien tragen aus Symmetriegründen nur Suszeptibilitäten ungerader Ordnung bei [Boy03]. Auftretende nichtlineare Effekte sind somit mindestens dritter Ordnung. Aufgrund der Relation  $\chi_{n+1}! \ll !\chi_n$  sind Prozesse höherer Ordnung jedoch meistens zu vernachlässigen.

Bei der in diesem Experiment verwendeten Vierwellenmischung wird aus Photonen dreier Fundamentallaser mit Frequenzen  $\omega_{1-3}$  ein viertes mit Frequenz  $\omega_4$  erzeugt, wobei jeweils die ursprünglichen Photonen vernichtet werden. Die erzeugte Strahlung besitzt die Summen-Frequenz

$$\omega_4 = +\omega_1 + \omega_2 + \omega_3$$

Auch bei diesem Prozess ist die Phasenanpassung des verwendeten Lichtes von entscheidender Bedeutung für dessen Effizienz. In dem hier beschriebenen Aufbau findet diese Anpassung neben der Wahl der Fundamentalwellenlängen über die Dichte des Quecksilber-Dampfes statt, welcher als nichtlineares Medium genutzt wird. Eine ausführliche Beschreibung der verschiedenen Möglichkeiten zur Phasenanpassung wird in [Kol10] gegeben.



Abbildung 3.9.: Theoretisch berechnete Effizienz der Vierwellenmischung (FWM) in Hg in Abhängigkeit der Wellenlänge. Im linken Graph ist der Bereich um das 11<sup>1</sup>P-Niveau bei 122,4 nm, im rechten um 10<sup>1</sup>P bei 123,2 nm gezeigt. Grüne Punkte markieren die für die Anregung Rydberg-Niveaus mit Hauptquantenzahl n notwendige Wellenlänge. [SKFK<sup>+</sup>11]

Die Leistung des im Experiment erzeugten Lichtes kann angegeben werden als:

$$P_4 = \frac{9}{4} \frac{\omega_1 \omega_2 \omega_3}{\pi^2 \epsilon_0^2 c^6} \frac{1}{b^2} \left(\frac{1}{\Delta k_a}\right)^2 |\chi_a^{(3)}|^2 P_1 P_2 P_3 G(bN\Delta k_a)$$

Hierbei ist  $\omega_i$  die Kreisfrequenz und  $P_i$  die Leistung der Fundamentallaser, N die Dichte des Mediums mit nichtlinearer Suszeptibilität  $\chi_a^{(3)}$  und  $\Delta k_a$ der Unterschied des Wellenvektor pro Atom.  $G(bN\Delta k_a)$  beschreibt hierbei die Phasenanpassung. Diese Gleichung gilt unter der Annahme eines nichtabsorbierenden Mediums und stark fokussierten Fundamentallasern mit gleicher Rayleight-Länge.

### Experimentelle Realisierung der Vierwellenmischung

Erzeugung von kohärentem kontinuierlichem Licht im VUV-Bereich stellt eine große technische Herausforderung dar. Die hier vorgestellte Quelle für kohärente VUV-Strahlung wurde ursprünglich zur Dopplerkühlung von Antiwasserstoff entwickelt [KBD<sup>+</sup>10]. Die Nähe der Wellenlänge des hierfür verwendeten Lyman- $\alpha$ -Übergangs bei 121, 5 nm zu der, zur Rydberganregung von Calcium-Ionen verwendeten Wellenlänge von 122,04 nm (siehe Abb. 3.9), erlaubt die Verwendung eines modifizierten Aufbaus zu diesem Zweck.

Für die VUV-Erzeugung wird dreifach resonante Vierwellenmischung in Quecksilber verwendet. Die Ausnutzung der Vergrößerung der nichtlinearen Suszeptibilität in der Nähe von optischen Übergängen erhöht die Effizienz der VUV-Erzeugung signifikant. Deshalb werden die drei verwendeten Fundamentallaser im Bereich der Übergänge  $6^{1}S \rightarrow 6^{3}P$ ,  $6^{3}P \rightarrow 7^{1}S$  und  $7^{1}S \rightarrow 11^{1}P$  bzw.  $10^{1}P$  betrieben. Wobei die Verstimmung zum 6<sup>3</sup>P-Niveau relativ groß gewählt wird. Auf diese Weise wird ein Zwei-Photonen-Übergang  $6^{1}S \rightarrow 7^{1}S$  getrieben, was den Vorteil einer vergrößerten Suszeptibilität bei geringer Absorption hat. Das Termschema von Quecksilber mit den beteiligten Ubergängen ist in Abbildung 3.10 dargestellt. Um die benötigten Fundamentallaserstrahlen zu erzeugen, werden ein kryogener Yb-Faserverstärker bei 1015nm, ein Ti:Sa-Laser bei 816 nm und ein Faserverstärker bei 1080 nm verwendet. Die Faserverstärker werden jeweils von Diodenlasern getrieben. Die Frequenzen dieser Laser werden jeweils verdoppelt, die des kryogenen-Faserverstärkers in zwei Schritten vervierfacht. Zur Verdoppelung werden temperaturstabilisierte Lithiumtriborat (LBO)- bzw. Beta-Bariumborat (BBO)-Kristalle für Verdoppelung von 508 nm verwendet, welche sich zur Steigerung der Konversions-Effizienz in einem stabilisierten Resonator befinden.

Die auf diese Weise erzeugten Fundamentallaserstrahlen werden an dichroitischen Spiegeln überlagert und in eine Vakuum-Kammer fokussiert, welche die Quecksilberdampf-Zelle enthält. Diese ist zur Phasenanpassung auf 120°C temperaturstabilisiert. Zur Trennung der VUV-Strahlung von den Strahlen der Fundamentallaser wird eine MgF<sub>2</sub>-Linse verwendet. Aufgrund der Dispersion



Abbildung 3.10.: Hg-Niveauschema mit für die VUV-Erzeugung verwendeten Übergängen.

für die sehr unterschiedlichen Wellenlängen ergibt sich eine kürzere Brennweite der Linse für den VUV-Strahl ( $f_{\rm VUV} = 13 \,{\rm cm}$ ) im Gegensatz zu den Fundamentalstrahlen ( $f_{\rm Grün} = 21, 5 \,{\rm cm}$ ). Ein kleiner Spiegel im Brennpunkt der Fundamentalstrahlen filtert diese effektiv heraus, während der VUV-Strahl nur um  $\approx 30\%$  abgeschwächt wird. Eine weitere MgF<sub>2</sub>-Linse, welche über einen XYZ-Verschiebetisch<sup>35</sup> positioniert werden kann, dient der Fokussierung des VUV-Strahls auf den Ionenkristall sowie der Trennung der Vakuumkammern für VUV-Erzeugung (HV) und Ionenfalle (UHV). Der Strahl propagiert entlang der Symmetrie-Achse der Ionenfalle durch die hierfür vorgesehenen Bohrungen in den Endkappen und trifft danach auf den Photomultiplier (PMT) (siehe Abb. 3.8). Zur Untergrundreduktion sind drei verschiedene Filter<sup>36</sup> vor dem PMT plaziert. Zusammen mit der Effizienz des PMT ergibt sich eine Detektionseffizienz von  $\approx 1, 3 \times 10^{-4}$ .

# 3.4. Kamerasystem

Das System zur Detektion der Fluoreszenz des Ionenkristalls besteht aus einem Objektiv der Brennweite 66,8 mm, welches den Ionenkristall über einen Spiegel auf eine EMCCD<sup>37</sup>-Kamera<sup>38</sup> abbildet. Der aus  $512 \times 512$  Pixel der Grö-

<sup>&</sup>lt;sup>35</sup> ULTRAlign Integrated Crossed-Roller Bearing Linear Stage, Newport Corporation

 $<sup>^{36}</sup>$  Transmitivität für VUV T $_1=20,5\%,$  T $_2=14,5\%,$  T $_3=3,5\%$ 

 $<sup>^{37}</sup>$  electron multiplying charge-coupled device

<sup>&</sup>lt;sup>38</sup> iXon3 897 Single Photon Detection EMCCD Camera, A-DU897-ECS-BBB, Andor Technology

ße 16 $\mu$ m×16 $\mu$ m bestehende EMCCD-Sensor wird thermoelektisch auf -70°C gekühlt, um Hintergrundrauschen zu minimieren. Zum Schutz vor Streulicht befindet sich ein nur für die Fluoreszenz-Wellenlänge transparenter Filter vor der Kamera. Zur Abdunkelung verläuft der Strahlengang zur Vakuumkammer durch PVC-Rohre.

Objektiv und Umlenkspiegel sind über ein verwindungssteifes Aluminiumprofil mit der Kamera verbunden. Die gesamte Abbildungsoptik kann mithilfe einer am Objektiv befestigten 3D-Verschiebeplattform justiert werden. Eine ausführliche Beschreibung des Aufbaus ist in [Nab12] zu finden.



Abbildung 3.11.: Skizzierte Anordnung des Kamerasystems.

## 3.4.1. Charakterisierung

Die Bestimmung des Abbildungsmaßstabes des Kamerasystems erfolgt mithilfe eines Vergleichs simulierter<sup>39</sup> Ionenabstände mit der Abbildung desselben Kristalls. Der Abstand der Ionen in einem linearen Kristall ist nur von der Ionenanzahl N sowie der axialen Fallenfrequenz  $\omega_z$  abhängig. Durch elektronische Anregung der Schwerpunkts-Schwingung kann diese ermittelt werden. Die Ionenpositionen lassen sich durch einen zweidimensionalen Gaußfit der ausgelesenen Fluoreszenz-Datenpunkte bestimmen. Zum Vergleich der auf diese Weise ermittelten Position der Fluoreszenz-Maxima (in Pixel) mit den simulierten Ionenkoordinaten (in  $\mu$ m) wird eine Koordinatentransformation benö-

<sup>&</sup>lt;sup>39</sup> Algorithmus zur Simuationsrechnung befindet sich in Anhang A.3



Abbildung 3.12.: Koordinaten-Transformation der EMCCD-Aufnahmen. Zum Vergleich mit den simulierten Ionenpositionen (rote Kreuze) werden die durch 2D-Gauß-Fit ermittelten Ionenpositionen (blaue Punkte) skaliert und gedreht. Die Standardabweichung (grüne Ellipsen) einer Serie von Messungen (schwarze Punkte) ist eine Größenordnung kleiner als die Breite der Gauß-Peaks (schwarze Kreise).

tigt. Zur Berechnung dieser wird zunächst die Schwerpunkts-Koordinate des Kristalls durch Mittelwertbildung der Positionen einzelner Ionen ermittelt. Anschließend erfolgt eine Rotation um die Symmetrieachse des Kristalls, um gemessenen und simulierten Ionenkristall zu überlagern. Minimierung<sup>40</sup> der Differenz von transformierten Ionenpositionen mit den simulierten Ionenpositionen für einen linearen Ionenkristall, liefert den Skalierungsparameter in axialer Richtung sowie Drehwinkel und Mittelpunkt des Kristalls.

Die Berechnung der optimalen Transformation ergibt einen Skalierungsfaktor von  $0.948(3)\mu$ m/Pixel und somit bei einer Pixelgröße von  $16\mu$ m eine Vergrößerung des optischen Systems von 16.88(5). Die Abweichung von der Symmetrieachse beträgt 3°.

In Serie aufgenommene Bilder eines Ionenkristalls zeigen, dass die durch Gauß-Fit berechneten Ionenpositionen um etwa eine Größenordnung genauer als das Auflösevermögen von  $0, 9 \,\mu$ m ermittelt werden können (Abb. 3.12). Das Auflösevermögen ist durch die numerische Apertur (NA) von 0,27 begrenzt. Da ein Drift des Fokus aufgrund von Erwärmung der, um das Objektiv platzierten Magnetfeldspule festgestellt wurde, ist die im Experiment erreichte Auflösung im Allgemeinen geringer als im Idealfall. Des Weiteren ist die Auflösung durch die Größe eines Pixels limitiert.

<sup>&</sup>lt;sup>40</sup> numerisch berechnet mit der Software Mathematica

### 3.4.2. Aufbau zur Adressierung einzelner lonen

Für einige der geplanten Messungen mit Rydberg-Ionen ist es von Bedeutung, einzelne Ionen selektiv anzuregen. Die vielversprechendste Methode dies zu erreichen, ist die Adressierung einzelner Ionenen eines Kristalls mithilfe eines stark fokussierten 729 nm Strahls. Ist die Strahltaille wesentlich kleiner als der Ionenabstand, führt ein resonanter  $\pi$ -Puls nur zur Anregung eines Ions, während die Besetzungswahrscheinlichkeit des  $3^2D_{5/2}$ -Niveaus für benachbarte Ionen vernachlässigt werden kann.

Um einen möglichst kleine Strahltaille zu erhalten, wird der Strahl mithilfe des Kameraobjektivs auf die Ionen fokussiert. Zu diesem Zweck wurde auf der optischen Achse zwischen Kamera und Umlenk-Spiegel ein dichroitischer Spiegel<sup>41</sup> platziert. Ein Käfigsystem<sup>42</sup> verbindet den Faserkoppler<sup>43</sup>, über den das Licht aus der Glasfaser ausgekoppelt wird, mit dem Spiegelhalter. Der Abstand Faserkoppler zu Objektiv sowie der Divergenzwinkel des ausgekoppelten Laserstrahls wurden so gewählt, dass die gesamte Apertur des Objektivs genutzt wird und der Strahl auf ein Ion fokussiert wird. Dies führt im Idealfall zu einem Fokus von  $w_{0,theor} = 1,65 \,\mu$ m. Die Messung der tatsächlich erreichten Größe der Strahltaille wird in Unterabschnitt 4.1.6 vorgestellt. Zur Ausrichtung des Strahls auf den Ionenkristall wird, nach anfänglicher Justage, nur noch der 3D-Verschiebetisch des Kamerasystems verwendet.

# 3.5. Experimentsteuerung

Für die in Kapitel 4 dargestellten Experimente müssen eine Vielzahl von Parametern kontrolliert werden. Zum Einen handelt es sich hierbei um die "manuelle" Kontrolle von Einstellungen, welche gleichbleibende Messergebnisse sicherstellen sollen. Hier sind vor allem die Wellenlängenstabilität der verwendeten Laser zu nennen. Zum Anderen werden für alle Manipulationen der elektronischen Anregung automatische Sequenzen verwendet, welche sich auf Zeitskalen abspielen, welche nicht mehr "von Hand" kontrollierbar sind. Für Letzteres ist eine Computersteuerung unverzichtbar, für Ersteres mindestens wünschenswert, da Kontrolle der vielen Parameter ansonsten kaum zu bewerkstelligen wäre. Auf das verwendete Softwaresteuerung-Programm wird im nächsten Abschnitt eingegangen. Zur Kontrolle der meisten Parameter wird ein Hochgeschwindigkeits-Ausgangsmodul<sup>44</sup> sowie ein Analog-Ausgangsmodul für statische Signale<sup>45</sup> verwendet. Ersteres besitzt acht Analog-Kanäle, wel-

 $<sup>^{41}</sup>$ 2" transparent für 397 nm

 $<sup>^{42}</sup>$  LCP02/M, ER4, KC1/M, Thorlabs

 $<sup>^{43}</sup>$  60FC, Schäfter + Kirchhoff

 $<sup>^{44}</sup>$  PCI-6733, National Instruments Corporation

<sup>&</sup>lt;sup>45</sup> PCI-6703, National Instruments Corporation

che Spannungen von  $-10\,\mathrm{V}-+10\,\mathrm{V}$ mit einer Auflösung von 16 bit und einer Schaltfrequenz von 1 MHz liefern und acht Digital-Kanäle, welche in Transistor-Transistor-Logik (TTL) mit maximaler Taktfrequenz von 10 MHz schalten. Lsetztere bietet 16 Analog-Kanäle mit gleichen Spezifikationen. Als Schnittstelle zum Auslesen der Kameradaten sowie dessen Steuerung wird eine Kamera-Kontrollkarte<sup>46</sup> verwendet.

PCI-6733		PCI-6703	
Kanal	Kontrollparameter	Kanal	Kontrollparameter
D0	393 nm-AOM	A0	DC-Elekrode 1
D1	397 nm-AOM	A1	DC-Elektrode 2
D2	866 nm-AOM	A2	Resonator 866 nm
D3	854 nm-AOM	A3	Resonator 397 nm
D4	$\sigma$ -397 nm-AOM	A4*	$\operatorname{Pulslaser}$
D5	Kamera	A5	N.C.
D6	729 nm-VFG	A6*	UV-Schutter
D7	397 nm-AOM-Abschwächer	A7	N.C.
A0	VUV-Wellenlänge	A8	393 nm Piezo
A1	RF-Abschwächer	A9	854 nm Piezo

Tabelle 3.1.: Tabelle der Belegung des Experimentsteuerungsmoduls.

Die Tabelle 3.1 enthält eine Übersicht der Kanäle der Ausgangsmodule sowie der von ihnen kontrollierten Parameter. Bei den mit vorangestellten D gekennzeichneten Kanäle handelt es sich um Digitalkanäle. Die Kanäle der PCI-6733 können in Sequenzen schnell sowie synchronisiert geschaltet werden. Die Kanäle des Moduls PCI-6703 können nicht in Sequenzen verwendet werden. Kanäle D0-D4 schalten die entsprechende Laserstrahlen. D5 kontrolliert Beginn und Ende der Belichtungszeit der EMCCD-Kamera. D6 setzt das Trigger-Signal des VFG. Über die analogen Ausgänge der beiden verwendeten Karten werden die Spannungen zum Einstellen der Wellenlängen der Diodenlaser eingestellt. Im Fall der beiden stabilisierten Laser bei 866 nm und 397 nm kontrolliert die Spannung die Position der Piezo-Elemente des Resonators und somit dessen Länge. Die beiden Wellenlängern der unstabilisierten Laser werden direkt über die im erweiterten Resonator befindlichen Piezo-Elemente gesteuert. Außerdem werden die Spannungen an den DC-Elektroden der Paul-Falle kontrolliert. Der Ausgang A4 schaltet den Pulslaser, A6 den Schutter, der den Strahlengang des UV-Fundamentallaser blockiert. Für diese Ausgänge könnten auch Digital-Ausgänge verwendet werden, aufgrund der langsameren Reaktion dieser Bauteile ist eine schnelle Schaltung aber nicht notwendig.

<sup>&</sup>lt;sup>46</sup> A-CCI-24-Controller Card, PCIe, Andor Technology

# 3.5.1. Softwaresteuerung

Ein großer Teil des Experiments ist mit der Software MCP<sup>47</sup> (Master Control Programm) steuerbar. Durch modularen Aufbau ist es möglich, individuelle, in C++ programmierte Unterprogramme einzufügen. Zusätzlich verfügt das Programm über eine individuell modifizierbare graphische Oberfläche, welche eine flexible Anpassung der Kontrollmöglichkeiten an die experimentellen Erfordernisse erlaubt.

Das Programm verfügt über Schnittstellen zu verwendeten Hardware-Komponenten (Digital/Analog-Karten, EMCCD-Kontrollkarte, VFG). Dies erlaubt es individuelle Messsequenzen zu erstellen, bei denen die verschiedenen Komponenten von der Software geschaltet werden.

