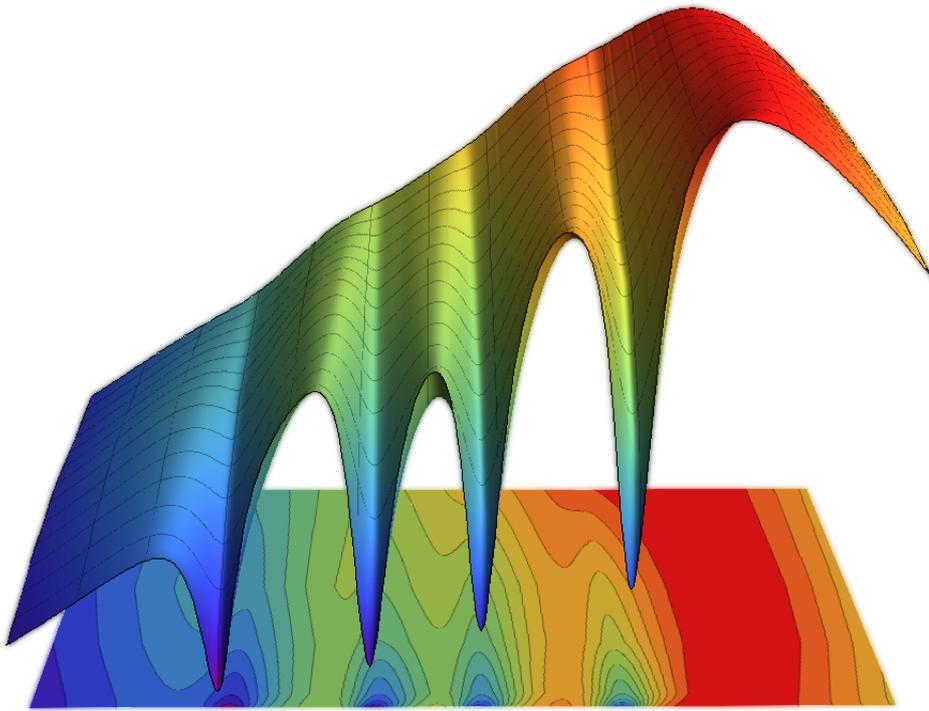

Dunkelresonanzthermometrie für eine Einzel-Ionen Wärmekraftmaschine



Masterarbeit

vorgelegt von

Karl Nicolas Tolazzi

Institut für Physik
Johannes Gutenberg Universität Mainz

1. Gutachter: Prof. Dr. Schmidt-Kaler
2. Gutachter: Prof. Dr. Windpassinger

1. Dezember 2014

Zusammenfassung

Im Rahmen dieser Arbeit wurde eine neuartige Ionenfalle für die experimentelle Realisierung einer Einzel-Ionen-Wärmekraftmaschine aufgebaut und charakterisiert. Im thermodynamischen Kreisprozess dieser Wärmekraftmaschine wird eine Temperaturdifferenz zwischen zwei thermischen Zuständen des Ions in Arbeit umgesetzt. Die prinzipielle Funktionsweise des Arbeitsprinzips wurde demonstriert und charakterisiert. Für eine detaillierte Untersuchung des Kreisprozesses einer Wärmekraftmaschine ist die Messung der Temperatur entlang des Kreisprozesses erforderlich.

Deshalb wurde in dieser Arbeit eine neue Methode zur Messung der Temperatur einzelner Ionen entwickelt und auf verschiedene Zustände angewendet. Die Methode beruht auf der Verwendung von Dunkelresonanzen, die bei der Wechselwirkung eines atomaren 3-Niveau-Systems mit zwei nahresonanten Lichtfeldern auftreten. Deren Form hängt maßgeblich vom Bewegungszustand und somit der Temperatur des wechselwirkenden Atoms ab. Die Temperatur wird dabei durch Vergleich der beobachteten Fluoreszenzspektren mit der quantenmechanischen Berechnung derselben bestimmt. Die Möglichkeiten dieser neuen Methode wurden dabei an semi-klassischen statischen Zuständen verschiedener Temperaturen demonstriert. Weiterhin wurde gezeigt, dass die damit mögliche Messdauer im Bereich einiger μs die Auflösung schneller Temperaturdynamiken erlaubt.

Ebenfalls untersucht wurde die Auswirkung der Dunkelresonanzen selbst auf die Iontemperatur. Somit kann mittels Dunkelresonanzen nicht nur die Temperatur gemessen sondern auch über einen weiten Bereich eingestellt werden. Diese Möglichkeiten prädestinieren die Dunkelresonanzthermometrie für den Einsatz in diesem Experiment.

Abstract

Within the scope of this work a newly designed ion trap has been built up and characterized for the purpose of the experimental realization of a single ion heat engine. During the engine's thermodynamic cycle the temperature difference between two thermal states is converted into work. The working principle has been investigated and proven in this work. In order to provide a detailed understanding of the processes it is inevitable to measure the temperature along such a cycle. Therefore a new technique to measure the temperature of single ions has been analysed and applied to different ion states. This approach is based on dark resonances occurring as part of the interaction between two near resonant light fields and an atomic three level system. Their shape crucially depends on the ion's state of motion and hence its temperature. The temperature is determined by comparing measured spectra to the theoretically calculated ones. The feasibility of this new method was demonstrated at thermal states of different temperatures. Furthermore it has been shown that measurement times of the order of microseconds are possible and allow to resolve fast thermal dynamics. Additionally the influence of dark resonances themselves on the ion's temperature has been studied. Using dark resonances it is not only possible to measure the temperature but also to adjust it. Due to all these possibilities dark resonance thermometry is predestined for usage in this particular experiment.

Inhaltsverzeichnis

1. Motivation	1
2. Theoretische Grundlagen der Einzel-Ionen Wärmekraftmaschine	3
2.1. Thermodynamischer Kreisprozess	3
2.2. Kreisprozess der Einzel-Ionen-Wärmekraftmaschine	4
2.3. Ionenfallen und Geometrie der speziellen Falle	5
2.4. Simulationen der Fallenparameter	7
2.4.1. Grundlagen der Simulation	7
2.4.2. Simulation der Ionentrajektorie	8
2.4.3. Simulation axialer Mikrobewegung	9
2.4.4. Simulation des Potentials	11
2.5. Messung der Ionenbewegung und Temperatur	13
2.5.1. Phononenzustände	13
2.5.2. Dunkelresonanzen	15
2.5.3. Einfluss der Temperatur auf Dunkelresonanzen	18
2.6. Einstellen der Temperatur	22
2.6.1. Laserkühlung mittels Dopplereffekt	22
2.6.2. Dunkelresonanzkühlen/-heizen	23
2.6.3. Elektrische Anregung	24
3. Charakterisierung der Ionenfalle	25
3.1. Experimenteller Aufbau	25
3.1.1. Die konische Ionenfalle	25
3.1.2. Fallenantrieb	28
3.1.3. UHV Kammer	31
3.1.4. Quantisierungsmagnetfeld	31
3.1.5. Elektrischer Aufbau	32
3.1.6. Funktionen der Kontrollsoftware	34
3.1.7. Quelle für elektrisches Rauschen	34
3.2. Laserlichtquellen und Detektion der Fluoreszenz	37
3.2.1. Ionisation	37
3.2.2. Niveau Schema von Ca^+	37
3.2.3. Lasersetup	38
3.2.4. Strahlcharakterisierung	40
3.2.5. Detektion	43
3.2.6. Minimierung der Mikrobewegung	44
3.2.7. Leistungen und Sättigung	46
3.2.8. Leistungsstabilisierung	46
3.3. Fallenfrequenzen	48
3.4. Fazit	49

4. Funktionsnachweis der Wärmekraftmaschine	51
4.1. Gleichgewichtsposition	51
4.2. Ionenketten	55
4.3. Fazit	56
5. Thermometrie mittels Dunkelresonanzen	57
5.1. Messroutine	57
5.2. Fit der Dunkelresonanz-Spektren	60
5.2.1. Einfluss und Bestimmung der Laserlinienbreite	62
5.2.2. Fehlerangabe auf die Temperaturmessung	66
5.2.3. Einfluss der Laserpolarisation	67
5.3. Dunkelresonanzthermometrie in verschiedenen Temperaturregimen . . .	69
5.3.1. Einstellen der Sensitivität	69
5.3.2. Spektrum bei verschiedenen Temperaturen	72
5.3.3. Einstellen und Messen der Temperatur mittels Dunkelresonanzen	75
5.4. Messen schneller Temperaturdynamik	79
5.4.1. Thermalisierungsprozesse	79
5.4.2. Fallenheizrate	81
5.5. Fazit	83
6. Ausblick	85
6.1. Temperaturmessung	85
6.2. Wärmekraftmaschine	85
6.2.1. Einstellen von Iontemperaturen	86
6.2.2. Design für eine neue Falle	86
6.2.3. Quantenthermodynamik	88
A. Anhang	89
A.1. Berechnung der EIT-Spektren im 8-Niveau-System	89
A.2. Pulsformung und -auslese PMT	95
A.3. PMT Auslesecode	97
A.4. ADC Auslesecode	100
A.5. Code zur Berechnung der Spektren	105
Literatur	109

1. Motivation

Wärme­kraft­ma­schin­en sind im all­täglich­en Le­ben überaus wichtig und um­fassen in ihrer Bau­größe viele Größen­ord­nun­gen. An­ge­fan­gen bei kleinsten Mo­to­ren für Spe­zia­lan­wen­dun­gen bis hin zu gi­gan­ti­schen Ge­ne­ra­to­ren in Atom­kraft­wer­ken, wer­den Wärme­kraft­ma­schin­en ver­schie­den­ster Größe ein­ge­setzt um Wärme in me­chanische Arbeit et vice versa um­zu­wan­deln. Der zu­neh­men­de tech­no­logische Trend zur Mi­nia­tu­ri­sie­rung in vielen Spitz­tech­no­lo­gien nährt sich lang­sam dem fun­da­men­talen Limit ein­zel­ner Atome an. Vor die­sem Hin­ter­grund ist es wichtig auch ther­mo­dynamische Pro­zesse in die­sem Re­gime zu ver­stehen und ge­zielt nutzen zu könn­en. In den letz­ten Jah­ren wur­den be­reits Wärme­kraft­ma­schin­en in immer klei­neren Di­men­sio­nen reali­siert ohne all­er­dings Größen­skalen zu er­rei­chen, in denen Quan­ten­effekte beobachtet wer­den könn­en. Diese Mikro­Wärme­kraft­ma­schin­en ba­sieren auf ver­schie­den­sten Sys­te­men wie Kol­loid­Parti­keln, Piezo­kristal­len oder sogar großen Mo­le­kü­len. Mit der Ein­zel­Ionen­Wärme­kraft­ma­schin­e soll die­ser Trend fort­ge­setzt wer­den und letz­tlich die Mög­lich­keit er­öffnen in das Re­gime der Quan­ten­ther­mo­dynamik vor­drin­gen.

Gerade die­ses Themengebiet hat in den letz­ten Jah­ren zu­neh­mend Auf­merks­am­keit er­regt durch eine Reihe von Vor­schl­ägen für Ex­per­imen­te und the­o­retische Vor­her­sa­gen. Die­sen mangelt es all­er­dings fast sämtlich an ex­per­imen­tel­ler Vali­dierung und Rea­lisierung. Das vor­lie­gen­de Ex­per­imen­ta soll dazu be­itragen diese Diskre­panz zwi­schen the­o­retischer Vor­her­sa­ge und Rea­lisierung im Labor zu über­win­den und Ther­mo­dynamik im Limit ein­zel­ner Atome zu un­ter­suchen.

Eine zen­trale Größe der Ther­mo­dynamik und ins­be­son­dere die­ses Ex­per­imen­tes ist dabei die Tem­pe­ra­tur, deren Mes­sung und Kon­trolle Grund­lage jedes ther­mo­dynamischen Pro­zesses ist. De­shalb wer­den in die­ser Arbeit sowohl Un­ter­suchun­gen zur Tem­pe­ra­tur­mes­sung, als auch ge­ziel­ten Kon­trolle von Wärme­bädern und deren Tem­pe­ra­tur Be­stand­teil sein. Ins­be­son­dere soll dabei die Dy­namik ther­mischer Pro­zesse zeitauf­ge­löst ver­mes­sen wer­den, wozu eine schnelle thermometrische Methode nötig wird.