Der Großteil der experimentell erhaltenen Messdaten bezieht sich auf die von der verwendeten EMCCD-Kamera gemessenen Fluoreszenz der Ionen. MCP verfügt über Funktionen zur automatisierten Verwertung dieser Daten sowie deren Darstellung und Speicherung [Rus12]. Für die in Abschnitt 4.1 dargestellten Spektroskopie-Messungen ist es von entscheidender Bedeutung, zu bestimmen in welchem Zustand sich das Ion befindet. Dies reduziert sich auf die Unterscheidung, ob das Ion Licht der Wellenlänge 397 nm fluoresziert oder nicht. Bleibt das Ion bei Beleuchtung dunkel, befindet es sich im Zustand  $3^2D_{5/2}$ . Zur Unterscheidung dieser Zustände wird ein Schwellwert ermittelt. Hierzu wird die in Abbildung 3.13 dargestellte Sequenz durchgeführt. Die Pixel-Bereiche, in dem sich die einzelnen Ionen befinden, werden mit Rahmen (region of interest ROI) markiert. Die Counts der so markierten Pixel werden aufsummiert, sodass sich die Information über den Ionenzustand auf diese Zahl reduziert. Durch Vergleich dieser Zahl mit dem Schwellwert wird der Zustand des Ions ermittelt.

<sup>&</sup>lt;sup>47</sup> Entwickler: u.A. K. Singer, F. Ziesel, A. Wiens, R. Maiwald, G. Huber, T. Ruster



Abbildung 3.13.: Sequenz zur Festlegung des Helligkeits-Schwellwerts. Es werden gleichlange Fluoreszenz-Messungen mit Detektionszeit  $t_2$ mit und ohne 866 nm-Strahl durchgeführt. Vor der Detektion werden die Ionen über den Zeitraum  $t_1$  dopplergekühlt, um den gleichen Zustand zu initialisieren. Ohne den Rückpumplaser bei 866 nm wird der dunkle Zustand  $3^2D_{3/2}$  besetzt. Die Detektion kann optional mit abgeschwächtem 397 nm-Strahl (397<sup>\*</sup>) durchgeführt werden.

# 4. Experimentelle Ergebnisse

# 4.1. Quadrupolanregung $S_{1/2} \rightarrow D_{5/2}$

In diesem Abschnitt werden die experimentellen Ergebnisse der Spektroskopie auf dem Quadrupolübergang vorgestellt.

Die Integration des schmalbandigen Lasers in den Versuchsaufbau ermöglicht die kohärenten Anregung des  $3^2D_{5/2}$ -Niveaus. Die Kontrolle der kohärenten Dynamik des Zwei-Niveau-Systems aus Grundzustand und langlebigen  $3^2D_{5/2}$ -Niveau eröffnet die Möglichkeit, Quanteninformations-Experimente durchzuführen. Des weiteren ist eine detaillierte Analyse des Zustandes der Ionen in der Paulfalle möglich. Hierzu gehört die Untersuchung der Temperatur nach dem Dopplerkühlen, die Bestimmung des Magnetfeldes am Ort der Ionen sowie die Ermittlung der Fallenfrequenzen.

Der Aufbau zum Adressieren einzelner Ionen kann zukünftig für die selektive Anregung von Rydberg-Ionen verwendet werden.

Die Ergebnisse dieses Abschnitts dienen als Grundlage für die in Kapitel 5 vorgestellte Berechnung der Anregungswahrscheinlichkeit der Rydberg-Zustände.

Abschnitt 4.1.1 behandelt das optische Pumpen in einen magnetischen Grundzustand. In Abschnitt 4.1.2 werden die verwendeten Pulssequenzen erläutert.

Im 4.1.3 wird die Magnetfeldaufspaltung durch den Zeeman-Effekt thematisiert.

Eine weitere wichtige Kennzahl des Experiments ist die durch Dopplerkühlen erreichbare Temperatur der Ionen. Abschätzungen hierzu werden in Abschnitt 4.1.4 angegeben. In Abschnitt 4.1.5 werden die Seitenbänder für beide verwendeten Strahlrichtungen untersucht.

Zu der mithilfe des schmalbandigen Ti:Sa-Lasers möglichen, kohärenten Anregung des  $D_{5/2}$ -Niveaus, werden in 4.1.6 Ergebnisse präsentiert.

# 4.1.1. Zustands-Präparation

Nach dem Dopplerkühlen haben die beiden  $4^2S_{1/2}$ -Zeemanniveaus vergleichbare Besetzungswahrscheinlichkeit. Um einen reinen Zustand als Ausgangszustand zu präpariere,n wird deshalb optisches Pumpen in einen der Unterzustände angewendet. Für diesen Vorgang wird der in Abschnitt 3.3.2 beschriebene 397-nm- $\sigma$ -Strahl verwendet. Durch die Einstrahlung entlang der Magnetfeldachse und die definierte Polarisation ist es möglich, einen der Unterzustände zu entleeren.



Abbildung 4.1.: Übergänge zwischen magnetischen Unterzuständen  $4^2S_{1/2} \rightarrow 4^2P_{1/2}$ .

Das Funktionsprinzip wird in Abb. 4.1 verdeutlicht: Bei Verwendung von  $\sigma^+$ -polarisiertem Licht ist nur der Übergang  $|S_{1/2}, -1/2\rangle \rightarrow |P_{1/2}, +1/2\rangle$  möglich. Über mehrere Zyklen wird dieser Zustand entleert, sodass nur noch das obere Grundzustandsniveau besetzt ist. Analog lässt sich bei Verwendung von  $\sigma^-$ -polarisiertem Licht das untere Niveau besetzten. Qualität der Polarisation und Ausrichtung des Magnetfeldes lassen sich überprüfen, indem ausschließlich der  $\sigma$ -Strahl zur Dopplerkühlung verwendet wird, während die Fluoreszenz der Ionen detektiert wird.Bei Rotation der  $\lambda/4$ -Platte beobachtet man eine Modulation des Fluoreszenz bei ausgeschaltetem 866 nm Strahl. Unterschiede zum Minimum des modulierten Signals ergeben sich aus unvollständiger Polarisation oder falscher Magnetfeldausrichtung.

### 4.1.2. Spektroskopie-Sequenz

Eine Spektroskopie-Messreihe stellt die über N Einzelmessungen gemittelte Anregungswahrscheinlichkeit p des Zustands  $|D_{5/2}\rangle$  in Abhängigkeit der Frequenz des 729 nm-Pulses dar. Das Ergebnis einer Einzelmessungen ist immer 0 (Ion hell) oder 1 (Ion dunkel), abhängig vom Schwellwert der in Abschnitt 3.5.1 beschriebenen Kalibrierungs-Messung.

Der Fehler eines Messpunktes ergibt sich als Fehler des Mittelwerts einzelner projektiver Messungen mit Varianz  $(\Delta P)^2 = \langle (P - \langle P \rangle)^2 \rangle = p(1 - p)$ . Wobei P der Projektions-Operator  $P = |D_{5/2}\rangle \langle D_{5/2}|$  und p sein Erwartungswert ist.



Abbildung 4.2.: Screenshot MCP: EMCCD-Countrate in Abhängigkeit der Zeit bei Rotation der  $\lambda/4$ -Platte. Der Kontrast der Modulation entspricht 90-95% in Relation zum Untergrundwert (866 nm-Strahl ausgeschaltet.)

Die Unsicherheit eines Messpunktes berechnet sich demnach zu [IBB+93]:

$$\Delta p = \sqrt{\frac{p(1-p)}{N}}$$



Abbildung 4.3.: Spektroskopie-Sequenz  $4^2S_{1/2} \rightarrow 4^2S_{1/2}$ . Zunächst wird das Ion gekühlt und optisch in einen  $4^2S_{1/2}$ -Unterzustand gepumpt. Anschließend folgt der 729 nm-Puls, gefolgt von der Detektion des Zustands. Die Dauer der einzelnen Schritte  $t_i$ kann auf der graphischen Oberfläche angepasst werden.

Wichtige Parameter zur Steuerung der VFG-Sequenz sind die Schrittweite der AOM-Frequenz  $\Delta f_{AOM3}$ , die Leistung  $P_{VFG}$  sowie die Pulsdauer  $t_{VFG}$ . Wird die Schrittweite zu groß gewählt, besteht die Gefahr, die schmalbandigen Übergänge nicht anzuregen. Dies kann in gewisser Weise durch die Wahl der zwei anderen Parameter kompensiert werden. Aufgrund der Fourier-Limitierung sind



Abbildung 4.4.: Zeeman-Aufspaltung der Niveaus  $4^{2}S_{1/2}$  mit  $g_{J} = 2$  und  $3^{2}D_{5/2}$  mit  $g_{J} = 6/5$ . Für die zwei Unterzustände des Grundzustands existieren jeweils fünf, mit den Auswahlregeln für Quadrupolübergänge verträgliche Übergänge.

Pulsdauer und spektrale Breite miteinander verknüpft  $\Delta f_{AOM3}t_{VFG} = \text{const}$ , wobei der genaue Wert der Konstante von der Pulsform abhängt. Somit überdecken kürzere Pulse einen breiteren Frequenzbereich. Mit steigender Intensität des Lichtes erreicht man ein Regime, indem die Sättigung des Übergangs die Linienbreite vergrößert.

### 4.1.3. Zeeman-Aufspaltung

Befinden sich Teilchen in einem äußeren Magnetfeld  $\boldsymbol{B}$ , hebt sich die Entartung der magnetischen Unterzustände auf. Die Stärke dieser Aufspaltung hängt von der Magnetfeldstärke  $|\boldsymbol{B}|$  sowie dem magnetischen Dipolmoment  $\boldsymbol{\mu}$  ab und ist in schwachen Magnetfeldern gegeben durch:

$$\Delta E = -\boldsymbol{\mu} \boldsymbol{B} = -\mu_z B_z$$

Hierbei ist die z-Komponente des magnetischen Dipolmoments gegeben durch

$$\mu_z = -g_J \mu_B m_J$$

mit dem Bohrschen Magneton $\mu_B,$  der magnetischen Quantenzahl $m_J$ sowie dem Landé-Faktor

$$g_J = 1 + \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)}$$

Aus den Auswahlregeln für Quadrupolübergänge  $|\Delta L| \leq 2$  ergibt sich eine Aufspaltung in die zehn in Abbildung 4.4 gezeigten Übergänge.

Wie in Abschnitt 3.2 beschrieben, befinden sich drei Spulenpaare außerhalb der Vakuumkammer, mit deren Hilfe das Magnetfeld am Ort der Ionen kontrolliert werden kann. Optimale Bedingungen für das Experiment liegen bei einem Magnetfeld von wenigen Gauß in Richtung des  $\sigma$ -Strahls vor. In diesem Fall ist die Zeeman-Aufspaltung klein genug, um die Qualität der Dopplerkühlung nicht durch eine Verbreiterung der Linienbreite des Übergangs  $4^2S_{1/2} \rightarrow 4^2P_{1/2}$  zu vermindern und groß genug, um die verschiedenen Zeeman-Übergänge  $4^2S_{1/2,m_j} \rightarrow 3^2D_{5/2,m'_j}$  spektral zu trennen.



Abbildung 4.5.: Spektrum des Übergangs  $4^2S_{1/2} \rightarrow 3^2D_{5/2}$  bei einem Magnetfeld von 10 G. Das Spektrum ist aus drei, jeweils 70 MHz abdeckenden Einzelmessungen zusammengesetzt. Es wurde für jede Messung die gleiche Sequenz verwendet, wobei die Frequenz des Ti:Sa-Lasers um +30 MHz (rot) bzw. -20 MHz (grün) gegenüber der gewöhnlich verwendeten Frequenz (blau) verschoben wurde. Bei den Linien passender Farbe handelt es sich um Gauß-Fits der einzelnen Peaks. Die schwarzen Balken zeigen die für B = 10 G berechneten Übergänge mit Mittelpunkt bei 222,4 MHz.

In Abbildung 4.5 ist das Zeeman-Spektrum des Quadrupol-Übergangs gezeigt. Diese Messung dient vorrangig dazu, die komplette Zeeman-Aufspaltung zu erfassen. Daher werden die Parameter der Sequenz so gewählt, dass die Seitenbänder nicht aufgelöst werden.

Das gemessene Spektrum dient neben der sicheren Zuordnung der gefundenen Übergänge der Kenntnis der Frequenz des nicht aufgespaltenem Übergangs. Dieser liegt bei 222,4 MHz im Zentrum des symmetrischen Spektrums. Aufgrund eines unerwartet großen Stör-Magnetfeldes von  $B \approx 17 \,\text{G}$ , war es mit den vorhandenen Magnetfeldspulen nicht möglich, das Magnetfeld am Ort der Ionen komplett zu kompensieren. Als Grund für dieses Magnetfeld werden magnetisierte Bauteile im Umfeld der Ionen (Ionenfalle, deren Halterung, Vakuumpumpe) vermutet, da Messungen mit einem Magnetfeldsensor außerhalb der Vakuumkammer lediglich Magnetfelder erwarteter Größe ( $B \approx 1 \,\text{G}$ ) ergaben. Beim geplanten Wechsel der gegenwärtig verwendeten Stabfalle zu einer segmentierten Ionenfalle (siehe Abschnitt 6.1), kann dieses Problem mit geringem Zeitaufwand gelöst werden. Der Einbau größerer Magnetfeldspulen ist aus Platzgründen im gegenwärtigen Aufbau nicht zu realisieren. Der Betrieb der vorhandenen Spulen mit höheren Stromstärken führt aufgrund der höheren Wärmeentwicklung zu Störungen anderer Komponenten, insbesondere des Kameraobjektivs.

Aus diesem Grund wurde ein Neodym-Permanentmagnet auf dem Deckel-Flansch platziert, um das vertikal verlaufende Störfeld zu kompensieren.

Wie in Abbildung 4.6 zu sehen ist, kann auf diese Weise das Magnetfeld am Ort der Ionen auf  $B \approx 4,5$  G reduziert werden.

### 4.1.4. Abschätzung der lonentemperatur

Zum Kühlen der Ionen in der Paulfalle wird der Laser bei 397 nm Wellenlänge verwendet. Hierzu wird der Dopplereffekt ausgenutzt. Die Absorptionsfrequenz eines elektronischen Übergangs  $\omega$  verschiebt sich in Bezug auf die Übergangsfrequenz im Ruhesystem  $\omega_0$ , sobald Lichtquelle und Teilchen eine relative, nicht orthogonale Geschwindigkeit v zueinander aufweisen. Beschränkt man die Betrachtung auf eine Raumrichtung, ergibt sich für die veränderte Resonanzfrequenz:

$$\omega = \omega_0 \left( 1 + \frac{v_x}{c} \right)$$

Die Geschwindigkeits-Verteilung in einem Ensemble von  $N_0$  Teilchen mit Temperatur T im thermischen Gleichgewicht lässt sich durch die Maxwell-Boltzmann-Verteilung beschreiben:

$$N(v_x) = N_0 \left(\frac{2k_BT}{\pi m}\right)^{1/2} \exp\left(-\frac{mv_x^2}{2k_BT}\right)$$

Hierbei ist m die Masse der Teilchen und  $k_B$  die Boltzmann-Konstante.

Durch das Einstrahlen von Licht mit Wellenlängen oberhalb der Resonanzwellenlänge absorbieren vermehrt Teilchen mit Geschwindigkeitskomponente in Richtung der einfallenden Laserstrahlung. Anschließend emittieren die Teilchen spontan in zufälliger Richtung. Diese Prozesse sind mit einem Impulsübertrag  $\Delta p = -\frac{h}{\lambda}$  auf das Teilchen verbunden. Da nun für die Absorption Teilchen, welche sich nicht in Ruhe befinden, bevorzugt werden, findet im Mittel über viele Absorptions- und Emmisionszyklen eine Abbremsung und damit



Abbildung 4.6.: Zeeman-Aufspaltung des  $4^2S_{1/2} \rightarrow 3^2D_{5/2}$  Übergangs bei einem Magnetfeld von  $B \approx 4, 5$  G. Die große Unterdrückung der Übergänge vom  $|S_{1/2}, -1/2\rangle$ -Niveau zeigt, dass das Magnetfeld annähernd parallele Ausrichtung zum  $\sigma^+$ -polarisierten 397 nm-Strahl besitzt, welcher dieses Niveau entleert. Aufgrund der starken Übersättigung des Übergangs ist das Mikrobewegungs-Seitenband des  $|S_{1/2}, 1/2\rangle \rightarrow |D_{5/2}, 5/2\rangle$ -Übergangs bei  $\approx$  198 MHz sichtbar. Die schwarzen Balken entsprechen den berechneten Werten für B = 4, 5 G.

Kühlung der Teilchen statt. Die mit dieser Technik erreichbare Temperatur wird theoretisch durch die natürliche Linienbreite des verwendeten Übergangs begrenzt:

$$T_{min} = \frac{\hbar\gamma}{2k_B}$$

Das theoretische Dopplerkühl-Limit für den verwendeten Übergang  $4^2S_{1/2} \rightarrow 4^2P_{1/2}$  mit einer natürlichen Linienbreite von  $\Delta\nu_{P_{1/2}} = 22,3 \text{ MHz}^1$  beträgt  $T_{min} = 0,48 \text{ mK}$ . Durch Vergrößerung der Linienbreite durch den, im letzten Abschnitt behandelten Zeeman-Effekt sowie die Mikrobewegung wird die Kühlung jedoch uneffektiver.

Durch intensive Laserstrahlung wird der Übergang gesättigt, was zu einer weiteren Verbreiterung der Linie führt.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> http://physics.nist.gov



Abbildung 4.7.: Spektrum des Quadrupolübergangs zur Temperaturabschätzung mit Gauß-Fit. Verwendete Parameter für die Sequenz: Schrittweite 50 kHz, Pulsdauer  $50\mu$ s.

$$\Delta\omega_{\rm FWHM} = 2\gamma \sqrt{1 + \frac{|E|^2}{|E_s^0|^2}}$$

Mit der Sättigungs-Feldstärke

$$|E_s^0|^2 = \frac{\hbar^2}{4|\mu_{ba}|^2 T_1 T_2}$$

Wobei  $T_1$ ,  $T_2$  die Lebensdauer und die Dephasierungszeit des Angeregten Niveaus und  $\mu_{ba}$  dessen Dipolmoment darstellt [Boy03].

Mithilfe der Spektroskopie auf dem Quadrupolübergang kann die Temperatur des Ions bestimmt werden. Hierzu wird die Übergangsstärke der Vibrationsseitenbänder mit der Übergangsstärke des Trägers verglichen. Da es in der verwendeten Falle aufgrund der niedrigen Fallen-Frequenze, schwierig is,t die Übergangsstärke einzelner Seitenbänder zu ermitteln, wurde nur die Einhüllende der nicht aufgelösten Seitenbänder bestimmt. Diese kann auf die gleiche Weise wie die Dopplerverbreiterung eines freien Teilchens ausgewertet werden[WI79].