Die prin­zipielle Fra­ge­stel­lung die­ser Arbeit ist somit, neben dem Auf­bau und ers­ten Charak­terisierungs­mes­sun­gen der Wärme­kraft­ma­schin­e, wie Tem­pe­ra­turen ex­per­imen­tel­l ein­ge­stellt wer­den könn­en, wie Wärme­bäder reali­siert wer­den könn­en und wie die Tem­pe­ra­tur schnell und zu­ver­lässig in operando ge­mes­sen wer­den kann.

2. Theoretische Grundlagen der Einzel-Ionen WärmeKraftmaschine

2.1. Thermodynamischer Kreisprozess

Allgemein bezeichnet ein thermodynamischer Kreislauf eine geschlossene Abfolge von Zustandsänderungen eines Arbeitsmediums, wobei periodisch wieder der Anfangszustand erreicht wird. Im Spezialfall einer WärmeKraftmaschine wird thermische Energie in mechanische Energie umgewandelt. Grundsätzlich bedarf es dazu zwei sogenannter Wärmebäder, aus denen die umzusetzende Wärme entnommen und in diese ebenso abgegeben werden kann. Wärme kann dabei ohne Zufuhr von mechanischer Energie nur vom warmen zum kalten Wärmebad fließen gemäß des zweiten Hauptsatzes der Thermodynamik. Der Wärmetransport erfolgt in Form innerer Energie des Arbeitsmediums, die im warmen Reservoir erhöht wird und im Kalten erniedrigt. Die mechanische Energie kann dabei aus der inneren Energie des Arbeitsmediums entnommen werden während des Wärmetransports. Findet dieser Prozess periodisch statt, ergibt sich ein sogenannter thermodynamischer Kreisprozess. Exemplarisch für klassische thermodynamische Kreisprozesse soll hier der sogenannte Otto-Prozess behandelt werden, da dieser in abgewandelter Form auch in der Einzel-Ionen-WärmeKraftmaschine Verwendung findet. Die folgende Beschreibung der einzelnen Teilprozesse bezieht sich auf

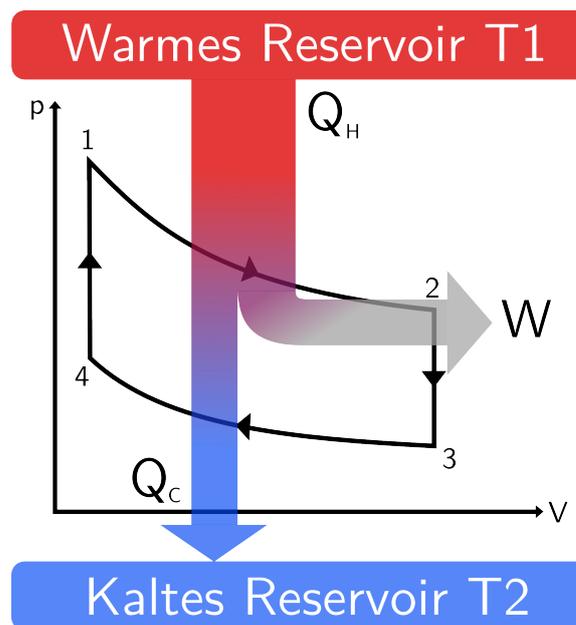


Abbildung 1: Dargestellt ist ein Otto-Prozess stellvertretend für weitere ähnliche Kreisprozesse. Die Wärmemenge Q_H wird dabei vom warmen zum kalten Reservoir transportiert und verrichtet dabei die Arbeit W . Die Wärmemenge Q_C wird an das kalte Reservoir abgegeben. Bild inspiriert von [Gon09].

den klassischen Ottokreislauf der in Abbildung 1 dargestellt ist:

- 1 → 2 Isentrope Expansion: Das Arbeitsmedium expandiert bei gleichbleibender Entropie. Es wird keine Wärme mit der Umgebung ausgetauscht ($dQ = 0$).
- 2 → 3 Isochore Wärmeabfuhr: Das Arbeitsmedium führt Wärme ab bei gleichbleibendem Volumen. Die Temperatur sinkt.
- 3 → 4 Isentrope Kompression: Das Arbeitsmedium wird bei gleichbleibender Entropie komprimiert. Es wird keine Wärme mit der Umgebung ausgetauscht ($dQ = 0$).
- 4 → 1 Isochore Wärmezufuhr: Dem Arbeitsmedium wird Wärme zugeführt bei gleichbleibendem Volumen. Die Temperatur steigt.

Nach einem Zyklus befindet sich das System wieder im Ausgangszustand.

2.2. Kreisprozess der Einzel-Ionen-Wärmekraftmaschine

Der Kreisprozess der Einzel-Ionen Wärmekraftmaschine besteht aus zwei isentropen und zwei isochoren Vorgängen. Somit handelt es sich formal um einen Otto-Kreislauf. Das Wirkungsprinzip beruht auf der Kopplung der radialen und axialen Moden. Dies bedeutet radiale und axiale Moden sind nicht unabhängig von einander. Im vorliegenden Experiment gilt $\omega_{rad}(z)$, wobei ω_{rad} die radiale Fallenfrequenz bezeichnet und z die axiale Position. Somit ist die radiale Fallenfrequenz eine Funktion der axialen Position und die Moden sind gekoppelt. Diese Zusammenhänge werden im nächsten Kapitel ausführlicher dargestellt. Der Kreisprozess der Einzel-Ionen-Wärmekraftmaschine ist dabei in Abbildung 2 dargestellt und besteht aus folgenden Phasen:

- A → B: Die radialen Moden werden mittels elektrischem Rauschen oder ähnlicher Prozesse thermisch angeregt. Dies wird in den folgenden Kapiteln detaillierter ausgeführt. Dadurch steigt die radiale Energie an, während der axiale Zustand erhalten bleibt. Es handelt sich um einen isochoren Vorgang, da die Fallenfrequenz, die quantenmechanisch mit dem verfügbaren Modenvolumen zusammenhängt, entlang des Prozesses konstant ist. Die Wölbung (in Abbildung 2 zwischen den Punkten A und B) lässt sich durch die axiale Oszillation des Ions erklären. Dadurch bleibt das Ion während der Heizphase nicht ortsfest und somit nicht frequenzfest.
- B → C: Durch die Modenkopplung ist es für das Ion gesamtenergetisch günstiger unter Aufwendung von Arbeit in axialer Richtung eine neue Gleichgewichtsposition einzunehmen. Diese liegt höher im statischen axialen Potential hat dafür aber eine niedrigere radiale Fallenfrequenz an der neuen Position. Dabei sinkt die radiale Energie stärker als die axiale steigt. Dieser Vorgang läuft völlig isoliert von der Umgebung ab und ist deshalb isentrop.
- C → D: Die radialen Moden werden mittels Laserkühlung an ein kühles Reservoir gekoppelt (experimentelle Details werden in späteren Kapiteln erklärt).

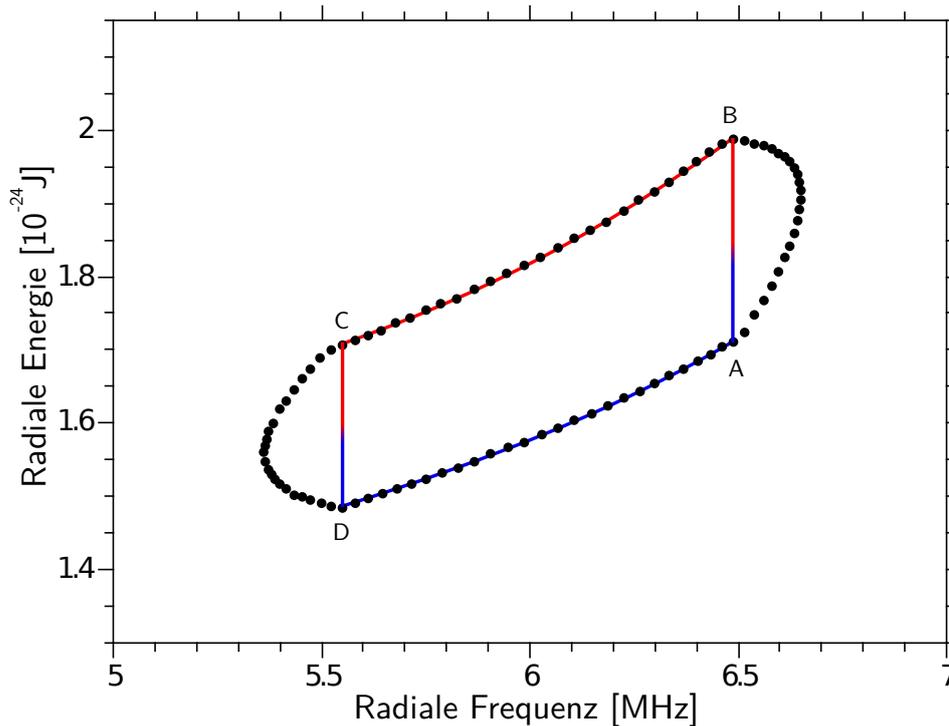


Abbildung 2: Monte-Carlo-Simulation des Kreisprozesses der Einzel-Ionen Wärmekraftmaschine. Die Abbildung wurde entnommen aus [Aba+12]. Bei den Variablen Frequenz und Energie handelt es sich um kanonisch konjugierte Variablen, sodass der Kreisprozess nur durch diese alleine charakterisiert werden kann.

Die radiale Energie sinkt bei gleichbleibender axialer Position. Es handelt sich wieder um eine isochore Zustandsänderung.

- D → A: Gesamtenergetisch ist es nach dem Kühlvorgang günstiger eine neue axiale Gleichgewichtsposition, tiefer im axialen Potential einzunehmen. Die radiale Fallenfrequenz und somit radiale Energie steigt dabei. Die axiale Energie sinkt allerdings stärker als die radiale steigt. Dieser Vorgang läuft wiederum isoliert und damit isentrop ab.

Läuft dieser Vorgang zyklisch ab, wird periodisch Arbeit in die axiale Bewegung abgegeben, die aus dem Wärmeunterschied zwischen warmen und kalten Reservoir generiert wird. Die Amplitude der axialen Bewegung steigt kontinuierlich bei gleichbleibender Frequenz. Dadurch wird es zumindest theoretisch möglich der axialen kohärenten Bewegung nutzbare Arbeit zu entnehmen.

2.3. Ionenfallen und Geometrie der speziellen Falle

Für eine detaillierte theoretische Beschreibung von Ionenfallen und den dahinter liegenden Prinzipien sei auf [Pos10] verwiesen. Ionenfallen sind in der Lage geladene

Partikel wie beispielsweise atomare Ionen zu fangen und praktisch beliebig lange zu speichern. Dies wird durch elektrische Wechselfelder realisiert, da es gemäß des Earnshaw-Theorems nicht möglich ist, ein Potentialminimum in alle Raumrichtungen nur mit statischen elektrischen Feldern zu realisieren. Dies ist direkt aus der Laplace-Gleichung bzw. der ersten Maxwell-Gleichung abzuleiten. Elektrische Wechselfelder haben abwechselnd in jeder Richtungen ein Potentialminimum bzw. -maximum in der Fallennitte. Ist die Frequenz dieser Felder hoch genug, kann das Ion durch die Trägheit seiner eigenen Masse, der Potentialänderung nicht folgen. Dadurch bildet sich ein effektives Potential mit Minimum in der Fallennitte aus. Es ergibt sich das sogenannte ponderomotive Pseudopotential. Dieses beschreibt das zeitlich gemittelte Potential für ein Ion [Bli+04] und ist gegeben durch

$$V(x, y, z) = \frac{q^2 V_0^2}{4m\Omega_T R_0^4} (x^2 + y^2) + \frac{m}{2} \omega_z^2 z^2.$$

Dabei bezeichnet q die Ladung des Ions, m seine Masse und V_0 die elektrische Spannungsamplitude. R_0 steht für den kleinsten Abstand zwischen Fallennitte und Radiofrequenzelektroden.

Die bereits erwähnte notwendige Kopplung der axialen und radialen Bewegungsmoden

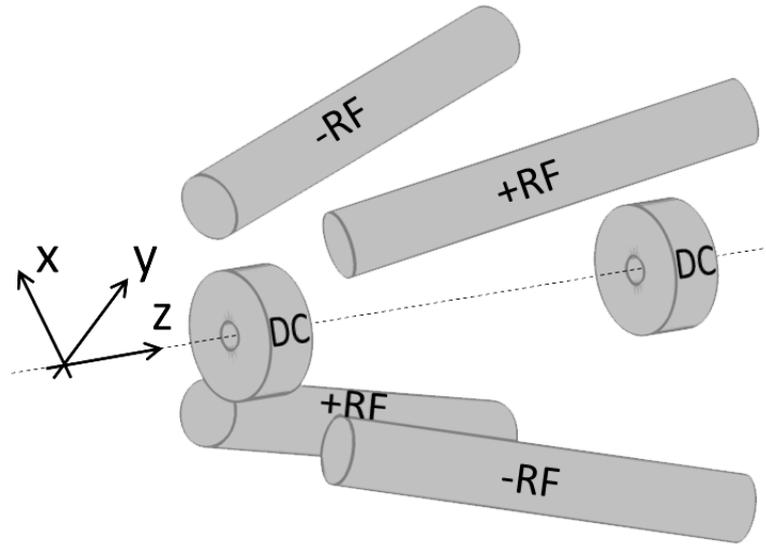


Abbildung 3: Der schematische Aufbau der verwendeten linearen Paulfalle mit den gewinkelten Radiofrequenzelektroden und den beiden Endkappen. RF bezeichnet dabei die Radiofrequenzelektroden und DC die Gleichspannungselektroden.

wird über die speziell dafür entworfene Ionenfalle erzielt, deren Elektroden einen Winkel zur Fallennitte aufweisen. Die bereits angesprochenen elektrischen Wechselfelder werden an paarweise gegenüberliegende Elektroden angeschlossen wie in Abbildung 3

dargestellt. In der speziellen Geometrie der verwendeten Falle gilt folgende Ersetzung:

$$R_0 \rightarrow R_0 + z \tan(\theta) \quad (2.1)$$

$$\implies V(x, y, z) = \frac{q^2 V_0^2}{4m\Omega_T (R_0 + z \tan(\theta))^4} (x^2 + y^2) + \frac{m}{2} \omega_z^2 z^2. \quad (2.2)$$

Dies ist leicht aus der Abbildung 4 ersichtlich. Die radiale Fallenfrequenz ist somit eine Funktion der axialen Position. Dadurch kommt es zur Kopplung der radialen und der axialen Bewegungsmoden, die eine notwendige Bedingung für die Wärmekraftmaschine darstellt.

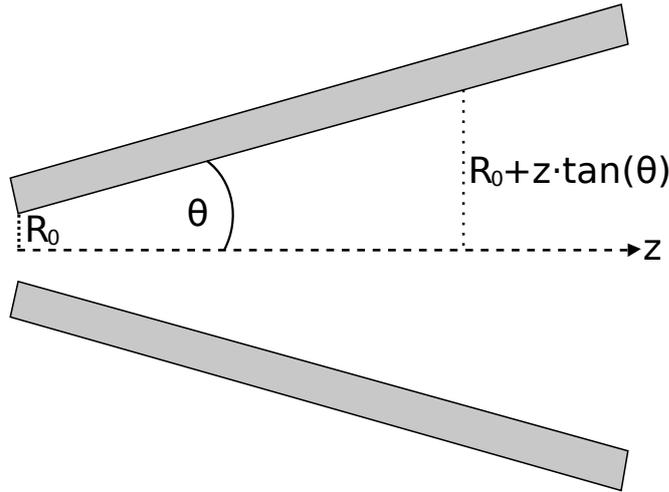


Abbildung 4: Skizze des Ionenfallendesigns durch das die radialen und die axiale Richtung gekoppelt werden. Auf das Einzeichnen der Endkappen wurde der Übersichtlichkeit halber verzichtet.

2.4. Simulationen der Fallenparameter

2.4.1. Grundlagen der Simulation

Vorab wurden Simulationen durchgeführt um die Eigenschaften des neuartigen Fallendesigns besser zu verstehen. Simulationen ermöglichen dabei detaillierte Einblicke in die Dynamik des Systems. Weiterhin ist eine vorherige Simulation der Fallenparameter im Besonderen in der verwendeten speziellen Paul-Falle indiziert, da für eine solche Falle noch keine Erfahrungswerte vorliegen.

Für die Simulationen wurde ein Simulationstoolkit von [Sin+10] verwendet. Mit diesem ist es dabei möglich die verwendete Fallengeometrie direkt aus 3-D Konstruktionsprogrammen zu importieren und sowohl Potentiale als auch die Bewegungsdynamik der Ionen zu simulieren. Die Simulation erfolgt dabei voll zeitaufgelöst ohne die Näherung des Pseudopotentials.

Die Potential- und Feldberechnung basiert dabei auf numerischen Methoden zur Berechnung von Randwertproblemen, auch Randelementmethode genannt (*Boundary Element Method* BEM). Bei dieser Methode müssen nur die Oberflächen der Fallengeometrie berücksichtigt werden. Die Poissongleichung gilt dabei sowohl im freien Raum (in Form der Laplace-Gleichung) als auch auf den Elektroden und muss vom Potential gelöst werden. Dadurch kann der gesamte Potentialverlauf gelöst werden. Die entstehenden partiellen Differenzialgleichungen können im Allgemeinen bei gegebenen Randbedingungen durch sogenannte Green'sche Funktionen vereinfacht werden. Damit kann das Potential durch Integration bestimmt werden, was allerdings für die meisten Fälle nur numerisch möglich ist. Für die numerische Integration wird die Elektrodenoberfläche in kleine Segmente zerlegt und deren Wirkung auf das System einzeln berechnet. Die Trajektorie der Ionen wird mittels der Verlet-Methode berechnet [Ver67]. Dabei wird wie bei den meisten numerischen Methoden zuerst die Zeit diskretisiert und die Entwicklung von Ort und Geschwindigkeit in Zeitschritten betrachtet. Bei der Verlet-Methode ist die Grundlage eine formale Taylor-Entwicklung der Trajektorie bis zur dritten Ordnung. Der Ort wird pro Zeitschritt aus dem vorherigen Ort und der vorherigen Geschwindigkeit berechnet. Die Geschwindigkeit pro Zeitschritt aus dem berechneten Potential am vorherigen Ort.

2.4.2. Simulation der Ionentrajektorie

Um die Dynamik der Ionen in der verwendeten Fallengeometrie zu verstehen, wurde die Trajektorie eines Ions bei verschiedenen Parametersätzen simuliert. Eine solche Simulation ist in Abbildung 5 für die radiale X-Position gegen die Zeit aufgetragen. Erkennbar ist dabei primär die langsame Säkularbewegung mit einer Frequenz von

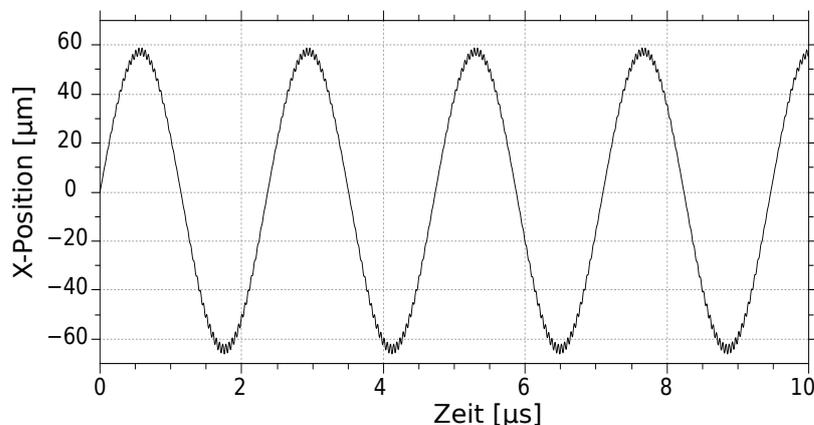


Abbildung 5: Trajektorie eines gefangenen Ions in radialer Richtung (x-Richtung).

rund 400 kHz. Die schnelle, mit der Radiofrequenz oszillierende Mikrobewegung ist in den Umkehrpunkten zu sehen. Mikrobewegung lässt sich nicht durch das ponderomotive Potential erklären, da dieses von der Näherung einer trägen Masse ausgeht, die der Radiofrequenz nicht direkt folgen kann. Mikrobewegung entsteht nun dadurch, dass das Ion nicht unendlich träge ist, sondern in gewissem Maße auch schneller Oszillation

folgen kann. Warum Mikrobewegung problematisch ist und wie sie reduziert werden kann ist im nächsten Kapitel ausgeführt. Alle drei räumlichen Dimensionen sind gegen-

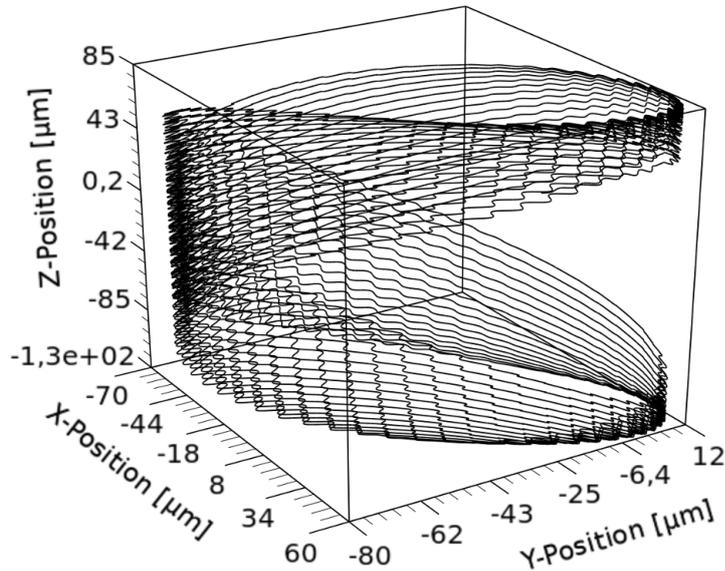


Abbildung 6: Simulierte Ionentrajektorie in allen drei Raumdimensionen. Es sind sowohl Säkularschwingungen als auch Mikrobewegung erkennbar. Bei längerer Simulationsdauer wäre die Bahn geschlossen und zylinderförmig.

einander in Abbildung 6 aufgetragen. Da der Felddurchgriff der beiden Endkappen bei der speziellen Fallengeometrie unterschiedlich und nicht im Detail bekannt ist, wurde insbesondere Wert auf die axiale Position des Ions bei verschiedenen Endkappen-Spannungen gelegt. Das Ergebnis der Simulation ist in Abbildung 7 dargestellt. Durch die Simulationen konnte die axiale Position der Ionen im Experiment abgeschätzt werden. Dadurch konnten die Ionen in der makroskopischen Falle schnell mit der Kamera lokalisiert werden.

Eine Spannungsrampe an einer Endkappe, die gemäß Abbildung 7 zu axialer Bewegung führt brachte das gewünschte Ergebnis. Die passenden Parameterbereiche wurden aus den Simulationen bestimmt.