Die Linienform dieser durch den Dopplereffekt verbreiterten Spektrallinie kann angegeben werden als:

$$g(\omega) = A \frac{c}{\omega_0} \sqrt{\frac{m}{2\pi k_B T}} \exp\left(-\frac{mc^2(\omega - \omega_0)^2}{2k_B T \omega_0^2}\right)$$

Ein Fit der Form

$$f(\Delta f_{\text{AOM3}}) = \frac{A}{\Delta \omega / \sqrt{2\pi}} \exp{-\frac{(\Delta f_{\text{AOM3}} - \Delta f_{\text{AOM3,0}})^2}{(\Delta \omega / 2\pi)^2}}$$

liefert somit die Temperatur der Ionen:

$$T = \frac{\Delta\omega^2}{\omega_0^2} \frac{mc^2}{2k_B}$$

Der Fit<sup>2</sup> der Summe zweier solcher Funktionen der Daten von Abbildung 4.7 ergab die Werte:

$$\begin{array}{cccccc} A_1 & = & 0.30(1) & A_2 & = & 0.09(1) \\ \Delta \omega_1/2\pi & = & 1.40(6) \, \mathrm{MHz} & \Delta \omega_2/2\pi & = & 1.30(16) \, \mathrm{MHz} \\ \Delta f_{\mathrm{AOM3},0,1} & = & 211.10(4) \, \mathrm{MHz} & \Delta f_{\mathrm{AOM3},0,2} & = & 216.87(11) \, \mathrm{MHz} \end{array}$$

Die aus diesen Daten sowie der Übergangsfrequenz  $\omega_0/2\pi = 411 \text{ THz}^3$  berechnete Temperaturen für die beiden untersuchten Zeeman-Zustände von  $T_1 = 2, 5(2) \text{ mK}$  bzw.  $T_2 = 2, 2(5) \text{ mK}$  liegen etwa beim Fünffachen der theoretisch erreichbaren Doppler-Temperatur. Da für diese Messung die Einstrahlrichtung des Laser eine Projektion auf auf alle drei Fallenachsen besitzt, handelt es sich um eine über alle Richtungen gemittelte Temperatur. Unter Annahme gleichmäßiger Verteilung der thermischen Energie auf die drei Raumrichtungen kann die mittlere Phononenanzahl berechnet werden zu:

$$\overline{n}_i = \frac{1}{\exp{\frac{\hbar\omega_i}{\frac{1}{3}k_BT} - 1}}$$

Bei Fallenfrequenzen von  $(\omega_z, \omega_y, \omega_x) = 2\pi \times (120(1), 720(1), 840(1))$  kHz ergeben sich mittlere Phononenzahlen von  $(\overline{n}_z, \overline{n}_y, \overline{n}_x) = (145(12), 24(2), 20(2))$ Mit Lamb-Dicke-Parametern von

$$\eta_z = k \cos (45^\circ) \sqrt{\frac{\hbar}{2m\omega_z}} = 0,20$$
$$\eta_y = k \cos (60^\circ) \sqrt{\frac{\hbar}{2m\omega_y}} = 0,06 \quad \eta_x = k \cos (60^\circ) \sqrt{\frac{\hbar}{2m\omega_x}} = 0,05$$

Hierbei ist  $(Z_{HO}, Y_{HO}, X_{HO}) = \sqrt{\hbar/2m\omega_{z,y,x}} = (32, 13, 12)$  nm die Ausdehnung der Grundzustandswellenfunktion in dieser Richtung und  $k \cos \phi$  die Projektion des Wellenvektors des anregenden Lichtes auf diese Achse [LBMW03].

 $<sup>^{2}</sup>$   $\,$  Verwendetes Programm Gnuplot, Marquardt-Levenberg Algorithmus

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> http://physics.nist.gov

Aus diesen Zahlen wird deutlich, dass das Lamb-Dicke-Regime, welches durch die Bedingung  $\eta_z \sqrt{(2\overline{n}_z + 1)} = 3,4 \ll 1$  begrenzt wird, aufgrund der niedrigen realisierbaren Fallenfrequenz in axialer Richtung nicht erreicht werden kann.

Für den senkrecht zur Symmetrie-Achse der Falle eingestrahlten Strahl ergibt sich bei gleicher Temperatur und Lamb-Dicke-Parametern von  $\eta_y = 0,08$  und  $\eta_x = 0,07$  der Wert  $\eta_{y,x}\sqrt{(2\overline{n}_{y,x}+1)} = 0, 4 < 1.$ 

### 4.1.5. Seitenbandspektroskopie

Der Hamilton-Operator des mit einem kohärenten Lichtfeld wechselwirkenden Zwei-Niveau-Ions in der Paulfalle setzt sich aus zwei Teilen zusammen.

$$H = H_0 + H_1$$

Bei eindimensionaler Beschreibung kann der erste Anteil, welcher das gefangenen Ions beschreibt, angegeben werden als:

$$H_0 = \frac{p^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega^2 x^2 + \frac{1}{2}\hbar\nu\sigma_z$$

Der zweite Anteil enthält die resonanten Licht-Ion-Wechselwirkung.

$$H_{1} = \frac{1}{2}\hbar\Omega(\sigma^{+} + \sigma^{-})\left(e^{i(kx-\nu_{L}t+\Phi)} + e^{-i(kx-\nu_{L}t+\Phi)}\right)$$

Hierbei beschreiben  $\sigma_z = (|e\rangle \langle e| - |g\rangle \langle g|)$  die Pauli-z-Matrix und  $\sigma^+ = (|e\rangle \langle g|)$ ,  $\sigma^- = (|g\rangle \langle e|)$  Auf- und Absteige-Operatoren des Zwei-Niveau-Systems aus Grundzustand  $|g\rangle$  und angeregtem Zustand  $|e\rangle$  mit Energiedifferenz  $\Delta E = h\nu$ . k,  $\nu_L$  und  $\Phi$  bezeichnen Wellenvektor, Frequenz und Phase des Laser-Lichts. Die Rabifrequenz  $\Omega$  bestimmt die Stärke der Licht-Ion-Wechselwirkung. Umformung dieses Hamilton-Operators mithilfe von Erzeugungs- und Vernichtung-Operatoren der Phononen  $a^+$ , a ergibt:

$$H_0 = \hbar\omega(a^+a + \frac{1}{2}) + \frac{1}{2}\hbar\nu\sigma_z$$
$$H_1 = \frac{1}{2}\hbar\Omega\left(e^{i\eta(a+a^+)}\sigma^+e^{-i\nu_L t} + e^{-i\eta(a+a^+)}\sigma^-e^{i\nu_L t}\right)$$

Wobei hierbei die Drehwellennäherung benutzt wurde. In Wechselwirkungs-  
Form mit der Transformation 
$$U = e^{iH_0t/\hbar}$$
 und  $H_I = U^{\dagger}HU$  besitzt der  
Hamilton-Operator die Form:

$$H_I = \frac{1}{2}\hbar\Omega \left( e^{i\eta(\hat{a}+\hat{a}^+)}\sigma^+ e^{-i\Delta t} + e^{-i\eta(\hat{a}+\hat{a}^+)}\sigma^- e^{i\Delta t} \right)$$



Abbildung 4.8.: Spektrum des Übergangs  $|S_{1/2}\rangle \rightarrow |D_{5/2}\rangle$ . Aufgrund der Vielzahl an axialen Seitenbändern mit  $\Delta \omega_z = 120 \,\text{kHz}$  und vergleichbarer Übergangsstärke benachbarter Peaks ist eine sichere Zuordnung der verschiedenen Seitenbänder allein mit dieser Messung nicht möglich.

Wobei  $\Delta = \nu_L - \nu$  und  $\hat{a} = a e^{i\omega t}$  benutzt wurde.

 $H_1$  beschreibt die Kopplung des Lasers der Zustände  $|S, n\rangle$  und  $|D, n'\rangle$ , wobei n, n' die Quantenzahl der Vibrations-Moden darstellen. Üblicherweise bezeichnet man Übergänge mit  $\Delta n = n - n' = 0$  als Träger-Übergänge und  $\Delta n = \pm l$  als blaues und rotes Seitenband l. Ordnung.

Im Spektrum des Übergangs sind diese Seitenbänder bei Abständen von  $\Delta \nu_l = \Delta n \omega_i / 2\pi$  zu beobachten, sofern die Linienbreite des Lasers klein gegenüber der Fallenfrequenz ist und die Sättigungsverbreiterung vernachlässigt werden kann.

Hierbei unterscheiden sich die aus verschiedenen Einstrahl-Richtungen aufgenommenen Spektren. Während der globale 729 nm-Strahl eine nicht-verschwindende Projektion auf alle Fallenachsen besitzt, fällt der adressierende Strahl senkrecht zur z-Achse ein, weshalb er nicht mit Phononen in axialer Richtung wechselwirkt. Dieser Unterschied ist deutlich an den Abbildungen 4.9 bzw. 4.8 zu erkennen.



Abbildung 4.9.: (a) Spektrum des Übergangs  $|S_{1/2}\rangle \rightarrow |D_{5/2}\rangle$ , mit Seitenbändern bis zur 2. Ordnung der radialen Fallen-Frequenzen  $\omega_y = 2\pi \times 720 \text{ kHz}$  und  $\omega_x = 2\pi \times 840 \text{ kHz}$ .

(b) Aus dem Unterschied der Frequenz-Differenz der Übergänge zu den berechneten Werten ( $\times 2\pi$ ) lässt sich ein Drift des Magnetfeldes während der Messzeit von  $\Delta B \approx 20 \,\mathrm{mG}$  ableiten.

### 4.1.6. Rabi-Oszillationen

In diesem Abschnitt wird die Dynamik der Licht-Ion-Wechselwirkung untersucht. Hierzu wird die Schrödiger-Gleichung  $i\hbar\partial_t\Psi = H\Psi$  für den Zustand

$$\Psi(t) = \sum_{n} \left[ c_{S,n}(t) \left| S, n \right\rangle + c_{D,n}(t) \left| D, n \right\rangle \right]$$

und den Hamilton-Operator  $H_I$  gelöst.

In Abhängigkeit der Einstrahldauer t des mit der Frequenzdifferenz vom Träger von  $\Delta \nu_l$  eingestrahlten Laserstrahls ergeben sich Oszillationen der Besetzungswahrscheinlichkeit des angeregten Zustands  $|D_{5/2}, m_j, n\rangle$  der Form

$$P_D(t) = \frac{1}{2} \left( 1 - \sum_n P_n \cos(\Omega_{n,n+l}t) \right)$$

Diese Gleichung beschreibt Rabi-Oszillationen überlagerter Bewegungszustände, welche durch die Verteilungsfunktion der Phononen  $P_n$  beschrieben werden. Ist das Lamb-Dicke-Kriterium erfüllt, kann die Kopplungsstärke des Trägers angenähert werden als

$$\Omega_{n,n} = \Omega_0 (1 - \eta^2 n)$$

Mit der Rabi-Frequenz

$$\Omega_0 = \left| \frac{eE_0}{2\hbar} \langle S, m_j | (\boldsymbol{\epsilon} \cdot \boldsymbol{r}) (\boldsymbol{k} \cdot \boldsymbol{r}) | D, m'_j \rangle \right|$$

Hierbei ist  $E_0$  die elektrische Feldamplitude,  $\boldsymbol{r}$  der Positions-Operator und  $\boldsymbol{\epsilon}$  der Polarisationsvektor.

Die Kopplungsstärke zu rotem und blauen Seitenband beträgt in dieser Näherung:

$$\Omega_{n-1,n} = \Omega_0 \eta \sqrt{n_i}$$
$$\Omega_{n+1,n} = \Omega_0 \eta \sqrt{n_i + 1}$$

Um die Dynamik des Übergangs zu Untersuchen wurde die Anregungswahrscheinlichkeit in Abhängigkeit der Pulsdauer gemessen (Abb. 4.10). Hierzu wurde der senkrecht zur Symmetrie-Achse verlaufende Strahl verwendet.

Da die Frequenz der Rabi-Oszillationen von der Phononenzahl abhängen, kann die Messung der Anregungswahrscheinlichkeit in Abhängigkeit der Pulsdaue, verwendet werden, um Informationen über den thermischen Zustand des Ions zu erhalten.

Hierzu wurden die Messdaten der Rabi-Oszillationen von Träger sowie rotem und blauem Seitenband mit einer Fit-Funktion der Form

$$f(t) = \frac{1}{2(1+2\xi_{n,m}^2)} \left[ 1 - \left( \cos(\Omega_{n,m}t) + \frac{3\xi_{n,m}}{(4-\xi_{n,m}^2)^{1/2}} \sin(\Omega_{n,m}t) \right) \exp\left(-\frac{3\gamma t}{2}\right) \right]$$

angenähert. Hierbei ist  $\gamma_{n,m}$  die Dämpfungsrate und  $\xi_{n,m} = \gamma_{n,m}/\Omega_{n,m}$  [Fox06]. Die ermittelten Parameter der Fit-Funktionen sind:

$$\Omega_{n,n} = 2\pi \times 42, 3(4) \text{ kHz} \quad \xi_{n,n} = 0, 107(7) 
\Omega_{n,n+1} = 2\pi \times 19, 4(3) \text{ kHz} \quad \xi_{n,n+1} = 0, 226(8) 
\Omega_{n,n-1} = 2\pi \times 20, 6(3) \text{ kHz} \quad \xi_{n,n-1} = 0.203(7)$$

Durch Vergleich der Rabi-Frequenzen von Träger und rotem (blauen) Seitenband ergibt sich mit  $\eta = 0,076$  die Phononenzahl von  $\overline{n}_{x,\text{rot}} = 26(1)$  bzw.  $\overline{n}_{x,\text{blau}} = 28(1)$ . Die Größenordnung dieser Werte stimmt mit den in Abschnitt 4.1.4 ermittelten Werten überein.

Unsicherheiten der Messung sind Intensitäts- und Frequenzfluktuationen des Lichtes sowie Rauschen im Magnetfeld. Der senkrecht zur Symmetrie-Achse verlaufende Strahl ist aufgrund der starken Fokussierung wesentlich anfälliger für Positionsschwankungen. Somit dürften dessen Intensitätsschwankungen am



Abbildung 4.10.: Rabi-Oszillationden von Träger  $|S,n\rangle \rightarrow |D,n\rangle$  und rotem/blauem Seitenband  $|S,n\rangle \rightarrow |D,n\mp 1\rangle$  bei  $\omega_x = 2\pi \times 820 \text{ kHz}$ . Die verschiedenen Messwerte wurden jeweils mit einer Fit-Funktion angenähert

Ort des Ions größer sein. Des Weiteren sind die verwendeten Näherungen nur eingeschränkt gültig, da wie in Abschnitt 4.1.4 gezeigt wurde, das Lamb-Dicke-Kriterium nicht vollständig erfüllt wird.

Diese Messungen zeigen, dass mit dem bestehenden Aufbau die kohärente Dynamik des Quadrupol-Übergangs untersucht werden kann, es hat sich jedoch gezeigt, dass bei Verwendung größerer Laserleistungen der Kontrast der Rabi-Oszillationen stark abnimmt.

### Adressierung einzelner Ionen

Zur Abschätzung der Strahltaille wird ein großer planarer Ionenkristall (Abb. 4.11) gefangen und der Strahl auf eines der mittleren Ionen fokussiert. Die sechs benachbarten Ionen besitzen alle den gleichen Abstand ( $\Delta r = 14(1) \,\mu$ m) zum mittleren Ion. Aufgrund der Abweichung der optischen Achse zur Richtung der Kristallebene von 45°, liegen jedoch nicht alle Ionen in der Taille des Strahls.

Um die Größe der Strahltaille am Ort der Ionen zu bestimmen, wird die resonante Wechselwirkung des Strahl mit den Ionen verwendet.



Abbildung 4.11.: Planarer Ionenkristall aus 31 $^{40}$ Ca<sup>+</sup>-Ionen. Durch Anregung in das metastabile  $3^2D_{5/2}$ -Niveau fluoresziert das zentrale Ion kaum Licht der Wellenlänge 397 nm.

Unter Vernachlässigung der thermischen Verteilung lässt sich die die Dynamik der Besetzung des angeregten Zustands bei Licht beschreiben durch:

$$|c_1(t)|^2 = \cos^2(\Omega_0 t/2)$$

Abbildung 4.12.: Pulsweiten-Spektrum der sieben zentralen Ionen. Für kurze  $(t < 10\mu s)$  sowie lange  $(10\mu s < t < 1000\mu s)$  Pulslängen.

Über eine Messung der Anregungswahrscheinlichkeit in Abhängigkeit der Pulsdauer kann die Rabifrequenz für die einzelnen Ionen bestimmt werden (siehe Abb. 4.12). Während Ion 1 nach  $t \approx 4,5 \,\mu s$  30% Anregungswahrscheinlichkeit besitzt erreichen Ion 4 & 7 diesen Wert erst nach  $t \approx 600-1000 \,\mu s$ . Die Anregungswahrscheinlichkeit der restlichen Ionen bleibt bis zu Pulsdauern von 1 ms unter 10%. Mit dem Zusammenhang

$$\frac{\Omega_{0,\text{Ion1}}}{\Omega_{0,\text{Ion7}}} = \frac{E_{0,\text{Ion1}}}{E_{0,\text{Ion7}}}$$

ergibt sich eine 130–220 fach größere Feldamplitude am Ort von Ion 1. Dies führt unter Annahme eines Gaußschen Strahlprofils zu einer Strahltaille von

 $w_0 < 6\,\mu{\rm m}.$  Dieser Wert ist lediglich eine Abschätzung, da Ion 1 nicht genau im Maximum der Feldstärke des Strahls liegt, wie der unterschiedliche Anstieg der Besetzungswahrscheinlichkeit von Ion 4 und Ion 7 sowie die vernachlässigbare Anregung anderen Ionen zeigt.

# 4.2. Gemischte lonenkristalle

Gemischte Ionenkristalle eignen sich gut zur Untersuchung wichtiger Aspekte der in Abschnitt 2.2.3 vorgestellten Vorschläge zur Nutzung von Rydberg-Ionen für Quanteninformations-Experimente. Die Analogie besteht hier in der für <sup>40</sup>Ca<sup>2+</sup> stärkeren Bindung im Potential der Paulfalle im Gegensatz zu den einfach geladenen Ionen.

Aus diesem Grund stellen die hier vorgestellten Messungen einen wichtigen Zwischenschritt zur zukünftigen Realisierung der Experimente mit Rydberg-Ionen dar. Die zeitliche Stabilität der doppelt geladenen Ionen ermöglicht einfachere Bedingungen, um die Möglichkeiten der oben genannten Experimente zu testen.

Ein Großteil der in diesem Abschnitt vorgestellten Ergebnisse wurden in "Mode shaping in mixed ion crystals of  ${}^{40}\text{Ca}^{2+}$  and  ${}^{40}\text{Ca}^{++}$ " veröffentlicht. Diese Veröffentlichung befindet sich im Anhang A.1.

In Abschnitt 4.2.1 wird die Ionisation von  ${}^{40}Ca^+$ -Ionen sowie die verwendete Sequenz beschrieben.

Abschnitt 4.2.2 zeigt die Vermessung der Strahltaille durch Bestimmung der Ionisationsrate in Abhängigkeit der Strahlposition. In Abschnitt 4.2.3 wird die Messung der transversalen Moden gemischter Kristalle dargestellt. Das Verhalten gemischter Ionenkristalle in der Nähe eines Phasenübergangs wird in Abschnitt 4.2.4 behandelt. Die Existenz lokaler Moden wird in Abschnitt 4.2.5 gezeigt.

# 4.2.1. Ionisation von Ca<sup>+</sup>-Ionen

 $^{40}\mathrm{Ca^+}$  wird bei einer Energie von 11,873 eV $^4$ ionisiert. Ausgehend vom  $3^2\mathrm{D}_{3/2^-}$ Niveau lässt sich Photoionisation mit Wellenlängen  $\lambda < 121,79\,\mathrm{nm}$ erreichen. Im Experiment wird kohärente VUV-Strahlung bei 121,26 nm verwendet. Zur Vier-Wellen-Mischung werden hierfür die Fundamentallaser nahe dem Übergang  $7^1\mathrm{P} \rightarrow 12^1\mathrm{P}$  bei 540 nm zusammen mit der Zwei-Photonen-Resonanz  $6^1\mathrm{S} \rightarrow 7^1\mathrm{S}$  verwendet.

Für die Doppelionisation wird die in Abbildung 4.13(a) gezeigte Sequenz durchlaufen, während sich drei  ${}^{40}Ca^+$ -Ionen in der Falle befinden. Da  ${}^{40}Ca^{2+}$ kein Licht der Wellenlänge 397 nm streut, kann es nicht von der Kamera detektiert werden und erscheint als Fehlstelle im Kristall.

Zur Unterscheidung zwischen <sup>40</sup>Ca<sup>2+</sup> und, aus dem Restgas ionisierten, Fremdionen können die Abstände im Ionenkristall sowie die Frequenz der axialen Schwerpunkts-Mode überprüft werden.

Ein doppelt geladenes Ion in der Mitte eines Drei-Ionen-Kristalls vergrößert die

 $<sup>^4</sup>$  http://physics.nist.gov


Abbildung 4.13.: (a) Sequenz zur Photoionisation von <sup>40</sup>Ca<sup>+</sup>. Die Ionen werden Doppler-gekühlt, durch optisches Pumpen in den Zustand 3<sup>2</sup>D<sub>3/2</sub> präpariert und vom VUV-Strahl ionisiert. Während der in Endlosschleife laufenden Sequenz, wird das EMCCD-Bild (b) überwacht. Über die Veränderung der Kristallgröße kann <sup>40</sup>Ca<sup>2+</sup> leicht identifiziert werden.

Länge des Kristalls um 21% (siehe Abb.4.13(b). Durch das veränderte Masse zu Ladungs Verhältnis erhöht sich die Frequenz der axialen Schwerpunkts-Mode um 15%.

Durch diese Messungen lässt sich eine Fehlstelle sicher als <sup>40</sup>Ca<sup>2+</sup> identifizieren, wobei die Längenmessung nach jeder Ionisation, die aufwendigere Frequenzmessung nur anfangs durchgeführt wurde.

Restgasionen können aus dem Kristall entfernt werden, indem durch Variation der Offset-Spannung der DC-Elektroden der Stabilitäts-Parameter  $\beta_x$  so erhöht wird, dass die Falle für <sup>40</sup>Ca<sup>+</sup>-Ionen gerade noch stabil ist, für schwerere Ionen jedoch instabil. Für leichtere Ionen und <sup>40</sup>Ca<sup>2+</sup>-Ionen ist dies jedoch nicht möglich, daher können sie nur zusammen mit dem ganzen Kristall durch das Anlegen einer Differenzspannung aus dem Kristall entfernt werden.

#### 4.2.2. Strahltaille des VUV-Strahls

Für die beschriebene Ionisation von <sup>40</sup>Ca<sup>+</sup>-Ionen ist die Ausrichtung des VUV-Strahls auf den Ionenkristall von entscheidender Bedeutung. Zunächst wurde hierfür der Strahl so ausgerichtet, dass er die Löcher beider Endkappen passiert. Durch Maximierung des PMT-Signals durch Verschieben der MgF<sub>2</sub>-Linse wird der Strahl entlang der Fallenachse ausgerichtet.

Ausgehend von dieser Linsen-Position wird die Ionisationsrate maximiert.

Um die Strahltaille des VUV-Strahls am Ort der Ionen zu bestimmen, wird die Ionisationsrate der <sup>40</sup>Ca<sup>+</sup>-Ionen in Abhängigkeit der Linsen-Position gemessen (siehe Abbildung 4.14). Aufgrund der niedrigen Ionisationsrate von maximal



Abbildung 4.14.: Auf die VUV-Leistung normierte Ionisationsrate in Abhängigkeit der Position der MgF<sub>2</sub>-Linse in x-Richtung (y=24,100 mm) (a) und y-Richtung (x=25,825 mm) (b). Die Daten wurden bei PMT Countraten von  $(10 - 30) \times 10^6$ /s aufgenommen.

1/min wurden für die dargestellten Daten lediglich 64 Ereignisse verwendet. Aufgrund der geringen Statistik sollte diese Messung als grobe Abschätzung mit Unsicherheit von  $\approx 100\%$  verstanden werden. Diese Messung ergab einen Strahl-Durchmesser von  $w \approx 40-50 \,\mu\text{m}$ . Wiederholungen der Messung zeigten, dass die Strahlposition um  $\approx 50 \mu\text{m}$ /Woche driftet.

Um eine von den niedrigen Ionisationsraten unabhängige Bestimmung der Strahlposition relativ zur Paulfalle zu erhalten, wird vor der Ionisationsmessung die Strahlposition relativ zu den Bohrungen der Falle ermittelt.

Hierzu wird eine Schneidkantenmessung an der vorderen Bohrung durchgeführt (siehe Abb. 4.15). Mit Kenntnis der Lage des Strahls relativ zur Paulfalle kann dieser mit einer Genauigkeit von  $\rho \approx 50 \,\mu$ m erneut auf die Symmetrie-Achse



ausgerichtet werden.



#### 4.2.3. Moden des linearen gemischten Kristalls

Zur Messung der Eigenfrequenz der Vibrations-Moden werden diese elektronisch angeregt. Hierzu wird mithilfe eines Frequenzgenerators eine RF-Wechselspannung auf eine der DC-Elektroden gegeben. Stimmt die Frequenz der angelegten RF-Spannung mit der Resonanzfrequenz einer Schwingungsmode überein, schwingen die Ionen in Richtung der Eigenvektoren dieser Mode.

Die Oszillation der Ionen kann in Form einer Verbreiterung des Fluoreszenz-Signals auf dem Kamerabild beobachtet werden. Wird die Breite des Fluoreszenz-Signals gegen die anregende RF-Frequenz aufgetragen, erhält man eine Lorentzförmige Kurve, deren Zentralfrequenz der Resonanzfrequenz der Schwingungsmode entspricht. Die durch den Betrag der Eigenvektoren der Matrix  $B_{n,m}$ , gegebene, relative Oszillationsstärke der einzelnen Ionen lässt sich aus der Breite der Fluoreszenz-Peaks bestimmen (siehe Abb. 4.16).

Die <sup>40</sup>Ca<sup>2+</sup>-Störstelle im Kristall bewirkt eine Modifizierung der Vibrations-Moden im Vergleich zum Kristall ohne doppelt geladenes Ion. In Abbildung 4.17 ist ein Vergleich der Eigenfrequenzen gemessener und simulierter<sup>5</sup> radialer Vibrations-Moden in Abhängigkeit des radialen Fallen-

 $<sup>^5</sup>$  Quellcode zur Berechnung der Moden befindet sich in Anhang A.3





(b) EMCCD-Abbildung eines Zwei-Ionen-Kristalls bei verschiedenen RF-Frequenzen. Mithilfe des Gauß-Fits lässt sich die Resonanzfrequenz bestimmen.

Potentials dargestellt. Die Fallenfrequenzen wurden durch die Messung der Schwerpunkts-Mode eines einzelnen <sup>40</sup>Ca<sup>+</sup>-Ions ermittelt. Wobei die Variation der Fallenfrequenz analog zum im letzten Abschnitt verwendeten Verfahren über die Veränderung der RF-Amplitude der RF-Elektroden erreicht wurde.

Simulierte und gemessene Werte stimmen innerhalb von 1 kHz überein. Die Abweichung resultiert aus der Ungenauigkeit der ermittelten Eigenfrequenzen von  $\Delta \nu = 0,5$  kHz sowie dem im letzten Abschnitt beschriebenen Drift der RF-Amplitude.

Die Schermode  $(\downarrow \circ \uparrow)$  mit <sup>40</sup>Ca<sup>2+</sup> in mittlerer Position konnte nicht gemessen werden, da diese Mode keine Projektion auf die Schwerpunktsmode besitzt und daher, mithilfe der verwendeten Method, nicht angeregt werden konnte. Des Weiteren existiert jeweils eine Mode für <sup>40</sup>Ca<sup>2+</sup> in mittlerer/äußerer Position bei der das doppelt geladene Ion mit etwa 50 facher Oszillationsstärke im Vergleich zu den <sup>40</sup>Ca<sup>+</sup>-Ionen angeregt ist. Da die Schwingung der <sup>40</sup>Ca<sup>2+</sup>-Ionen mithilfe der EMCCD-Kamera nicht detektiert werden kann, können diese nicht exakt gemessen werden.

Die Frequenz der Zick-Zack-Mode ( $\uparrow\downarrow\uparrow$ ) des Kristalls mit <sup>40</sup>Ca<sup>2+</sup> in äußerer Position ist zu kleineren, die mit <sup>40</sup>Ca<sup>2+</sup>-Ion in mittlerer Position zu größeren Frequenzen im Vergleich zum puren <sup>40</sup>Ca<sup>+</sup> Kristall verschoben.

Dieses Ergebnis ist in Übereinstimmung mit dem im letzten Abschnitt gezeigten Verhalten. Der Phasenübergang des in Abbildung 4.17(c) dargestellten Kristalls findet im Vergleich zum Kristall ohne Fehlstelle bei  $\alpha_{\rm krit2} > \alpha_{\rm krit1}$ statt, da dessen kleinster Eigenwert der Matrix  $B_{n,m}$  bei kleineren Fallenfrequenzen negativ wird (siehe Abschnitt 2.1.2).



Abbildung 4.17.: Gemessene und Simulierte Frequenzen ausgewählter Moden gemischter Ionenkristalle in Abhängigkeit der radialen Fallenfrequenz (a-c). Zum Vergleich ist die simulierte Zick-Zack-Mode des Kristalls ohne <sup>40</sup>Ca<sup>2+</sup> dargestellt (d).

## 4.2.4. Zick-Zack-Übergänge des gemischten Ionenkristalls

Die Konfiguration eines in einem harmonischen Pseudopotential gefangen Ionenkristalls wird neben der Ionenanzahl durch den Anisotropie-Parameter  $\alpha_{x,y} = \omega_z^2/\omega_{x/y}^2$  festgelegt. Bei starkem radialen Einschluss  $\omega_{x/y} \gg \omega_z$  bilden die Ionen einen lineare Kette. Wird der radiale Einschluss verringert, findet bei einem kritischen Anisotropie-Parameter  $\alpha_{krit}$  ein Phasenübergang zu einem Zick-Zack Kristall statt. Unterschiedliche Anisotropie-Parameter  $\alpha_x < \alpha_y$  heben die Symmetrie in radialer Richtung auf, sodass der Kristalls in der x-z-Ebene liegt, dies verhindert die unerwünschte Rotation des Kristalls um die Symmetrie-Achse. Die radialen Fallen-Frequenzen lassen sich darstellen als (siehe Kapitel 2.1)

$$\begin{split} \omega_{x/y} &= \sqrt{2\left(\frac{Z|e|\tilde{\alpha}_{\rm RF}}{M\Omega_{\rm RF}}\right)^2 - \frac{Z|e|\tilde{\gamma}_{\rm DC}}{M} \mp \frac{Z|e|\tilde{\alpha}_{\rm rad}}{M}}{M} \\ \omega_z &= \sqrt{\frac{Z|e|\tilde{\gamma}_{\rm DC}}{M}} \end{split}$$

Hierbei sind  $\tilde{\alpha}_{\rm RF}$ ,  $\tilde{\gamma}_{\rm DC}$  und  $\tilde{\alpha}_{\rm rad}$  die Krümmungen des Fallen-Potentials. Aufgrund der unterschiedlichen Skalierung des Fallenpotentials in axialer ( $\propto \sqrt{Z/m}$ ) und radialer ( $\propto Z/m$ ) Richtung, ergeben sich verschiedene Anisotropie-Parameter für <sup>40</sup>Ca<sup>+</sup> und <sup>40</sup>Ca<sup>2+</sup>, wobei sich, sofern nicht anderes angegeben, die Angabe von  $\alpha$  auf <sup>40</sup>Ca<sup>+</sup> bezieht.

In gemischten Kristallen verschiebt sich  $\alpha_{krit}$  aufgrund der unterschiedlichen Fallenfrequenzen der unterschiedlich geladenen Ionen. Des Weiteren ist die Konfiguration abhängig von der Position des doppelt geladenen Ions.



Abbildung 4.18.: Fluoreszenz-Bilder von Drei-Ionen-Kristallen bei verschiedenen Anisotropie-Parametern ohne  ${}^{40}\text{Ca}^{2+}(\text{a-c}) \alpha_{\text{Pur}}$ , mit  ${}^{40}\text{Ca}^{2+}$  in mittlerer (d-f) und äußerer Position (g-i)  $\alpha_{\text{Mix}}$ . Simulierte Positionen sind durch schwarze ( ${}^{40}\text{Ca}^{+}$ ) bzw. rote ( ${}^{40}\text{Ca}^{2+}$ ) Kreuze dargestellt. In Teil (h) sind zusätzlich die Positionen der gespiegelten Konfiguration mit weißen ( ${}^{40}\text{Ca}^{+}$ ) und grünen ( ${}^{40}\text{Ca}^{2+}$ ) Kreuz markiert. Die Fluoreszenz-Bilder wurden der in Abschnitt 3.4.1 erläuterten Transformation unterworfen.

Zur Untersuchung des Phasenübergangs für gemischte Ionenkristalle werden die statischen Anteile des Potentials  $\tilde{\gamma}_{\rm DC} = 14,7(2) \, \rm kV/m^2$ ,  $\tilde{\alpha}_{\rm Rad} = 37(1) \, \rm kV/m^2$  konstant gehalten, während der dynamische Anteil  $\alpha_{\rm RF}$  durch Veränderung der RF-Amplitude variiert wird.

In Abbildung 4.18 ist der Vergleich gemessener und simulierter Ionenpositionen für verschiedene Anisotropie-Parameter dargestellt. Gezeigt werden Drei-Ionen-Kristalle ohne <sup>40</sup>Ca<sup>2+</sup> (a-c) und mit <sup>40</sup>Ca<sup>2+</sup> in mittlerer (d-f) sowie äußerer Position (g-i). Es werden drei verschiedene Regime beobachtet. In Teil (c),(f),(i) sind alle Ionenkristalle linear, da  $\alpha_{\text{Mix/Pur}} < \alpha_{\text{krit1}}$ . Für  $\alpha_{\text{krit1}} = \alpha_{\text{Mix}}$ durchläuft der Ionenkristall mit <sup>40</sup>Ca<sup>2+</sup> in äußerer Position den Phasenübergang zur Zick-Zack-Konfiguration (Teil (h)). Bei  $\alpha_{\text{Mix/Pur}} > \alpha_{\text{krit2}}$  wechselt der pure <sup>40</sup>Ca<sup>+</sup>-Kristall in diese Konfiguration (Abb. 4.18(a)). Ein Phasenübergang des gemischten Kristalls mit <sup>40</sup>Ca<sup>2+</sup> in mittlerer Position wurde auch bei  $\alpha \gg \alpha_{\rm krit2}$  nicht beobachtet. Bei Erhöhung von  $\alpha$  wechselt das doppelt geladene Ion zur äußeren Position. Dies ist ein Hinweis darauf, dass die Konfiguration mit <sup>40</sup>Ca<sup>2+</sup> in der Mitte nicht mehr stabil ist.

Die theoretisch vorhergesagten<sup>6</sup>, kritischen Anisotropie-Parameter  $\alpha_{\rm krit1} = 0,37$ ,  $\alpha_{\rm krit2} = 0,42$  für die Phasenübergänge von Kristalle mit <sup>40</sup>Ca<sup>2+</sup> in äußerer Position und <sup>40</sup>Ca<sup>+</sup> Kristalle ohne doppelt geladenes Ion stimmen gut mit den Messungen überein.

Die für die Simulation der Positionen notwendigen Fallenfrequenzen  $\omega_{x/y/z}$ wurden mithilfe der in Abschnitt 4.2.3 dargestellten elektrischen Anregung der Schwerpunktsmoden eines Ions ermittelt. Ein Vergleich dieser Kalibrierungsmessung vor und nach der Messung ergab einen Drift der radialen Frequenzen von  $\approx 10 \text{ kHz}$  über die Messdauer von ca. 6 h. Als Grund für diese Abweichung wird die Beeinflussung des Wendelresonators durch Temperaturänderungen angenommen.

Die Abweichung der simulierten Ionenpositionen mit den aus den Fluoreszenz-Daten ermittelten ist unter 1  $\mu$ m mit Ausnahme von Abbildung 4.18(g) deren Abweichung 3,7  $\mu$ m beträgt. Die Abweichung der Simulation kann durch die ungenaue Kenntnis der radialen Fallenfrequenzen zur Zeit der Messung erklärt werden. Des Weiteren kann die Abweichung in Abbildung 4.18(g) durch einen Fehler der Störfeld-Kompensation verursacht werden, da dies eine Verschiebung des Potentialminimums von <sup>40</sup>Ca<sup>+</sup> im Vergleich zu <sup>40</sup>Ca<sup>2+</sup> zur Folge hat.

#### 4.2.5. Lokale Moden

Eine Ionen-Kette kann durch ein <sup>40</sup>Ca<sup>2+</sup>-Ion, welches eine stärkere Bindung im Fallen-Potential besitzt, in separat oszillierende Teile aufgespalten werden. Zur experimentellen Untersuchung dieses Sachverhalts wird ein linearer Ionenkristall, bestehend aus fünf <sup>40</sup>Ca<sup>+</sup>-Ionen und einem <sup>40</sup>Ca<sup>2+</sup>-Ion an dritter Position präpariert.

Es wird beobachtet, dass die Oszillation für verschiedene Moden fast ausschließlich auf den unteren bzw. oberen Teil des Kristalls beschränkt ist.

In Abbildung 4.19 ist ein Vergleich von Fluoreszenz-Bildern bei Anregung verschiedener Moden mit deren Simulation dargestellt.

Aus der Breite der Fluoreszenz-Peaks lässt sich auf die Oszillationsstärke schließen. Die simulierten Eigenvektoren stimmen qualitativ mit der beobachteten Verbreiterung der Fluoreszenz-Peaks überein.