2.4.3. Simulation axialer Mikrobewegung

Für die Einzel-Ionen-WärmeKraftmaschine ist es von großer Wichtigkeit axiale Mikrobewegung zu unterdrücken, da die Energie in axialer Bewegung gespeichert wird. Mikrobewegung würde ein Auslesen der axialen Energie und somit den Nachweis der WärmeKraftmaschine drastisch erschweren. Ebenso würde durch axiale Mikrobewegung die axiale Position auf schneller Zeitskala schwanken und somit durch die bereits erwähnte Kopplung der Moden die radiale Fallenfrequenz. Die axiale Mikrobewegung kann durch die Verwendung eines symmetrischen Fallenantriebs reduziert werden. Dabei wird auf jeweils zwei paarweise gegenüberliegende Elektroden der Falle negative

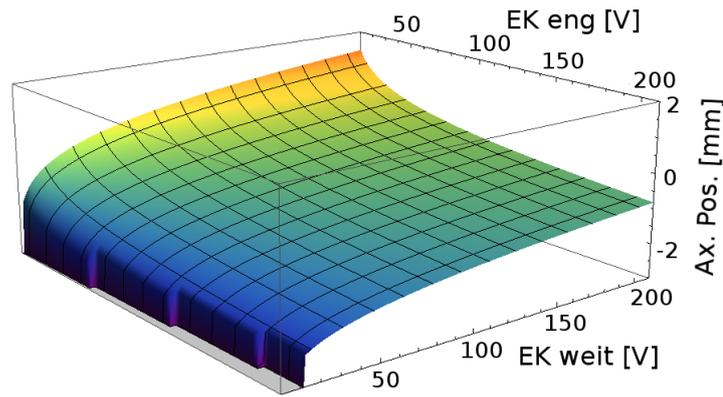


Abbildung 7: Verschiedene simulierte Endkappen-Spannungen (EK eng und EK weit) und die dazugehörige axiale Position. Außerhalb des eingezeichneten Graphen war das Teilchen nicht stabil in der Falle.

und positive Radiofrequenz aufgeprägt. Bei den meisten Paulfallen, werden zwei Elektroden geerdeten und die beiden anderen werden an die Radiofrequenz angeschlossen. Im nicht-symmetrischen Fall mit zwei geerdeten Elektroden schwingt die effektive elektrische Masse der Ionen (Referenzpunkt der Spannung) mit der Radiofrequenz. Da die Endkappen allerdings auf Gleichspannungen liegen, sieht das Ion aufgrund seiner schwankenden Masse auch auf den Endkappen Radiofrequenz. Dadurch kommt es zu axialer Mikrobewegung. Vermeiden lässt sich dies durch Ersatz der Gleichspannung an den Radiofrequenzelektroden durch die jeweils negative Radiofrequenz. Dadurch liegt die Fallenachse immer auf konstantem Potential. In Abbildung 8 sieht man neben-

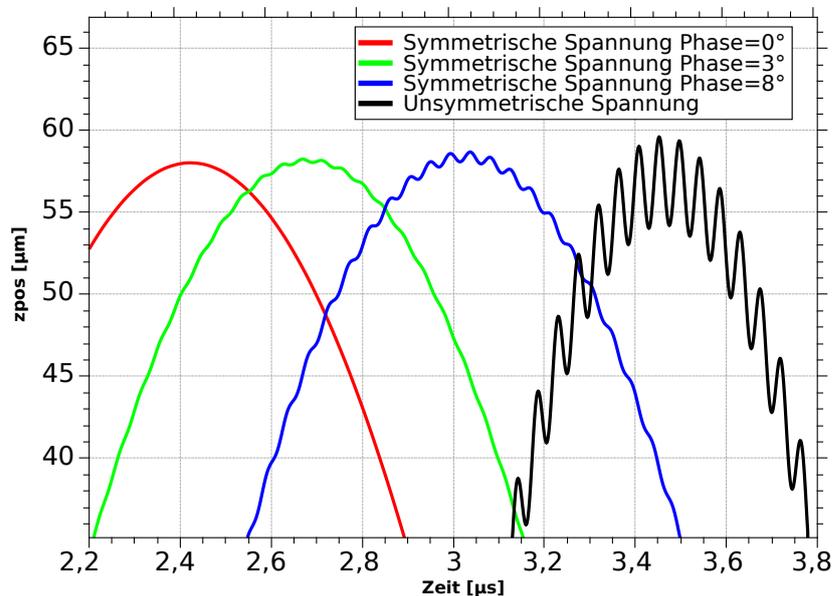


Abbildung 8: Axiale Mikrobewegung für verschiedene Phasenfehler zwischen Elektroden-spannungen und für unsymmetrische Radiofrequenz mit zwei Gleichspannungselektroden.

einander die axiale Mikrobewegung für symmetrische Radiofrequenz, unsymmetrische Radiofrequenz und verschiedene Phasenfehler zwischen den applizierten Radiofrequenzen. Gut zu erkennen ist dabei, dass die axiale Mikrobewegung für einen exakt symmetrischen Fallenantrieb mit \pm RF-Spannung auf den Elektroden verschwindet und sukzessive stärker wird bei größer werdendem Phasenfehler. Die in den meisten linearen Paul-Fallen verwendete unsymmetrische Spannung führt dabei zu maximaler axialer Mikrobewegung.

Im Experiment können Phasenfehler durch nicht genau gleich lange Signalwege von Topfkreis zur Falle auftreten, genauso wie durch ungleiche Kapazitäten der Fallenelektroden. Beispielsweise beträgt die Phasenabweichung $\approx 25^\circ/m$ für nicht gleich lange Signalleitungen. Um dies auszuschließen, wurden die Signalwege im Experiment sehr kurz und gleich lang gehalten.

2.4.4. Simulation des Potentials

In erster Näherung kann das Ion durch seine Massenträgheit, den durch die Radiofrequenz verursachten Potentialänderungen nicht folgen. Dadurch wirkt effektiv nur eine zeitlich gemittelte Kraft bzw. ein zeitlich gemitteltes Potential. Dieses wird wie bereits erwähnt ponderomotives Pseudopotential genannt. Dieses Pseudopotential lässt sich ebenfalls mit der Simulationssoftware berechnen und ist für die spezielle Fallengeometrie in Abbildung 9 dargestellt.

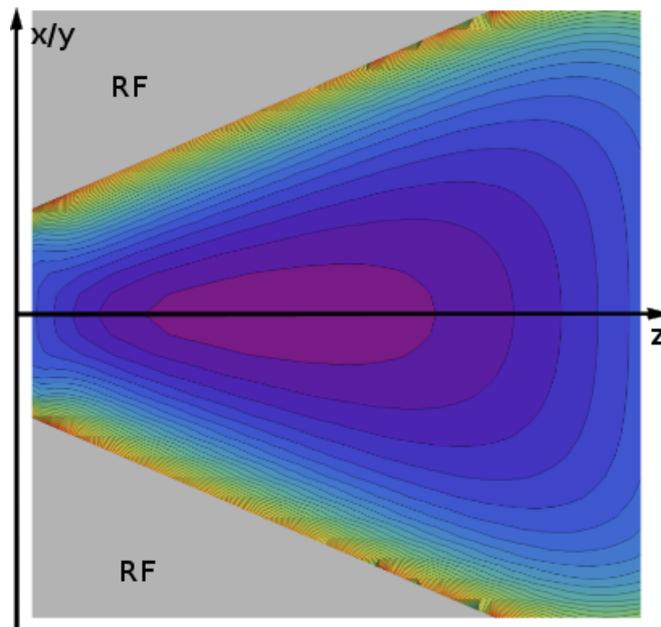


Abbildung 9: Schnitt durch das simulierte ponderomotive Pseudopotential in der verwendeten Ionenfalle.

Erkennbar ist ein konischer Verlauf des radialen Potentials. Die Krümmung in radialer Richtung und somit die Stärke des Einschlusses ist am engeren Fallende wesentlich

höher als am weiteren Ende. Dadurch wird direkt ersichtlich, dass die radiale Fallenfrequenz von der axialen Position abhängt. Dem überlagert ist ein Potential in axialer Richtung (z -Richtung).

Zur weiteren Untersuchung der Fallenparameter und insbesondere zum stabilen Speichern der Ionen ist es notwendig genaue Kenntnis über den axialen Potentialverlauf zu erhalten. Dieser ist in Abbildung 10 für verschiedene Gleichspannungen an den Endkappen dargestellt. Auffällig ist das nur leicht unterschiedliche Minimalniveau für

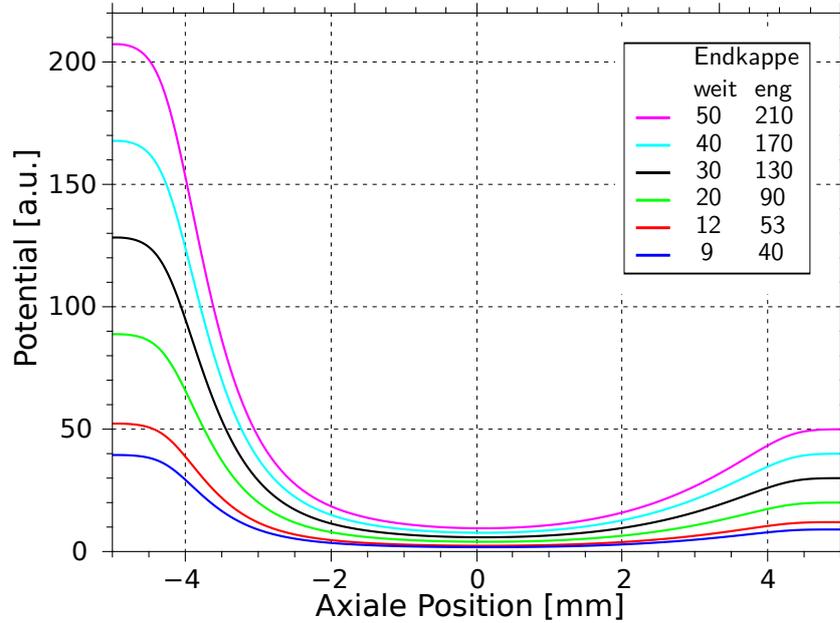


Abbildung 10: Simulation des axialen Potentialverlaufes für verschiedene Endkappenspannungen. Die Spannungen in der Legende sind dabei in der Einheit Volt angegeben.

verschiedene Potentialstärken. Der Anstieg an den Rändern hingegen hängt stark von den Endkappenspannungen ab. Weiterhin fällt auf, dass dieses Potential in Nähe der Ränder nicht harmonisch ist. Eine harmonische Beschreibung erscheint deshalb nur in einem relativ schmalen Bereich um das Minimum valide. Dieser Potentialverlauf lässt sich durch den unterschiedlich guten Felddurchgriff der beiden Endkappen durch den unterschiedlichen Radius an den Enden erklären. Dadurch werden stark asymmetrische Spannungen benötigt um das Potentialminimum in der Fallenmitte zu generieren. Experimentell sind nur Auslenkungen im Bereich einiger hundert Mikrometer realisierbar, dadurch kann das Potential weiterhin in harmonischer Näherung betrachtet werden.