Zusätzlich zu den in Abbildung 4.19 dargestellten Moden existiert eine Mode bei  $2\pi \times 1006 \text{ kHz}$ , deren Oszillation hauptsächlich auf das  ${}^{40}\text{Ca}^{2+}$ -Ion be-

 $<sup>^{6}</sup>$  Algorithmus zur Simuationsrechnung befindet sich in Anhang A.3



Abbildung 4.19.: (a-d) Fluoreszenz-Bilder eines Sechs-Ionen-Kristalls mit <sup>40</sup>Ca<sup>2+</sup>-Ion an dritter Position (von oben) bei Anregung der Moden mit Frequenzen von  $2\pi \times 468 \text{ kHz}(a)$ ,  $2\pi \times 463 \text{ kHz}(b)$ ,  $2\pi \times 423 \text{ kHz}(c)$ ,  $2\pi \times 403 \text{ kHz}(d)$ , bei Fallenfrequenzen von  $\omega_{z,y,x} = 2\pi \times (119, 480, 630) \text{ kHz}$ .

(e-h) Simulierte Moden mit entsprechender Frequenz.

schränkt ist sowie eine Mode bei $2\pi\times352\,\rm kHz.$ 

Die Simulation zeigt, dass für die in Abbildung 4.19(g) und (h) dargestellte, Moden die Ionen unter- bzw. oberhalb des <sup>40</sup>Ca<sup>2+</sup>-Ions liegen, eine  $\approx 30$  fache Oszillationsstärke im Vergleich zu den <sup>40</sup>Ca<sup>+</sup>-Ionen der gegenüberliegenden Seite des Kristalls besitzen.

Des Weiteren besitzen die Ionen eines Subkristalls eine verringerte Modendichte gegenüber dem Sechs-Ionen-Kristall ohne Fehlstelle. Der minimale Frequenz-Abstand verschiedener Moden desselben Su-Skristalls beträgt  $2\pi \times 45$  kHz im Vergleich zu  $2\pi \times 15$  kHz im puren  ${}^{40}$ Ca<sup>+</sup>-Kristall.

# 5. Rydberganregung

Die in dieser Arbeit gewonnenen Informationen über den Zustand des Ions in der Paulfalle ermöglichen die Abschätzung der Absorptionswahrscheinlichkeit der Anregung zu Rydberg-Zuständen. Ausgehend vom  $|3D_{3/2}\rangle$ - bzw.  $|3D_{5/2}\rangle$ -Niveau soll die Anregung der Niveaus  $|nP_{1/2}\rangle$  und  $|nP_{3/2}\rangle$  untersucht werden. Zur Erzeugung der Wellenlänge von  $\lambda \approx 122,04$  nm wird ein anderer Diodenlaser als Quelle für den Faserverstärker verwendet. Das frequenzverdoppelte Licht mit Wellenlänge  $\lambda \approx 555$  nm ist annähernd resonant mit dem  $7^1S \rightarrow 11^1P$ -Übergang von Quecksilber. Dieser Laser wird außerdem dazu verwendet, die Wellenlänge des VUV-Strahls zu variieren.

Mit der angegebenen Wellenlänge lassen sich, ausgehend vom  $|3D_{3/2}\rangle$ -Niveau, Zustände mit Hauptquantenzahl n = 69 [XXZ<sup>+</sup>99] bzw. n = 68 [SKFK<sup>+</sup>11] anregen.

Wird als Ausgangsniveau  $|3D_{3/2}\rangle$  verwendet, besteht die Möglichkeit mit ähnlicher Wellenlänge das Niveau  $|54P_{1/2}\rangle$  anzuregen.

Um die Anregungswahrscheinlichkeit in Abhängigkeit der VUV-Wellenlänge zu untersuchen, wird folgende Sequenz verwendet. Nach dem Dopplerkühlen wird optisch in das D-Niveau gepumpt, von welchem die Anregung erfolgen soll. Alternativ kann für die Anregung in das  $|3D_{5/2}\rangle$ -Niveau der Lasers bei 729 nm verwendet werden. Bei der richtigen Wellenlänge des VUV-Strahl wird der Rydberg-Zustand angeregt. Dieser zerfällt mit einer Lebensdauer  $\tau_{nP} \ll \tau_{3D}$  in den Grundzustand. Wobei der angeregte Rydberg-Zustand mit einer Wahrscheinlichkeit von  $\approx 40\%$  wieder in das 3D-Niveau zerfällt, sofern die Mischung verschiedener Rydberg-Niveaus durch Schwarzkörper-Strahlung vernachlässigt wird. Die anschließende Zustandsdetektion liefert die Wahrscheinlichkeit der Anregung in einen Rydberg-Zustand. Da während der Zustandsdetektion der 866 nm- Laserstrahl das  $3D_3/2$ -Niveau entleert, muss für die Anregung in das Niveau  $54P_{1/2}$  ein modifiziertes Detektionsschema verwendet. Hierzu wird vor der Detektion die Population des Grundzustandes in das  $3D_{5/2}$ -Niveau gepumpt.

## 5.1. Theoretische Anregungswahrscheinlichkeit

Die ermittelte Temperatur der Ionen sowie die Kenntnis der Magnetfeldstärke ermöglichen die Berechnung der Anregungswahrscheinlichkeit der Rydberg-



Abbildung 5.1.: Niveauschema des <sup>40</sup>Ca<sup>+</sup>-Ions.

Zustände. Die Dopplerverbreiterung des Übergangs bei einer Temperatur von T=2,5(2) mK beträgt  $\Delta \omega/2\pi = 8, 4(7) \text{ MHz}$ . Wie in Abbildung 5.2 zu sehen, überlagern sich die einzelnen Zeeman-Übergänge. Unter der Annahme unpolarisierten VUV-Lichtes und annähernder Gleichbesetzung der Unterzustände der D-Niveaus, sind die verschiedenen Zeeman-Übergänge annähernd gleich wahrscheinlich. Die Summe der einzelnen Zeeman-Übergänge hat in etwa die Form einer Gauß-Funktion der Breite  $\Delta \nu_{ZA} = 12 \text{ MHz}.$ 

Die Linienbreite des VUV-Strahls konnte nicht ermittelt werden. Da jedoch alle als Quelle für die Fundamentallstrahlen verwendeten Laser Linienbreiten von  $\Delta \nu_{QL} < 200 \,\text{kHz}$  besitzen, ist die Annahme einer Linienbreite von  $\Delta \nu_{VUV} < 3 \,\text{MHz}$  berechtigt.

Da somit  $\Delta \nu_{ZA} \ll \Delta \nu_{VUV}$  gilt, besitzt die Faltung der Linienform des VUV-Strahls und der Summe der Zeeman-Niveaus die Breite  $\Delta \nu_{\text{Faltung}} \approx \Delta \nu_{ZA}$ .

Die Lebensdauer des angeregten Niveaus ist gegeben durch

$$\tau = 1/\gamma = \frac{3\pi\epsilon_0\hbar c^3}{d(n)^2\omega_0^3}$$

Mit dem Dipolmoment  $d(n) \approx 0,383 er_B n^{-1,588}$  [SKFK<sup>+</sup>11]. Der resonante



Abbildung 5.2.: (a) Zeeman-Aufspaltung der Niveaus  $3D_{5/2,m_j}$  und  $nP_{1/2,m'_j}$ (b) Berechnetes Zeeman-Spektrum unter Annahme gleicher Übergangsstärke, Magnetfeld-Stärke B = 4,5 G und Dopplerverbreiterung von  $\Delta \omega/2\pi = 8,4$  MHz.

Sättigungs-Parameter kann angegeben werden als

$$S_0 = \frac{I(w, \Delta \rho)}{I_{\text{sat}}} \frac{\gamma}{\Delta \nu_{\text{ZA}}}$$

wobei der zweite Faktor die Linienverbreiterung berücksichtigt. Hierbei ist  $I(r, \rho)$  die von Strahltaille w und Abstand zur Symmetrie-Achse  $\rho$  abhängige Intensität am Ort des Ions und  $I_{\text{sat}}$  die Sättigungsintensität, welche durch

$$I_{\rm sat} = \frac{2\pi^2 \hbar c \gamma}{3\lambda^3}$$

definiert ist. Der Absorptions-Rate bei kleinem Sättigungsparameter ist gegeben durch:  $\sim$ 

$$\Gamma = S_0 \frac{\gamma}{2}$$

In Abbildung 5.3 ist die Absorptions-Rate in Abhängigkeit des Abstands für beide Rydberg-Niveaus sowie zwei verschiedene Leistungen des VUV-Strahls dargestellt. Die Leistung von  $1 \,\mu$ W entspricht in etwa der maximal erreichbaren Leistung. Im Experiment hat sich jedoch herausgestellt, dass die Anzahl an Fremdionen proportional zur VUV-Leistung ist. Da Störungen durch Fremdionen großen Einfluss auf die Qualität der Messdaten haben, ist es sinnvoll, die Messungen nicht bei maximaler VUV-Leistung durchzuführen.

Die Zerfallswahrscheinlichkeit der 3D-Niveaus von  $\tau_{3D} = 1, 3 s^1$  stellt eine fundamentale Unsicherheit dar. Für die sichere Unterscheidung einer erfolgten Rydberg-Anregung von einem Messfehler durch Zerfall des 3D-Niveaus sollte für die Anregungswahrscheinlichkeit  $1/\Gamma < \tau_{3D}$  gelten.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> http://physics.nist.gov



Abbildung 5.3.: Streurate in Abhängigkeit der Strahltaille w und dem Abstand zur Symetrieachse  $\rho$  für die Rydberg-Niveaus  $|nP_{1/2}\rangle$  für n =69 (a),(b) und n = 54 (c),(d) für zwei verschiedene Leistungen des VUV-Strahls.

Der Vergleich der Berechnungen mit den in Abschnitt 4.2.2 angegebenen Werte für den Strahlradius und die erreichbare Ausrichtung des VUV-Strahls zeigen, dass die Anregung zu Rydberg-Zuständen prinzipiell detektiert werden kann.

# 6. Ausblick

Im Verlauf dieser Arbeit wurde ein schmalbandiger Ti:Sa-Laser in den bestehenden Aufbau integriert. Mit diesem konnte eine genaue Diagnose des Zustandes der Ionen in der Paulfalle erstellt werden. Hierzu gehört die Ermittlung des Magnetfeldes sowie der Temperatur der Ionen. Die gewonnenen Informationen konnten für die Optimierung entscheidender Parameter für die Rydberg-Anregung verwendet werden. Des Weiteren wurde gezeigt, dass sich mit dem stark fokussierten Strahl mit 729 nm Wellenlänge der Zustand einzelner Ionen eines Kristalls kontrollieren lässt. Die Licht-Atom-Wechselwirkung dieses Strahls erfüllt das Lamb-Dicke-Kriterium, sodass die spektroskopische Untersuchung der Seitenbänder des Quadrupol-Übergangs sowie die Beobachtung von Rabi-Oszillationen möglich wurde.

Durch Untersuchung der Ionisation von <sup>40</sup>Ca<sup>+</sup>-Ionen konnte die gelungene Verbindung des VUV-Aufbaus mit dem der Paulfalle bewiesen werden. Es wurde gezeigt, dass die Konfiguration von gemischten Ionenkristallen sowie deren Vibrations-Moden den theoretischen Erwartungen entsprechen.

Die Untersuchung des Phasenübergang gemischter Ionenkristalle brachte Einblicke in Abhängigkeit der Konfiguration vom Masse-Ladungs-Verhältnis der einzelnen Ionen eines Kristalls.

Für eine lineare Kette aus <sup>40</sup>Ca<sup>2+</sup>- und <sup>40</sup>Ca<sup>+</sup>-Ionen wurden die Existenz separat vibrierender Sub-Kristall, gezeigt. Die beobachteten Mechanismen weisen Analogien zu theoretisch vorhergesagten Effekten in Ionenkristallen auf, welche Rydberg-Ionen enthalten. Daher dienten diese Messungen zusätzlich dem Zweck, geplante Experimente mit Rydberg-Ionen in einem vereinfachten Rahmen zu testen.

Die Ergebnisse dieser Arbeit zeigen, dass die Anregung zu Rydberg-Zuständen sowie deren Nachweis mit dem momentanen Aufbau möglich sein sollte. Nach erfolgreichem Beweis der Anregung ist die Untersuchung der vorhergesagten Effekte der Wechselwirkung der Rydberg-Ionen mit dem Fallen-Potential vorgesehen.

In den folgenden beiden Abschnitten wird näher auf zwei Modifikationen eingegangen welche in naher Zukunft realisiert werden können.

## 6.1. Segmentierte lonenfalle

Wie sich gezeigt hat, weist die verwendete Paulfalle einige Limitierungen und Probleme auf. Während sich die Probleme wie Kurzschluss der Kompensations-Elektrode oder vermutete Magnetisierung durch Einbau einer vergleichbaren Falle beheben ließen, sind die folgenden Limitierungen nur durch eine neue Fallengeometrie zu beheben.

Begrenzt werden die Möglichkeiten der verwendeten Paulfalle in erster Linie von den niedrigen erreichbaren Fallenfrequenzen. Aus diesen Gründen ist der Einbau einer segmentierten Paulfalle geplant, welche neben der Lösung dieser Probleme weitere nützliche Eigenschaften bietet.



Abbildung 6.1.: Konstruktionsskizze der segmentierten Paulfalle.

Diese Falle besteht aus vier segmentierten, mit Gold beschichteten Keramiksubstraten in kreuzförmiger Anordnung symmetrisch um die Fallenachse sowie zwei Endkappen im Abstand von 12 mm mit Bohrungen für den optischen Zugang des VUV-Strahls. Die vier Fallenflügel besitzten jeweils elf Segmente mit einer Dicke von 200 µm im Abstand von 30 µm. Zwei gegenüberliegende Flügel werden mit einer RF-Spannung mit Frequenz  $\Omega_{\rm RF} \approx 2\pi \times 10$  MHz und Amplitude  $U_{\rm RF} \approx 200 V_{pp}$  versorgt, wobei die Spannung an allen Segmenten anliegt. An die anderen beiden Flügel werden variable konstante Spannung angelegt, wobei jedes Segment einzeln ansteuerbar ist.

Die Simulation der Fallen-Frequenzen [Keh11] ergab eine axiale Fallenfrequenz im Bereich  $\omega_z \approx 2\pi \times (0, 5-1, 5)$  Mh, sowie eine radiale Fallen-Frequenzen von  $\omega_{x,y} \approx 2\pi \times (0, 5-3)$  Mhz, wobei die Felder beiden Richtungen entartet gewählt werden können.

Durch die Segmentierung der Elektroden kann eine wesentlich bessere Kon-

trolle des Fallenpotentials erreicht werden. Die Ionen können in einzelnen Potentialmulden gefangen werden. Zudem ist es möglich, Ionen entlang der Symmetrieachse zu verschieben, Ionenkristalle zu trennen oder einzelne Ionen aus dem Kristall zu entfernen.

## 6.2. Seitenbandkühlen

In Abschnitt 4.1.4 wurde gezeigt, dass die momentan, mit Dopplerkühlen erreichbare Ionentemperatur bei dem Fünffachen des Dopplerlimits des  $4^2S_{1/2} \rightarrow 4^2P_{1/2}$  Übergangs liegt.

Für Quanten-Gatter hoher Güte ist jedoch eine Temperatur nahe des Vibrations-Grundzustands notwendig.

In Ionenfallen besteht die Möglichkeit, dies durch Seitenbandkühlen zu erreichen. Hierbei wird von der Vernichtung eines Phonons bei dem Übergang  $|S,n\rangle \rightarrow |D,n-1\rangle$  Gebrauch gemacht. In Abbildung 6.2 wird das Verfahren skizziert. Durch Anregung des roten Seitenbandes und anschließendem Zerfall auf dem Träger-Übergang wird Energie aus dem System entfernt. Um mittlere Phononenzahlen von  $\overline{n} \ll 1$  zu erreichen, ist die Bedingung  $\eta \ll 1$  von entscheidender Bedeutung, da nur unter dieser Bedingung der Zerfall  $|e,0\rangle \rightarrow |g,1\rangle$  stark gegenüber dem Zerfall ohne Anregung eines Phonons unterdrückt ist.



Abbildung 6.2.: Skizzierte Funktionsweise des Seitenbandkühlens. Einstrahlung von Licht auf dem roten Seitenband führt zur Reduktion der thermischen Energie.

Da die Lebensdauer des  $3^{2}D_{5/2}$ -Niveaus sehr lang ist, ist es sinnvoll diesen Zustand mithilfe des Lasers bei 854 nm in das  $4^{2}P_{3/2}$ -Niveau anzuregen, da auf diese Weise ein wesentlich schnellerer Kühlungs-Zyklus erreicht werden kann. Im momentanen Aufbau ist e, nicht möglich, dieses Verfahren mit dem schräg zur Symmetrieachse ausgerichteten Strahl anzuwenden. Dies wurde in Abschnitt 4.1.4 durch die Verletzung des Lamb-Dicke-Kriteriums gezeigt. Für den orthogonal zur Fallenachse eingestrahlten Strahl wird das Lamb-Dicke-Regime erreicht, sodass das Seitenbanddkühlen der radialen Vibrations-Moden möglich ist. Da die Fallenfrequenzen der segmetierten Paulfalle wesentlich größer sind, sollte das Verfahren in dieser Falle aus allen Richtungen anwendbar sein.

# A. Anhang

A.1. Veröffentlichung

## Mode shaping in mixed ion crystals of ${}^{40}Ca^{2+}$ and ${}^{40}Ca^{+}$

T. Feldker<sup>1</sup>, L. Pelzer<sup>1</sup>, M. Stappel<sup>1,2</sup>, P. Bachor<sup>1,2</sup>, R. Steinborn<sup>1,2</sup>, D. Kolbe<sup>1,2\*</sup>, J. Walz<sup>1,2</sup>, F. Schmidt-Kaler<sup>1</sup>

QUANTUM, Institut für Physik, Universität Mainz, Staudingerweg 7, D-55128 Mainz, Germany
 Helmholtz-Institut Mainz, D-55099, Germany

Received: date / Revised version: date

Abstract We present studies of mixed Coulomb crystals of  ${}^{40}\text{Ca}^+$  and  ${}^{40}\text{Ca}^{2+}$  ions in a linear Paul trap. Doubly charged ions are produced by photoionisation of trapped  ${}^{40}\text{Ca}^+$  with a vacuum ultraviolet laser source and sympathetically cooled via Doppler cooled  ${}^{40}\text{Ca}^+$ ions. We investigate experimentally and theoretically the structural configurations and the vibrational modes of these mixed crystals. Our results with  ${}^{40}\text{Ca}^{2+}$  are an important step towards experimental realization of the proposals for mode shaping in a linear crystal and spindependent configuration changes from zigzag to linear as proposed by Li et al, Phys. Rev. A 87, (2013) 052304 and Phys. Rev. Lett 108, (2012) 023003 using ions excited to Rydberg states.

#### **1** Introduction

Trapped ions are among the most promising systems for the realization of a quantum computer. While excellent control over single qubits [1], high fidelity entangling of two qubits [2,3], simple quantum algorithms [4,5] and entangling of up to 14 qubits [6] have been demonstrated, the scaling to large numbers of qubits remains challenging due to the increasingly complex mode spectrum of large ion crystals.

Performing high fidelity quantum gate operations even in long linear ion crystals [7] using optimized laser pulses [8, 9] is an highly interesting yet challenging approach to scale up the number of qubits available for quantum information processing with trapped ions. The idea of mode shaping has the potential to drastically simplify this approach since the complexity of the mode spectrum can be significantly reduced. Such tailoring of vibrational modes may be possible employing the unique properties of Rydberg states [10], where the polarizability of the ion is strongly enhanced leading to significant modifications of the radial trapping potential [11, 12].

Equally fascinating is the perspective of spin-dependent trap-ion interactions exhibiting a strength rivalling the Coulomb forces, such that structural configuration changes of ion crystals are induced. Again, Rydberg excitations have been proposed to induce such a phase transitions [13] between a linear string and a zigzag crystal. Hence, Rydberg excitation of ions may be used to quench an ion crystal [14,15], producing a non-equilibrium situation and eventually even enter the quantum regime [16] of this phase transition.

The experimental work presented here features important aspects of mode shaping using mixed crystals with doubly charged ions instead of Rydberg excitations. We investigate in detail radial modes and configuration changes, thus providing a complete understanding of the mode shaping which would be required for quantum gate operation. For the measurements we benefit from the effectively infinite lifetime of  ${}^{40}Ca^{2+}$  ions as compared to a lifetime of about  $100 \,\mu s$  for a Rydberg excitation. The presented experiments with  ${}^{40}Ca^{2+}$  ions can be considered as an important step towards mode shaping experiments with Rydberg excitations. Still, one important aspect of the proposed mode shaping and ion crystal configuration is not captured: Only coherent Rydberg excitation would give complete control over these effects, including superposition states.

We generate mixed Coulomb crystals consisting of ions with a large difference in charge-to-mass ratio by ionizing single  ${}^{40}$ Ca<sup>+</sup> ions with a vacuum ultraviolet (VUV) source [17]. The wavelength of the VUV source can be changed from ionisation to Rydberg excitation wavelength and a very similar excitation scheme is used in both cases.

The paper is organized as follows: After describing the experimental setup we introduce the photoionisation scheme for selectively ionizing trapped  $^{40}Ca^+$ . In the following we describe the frequency measurement of

<sup>\*</sup> Present address: Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt e. V., Institut für Technische Physik, Pfaffenwaldring 38-40, D-70569 Stuttgart, Germany



Fig. 1 Experimental setup showing the Paul trap with laserbeams for trapping, cooling and spectroscopy of  ${}^{40}$ Ca<sup>+</sup> and the EMCCD detection system. The VUV-Generation is accomplished by four-wave-mixing in a Hg-vapour cell. The fundamental beams are dispersively separated from the VUV light with a MgF<sub>2</sub> lens (f= 130 mm) and a tiny mirror. A second MgF<sub>2</sub> lens (f= 125 mm) at a distance of about 240 mm from the ions, focusses and alignes the VUV beam to the ion crystal and is used for vacuum separation between the ion trap and the FWM region.

various modes of mixed crystals and compare the results to simulations. We also investigate structural changes of the crystals, as depending on the trap parameters and the position of the  ${}^{40}\text{Ca}^{2+}$  ion. In a last section we investigate local modes created by a  ${}^{40}\text{Ca}^{2+}$  impurity in a longer ion chain.

#### 2 Experimental setup

The ions are trapped in a linear Paul trap (Fig. 1, described in detail in [11]) consisting of four cylindrical electrodes (diameter 2.5 mm) and two endcaps (distance 10 mm) with holes (diameter 1 mm) to provide axial optical access to the ions. The Paul trap is operated with an rf-amplitude of  $U_{\rm rf} = 100 \,\mathrm{V} - 200 \,\mathrm{V}$  at a frequency  $\Omega/(2\pi) = 10.66 \,\mathrm{MHz}$ . An additional offset voltage of  $U_{\rm of} = -1.5 \,\mathrm{V}$  is applied to the DC-electrodes to lift the radial degeneracy of the trapping potential. The resulting trapping frequencies are  $\omega_x/(2\pi) = 150 \,\mathrm{kHz} - 500 \,\mathrm{kHz}$  and  $\omega_y/(2\pi) = 450 \,\mathrm{kHz} - 650 \,\mathrm{kHz}$  depending on the rf-amplitude. The endcaps are operated at a DC voltage of  $400 \,\mathrm{V}$  which yields an axial trapping frequency of  $\omega_z/(2\pi) = 119 \,\mathrm{kHz}$ .

The ions are produced by photoionisation with a pulsed laser at 532 nm from a neutral atom beam of  $^{40}$ Ca. Ions are cooled and repumped by copropagating laserbeams at wavelengths of 397 nm, 866 nm and 854 nm. With a diode laser at 393 nm ions can be optically pumped into the  $3^{2}D_{5/2}$  state with nearly 100% efficiency. The

level scheme of <sup>40</sup>Ca<sup>+</sup> ions including important transitions and laser wavelenghts is depicted in Fig. 2. All laser-beams are switched by acousto-optic modulators (AOM) in double pass configuration. Additionally, a stabilized ( $\Delta \nu < 1$  kHz) Titanium:Sapphire (Ti:Sa) laser at 729 nm allows for resolving motional sidebands on the quadrupole transition  $4^2S_{1/2} \rightarrow 3^2D_{5/2}$ . As depicted in Fig. 1, there are two spectroscopy beams available, one overlapped with the Doppler cooling beam, having a projection on all principle trap axes and one propagating through the high numerical aperture (NA) camera lens. The latter is tightly focussed to about 5  $\mu$ m and can be used for addressing single ions in a bigger crystal.

The imaging system consists of a lens with focal length 66.8 mm which maps the ion crystal via a folding mirror on an EMCCD (Electron Multiplying Charge Coupled Device) chip. The numerical aperture of 0.27 limits the theoretical resolution to 0.9  $\mu$ m, the magnification can be determined by comparison of simulated and measured ion positions to a value of 17. The exposure time for a single picture may be varied between 1 and 50 ms.

For single-photon ionisation a continuous wave coherent light source at 121.26 nm is used. A detailed description of this laser can be found in [17,11]. Coherent VUV radiation at 121.26 nm is produced by triple resonant four-wave mixing in mercury with three fundamental waves at 254 nm, 408 nm and 540 nm (see Fig. 2b). In the four wave mixing scheme the three fundamental lasers are tuned close to the transitions  $6^{1}S-6^{3}P$  [18], Mode shaping in mixed ion crystals of  ${\rm ^{40}Ca^{2+}}$  and  ${\rm ^{40}Ca^{+}}$ 



Fig. 2 a) Level scheme of  ${}^{40}\text{Ca}^+$  with transitions at 397 nm used for Doppler cooling and detection, repumping at 866 nm and 854 nm, spectroscopy at 729 nm and ionisation at 121.26 nm. The laser near 393 nm allows for pumping to the  ${}^{32}\text{D}_{5/2}$  state. b) Relevant Hg levels used in the four wave mixing process. The UV and blue lasers are fixed to the two-photon resonance  ${}^{61}\text{S} \rightarrow {}^{71}\text{S}$ , the VUV wavelength is determined by the third laser.

 $6^{3}P-7^{1}S$  and  $7^{1}S-12^{1}P$  in mercury, respectively, which significantly increases the yield of VUV power to about  $1 \,\mu\text{W}$  at 121.26 nm. The setup of the VUV laser is shown in Fig. 1. The three fundmental beams are superimposed by dichroic mirrors and focussed into mercury vapour for VUV generation. The fundamental beams are dispersively separated from the VUV light with a MgF<sub>2</sub> lens and a tiny mirror. With a second MgF<sub>2</sub> lens mounted on a 3D-translation stage the VUV light is focussed and aligned to the trap. The VUV radiation propagates through holes in the endcaps of the trap and is detected with a photo multiplier tube (PMT) behind the trap. The measured focus has a width of  $\omega_0 \approx 20 \,\mu\text{m}$ .

For photoionisation of  ${}^{40}Ca^+$  we first load a linear string of three ions. The ions are pumped to the  $3^2D_{3/2}$ state by laser light at 397 nm wavelength, before we apply ionization light near 121.26 nm. Since a doublycharged ion does not resonantly scatter light near 397 nm a successful formation of  ${}^{40}\text{Ca}^{2+}$  is characterized as a dark gap in the ion crystal. However, such dark gaps may also result from loading of ions from ionized background gas. In order to verify the ionization of a  ${}^{40}Ca^+$ and to discriminate <sup>40</sup>Ca<sup>2+</sup> from accidentally loaded ions of other species we check the length of the crystal, which increases by 21% ( $\approx 8\,\mu\text{m}$ ) for a  $^{40}\text{Ca}^{2+}$  ion in central position. To produce larger crystals with an impurity ion we also start from a three ion crystal, ionize one of the ions and finally load the desired number of additional  ${}^{40}\text{Ca}^+$  ions into the trap. This way we make sure that the crystal contains a  ${}^{40}Ca^{2+}$  ion.

#### 3 Vibrational modes of mixed three-ion crystals

The <sup>40</sup>Ca<sup>2+</sup> impurity leads to modificated vibrational modes compared to a <sup>40</sup>Ca<sup>+</sup> crystal. The broken symmetry of the crystal gives rise to radial modes which, except for the rocking mode with <sup>40</sup>Ca<sup>2+</sup> in central position ( $\uparrow \circ \downarrow$ ), are no longer orthogonal to the center of mass mode. Hence, modes can be excited by applying a resonant radiofrequency to one of the DC-electrodes. We concentrate on the radial modes of the crystal since these are the most interesting for mode shaping. The axial modes of a three-ion crystal with <sup>40</sup>Ca<sup>2+</sup> have been measured previously by Kwapien et al. [19].

For frequeny determination the oscillation amplitude of the ions with respect to the applied radiofrequency at a constant rf-amplitude is measured. The oscillation amplitude results in a smeard out fluorescence of the ion and can be determined from the camera image. The eigenfrequency of the mode is determined as the central frequency of a gaussian, fitted to the oscillation amplitude as a function of the applied rf-frequency. We avoid non-linear response [20] by keeping a low excitation amplitude. The simulated and measured frequencies are shown in Fig. 3 and agree to about 1 kHz, the deviation can be explained by errors in the determination of the eigenfrequeny  $(0.5 \,\mathrm{kHz})$  and a drift of the trapping potential between measurement and calibration where the trap frequencies  $\omega_{x,y,z}$  are measured with a single  $^{40}$ Ca<sup>+</sup>. The rf-amplitude  $U_{\rm rf}$  is not completely constant but decreases slowly over time which leads to the observed trapping potential drift of  $\Delta \omega_{x,y}/(2\pi) \approx 10 \,\mathrm{kHz}$ over the course of a day. The highest frequency modes where the  ${}^{40}Ca^{2+}$  exhibits an approximately 50 times higher oscillation amplitude than the  ${}^{40}Ca^+$  are missing in the plot because they could not be measured exactly. This is because the  ${}^{40}Ca^{2+}$  ion can not be detected while the oscillation amplitude of  ${}^{40}Ca^+$  ions remains small.

The zigzag mode of a crystal with  ${}^{40}\text{Ca}^{2+}$  in outer position (Fig. 3c) is shifted to lower frequencies compared to the zigzag mode of a three-ion  ${}^{40}\text{Ca}^+$  crystal, while the zigzag mode of a crystal with  ${}^{40}\text{Ca}^{2+}$  in central position (Fig. 3a) is shifted to higher frequencies. This result agrees with the observed behaviour of the zigzag transition in section 4.

#### 4 Structural changes in a three-ion crystal by an <sup>40</sup>Ca<sup>2+</sup> impurity

Assuming the well justified pseudo potential approximation [22], a linear Paul trap is fully described by a static potential in axial direction with angular frequency  $\omega_z = 2\sqrt{q\beta/M}$  and a pseudopotential in radial direction with angular frequency  $\omega_r = \sqrt{2((q\gamma/(M\Omega))^2 - q\beta/M)}$ where q denotes the charge, M the mass of the ion and  $\gamma, \beta$  the curvatures of the electric potentials. By applying an offset voltage  $V_{\rm of}$  to the DC-electrodes an additional



300

(d)

250

200

(e)

500

Fig. 3 Measured and simulated frequencies of selected modes of mixed ion crystals. Dots represent measured values while lines are from numerical simulations. The small insets (a-c) show the modes which where measured. For comparison the simulated frequency of the zigzag mode (d) without  ${}^{40}\mathrm{Ca}^{2+}$  is also shown. (e) The oscillation amplitude of the ions is plotted for different radiofrequencies. The eigenfrequency is determind as the center frequency of a gaussian fitted to the oscillation amplitude as a function of the applied rf-frequency.

350

trap frequency for  ${}^{40}Ca^{+}(kHz)$ 

400

450

static electric potential  $\beta_{\rm rad}$  is induced and the radial pseudopotential reads:

$$\omega_{x,y} = \sqrt{2((q\gamma/(M\Omega))^2 - q\beta/M \mp q\beta_{rad}/M)}$$
(1)

The configuration of an ion crystal in this potential is determined by the anisotropy parameters  $\alpha_{x,y} = \omega_z^2 / \omega_{x,y}^2$ . For tight radial confinement  $\omega_{x,y} \gg \omega_z$  the ions form a linear string aligned on the z-axis. Lowering the radial confinement causes a phase transition to a zigzag configuration at  $\alpha = \alpha_{\text{crit}}$  [23,14,15]. For  $\alpha_x > \alpha_y$  this zigzag crystal is confined to the xz-plane which prevents it from rotating around the z-axis.

From eq. 1 follows that the static ( $\propto \sqrt{q/m}$ ) and dynamic ( $\propto q/m$ ) parts of the potential scale differently with q/m, resulting in a different  $\alpha$  for  ${}^{40}\text{Ca}^{2+}$  compared to singly ionized calcium. The values of  $\alpha$  given in this work, always refer to the trapping frequencies of singly charged  ${}^{40}Ca^+$ . To measure the phase transitions of different three-ion crystals the static potentials  $\beta$ =14.7(2) kV/m<sup>2</sup> and  $\beta$ <sub>rad</sub>=37(1) kV/m<sup>2</sup> are kept constant, the values are determined from the oscillation frequency of a single trapped  ${}^{40}Ca^+$  ion. The dynamic potential  $\gamma$  is varied using a rf-attenuator.

Measured and simulated configurations of the Coulomb crystal are shown in Fig. 4. In the case of a mixed ion crystal  $\alpha_{\rm crit}$  depends on the position of the  ${}^{40}{\rm Ca}^{2+}$  ion. We observe three different regimes: For  $\alpha < \alpha_{crit1}$  all crystals are linear strings, for  $\alpha_{\rm crit1} < \alpha < \alpha_{\rm crit2}$  only the crystal with  ${}^{40}\text{Ca}^{2+}$  in outer position is in zigzag configuration while the others are still linear and for  $\alpha > \alpha_{\rm crit2}$  the crystal with a central  ${\rm ^{40}Ca^{2+}}$  ion is the last one remaining in the linear configuration. We could not observe a zigzag crystal with  ${}^{40}Ca^{2+}$  in central position at all, instead the  ${}^{40}Ca^{2+}$  always moves to the

 $\alpha_{\rm crit1} = 0.37$  fits well with the experiment. In order to compare observed ion positions of the three-ion crystal with the simulation, a coordinate conversion is applied to the pictures. The line of sight of the imaging system and the crystal plane normal are under  $45^{\circ}$ , so the scaling in x- and z-direction is stretched by a factor of  $\sqrt{2}$ . Additionally a deviation of 3° between the crystals center line and the z-direction, due to misalignment of the imaging system, has been taken into account.

After this transformation, the deviation between simulated and measured positions is below  $1 \,\mu m$  for all pictures except for Fig. 4g with a deviation of  $3.7\,\mu\mathrm{m}$  and Fig. 4h where a fit was not possible. Such deviation may be attributed to a drift of the trapping potential which occurs between calibration and measurement. The additional deviation in Fig. 4g can be attributed to a small error in stray field compensation so that the trapping potential minimum is shifted for  ${}^{40}Ca^{2+}$  compared to  $^{40}Ca^{+}$ .

Close to the critical trap anisotropy, when  $\alpha$  is barly bigger then  $\alpha_{\rm crit}$ , the potential barrier between mirrored degenerate configurations is small enough to enable the ion to change configurations many times during camera exposure time under Doppler cooling conditions [21]. This results in a broadening of the detected peak, as seen in of Fig. 4h and prevents exact determination of ion positions.

#### 5 Local modes in linear crystal with ${}^{40}Ca^{2+}$ impurity

A long ion chain can be divided into separately oscillating parts by impurity ions. Here we use a  ${}^{40}Ca^{2+}$  ion which is subjected to a much stiffer radial confinement in the trap for the tailoring of radial modes. We prepare a string of five  ${}^{40}Ca^+$  and one  ${}^{40}Ca^{2+}$  positioned as the third ion in the chain and excite the radial modes. We find that for each mode the oscillation is almost completely restricted to either the upper or the lower ions (see Fig. 5).

The measured frequencies and eigenvectors are in good agreement with simulations. The eigenfrequencies of the modes are  $2\pi \times 468 \,\mathrm{kHz}$  (Fig. 5a),  $2\pi \times 463 \,\mathrm{kHz}$ (Fig. 5b),  $2\pi \times 423$  kHz (Fig. 5c) and  $2\pi \times 403$  kHz (Fig. 5a) for trap frequencies of  $\omega_z = 2\pi \times 119 \text{ kHz}, \omega_x = 2\pi \times 480 \text{ kHz}$ and  $\omega_y = 2\pi \times 630 \,\text{kHz}$  for a single  ${}^{40}Ca^+$  ion. In addition to the measured modes shown in Fig. 5 there is a mode at  $2\pi \times 1006$  kHz where mainly the  ${}^{40}$ Ca<sup>2+</sup> oscillates and a mode at  $2\pi \times 352$  kHz where the oscillation is localized to the lower subcrystal. Simulations show that for the modes at  $2\pi \times 423$  kHz and at  $2\pi \times 403$  kHz the oscillation amplitude on different sides of the  ${}^{40}Ca^{2+}$  differs by a

Mode shaping in mixed ion crystals of  ${}^{40}\text{Ca}^{2+}$  and  ${}^{40}\text{Ca}^{+}$ 



Fig. 4 Fluorescence images (a-i) of three-ion crystals, without  ${}^{40}Ca^{2+}$  ion and with  ${}^{40}Ca^{2+}$  ion in central or outer position, for different anisotropic parameters. Simulated positions are indicated as black ( ${}^{40}Ca^{+}$ ) and red ( ${}^{40}Ca^{2+}$ ) crosses. In (h) there are additional crosses in white ( ${}^{40}Ca^{+}$ ) and green ( ${}^{40}Ca^{2+}$ ) for the mirrored configuration. The reason for slightly different  $\alpha$  for crystals with ( $\alpha_{pure}$ ) and without  ${}^{40}Ca^{2+}$  ( $\alpha_{mix}$ ) is a drift of the trapping potential between these measurements.

factor of  $\approx 30$  while ions on the same sub-crystal have similar oscillation strength. The results also show that the mode density for the sub-crystals is much lower than for a string of six  ${}^{40}\text{Ca}^+$  ions trapped in the same potential. The minimal frequency separation for modes on the same sub-crystal is  $2\pi \times 45$  kHz compared to  $2\pi \times 15$  kHz for a pure  ${}^{40}\text{Ca}^+$  crystal.