2.5. Messung der Ionenbewegung und Temperatur

2.5.1. Phononenzustände

Bei einzelnen gefangenen Ionen ist es oftmals zweckmäßiger von Phononenzuständen bzw. -verteilungen anstatt von Bewegungen zu sprechen. Die Ionen in einer Falle stellen annähernd perfekte harmonische Oszillatoren nahe des Grundzustandes dar. Prinzipiell sind folgende Phononenzustände interessant in diesem Experiment:

Kohärente Zustände

Kohärente Zustände werden auch quasi-klassische Zustände genannt, da ihre Eigenschaften bei hohen Quantenzahlen einer klassischen Oszillation entsprechen. Sie werden in der Basis der Phononenzahlzustände (Fock-Basis) mathematisch beschrieben durch

$$|\alpha\rangle = e^{-\frac{|\alpha|^2}{2}} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle.$$

Dabei bezeichnet α eine komplexe Zahl die den kohärenten Zustand vollständig charakterisiert und wird *displacement* genannt. Bei $|n\rangle$ handelt es sich um einen Zustand mit fester Teilchenzahl n , sogenannte Fock-Zustände. Die Verteilung der Phononen in

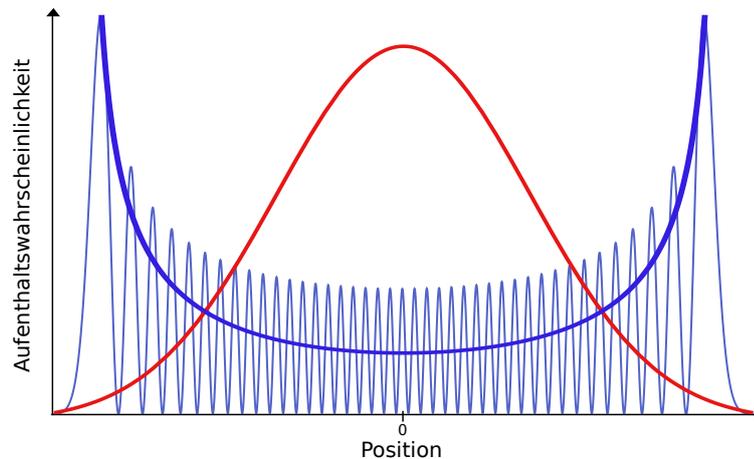


Abbildung 11: Blau und dünn dargestellt ist die Aufenthaltswahrscheinlichkeit der Wellenfunktionen eines kohärenten Zustandes mit $\alpha = 5$. Als blaue dicke Linie dargestellt ist die klassische zeitliche Aufenthaltswahrscheinlichkeit des harmonischen Oszillators. Rot eingezeichnet ist der thermische Zustand für eine Temperatur von 0.5 mK passend zur in Abbildung 12 dargestellten Phononenverteilung.

einem solchen kohärenten Zustand gehorcht der Poisson-Verteilung

$$P(n) = \frac{|\alpha|^{2n}}{n!} e^{-|\alpha|^2}$$

mit einer mittleren Phononenzahl von [Scu97]:

$$\bar{n} = \alpha^2.$$

Im Ortsraum ist die Ähnlichkeit zwischen klassischer Bewegung im harmonischen Oszillator und der Aufenthaltswahrscheinlichkeit der Wellenfunktion für kohärente Zustände besonders auffällig. Dies ist in Abbildung 11 zu sehen.

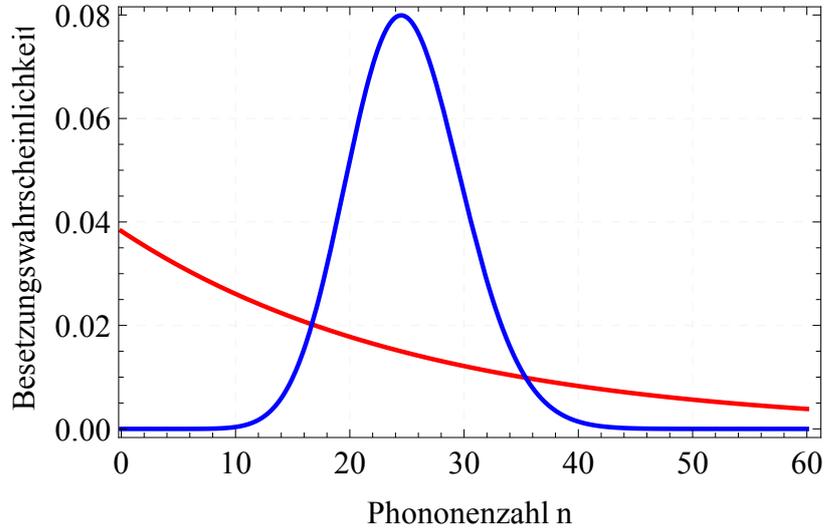


Abbildung 12: Blau dargestellt ist eine kohärente Anregung mit $\alpha = 5$. Rot dargestellt ist eine thermische Phononenverteilung bei der Temperatur 0.49 mK. Beide Verteilungen haben dabei die selbe mittlere Phononenzahl von $\bar{n} = 25$

Thermische Zustände

Thermische Zustände weisen eine Phononenverteilung auf, die sich mittels der Bose-Einstein-Verteilung beschreiben lässt [Fli07]. Die Besetzungswahrscheinlichkeit des n -ten Zustandes im harmonischen Oszillator ist gegeben durch:

$$P(n) = \frac{1}{\exp\left(\frac{\hbar\omega}{k_B T}\right) - 1} \exp\left(-\frac{(n + \frac{1}{2})\hbar\omega}{k_B T}\right)$$

mit der mittleren Phononenzahl

$$\bar{n} = \frac{1}{\exp\left(\frac{\hbar\omega}{k_B T}\right) - 1}.$$

Die Phononenverteilung unterscheidet sich deutlich von der eines kohärenten Zustandes wie in Abbildung 12 zu erkennen ist.

Auch die in Abbildung 11 zu sehenden Aufenthaltswahrscheinlichkeiten eines thermischen und eines kohärenten Zustandes im Ortsraum unterscheiden sich sichtbar. Dadurch ist es möglich durch ortsaufgelöste Bilder der EMCCD-Kamera zwischen thermischen und kohärenten Zuständen zu unterscheiden.

2.5.2. Dunkelresonanzen

Zur Erklärung der Dunkelresonanzen, soll hier der idealisierte Fall eines 3-Level-Systems angenommen werden, ohne auf die Details der quantitativen Auswertung bzw. Berechnung einzugehen. Im Kapitel A.1 ist das realistischere aber auch komplexere 8-Level-System mit der im Experiment vorliegenden Zeeman-Aufspaltung ausgeführt. Dort wird ebenfalls genau auf die konkrete Berechnung eingegangen. Dunkelresonanzen können immer dann auftreten, wenn ein Atom mit zwei zu einem atomaren Übergang nah-resonante Lichtfeldern wechselwirkt [CTGO11]. Zur Erklärung betrachtet wird dabei das Levelschema in Abbildung 13. Dabei handelt es sich um ein sogenanntes

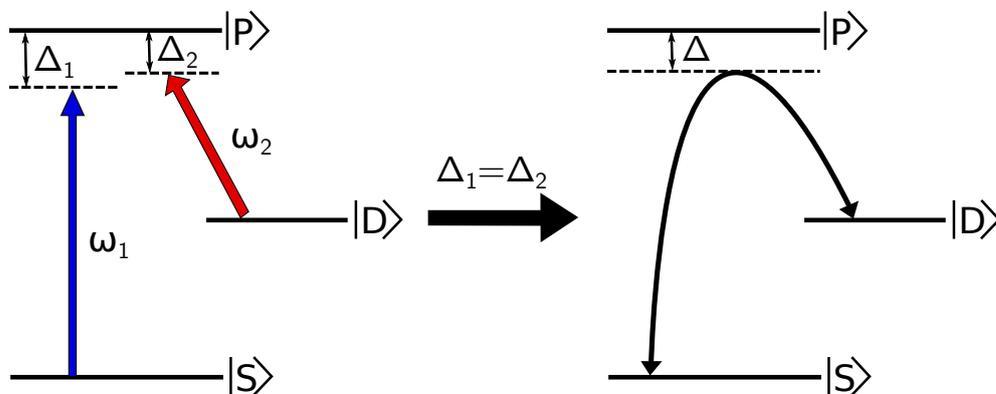


Abbildung 13: Bei gleicher Verstimmung beider Laser zur Resonanz kommt es zur Ausbildung einer kohärenten Superposition zwischen dem $|S\rangle$ und $|D\rangle$ -Niveau, wie im rechten Bild angedeutet.

Λ -Levelschema wie es in vielen Alkali-Atomen und Erdalkalitionen vorgefunden wird. Der S-P-Übergang hat dabei eine kurze Lebensdauer und somit eine hohe Streurate. Fluoreszenzlicht auf diesem Übergang bei Einstrahlung des entsprechenden Lasers dient dabei als Messgröße für die Aufnahme von Dunkelresonanz-Spektren. Der Übergang von $|P\rangle$ nach $|D\rangle$ ist ebenfalls kurzlebig. Das Verzweungsverhältnis beim Zerfall des $|P\rangle$ Zustandes beträgt dabei bei Ca^+ etwa 1:13. Das $|D\rangle$ -Niveau ist metastabil, da zum Grundniveau $|S\rangle$ nur ein Quadrupolübergang mit $\Delta L = 2$ existiert. Die Lebensdauer des Niveaus beträgt dabei $\tau > 1$ s in Ca^+ und wird für die Betrachtung in guter Näherung als unendlich bzw. das Niveau als stabil angenommen. Alle anderen atomaren Übergänge in den Ionen sind zu den verwendeten Lichtfeldern weit verstimmt und werden somit nicht besetzt. Weiterhin gibt es keine weiteren Zerfallskanäle, wodurch ausschließlich Zustände in diesem Levelschema angenommen werden. Die Daten zu Ca^+ wurden dabei aus [Kra+14] entnommen.

Die beiden Laser mit den Frequenzen ω_1 und ω_2 weisen die Verstimmungen Δ_1 und

Δ_2 zum $|P\rangle$ -Niveau auf. Solange $\Delta_1 \neq \Delta_2$ gilt, treibt der Laser mit ω_1 den $|S\rangle - |P\rangle$ -Übergang und es kommt durch spontane Emission zu Fluoreszenz. Der Laser mit ω_2 dient dem Rückpumpen aus dem Dunkelzustand $|D\rangle$. Wird nun der ω_2 -Laser in der Frequenz durchgestimmt, wird an einem Punkt die Bedingung $\Delta_1 = \Delta_2$ erfüllt. Die beiden Laser haben nun die genau gleiche Verstimmung zum $|P\rangle$ -Niveau. Es bildet sich eine kohärente Superposition des S- und D-Niveaus der Form $|S\rangle - |D\rangle$ aus. Dadurch kommt es zu einem direkten Übergang zwischen $|S\rangle$ und $|D\rangle$, ohne dass $|P\rangle$ populiert wird. Somit wird auch keine Fluoreszenz detektiert. Die Dynamik des Systems findet nun ausschließlich auf dieser kohärenten Superposition von D und S statt. Dieser Vorgang wird auch Coherent Population Trapping genannt, da die Population im Superpositionszustand gefangen ist.

Um nun quantitative Aussagen über diesen Prozess treffen zu können wird der Hamiltonoperator des Systems bestimmt. Er ergibt sich zu:

$$H = H_{Atom} + H_{Laser}.$$

Dabei bezeichnet H_{Atom} den atomaren Hamiltonian des 3-Niveau-Systems und H_{Laser} den Wechselwirkungshamiltonian. Der atomare Hamilton-Operator des Systems lässt sich bei entsprechender Basenwahl in Matrixform schreiben als

$$H_{Atom} = \hbar \begin{pmatrix} \omega_S - \omega_P & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \omega_D - \omega_P \end{pmatrix}$$

wobei $\hbar\omega_{S,P,D}$ jeweils die Energie des Niveaus bezeichnet. Alle Energien sind dabei relativ zum Niveau $|P\rangle$ ausgedrückt um die Rechnung zu vereinfachen. Der Wechselwirkungshamiltonian der 3 Niveaus mit zwei Lichtfeldern ist gegeben durch

$$H_{Laser} = \hbar \begin{pmatrix} 0 & \frac{\Omega_{S,P}}{2} \exp(i\omega_1 t) & 0 \\ \frac{\Omega_{S,P}}{2} \exp(-i\omega_1 t) & 0 & \frac{\Omega_{D,P}}{2} \exp(-i\omega_2 t) \\ 0 & \frac{\Omega_{D,P}}{2} \exp(i\omega_2 t) & 0 \end{pmatrix}$$

mit den Rabi-Frequenzen $\Omega_{SP,DP}$ und den Laserfrequenzen $\omega_{1,2}$. Transformiert man nun alle Größen in ein mitrotierendes Bezugssystem und fasst atomaren Hamiltonian und Wechselwirkungsanteil zusammen, erhält man folgenden Hamiltonian der die gesamte ungestörte Dynamik des Systems beschreibt:

$$H = \hbar \begin{pmatrix} \Delta_1 & \frac{\Omega_{S,P}}{2} & 0 \\ \frac{\Omega_{S,P}}{2} & 0 & \frac{\Omega_{D,P}}{2} \\ 0 & \frac{\Omega_{D,P}}{2} & \Delta_2 \end{pmatrix}.$$

Um die Schreibweise zu vereinfachen gilt $\Delta_{1,2} = \omega_{1,2} - (\omega_P - \omega_{S,D})$. Dieser Term bezeichnet die Verstimmung der eingestrahelten Laserfrequenzen zur atomaren Übergangsfrequenz.