#### 6 Conclusion and outlook

We measured the mode-structure of mixed coulomb crystals with three ions. The resulting eigenfrequencies are in good agreement with values from numerical simulations. We observe the configuration of these crystals the transition from linear to zigzag configuration depending on the position of the doubly-ionized ion. The positions of the <sup>40</sup>Ca<sup>+</sup> ions agree to 1  $\mu$ m with values from numerical simulations. These results confirm the proposed zigzag transition using Rydberg excitation in a three ion crystal [13].

We observe localized modes created by dividing longer ion chains with doubly-charged ion. In future experiments such localized modes could possibly be exploited to implement parallel gate execution on different parts of the ion string [13].

An exciting perspective for future experiments is the possibility to use coherently excited Rydberg states. The Rydberg excitation from the  $3^2D_{5/2}$  state, together with the single ion addressing of the  $4^2S_{1/2} \rightarrow 3^2D_{5/2}$  transition, may allow for a full control over the radial mode



**Fig. 5** Upper part: Fluorescence images of excited local modes (a-d) in a linear string with  ${}^{40}Ca^{2+}$  impurity. The local excitation of ions is observed from the broadening of the ion image in radial direction. The oscillation amplitudes of the ions fit well to the simulated eigenvectors of the modes (e-f).

T. Feldker et al.

structure. In future, one may extend the mode shaping to two-dimensional ion crystals with an even more complex mode structure [24].

We thank Weibin Li, Alexander Glaetzle, Rejish Nath, Igor Lesanovsky and Peter Zoller for helpfull discussions. We acknowledge financial support by the EU Chist-Era Project R-Ion and by the BMBF.

#### References

- 1. R. Blatt, D. J. Wineland, Nature 453, (2008) 1008.
- J. Benhelm, G. Kirchmair, C. F. Roos, R. Blatt, Nature Phys. 4, (2008) 463.
- J. P. Home, D. Hannecke, J. D. Jost, J. M. Amini, D. Leibfried, D. J. Wineland, Science **325**, (2009) 1227.
- M. Riebe, H. Häffner, C. F. Roos, W. Hänsel, J. Benhelm, G. P. T. Lancaster, T. W. Körber, C. Becher, F. Schmidt-Kaler, D. F. V. James, R. Blatt, Nature 429, (2004) 734.
- B. P. Lanyon, C. Hempel, D. Nigg, M. Müller, R. Gerritsma, F. Zähringer, P. Schindler, J. T. Barreiro, M. Rambach, G. Kirchmair, M. Hennrich, P. Zoller, R. Blatt, C. F. Roos, Science **334**, (2011) 57-61.
- T. Monz, P. Schindler, J. T. Barreiro, M. Chwalla, D. Nigg, W. A. Coish, M. Harlander, W. Hänsel, M. Hennrich, R. Blatt, Phys. Rev. Lett. **106**, (2011) 130506.
- G.D. Lin, S.L. Zhu, R. Islam, K. Kim, M.S. Chang, S. Korenblit, C. Monroe, L.M. Duan, EPL 86, (2009) 60004.
- J. J. Garcia-Ripoll, P. Zoller, J. I. Cirac, Phys. Rev. Lett. 91, (2003) 157901.
- 9. L. M. Duan, Phys. Rev. Lett. 93, (2004) 100502.
- W. Li, A.W. Glaetzle, R. Nath, I. Lesanovsky, Phys. Rev. A 87, (2013) 052304.
- F. Schmidt-Kaler, T. Feldker, D. Kolbe, J. Walz, M. Müller, P. Zoller, W. Li, I. Lesanovsky, New J. of Phys. 13, (2011) 075014.
- M. Müller, L. Liang, I. Lesanovsky, P. Zoller, New J. of Phys. 10, (2008) 093009.
- W. Li, I. Lesanovsky, Phys. Rev. Lett. 108, (2012) 023003.
- S. Ulm, J. Roßnagel, G. Jacob, C. Degünther, S. T. Dawkins, U. G. Poschinger, R. Nigmatullin, A. Retzker, M. B. Plenio, F. Schmidt-Kaler, K.Singer, arXiv:13025343v1 (2013).
- K. Pyka, J. Keller, H. L. Partner, R. Nigmatullin, T. Burgmeister, D. M. Meier, K. Kuhlmann, A. Retzker, M. B. Plenio, W. H. Zurek, A. Campo, T. E. Mehlstubler, arXiv:1211.7005v1 (2012)
- J. D. Baltrusch, C. Cormick, G. Morigi, Phys. Rev. A 86, (2012) 032104.
- D. Kolbe, M. Scheid, J. Walz, Phys. Rev. Lett. 109, (2012) 063901.
- D. Kolbe, M. Scheid, J. Walz, Appl. Phys. B (2012) 10.1007/s00340-013-5510-6.
- T. Kwapien, U. Eichmann, W. Sandner, Phys. Rev. A 75, (2007) 063418.
- N. Akerman, S. Kotler, Y. Glickman, Y. Dallal, A. Keselman, R. Ozeri, Phys. Rev. A, Rapid Communications 82, (2010) 061402.
- D. Reiß, K. Abich, W. Neuhauser, Ch. Wunderlich, P. E. Toschek, Phys. Rev. A 65, (2002) 053401

- D. Leibfried, R. Blatt, C. Monroe, D. Wineland 75, (2003) 281.
- D.G. Enzer, M.M. Schauer, J.J. Gomez, M.S. Gulley, M.H. Holzscheiter, P.G. Kwiat, S.K. Lamoreaux, C.G. Peterson, V.D. Sandberg, D. Tulpa, A.G. White, R.J. Hughes, D.F.V. James, Phys. Rev. Lett. 85, (2000) 2466.
- 24. H. Kaufmann, S. Ulm, G. Jacob, U. Poschinger, H. Landa, A. Retzker, M.B. Plenio, F. Schmidt-Kaler, Phys. Rev. Lett. **109**, (2012) 263003.

## A.2. Schaltpläne



Abbildung A.1.: Schaltplan der Frequenzstabilisierung des Diodenlasers der Wellenlänge 866 nm.



Abbildung A.2.: Schaltplan der Frequenzstabilisierung des Diodenlasers der Wellenlänge 397 nm.



Abbildung A.3.: Schaltplan der FNC Elektronik [Mac12] [Kir06]

## A.3. Mathematica Quelltext

Kommentiertes Mathematica Nootebook zur Ermittlung der Ionenpositionen aus den EMCCD-Daten sowie der Geometrische Transformation zum Vergleich mit den simulierten Daten. Aus Platzgründen sind nur die wichtigsten Funktionen dargestellt.

```
(*Anzahl Ionen und Bilder festlegen*)
nion = 3;
nbilder = 9;
(*Import Parameter*)
rfAtt = "2.10";
omegaZ = 118. * 10<sup>3</sup> * 2 * Pi;
omegaY = 200 * 10^3 * 2 * Pi;
omegaX = 469 * 10^3 * 2 * Pi;
(*Import Simulierte Positionen*)
... (*siehe Nootbook Positionsbestimmung*)
(* Werte für ROI-Bereich auswählen *)
roisize = 60;
zmin = 230;
zmax = zmin + roisize;
vmin = 210;
ymax = ymin + roisize / 2;
(****************** Peak Position und Höhe
 (*Import Daten für Bilder-Summe*)
For[m = 0, m < nbilder, m++,</pre>
 pixelarraytable =
  Table[Import["pic" <> dateiserie <> "_" <> dateireihe <> ToString[m] <> ".dat", "Data"],
   {m, nbilder}];
 sumpixelarray = N[Sum[pixelarraytable[[m]], {m, 1, nbilder}] / nbilder];
 sumdatenpunkteROI =
  Flatten[Table[{i, j, sumpixelarray[[i]][[j]]}, {j, ymin, ymax}, {i, zmin, zmax}], 1];
guessA0 = Mean[Flatten[sumpixelarray]];
guessA = Table[1, {o, 1, nion}];
z0guess = Table[1, {o, 1, nion}];
y0guess = Table[1, {o, 1, nion}];
(************************Schleife für guess Positionen: Suche Maxima,
gib Position und Höhe aus, lösche Umgebung, such nächstes Maxima *)
Print["Fehler"]
fehler = 0
(* Wenn nicht alle Peaks gefunden werden Fehlerzahl eintragen & manuell nachhelfen *)
nionreduced = nion - fehler:
newsumpixelarray = sumpixelarray;
For[o = 1, o < nionreduced + 1, o++,</pre>
 guessA[[0]] = sumdatenpunkteROI[[
     Flatten[Position[sumdatenpunkteROI, Max[newsumpixelarray]]][[1]]]][[3]]
   - guessA0:
 z0guess[[0]] = sumdatenpunkteROI[[
    Flatten[Position[sumdatenpunkteROI, Max[newsumpixelarray]]][[1]]]][[2]];
 y0guess[[0]] = sumdatenpunkteROI[[
    Flatten[Position[sumdatenpunkteROI, Max[newsumpixelarray]]][[1]]];[[1]];
 For[i = y0guess[[0]] - 5, i < y0guess[[0]] + 5, i++,</pre>
  For[j = z0guess[[0]] - 5, j < z0guess[[0]] + 5, j++, newsumpixelarray[[i]][[j]] = 0]];</pre>
]; (*Ende Schleife*)
```

```
2 Schön_AllPositionsfitloop.nb
```

```
fitparameterTable = {}; fitRSquaredTable = {};
For m = 0, m < nbilder, m++,</pre>
 (* Aufräumen *)
 fitparameter2 = {}; fitparameter = {}; fitRSquared = {}; fit = {};
 (*Import + Umwandlung in brauchbares Format*)
 pixelarray =
  Import["pic" <> dateiserie <> "_" <> dateireihe <> ToString[m + 1] <> ".dat", "Data"];
 datenpunkte = Flatten[Table[{i, j, pixelarray[[i]][[j]]}, {i, 512}, {j, 512}], 1];
 datenpunkteROI =
  Flatten[Table[{i, j, pixelarray[[i]][[j]]}, {j, ymin, ymax}, {i, zmin, zmax}], 1];
 (************************ Schleife für Peaks
                                                           **********************
 0 = 1:
  For [o = 1, o < nion + 1, o++,</pre>
  (* Aufräumen *)
  ClearAll["z0<sub>*</sub>", "y0<sub>*</sub>", "oy<sub>*</sub>", "oz<sub>*</sub>", "A<sub>*</sub>", A0];
  fitparametertemp = {}; fitRSquaredtemp = {};
  (*Funktion Definieren *)
  Clear[f];
  f[z_{-}, y_{-}, o_{-}] := A0_{o} + \frac{A_{o}}{2 * Pi * \sigma y_{o} * \sigma z_{o}} \exp\left[\frac{-1}{2 * (1 - \rho^{2})} \left(\frac{\left(y - y0_{o}\right)^{2}}{\sigma y_{o}^{2}} + \frac{(z - z0_{o})^{2}}{\sigma z_{o}^{2}}\right)\right];
  (*Daten fitten *)
  fit = NonlinearModelFit [datenpunkteROI,
     (*{ *) f[z, y, o], {{z0<sub>o</sub>, z0guess[[o]]}, {y0<sub>o</sub>, y0guess[[o]]}
      , \{\sigma y_{\circ}, 0.5\}, \{\sigma z_{\circ}, 0.5\}, \{A_{\circ}, guessA[[o]]\}, \{A0_{\circ}, guessA0\}, \{y, z\}];
  fitparametertemp = fit["BestFitParameters"];
  fitRSquaredtemp = fit["AdjustedRSquared"];
  (*gefundene Parameter an Liste anhängen *)
  fitparameter = Append[fitparameter, fitparametertemp];
  fitRSquared = Append[fitRSquared, fitRSquaredtemp];
 ; (****ENDE FOR SCHLEIFE Peaks****)
 fitparameter2 = Flatten[fitparameter];
 fitparameterTable = Append [fitparameterTable,
   Table [ \{ z0_p, y0_p, \sigma z_p, \sigma y_p, A_p, A0_p \}, \{ p, nion \} ] /. fitparameter2 ];
 fitRSquaredTable = Append[fitRSquaredTable, fitRSquared];
; (**ENDE FOR SCHLEIFE Bilder**)
```

```
(*Mittelwerte und Stdabw Peakpositionen verschiedener Bilder*)
mittelwerte = Table[Mean[Partition[
      Flatten[Table[{fitparameterTable[[t]][[1]], fitparameterTable[[t]][[1]]},
         {t, 1, nbilder}]], 2]], {i, 1, nion}]
mittelwertepeakbreite = Table[Mean[Partition[Flatten[
        Table[{fitparameterTable[[t]][[i]][[4]], fitparameterTable[[t]][[i]][[3]]},
         {t, 1, nbilder}]], 2]], {i, 1, nion}]
standartabweichung = Table[StandardDeviation[Partition[
      Flatten[Table[{fitparameterTable[[t]][[1]], fitparameterTable[[t]][[2]]},
         {t, 1, nbilder}]], 2]], {i, 1, nion}]
\left( \text{*Liste aller gefundenen Fitparameter} \rightarrow \text{Ionen } v \text{ Bilder } \left( z 0_p, y 0_p, \sigma z_p, \sigma y_p, A_p, A 0_p \right)^T \text{*} \right)
(*****
                                        geometrische Transformation
                                                                                        ********
ClearAll[winkel, zscale, yscale, ymitte, zmitte];
guesswinkel = 0.046;
guessyscale = guesszscale * Sqrt[2];
quesszscale = -0.931;
guessymitte = -224.93;
guesszmitte = -263.19;
(*lösche Position dunkles Ion für DI (Position wählen) *)
(*simPosred=Delete[simPos,2]; *) (*DI*)
simPosred = simPos;
                                         (*SI*)
(* Transformationen *)
r = RotationTransform[-winkel]; (*Rotation*)
s = ScalingTransform[{zscale, yscale}]; (*Skalierung*)
t = TranslationTransform [{zmitte, ymitte}];(*Translation*)
ref = ReflectionTransform [{0, 1}]; (*Spiegelung *)
r2 = RotationTransform [Pi / 2];
transformfitPos =
   Table \begin{bmatrix} \cos[winkel] - \sin[winkel] \\ \sin[winkel] & \cos[winkel] \end{bmatrix}, \begin{pmatrix} yscale & 0 \\ 0 & zscale \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} fitPos[[i]][[1]] + ymitte \\ fitPos[[i]][[2]] + zmitte \end{pmatrix},
     {i, 1, nion} ; (*Kombinierte Transformation*)
                         (*****
yscale = zscale / Sqrt[2];
bestTrafo = FindMinimum
   \operatorname{Sum}\left[\left(\operatorname{Part}\left[\left(\operatorname{Cos}\left[\operatorname{winkel}\right] - \operatorname{Sin}\left[\operatorname{winkel}\right]\right]\right) \cdot \left(\operatorname{yscale} 0 \\ \operatorname{Sin}\left[\operatorname{winkel}\right] \quad \operatorname{Cos}\left[\operatorname{winkel}\right]\right) \cdot \left(\operatorname{0} zscale\right)\right]\right]
               (fitPos[[i]][[1]] + ymitte
fitPos[[i]][[2]] + zmitte) - (simPosred[[i]][[1]]
simPosred[[i]][[2]]), 1])^2 +
        \begin{pmatrix} Part \begin{bmatrix} Cos[winkel] & -Sin[winkel] \\ Sin[winkel] & Cos[winkel] \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} yscale & 0 \\ 0 & zscale \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} fitPos[[i]][[1]] + ymitte \\ fitPos[[i]][[2]] + zmitte \end{pmatrix} - K = 0 
             \binom{\texttt{simPosred[[i]][[1]]}}{\texttt{simPosred[[i]][[2]]}}, 2 \Big] \wedge 2, \{i, 1, \texttt{nion}\} \Big]
   , {{zmitte, guesszmitte}, {ymitte, guessymitte}, {zscale, guesszscale},
```

```
(*{yscale,guessyscale},*){winkel,guesswinkel}}
```

Kommentiertes Mathematica Nootebook zur Berechnung der Ionenpositionen sowie die Frequenz und Eigenvektoren der Vibrations-Moden, für Ionenkristalle mit und ohne  $\rm ^{40}Ca^{2+}$ an beliebiger Position.