Zur Vervollständigung müssen nun noch Zerfallsprozesse des $|P\rangle$ -Niveaus berücksichtigt werden, die beschrieben werden durch

$$\begin{aligned}\hat{C}_1 &= \sqrt{\Gamma_{P,S}}|S\rangle\langle P| \\ \hat{C}_2 &= \sqrt{\Gamma_{P,D}}|S\rangle\langle D|\end{aligned}$$

mit den Zerfallskonstanten $\Gamma_{P,S}$ und $\Gamma_{P,D}$. Sowohl das $|S\rangle$ - als auch $|D\rangle$ -Niveau werden in dieser Betrachtung als stabil angenommen. Die endliche Linienbreite der Laser kann ebenfalls in Form effektiver Dissipationsprozesse in das System integriert werden [CTGO11] über:

$$\begin{aligned}\hat{C}_3 &= \sqrt{2\Gamma_1}(|S\rangle\langle S|) \\ \hat{C}_4 &= \sqrt{2\Gamma_2}(|P\rangle\langle P|).\end{aligned}$$

mit den Laserlinienbreiten $\Gamma_{1,2}$. Die gesamte Dynamik des Systems ist damit vollständig charakterisiert. Zur Berechnung ist es zweckmäßig die Mastergleichung in Lindblad-Formalismus zu betrachten:

$$\dot{\rho} = -\frac{i}{\hbar}[H, \rho] - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^4 \left(C_i^\dagger C_i \rho + \rho C_i^\dagger C_i - 2C_i \rho C_i^\dagger \right).$$

Dabei bezeichnet ρ die Dichtematrix der Lösung der Mastergleichung. Details finden sich in Kapitel A.1. Das Problem kann nun einfacher gelöst werden, indem zur Liouvillegleichung transformiert wird. Es kann gezeigt werden, dass dies für lineare Probleme immer möglich ist. Es ergibt sich

$$\frac{d\vec{\rho}}{dt} = L\vec{\rho}. \tag{2.3}$$

Dabei handelt es sich um ein System gekoppelter Differentialgleichungen in der die Dichtematrix $\vec{\rho}$ in Vektordarstellung Verwendung findet. Zur Bestimmung eines Spektrums bei Scan eines Lasers interessiert nun nur die sogenannte *Steady-State-Solution*. Dies ist die Lösung für große Zeiten t , für die $\dot{\rho} = 0$ gilt. Dadurch vereinfacht sich Gleichung 2.3 zu einer einfachen Matrixgleichung die durch Matrixinversion von L gelöst werden kann. Als Lösung ergibt sich die Dichtematrix im Steady-State $\rho_{t=\infty}$. Um nun die Fluoreszenzrate zu bestimmen, bestimmt man die Streurrate des S-P-Übergangs für die gilt:

$$\begin{aligned}S &\propto \Gamma_{P,S}\rho_{ii} \\ \Rightarrow \text{Fluo} &\propto \rho_{ii}.\end{aligned}$$

Wobei ρ_{ii} die Population des $|P\rangle$ -Niveaus bezeichnet. Zusammenfassend erhält man nun eine Fluoreszenzrate in Abhängigkeit folgender Parameter:

- Der Rabi-Frequenzen Ω_1 und Ω_2 und somit abhängig von der Laserleistung der

beiden Laser

- Der Verstimmung der beiden eingestrahlten Laser zur atomaren Übergangsfrequenz (genannt Δ_1 und Δ_2)

Um nun ein Fluoreszenzspektrum zu erhalten ist es notwendig, die Frequenz von einem der beiden Laser zu verändern, während alle anderen Parameter fest gehalten werden. Es ergibt sich ein Spektrum wie exemplarisch in Abbildung 14 gezeigt. In diesem

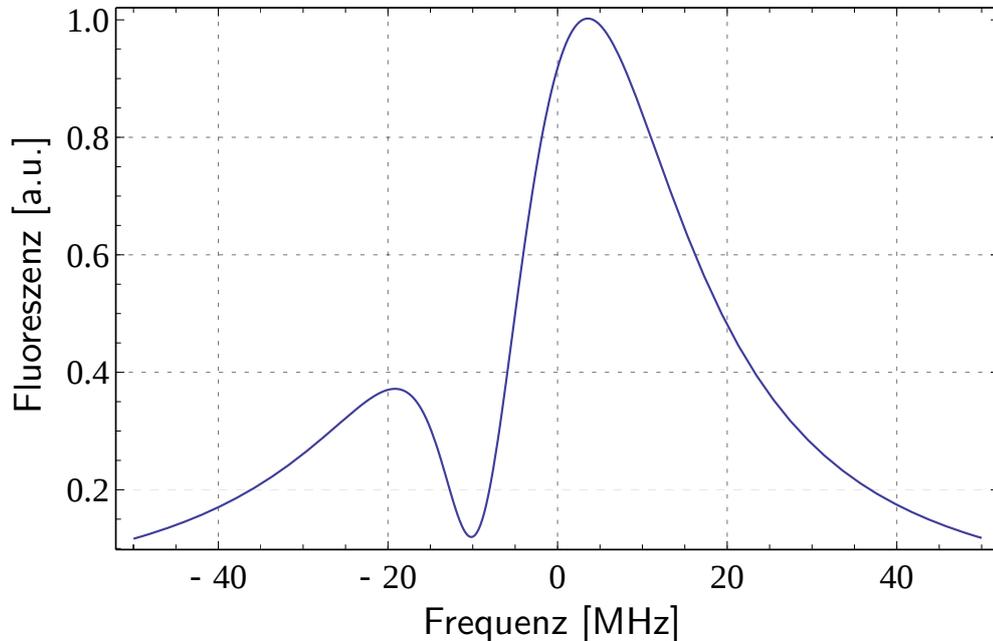


Abbildung 14: Illustriert ist hier die Fluoreszenz auf dem $|S\rangle - |P\rangle$ Übergang gegen die Verstimmung des Lasers mit ω_2 .

Spektrum erkennbar ist die Bildung einer Dunkelresonanz, bei der die Fluoreszenzrate drastisch einbricht. Bei gleicher Verstimmung beider Laser zur Resonanz entsteht ein kohärenter Zwei-Photonen-Übergang direkt aus dem $|S\rangle$ -Niveau in das $|D\rangle$ -Niveau und zurück. Dadurch, dass das $|P\rangle$ -Niveau nicht populiert wird, sinkt die Fluoreszenzrate drastisch. Dabei wird allerdings nie eine Fluoreszenz von 0 erreicht, da die endliche Linienbreite der Laser die Kohärenz der Superposition stört. Bei perfekten Lasern würde eine Fluoreszenz von 0 erreicht.

2.5.3. Einfluss der Temperatur auf Dunkelresonanzen

Bisher wurde der Bewegungszustand der Ionen für die Berechnung der Dunkelresonanz Spektren außer Acht gelassen. Dieser kann hier semi-klassisch miteinbezogen werden, da die Einzel-Ionen-Wärmekeftmaschine im Regime mittlerer bis hoher Phononenzahlen betrieben werden soll gemäß den Simulationen in [Aba+12]. Weiterhin sind für sehr niedrige Temperaturen und somit Phononenzahlen andere effektive Temperaturmessmethoden verfügbar wie Seitenbandspektroskopie.

Die quantisierte Oszillation des Ions im harmonischen Oszillator lässt sich bei großen Phononenzahlen durch ihre klassischen Erwartungswerte bzw. Mittelwerte beschreiben gemäß des Korrespondenzprinzips. Dadurch wird es möglich dem Ion trotz Wellencharakter einen effektiven Ort und eine Geschwindigkeit zuzuordnen und das Teilchen als klassisch schwingend im harmonischen Oszillator anzusehen. Wenn Ionen sich relativ zu eingestrahlichten Lasern bewegen, kommt es zur Verschiebung der Laserfrequenz. Bei Einstrahlung zweier Laser mit entgegengesetzten Richtungen ihres \vec{k} -Vektors, driften die effektiven Laserfrequenzen auseinander wie in Abbildung 15 zu sehen. Bei zu großem Unterschied der effektiven Frequenzen, kann es zu keiner kohärenten Superposition des S- und D-Niveaus kommen und es bildet sich keine Dunkelresonanz. Deshalb ist die Ausbildung von Dunkelresonanzen sehr empfindlich auf die relative Verstimmung der Laser zueinander, die ihrerseits von der Dopplerverschiebung abhängt.

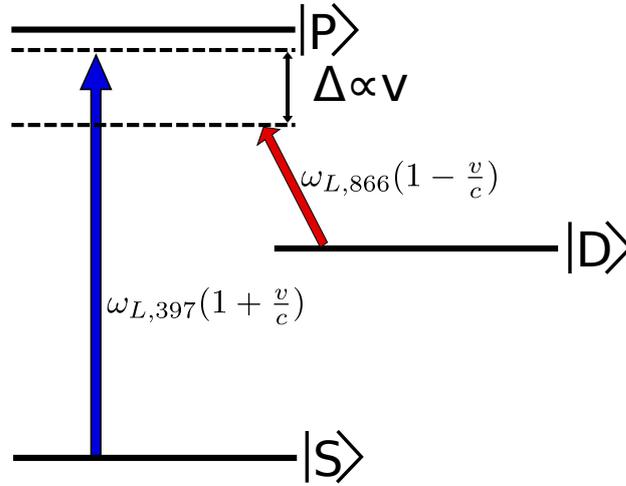


Abbildung 15: Schematische Skizze der Dopplerverschiebung bei gegenläufig propagierenden Lasern und einem Ion der Geschwindigkeit v . Die effektiven Laserfrequenzen driften auseinander.

Effektiv ergibt sich eine Änderung der Frequenzverstimmungen Δ_{397} und Δ_{866} . Ohne Dopplereffekt gilt:

$$\begin{aligned}\Delta_{397} &= \omega_{S,P} - \omega_{L,397} \\ \Delta_{866} &= \omega_{D,P} - \omega_{L,866}.\end{aligned}$$

Wird der Dopplereffekt berücksichtigt gilt hingegen:

$$\begin{aligned}\Delta_{397,D} &= \omega_{S,P} \left(1 + \frac{v_{||,397}}{c}\right) - \omega_{L,397} = \Delta_{397} + \omega_{S,P} \frac{v_{||,397}}{c} \\ \Delta_{866,D} &= \omega_{D,P} \left(1 + \frac{v_{||,866}}{c}\right) - \omega_{L,866} = \Delta_{866} + \omega_{D,P} \frac{v_{||,866}}{c}.\end{aligned}$$

Dabei bezeichnet $v_{||}$ jeweils die Geschwindigkeitskomponente bzw. -Projektion auf die Laserrichtung. Diese kann, wenn das Problem ohne Beschränkung der Allgemeinheit

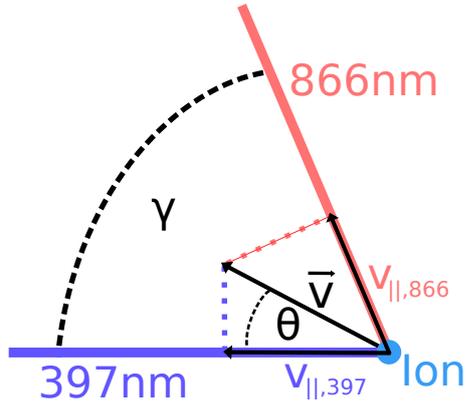


Abbildung 16: Dargestellt sind zwei beliebige Laserausbreitungsrichtungen und die Projektionen der Ionengeschwindigkeit auf diese.

zweidimensional betrachtet wird (in der durch die Laser aufgespannten Ebene) mittels einfacher trigonometrischer Zusammenhänge bestimmt werden zu:

$$\begin{aligned} v_{||,397} &= |\vec{v}| \cos(\theta) \\ v_{||,866} &= |\vec{v}| \cos(\gamma - \theta). \end{aligned}$$

γ bezeichnet dabei den Winkel zwischen den beiden Laserausbreitungsrichtungen und θ den Winkel zwischen Ionengeschwindigkeitsvektor und Laser, vergleiche dazu auch Abbildung 16. Dadurch ändern sich die effektiven Frequenzverstimmungen der beiden Laser in Abhängigkeit der Richtung und des Betrages der Ionengeschwindigkeit. Somit ist die Fluoreszenz $\mathcal{F}(\vec{v}) \equiv \mathcal{F}(v, \theta)$ eine Funktion des Winkels zwischen Geschwindigkeit und Lasern und des Betrages der Geschwindigkeit. Zur letztendlichen Bestimmung einer Temperatur aus Dunkelresonanz-Spektren, muss Ionenbewegung mit Temperatur korreliert werden. Thermische Zustände können im Geschwindigkeitsraum typischerweise durch eine Boltzmann-Verteilung beschrieben werden:

$$P_T(v) = \sqrt{\frac{m}{2\pi k_B T}} e^{-(mv^2/2k_B T)}. \quad (2.4)$$

Dabei bezeichnet $P(v)$ die Wahrscheinlichkeit, dass das Teilchen eine bestimmte Geschwindigkeit besitzt, m seine Masse, T die Temperatur und k_B bezeichnet die Boltzmann Konstante. Diese Verteilung ist für verschiedene Temperaturen in Abbildung 17 zu sehen.

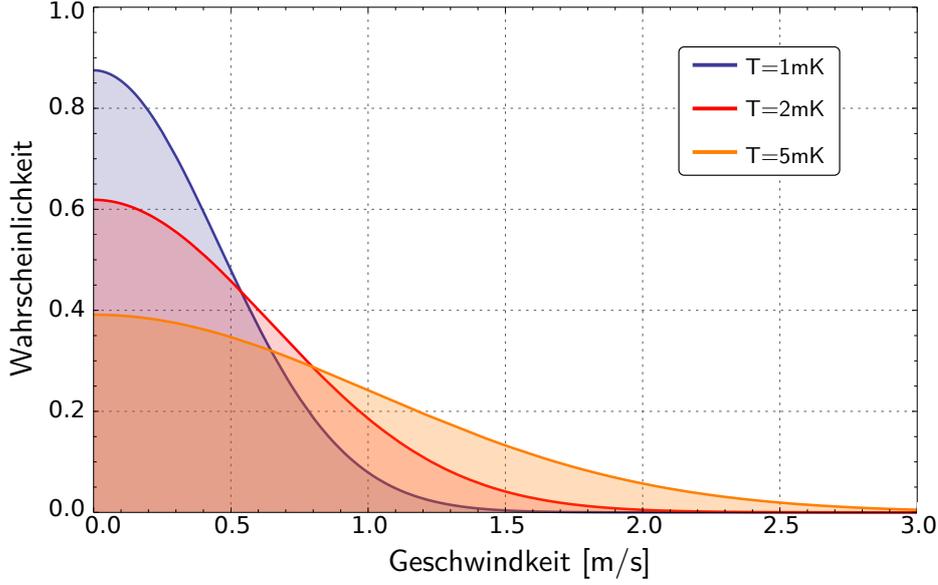


Abbildung 17: Die Maxwell-Boltzmann Geschwindigkeitsverteilung für verschiedene Temperaturen.

Bei der vorgestellten Boltzmann-Verteilung handelt es sich allerdings um eine eindimensionale Geschwindigkeitsverteilung, die getrennt in allen drei Richtungen gilt. Jede Raumrichtung kann durch einen unabhängigen harmonischen Oszillator beschrieben werden. Für das gesamte Fluoreszenzspektrum muss deshalb das Spektrum zu jeder möglichen Ionengeschwindigkeit bestimmt und mit der Boltzmann-Verteilung gewichtet addiert werden. Es gilt

$$\text{Gesamtfluoreszenz}(T) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} P_T(v_x)P_T(v_y)P_T(v_z) \cdot \mathcal{F}(v_x, v_y, v_z)dv_xdv_ydv_z.$$

Drückt man dies nun in Polarkoordinaten aus und setzt $|\vec{v}| = v$ erhält man den einfacher zu berechnenden Ausdruck:

$$\text{Gesamtfluoreszenz}(T) = \int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} P(v, T)P(\theta)P(\phi) \cdot \mathcal{F}(v, \theta)v^2 \cos(\phi)d\phi d\theta dv.$$

Wobei $P(\theta)$ und $P(\phi)$ konstant und normiert sind, da die Boltzmann-Verteilung im Geschwindigkeitsraum kugelsymmetrisch ist. Die theoretisch berechnete Temperaturabhängigkeit ist für einen relativen Winkel der Laser von 0° in Abbildung 18 dargestellt. Temperaturen drücken sich somit in unterschiedlicher Dip-Tiefe der Dunkelresonanzen aus. Auf diesem Prinzip beruht die vorliegende Temperaturmessmethode. Eine Änderung des Winkels zwischen den beiden Lasern hat dabei Einfluss auf die Sensitivität der Methode in verschiedenen Temperaturregimes. Eine genauere Erklärung zur Sensitivität wie aus einem aufgenommenem Spektrum eine Temperatur bestimmt werden kann, wird in Kapitel 5 gegeben.

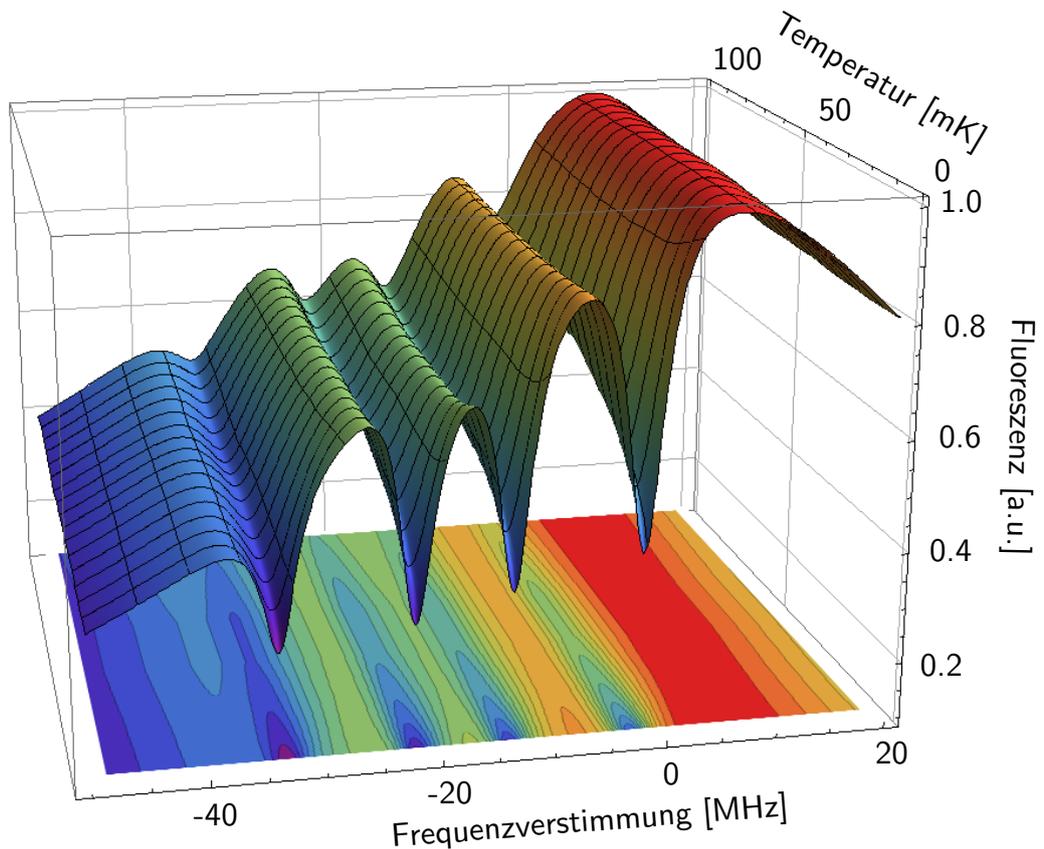


Abbildung 18: Theoretisch berechnete Temperaturabhängigkeit der Fluoreszenzrate für einen bestimmten Satz von Parametern in 0° -Konfiguration.

2.6. Einstellen der Temperatur

2.6.1. Laserkühlung mittels Dopplereffekt

Zuerst wird das allgemeine Konzept für Laserkühlung von Atomen beschrieben. Danach wird auf die Unterschiede in Ionenfallen eingegangen. Ein atomares Ensemble, oder auch einzelne Atome, lassen sich mittels eines zu einem atomaren Übergang nahresonanten Lichtfeldes kühlen. Im einfachsten Fall eines Zweiniveausystems wird das Atom durch den Laser angeregt und emittiert das absorbierte Photon nach einer durch die natürliche Lebensdauer des angeregten Zustandes festgelegten Zeitspanne wieder. Im Falle spontaner Emission geschieht dies in eine zufällige Richtung und somit rein statistisch verteilt. Photonen tragen allerdings ebenfalls einen Impuls der Größe $\hbar|\vec{k}|$, der vom Atom bei Absorption aufgenommen wird und bei Emission abgegeben wird. Geschieht nun die Absorption gerichtet und die Emission statistisch verteilt, wird im Zeitmittel vieler Absorptions- und Emissionsvorgänge ein Netto-Impuls auf das Atom übertragen [WI79; Neu+78].

Findet ein Großteil der Impulsübertragungen bei Absorptionsvorgängen entgegen der Bewegungsrichtung des zu kühlenden Atoms statt, wird auf Grund der statistischen Natur der anschließenden spontanen Emission im Zeitmittel ein Impuls entgegen dem

Atomimpuls übertragen. Dadurch wird das Atom abgebremst. Um primär Absorption bei einer bestimmten Bewegungsrichtung des Atoms zu erzielen nutzt man den Dopplereffekt. Durch diesen wird die effektive Lichtfrequenz im Bezugssystem des Atoms durch seine Bewegung modifiziert. Im Falle gegenläufiger Bewegungsrichtungen der Photonen im Lichtfeld und des Atoms kommt es zu einer Frequenzerhöhung bzw. Blauverschiebung. Wird der Laser zum Übergang rotverstimmt, können nur noch Atome die dem Strahl entgegen kommen angeregt werden, da sich bei diesen die Verstimmung und die Dopplerverschiebung gerade kompensieren und der Laser somit weiterhin resonant ist. Da diese Methode nur eine Bewegungsrichtung kühlen kann, müssen im Falle freier Atome mindestens 6 Laser eingestrahlt werden, um alle Raumdimensionen in negativer und positiver Richtung zu kühlen.

In einer Ionenfalle befinden sich die Atome allerdings in einem dreidimensionalen harmonischen Potential das zu einer periodischen Bewegung in positiver und negativer Richtung führt. Dadurch ist es ausreichend nur eine Bewegungsrichtung pro Dimension zu kühlen. Weiterhin sind die konkreten Bewegungsrichtungen in einem solchen Potential starr durch die Fallengeometrie bzw. das Potential vorgegeben. Somit können mit einem Strahl alle Bewegungsmoden gekühlt werden, wenn dieser eine nicht-verschwindende Projektion auf alle Bewegungsrichtungen besitzt.

Die Kühlrate wird dabei durch die maximal mögliche Streurrate auf dem gewählten atomaren Übergang bestimmt.