Hierbei handelt es sich um eine modifizierte Version des in [Kau12] vorgestellten Algorithmus.

```
Konstanten definieren
                                                                                                                                                                *******)
 (*****
DI = True; (* Auswahl Doppelt geladens Ion *)
nion = 3;(*Anzahl Ionen *)
dim = 2;(*Dimension*)
omegaZ = 119 * 10<sup>3</sup> * 2 * Pi; (*axiale Fallenfrequenz*)
guessRange = 0.4; (*Schleifenparameter*)
steps = 150;
rfAtt = 1.98;(*Einstellung RF-Attenuator*)
 Ladung = Table[1, {nion}];
o = 2;(* Position für doppelt geladenes Ion aussuchen *)
If[DI, Ladung[[0]] = 2, Ladung[[0]] = 1]
 omegaY = eichungY[rfAtt] * 10<sup>3</sup> * 2 * Pi; (*radiale Fallenfrequnzen aus Eichkurve*)
omegaX = eichungX[rfAtt] * 10<sup>3</sup> * 2 * Pi;
alpharad = Sqrt[0.5 * (omegaY^2 + omegaX^2)];
betarad = 0.5 * (omegaX^2 - omegaY^2); (*Berechnung der Fallenparameter*)
const = {q -> 1.6 \times 10^{-19}, \epsilon 0 \rightarrow 8.85 \times 10^{-12},
      µbohr -> 9.27400915 \times 10^{(-24)}, \hbar -> 1.054571628 \times 10^{(-34)},
      M \rightarrow 40 \times 1.6605 \times 10^{-27}, \ \omega x \rightarrow \text{omegaX}, \ \omega y \rightarrow \text{omegaZ}, \ \omega z \rightarrow \text{omegaZ}; \ \omega = \{\omega y, \ \omega z\};
 (*Unterschiedliche Skalierung der Fallenfrequenzen für Doppelt geladenes Ion*)
If[DI, wDouble = {Sqrt[4 * alpharad ^2 - 2 * betarad], Sqrt[2] * omegaZ};, wDouble = w;];
alphaSI = N[(\omega[[2]] / \omega[[1]])^2 / . const, 3];
alphaDI = (\omega \text{Double}[[2]] / \omega \text{Double}[[1]])^2;
 (*Fallenpotential*)
V = \sum_{m=1}^{nion} If \left[ m = o, \frac{1}{2} M \ \omega Double \left[ [1] \right]^2 x_{m,1}^2 + \frac{1}{2} M \ \omega Double \left[ [2] \right]^2 x_{m,2}^2, \sum_{i=1}^{dim} \frac{1}{2} M \ \omega \left[ [i] \right]^2 x_{m,i}^2 \right] + \frac{1}{2} M \ \omega Double \left[ [2] \right]^2 x_{m,2}^2 + \frac{1}{2} M \ \omega Double \left[ [2] \right]^2 x_{m,2}^2 + \frac{1}{2} M \ \omega Double \left[ [2] \right]^2 x_{m,2}^2 + \frac{1}{2} M \ \omega Double \left[ [2] \right]^2 x_{m,2}^2 + \frac{1}{2} M \ \omega Double \left[ [2] \right]^2 x_{m,2}^2 + \frac{1}{2} M \ \omega Double \left[ [2] \right]^2 x_{m,2}^2 + \frac{1}{2} M \ \omega Double \left[ [2] \right]^2 x_{m,2}^2 + \frac{1}{2} M \ \omega Double \left[ [2] \right]^2 x_{m,2}^2 + \frac{1}{2} M \ \omega Double \left[ [2] \right]^2 x_{m,2}^2 + \frac{1}{2} M \ \omega Double \left[ [2] \right]^2 x_{m,2}^2 + \frac{1}{2} M \ \omega Double \left[ [2] \right]^2 x_{m,2}^2 + \frac{1}{2} M \ \omega Double \left[ [2] \right]^2 x_{m,2}^2 + \frac{1}{2} M \ \omega Double \left[ [2] \right]^2 x_{m,2}^2 + \frac{1}{2} M \ \omega Double \left[ [2] \right]^2 x_{m,2}^2 + \frac{1}{2} M \ \omega Double \left[ [2] \right]^2 x_{m,2}^2 + \frac{1}{2} M \ \omega Double \left[ [2] \right]^2 x_{m,2}^2 + \frac{1}{2} M \ \omega Double \left[ [2] \right]^2 x_{m,2}^2 + \frac{1}{2} M \ \omega Double \left[ [2] \right]^2 x_{m,2}^2 + \frac{1}{2} M \ \omega Double \left[ [2] \right]^2 x_{m,2}^2 + \frac{1}{2} M \ \omega Double \left[ [2] \right]^2 x_{m,2}^2 + \frac{1}{2} M \ \omega Double \left[ [2] \right]^2 x_{m,2}^2 + \frac{1}{2} M \ \omega Double \left[ [2] \right]^2 x_{m,2}^2 + \frac{1}{2} M \ \omega Double \left[ [2] \right]^2 x_{m,2}^2 + \frac{1}{2} M \ \omega Double \left[ [2] \right]^2 x_{m,2}^2 + \frac{1}{2} M \ \omega Double \left[ [2] \right]^2 x_{m,2}^2 + \frac{1}{2} M \ \omega Double \left[ [2] \right]^2 x_{m,2}^2 + \frac{1}{2} M \ \omega Double \left[ [2] \right]^2 x_{m,2}^2 + \frac{1}{2} M \ \omega Double \left[ [2] \right]^2 x_{m,2}^2 + \frac{1}{2} M \ \omega Double \left[ [2] \right]^2 x_{m,2}^2 + \frac{1}{2} M \ \omega Double \left[ [2] \right]^2 x_{m,2}^2 + \frac{1}{2} M \ \omega Double \left[ [2] \right]^2 x_{m,2}^2 + \frac{1}{2} M \ \omega Double \left[ [2] \right]^2 x_{m,2}^2 + \frac{1}{2} M \ \omega Double \left[ [2] \right]^2 x_{m,2}^2 + \frac{1}{2} M \ \omega Double \left[ [2] \right]^2 x_{m,2}^2 + \frac{1}{2} M \ \omega Double \left[ [2] \right]^2 x_{m,2}^2 + \frac{1}{2} M \ \omega Double \left[ [2] \right]^2 x_{m,2}^2 + \frac{1}{2} M \ \omega Double \left[ [2] \right]^2 x_{m,2}^2 + \frac{1}{2} M \ \omega Double \left[ [2] \right]^2 x_{m,2}^2 + \frac{1}{2} M \ \omega Double \left[ [2] \right]^2 x_{m,2}^2 + \frac{1}{2} M \ \omega Double \left[ [2] \right]^2 x_{m,2}^2 + \frac{1}{2} M \ \omega Double \left[ [2] \right]^2 x_{m,2}^2 + \frac{1}{2} M \ \omega Double \left[
         \sum_{n=1}^{nion}\sum_{m=1}^{nion} \text{If}\left[n \neq m, \frac{\text{Ladung}[[n]] \text{Ladung}[[m]] q^2}{8 \pi \epsilon 0} * \frac{1}{\sqrt{\sum_{j=1}^{dim} \left(x_{n,j} - x_{m,j}\right)^2}}, 0\right];
EV = V /. Flatten[Table[x_{m,i} \rightarrow u_{m,i} * l_i, \{m, 1, nion\}, \{i, 1, dim\}]] /.
          \operatorname{Table}\left[1_{i} \rightarrow \left(\frac{q^{2}}{4\pi \epsilon 0 \, \mathrm{M}\,\omega[[2]]^{2}}\right)^{\frac{1}{3}}, \{i, 1, \dim\}\right];
```

(\*zufällig Plazierte Ionenpositionen\*) uInit = Flatten[

Table [{u<sub>m,i</sub>, If[i == 2, m - (nion + 1) / 2, RandomReal [{-guessRange, guessRange}]]},

2 Untitled-1

```
{m, 1, nion}, {i, 1, dim}], 1];
  (*Minimierung Ableitung Potentielle Energie*)
  Res = FindRoot[DEV, uInit, AccuracyGoal → Automatic, MaxIterations → 300];
  ures = Table[
             Table[
     Res[[i+k]][[2]], \{k, 0, dim-1\}]
     , {i, 1, dim * nion, dim}];
  \texttt{resV[[p]]} = \texttt{EV} \ \textit{/.Flatten[Table[u_{\texttt{m},i} \rightarrow \texttt{ures[[m]][[i]], \{m, 1, \texttt{nion}\}, \{i, 1, \texttt{dim}\}]];}
  (*Speichern des kleinsten Wert verschiedener Durchläufe*)
  P = If[resV[[p]] \le Min[resV], ures2, P];
  minInd = If[resV[[p]] \le Min[resV], p, minInd];
  minRes = If[resV[[p]] ≤ Min[resV], Res, minRes];
  uall = Append[uall, ures];
 ];(*Ende For-Schleife*)
                        ) 3
              q²
13 =
                           /.const;
      4πε0 Mω[[2]]<sup>2</sup>
```

(\*Positionen in Mikrometer\*) PMikrometer = P \* 13 \* 10<sup>6</sup>;

Sqrt[4 \* alpharad ^ 2 - 2 \* betarad], Sqrt[2] \* omegaZ};, wDouble = w;];

$$1 = \left(\frac{q^{2}}{4\pi\epsilon 0 M\omega[[3]]^{2}}\right)^{\frac{1}{3}};$$

(\*jetzt 3 Dimensionen → für x-koordinate eine Null vorne ans Array dranhängen\*)
(\*die P-Koordinaten stammen aus der Berechnung der Gleichgewichtspositionen\*)
expectedPos2 = Table[{0, P[[i, 1]], P[[i, 2]]}, {i, 1, nion}];

$$\begin{aligned} \mathbf{V} &= \sum_{m=1}^{nion} \mathrm{If} \left[ \mathbf{m} = \mathbf{o}, \right. \\ & \left. \frac{1}{2} \, \mathbf{M} \, \omega \mathrm{Double} \left[ \left[ 1 \right] \right]^2 \, \mathbf{x}_{m,1}^2 + \frac{1}{2} \, \mathbf{M} \, \omega \mathrm{Double} \left[ \left[ 2 \right] \right]^2 \, \mathbf{x}_{m,2}^2 + \frac{1}{2} \, \mathbf{M} \, \omega \left[ \left[ 3 \right] \right]^2 \, \mathbf{x}_{m,3}^2, \\ & \left. \sum_{i=1}^{nion nion} \prod_{m=1}^{nion nion} \mathrm{If} \left[ \mathbf{n} \neq \mathbf{m}, \frac{\mathrm{Ladung} \left[ \left[ \mathbf{n} \right] \right] \, \mathrm{Ladung} \left[ \left[ \mathbf{m} \right] \right] \, \mathbf{q}^2}{8 \, \pi \, \epsilon 0} \, \star \, \frac{1}{\sqrt{\sum_{j=1}^{dim} \left( \mathbf{x}_{n,j} - \mathbf{x}_{m,j} \right)^2}}, \, \mathbf{0} \right]; \end{aligned}$$

EV2 = V;  $f[i_, j_, m_, n_] := \partial_{x_{m,i}} \partial_{x_{n,j}} EV2;$ (\*Hessematrix des Potentials\*) a = Array[f, {dim, dim, nion, nion}]; MatrixForm[Flatten[a /. const, 2]]; (\*Gleichgewichtspositionen einsetzen\*)  $\texttt{a2} = \texttt{a} / \texttt{. Flatten}[\texttt{Table}[\texttt{x}_{\texttt{m},\texttt{i}} \rightarrow \texttt{expectedPos2}[\texttt{[m]}][\texttt{[i]}] * \texttt{l}, \texttt{\{m, 1, nion\}}, \texttt{\{i, 1, dim\}}];$ (\*Normierung und Umformung\*)  $a3 = a2 / (M * \omega [[3]]^2) /. const;$ MatrixForm[a3 /. const]; a4 = ArrayFlatten[a3]; MatrixForm[a4]; (\*Lösen des Eigenwertproblems\*) b1 = TableForm [Round [Eigensystem [a4], 1. \* 10<sup>-12</sup>]]; freq =  $\sqrt{b1[[1]][[1]]}$ ; (\*Frequenzen der Vibrationsmoden in kHz\*) ExpectedFreqInkHz = freq \* omegaZ / (10<sup>3</sup> \* 2 \* Pi);

# A.4. Photographien



Abbildung A.5.: Photographie der segmentierten Paulfalle


Abbildung A.4.: Photographie des optischen Tisches

## Literaturverzeichnis

- [BKRB08] BENHELM, JAN, GERHARD KIRCHMAIR, CHRISTIAN F ROOS und RAINER BLATT: Towards fault-tolerant quantum computing with trapped ions. Nature Physics, 4(6):463–466, 2008.
  - [Boy03] BOYD, ROBERT W: Nonlinear optics. Academic press, 2003.
  - [BW08] BLATT, RAINER und DAVID WINELAND: Entangled states of trapped atomic ions. Nature, 453(7198):1008–1015, 2008.
- [DHK<sup>+</sup>83] DREVER, RWP, JOHN L HALL, FV KOWALSKI, J HOUGH, GM FORD, AJ MUNLEY und H WARD: Laser phase and frequency stabilization using an optical resonator. Applied Physics B, 31(2):97-105, 1983.
- [ESG<sup>+00</sup>] ENZER, D. G., M. M. SCHAUER, J. J. GOMEZ, M. S. GULLEY, M. H. HOLZSCHEITER, P. G. KWIAT, S. K. LAMOREAUX, C. G. PETERSON, V. D. SANDBERG, D. TUPA, A. G. WHITE, R. J. HUGHES und D. F. V. JAMES: Observation of Power-Law Scaling for Phase Transitions in Linear Trapped Ion Crystals. Phys. Rev. Lett., 85:2466-2469, Sep 2000.
  - [Fox06] FOX, MARK: Quantum optics: an introduction, Band 15. OUP Oxford, 2006.
- [IBB+93] ITANO, WM, JC BERGQUIST, JJ BOLLINGER, JM GILLIGAN, DJ HEINZEN, FL MOORE, MG RAIZEN und DJ WINELAND: Quantum projection noise: Population fluctuations in two-level systems. Physical Review A, 47(5):3554, 1993.
- [IUZ<sup>+</sup>10] ISENHOWER, L., E. URBAN, X. L. ZHANG, A. T. GILL, T. HE-NAGE, T. A. JOHNSON, T. G. WALKER und M. SAFFMAN: Demonstration of a Neutral Atom Controlled-NOT Quantum Gate. Phys. Rev. Lett., 104:010503, Jan 2010.
- [Jam98] JAMES, DANIEL FV: Quantum dynamics of cold trapped ions with application to quantum computation. Applied Physics B: Lasers and Optics, 66(2):181–190, 1998.

- [Kau12] KAUFMANN, HENNING: Experimentelle und theoretische Untersuchung von Zickzack-Ionenkristallen. Diplomarbeit, Johannes Gutenberg-Universität Mainz, 2012.
- [KBD<sup>+</sup>10] KOLBE, D, A BECZKOWIAK, T DIEHL, A KOGLBAUER, A MÜL-LERS, M SCHEID, M STAPPEL, R STEINBORN und J WALZ: Continuous Lyman-alpha generation by four-wave mixing in mercury for laser cooling of antihydrogen. Canadian Journal of Physics, 89(1):25–28, 2010.
  - [Keh11] KEHLBERGER, ANDREAS: Entwicklung und Aufbau einer neuartigen Ionenfalle. Diplomarbeit, Johannes Gutenberg-Universität Mainz, 2011.
  - [Kir06] KIRCHMAIR, GERHARD: Frequency stabilization of a Titanium-Sapphire laser for precision spectroscopy on Calcium ions. Diplomarbeit, Leopold Franzens University of Innsbruck, 2006.
- [KMW02] KIELPINSKI, DAVID, CHRIS MONROE und DAVID J WINELAND: Architecture for a large-scale ion-trap quantum computer. Nature, 417(6890):709-711, 2002.
  - [Kol10] KOLBE, DANIEL: Effizientes Vierwellenmischen durch Ausnutzen von Resonanzen in Quecksilber. Doktorarbeit, Johannes Gutenberg-Universität Mainz, 2010.
- [KUJ<sup>+</sup>12] KAUFMANN, H., S. ULM, G. JACOB, U. POSCHINGER, H. LANDA, A. RETZKER, M. B. PLENIO und F. SCHMIDT-KALER: Precise Experimental Investigation of Eigenmodes in a Planar Ion Crystal. Phys. Rev. Lett., 109:263003, Dec 2012.
- [LBMW03] LEIBFRIED, D, R BLATT, C MONROE und D WINELAND: Quantum dynamics of single trapped ions. Reviews of Modern Physics, 75(1):281, 2003.
  - [LL12a] LI, WEIBIN und IGOR LESANOVSKY: *Electronically excited cold ion crystals.* Physical Review Letters, 108(2):023003, 2012.
  - [LL12b] LI, WEIBIN und IGOR LESANOVSKY: Parallel execution of quantum gates in a long linear ion chain via Rydberg mode shaping. arXiv preprint arXiv:1208.2863, 2012.
  - [LZI<sup>+</sup>09] LIN, G-D, S-L ZHU, RAJIBUL ISLAM, KIHWAN KIM, M-S CHANG, SIMCHA KORENBLIT, CHRISTOPHER MONROE und L-M DUAN: Large-scale quantum computation in an anharmonic linear ion trap. EPL (Europhysics Letters), 86(6):60004, 2009.

- [Mac12] MACHA, TOBIAS: Frequenzstabilisierung eines Titan-Saphir-Lasers und Verbesserung von Qubits mit Ca + -Ionen. Diplomarbeit, Johannes Gutenberg-Universität Mainz, 2012.
- [MJYH94] MA, LONG-SHENG, PETER JUNGNER, JUN YE und JOHN L HALL: Delivering the same optical frequency at two places: accurate cancellation of phase noise introduced by an optical fiber or other time-varying path. Optics Letters, 19(21):1777–1779, 1994.
- [MLLZ08] MÜLLER, MARKUS, LINMEI LIANG, IGOR LESANOVSKY und PE-TER ZOLLER: Trapped Rydberg ions: from spin chains to fast quantum gates. New Journal of Physics, 10(9):093009, 2008.
- [MSKJ03] MARQUET, CYRILLE, FERDINAND SCHMIDT-KALER und DA-NIEL FV JAMES: Phonon-phonon interactions due to non-linear effects in a linear ion trap. Applied Physics B, 76(3):199–208, 2003.
  - [Nab12] NABER, JULIAN: Aufbau und Betrieb einer Paulfalle zur Rydberganregung von Ionen. Diplomarbeit, Johannes Gutenberg-Universität Mainz, 2012.
- [NLR<sup>+</sup>99] NÄGERL, H CH, D LEIBFRIED, H ROHDE, G THALHAMMER, J ESCHNER, F SCHMIDT-KALER und R BLATT: Laser addressing of individual ions in a linear ion trap. Physical Review A, 60(1):145–148, 1999.
  - [Rus12] RUSTER, THOMAS: Schneller Transport von kalten gefangenen Ionen. Diplomarbeit, Johannes Gutenberg-Universität Mainz, 2012.
    - [SIR] SIRAH: Matisse User's Guide, 1.10 Auflage.
- [SKFK<sup>+</sup>11] SCHMIDT-KALER, F., T. FELDKER, D. KOLBE, J. WALZ, M. MÜLLER, P. ZOLLER, W. LI und I. LESANOVSKY: Rydberg excitation of trapped cold ions: a detailed case study. New Journal of Physics, 13(7):075014, 2011.
- [SPZSK08] SCHULZ, STEPHAN A, ULRICH POSCHINGER, FRANK ZIESEL und FERDINAND SCHMIDT-KALER: Sideband cooling and coherent dynamics in a microchip multi-segmented ion trap. New Journal of Physics, 10(4):045007, 2008.
- [UJH+09] URBAN, E, TA JOHNSON, T HENAGE, L ISENHOWER, DD YA-VUZ, TG WALKER und M SAFFMAN: Observation of Rydberg blockade between two atoms. Nature Physics, 5(2):110–114, 2009.

- [WI79] WINELAND, D. J. und WAYNE M. ITANO: Laser cooling of atoms. Phys. Rev. A, 20:1521–1540, Oct 1979.
- [WZR<sup>+</sup>12] WALTHER, ANDREAS, FRANK ZIESEL, THOMAS RUSTER, SAM T DAWKINS, KONSTANTIN OTT, MAX HETTRICH, KILIAN SINGER, FERDINAND SCHMIDT-KALER und ULRICH POSCHIN-GER: Controlling fast transport of cold trapped ions. Physical review letters, 109(8):080501, 2012.
- [XXZ<sup>+</sup>99] XU, CB, XP XIE, RC ZHAO, W SUN, P XUE, ZP ZHONG, W HUANG und XY XU: Study on ionic Rydberg states of calcium. Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics, 31(24):5355, 1999.

## Eidesstattliche Erklärung

Ich versichere, dass ich meine Diplomarbeit selbstständig und ohne Benutzung anderer als der angegeben Hilfsmittel angefertigt habe. Alle Stellen, die wörtlich oder sinngemäß aus Veröffentlichungen oder anderen Quellen entnommen sind, sind als solche eindeutig kenntlich gemacht. Die Arbeit ist in gleicher oder ähnlicher Form noch nicht veröffentlicht und noch keiner Prüfungsbehörde vorgelegt worden.

Mainz, 25. Juni 2013

Lennart Pelzer