Dopplerlimit

Atome die sich vom Laser wegbewegen haben eine endliche Wahrscheinlichkeit ebenfalls angeregt zu werden. Sinkt die Temperatur des atomaren Ensembles, wird diese Wahrscheinlichkeit größer. Schließlich überlappen die atomaren Resonanzkurven für verschiedene Bewegungsrichtungen miteinander. Ab diesem Punkt ist das Limit der Dopplerkühlung erreicht, da statistisch gesehen ausreichend Atome die sich vom Laser wegbewegen ebenfalls angeregt werden. Es kann gezeigt werden, dass für die erreichbare Temperatur gilt:

$$T_{min} = \frac{h\Gamma}{2k_B}.$$

wobei Γ die natürliche Linienbreite des angeregten Zustandes ist und somit direkt mit der Streu- und somit auch Kühlrate in Verbindung steht.

2.6.2. Dunkelresonanzkühlen/-heizen

Mittels Dunkelresonanzen ist es möglich gezielt die Temperatur des Systems zu beeinflussen und sogar das theoretische Dopplerlimit aus dem vorherigen Kapitel zu unterschreiten. Zum besseren Verständnis ist es hilfreich einige Größen einzuführen. Für das Vorliegen einer Dunkelresonanz ist es notwendig, dass die Verstimmung der beiden Laser zum gemeinsamen Zielniveau gleich groß ist. Es muss also gelten: $\Delta_1 - \Delta_2 := \Delta_0^{CPT} = 0$. Die Größe Δ_0^{CPT} gibt somit die relative Verstimmung beider Laser zur

Dunkelresonanzbedingung an. Diese Verstimmung hängt von der Frequenz beider Laser und von der momentanen Ionengeschwindigkeit ab. Für zwei Laser aus beliebigen Richtungen gilt für die Verstimmung:

$$\Delta_D^{CPT} = \Delta_0^{CPT} - \delta\Delta^{CPT} = \Delta_1 - \Delta_2 - (\vec{k}_1 - \vec{k}_2)\vec{v}_{Ion}$$

mit den \vec{k}_i -Vektoren der beiden Laser und der aktuellen Ionengeschwindigkeit \vec{v}_{Ion} . Im sogenannten *weak-binding-regime* ist die Periode der Oszillation des Ions im harmonischen Potential groß gegen die Lebensdauer des angeregten Niveaus. Dadurch ändert sich weder Ort noch Geschwindigkeit signifikant während des Streuprozesses. Somit kann die erwähnte kumulative Dopplerverschiebung relativ zu beiden Laser überhaupt betrachtet werden. Dieses Regime ist in der vorliegenden makroskopischen Falle gegeben.

Wird nun der Fall gemeinsam propagierender Laser betrachtet, führt eine Rotverstimmung von Laser 1 relativ zur Dunkelresonanz ($\Delta_0^{CPT} < 0$) dazu, dass vom Laser wegbewegte Ionen die Resonanzbedingung durch ihre Dopplerverschiebung gerade erfüllen. Dadurch befinden sich mit dem Laser propagierende Ionen in der Dunkelresonanz, während entgegenkommende Ionen außerhalb liegen. Da die Fluoreszenzrate in Dunkelresonanzen drastisch erniedrigt ist, streuen mitbewegte Ionen wesentlich weniger Photonen als entgegenkommende. Die richtungsabhängige Unterdrückung von Absorption entspricht dem Prinzip des normalen Dopplerkühlmechanismus aus dem vorherigen Kapitel. Das untere Kühllimit wird im Vergleich zum normalen Dopplerlimit erniedrigt aufgrund der schmalen Linienbreite der Dunkelresonanzen im Vergleich zur gesamten atomaren Resonanzkurve. Die erwähnten Effekte können auch mittels blauverstimmttem Laser invers zum Heizen des Systems verwendet werden.

2.6.3. Elektrische Anregung

Ionen können über die Coulombwechselwirkung mit elektrischen Feldern wechselwirken. Wird elektrisches Rauschen eines Rauschgenerators an die Kompensationselektroden der Falle angelegt, wird das Ion angeregt. Instantan folgt das Ion dabei der aktuellen Amplitude, Frequenz und Phase des Rauschsignals. Diese sind bei dem angelegten weißen Rauschen allerdings zufällig verteilt. Über längere Zeiträume ergibt sich dadurch im Mittel eine inkohärente Anregung die zu einem thermischen Zustand führt. Das Rauschsignal wird dabei an gegenüberliegende Elektroden angelegt. An einer von beiden jedoch das invertierte Signal. Dadurch wird es möglich, thermische Zustände anzuregen ohne das Gesamtpotential der Falle und somit die Fallenfrequenz zu ändern. Messungen der hier beschriebenen Vorgänge finden sich in Kapitel 3.1.7.

3. Charakterisierung der Ionenfalle

3.1. Experimenteller Aufbau

3.1.1. Die konische Ionenfalle

Die verwendete Falle muss im Gegensatz zu normalen linearen Paulfallen einen Winkel zwischen RF-Elektroden und Fallenachse haben um radiale und axiale Bewegungsmoden aneinander zu koppeln. Der Kopplungsmechanismus wird in Kapitel 3.3 genauer erklärt. Durch diese Rahmenbedingung war es notwendig ein neues Fallendesign zu entwickeln, das so bisher noch nicht existierte. Das Fallendesign ist dabei sehr nah

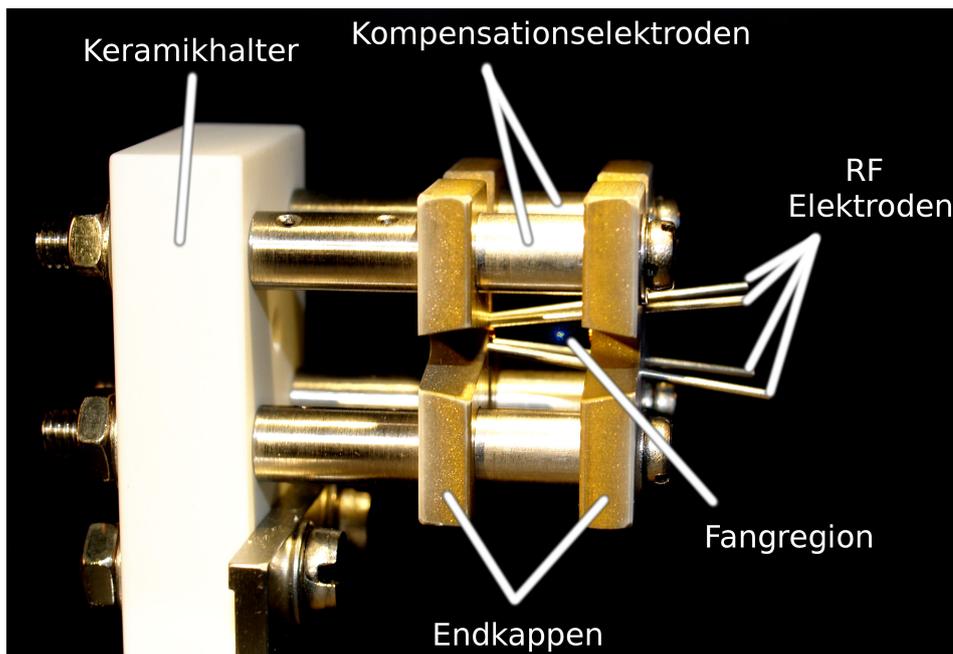


Abbildung 19: Nahaufnahme der Falle. Gut zu erkennen ist dabei der Winkel zwischen Fallenachse und Elektroden der für die Kopplung der Bewegungsmoden verantwortlich ist.

an dem klassischen Design einer linearen Paulfalle mit vier Stäben aus leitfähigem Material und zwei elektrisch davon getrennten Endkappen angelehnt, die den axialen Einschluss garantieren. Zusätzlich muss die Falle einige spezielle Anforderungen erfüllen. Die Falle sollte klein gebaut sein, da die erreichbaren Fallenfrequenzen von den Maßen der Falle und den angelegten Spannungen abhängt. Kleinere Maße führen bei gleichen Spannungen zu höheren Fallenfrequenzen, die sich positiv auf das Experiment auswirken. Notwendig dazu sind Stabelektroden mit kleinem Durchmesser, die somit trotz relativem Winkel nah aneinander gebracht werden können. Weiterhin müssen diese hohe Anforderungen an die Fertigungsqualität und -präzision erfüllen, da sie gerade sein müssen und eine ebenmäßige Oberfläche brauchen. Diese Anforderungen werden durch Spritzenkanülen mit einem Durchmesser von 0,75 mm aus Edelstahl erfüllt, da diese als medizinische Standardprodukte in besonders hoher Präzision verfügbar sind.

Diese dienen im Experiment als Radiofrequenz-Elektroden

Eine weitere Anforderung sind Endkappen aus elektrisch leitfähigem Material, die allerdings gleichzeitig die Stabelektroden elektrisch isoliert halten müssen. Die Endkappen werden deshalb aus Keramik (mit einer Dicke von 4 mm) gefertigt, die außen mit Gold bedampft wurde für eine gute elektrische Leitfähigkeit. Dadurch wird die elektrisch isolierte Halterung und gleichzeitige Nutzung als Endkappe möglich.

In quantenoptischen Experimenten ist es weiterhin notwendig ungehinderten optischen Zugang aus vielen Richtungen und Winkeln zu ermöglichen. Dafür befinden sich an jeder Seite der Endkappe Ausfräbungen aus der Keramik, sodass ein Laserzugang unter einem 45° -Winkel zur Fallenachse möglich ist. Für den axialen Zugang gibt es eine Bohrung in den Endkappen auf der Fallenachse mit eingelegten Kupferhülsen (1 mm Innendurchmesser, Länge 1,7 mm) zur Vermeidung von Oberflächenladungen. Um die Radiofrequenz-Elektroden herum sind vier Kompensationselektroden mit einem Durchmesser von 3 mm aus Edelstahl angebracht, die der Feldanpassung dienen und Fallenimperfectionen ausgleichen können. Dadurch können alle Bewegungsmoden mittels Lasern einzeln oder bei Bedarf gemeinsam angesprochen werden. Die Maße der Falle sind in Tabelle 1 aufgeführt. Die Falle hängt dabei an einem Fallenhalter

Radiale Größe	$2 \text{ mm} + (z \tan(10^\circ))$
Axiale Größe	8 mm
Winkel Elektroden	10°
Antriebsfrequenz	21,5 MHz
Axiale Fallenfrequenz	(100-300) kHz
Radiale Fallenfrequenz	(200-600) kHz

Tabelle 1: Parameter der verwendeten Ionenfalle.

der wiederum am Deckelflansch der UHV-Kammer befestigt ist. Am Fallenhalter sind ebenfalls der Ofen Shutter und der eigentliche Kalzium-Ofen befestigt (siehe dazu Abbildung 20). Bei dem Kalzium-Ofen handelt es sich dabei um ein Röhrchen das mit chemisch reinem Kalzium-Granulat gefüllt wird. Dieses Röhrchen wird resistiv auf Temperaturen um $T = 400^\circ$ geheizt, wobei atomares Kalzium gerichtet evaporiert wird. Der Ofen Shutter ist dabei magnetisch von außerhalb des Vakuumtopfes mittels eines Permanentmagneten bedienbar. Dies erwies sich in Folge als Fehlkonstruktion, da dadurch das Magnetfeld am Ion signifikant beeinflusst wird und keine definierte Quantisierungssache vorliegt. Der Permanentmagnet wurde entfernt.

Aus den Fallenparametern lässt sich mittels des Lamb-Dicke-Parameters (genauere Erläuterungen hierzu in [Dic54]) abschätzen in welchem Regime die Wechselwirkung mit Lasern stattfindet. Im Lamb-Dicke-Regime ist die interne Ionendynamik (atomare Übergänge) weitgehend vom Bewegungszustand getrennt. Dadurch sind Übergänge die den Bewegungszustand um mehr als ein Phonon ändern unterdrückt. Dies ist eine Voraussetzung für die notwendige und exakte Kontrolle des Bewegungszustandes für Quanteninformationsexperimente. Weiterhin ist nur im Lamb-Dicke-Regime Seitenbandkühlen und Seitenbandspektroskopie möglich. Die Lamb-Dicke-Bedingung

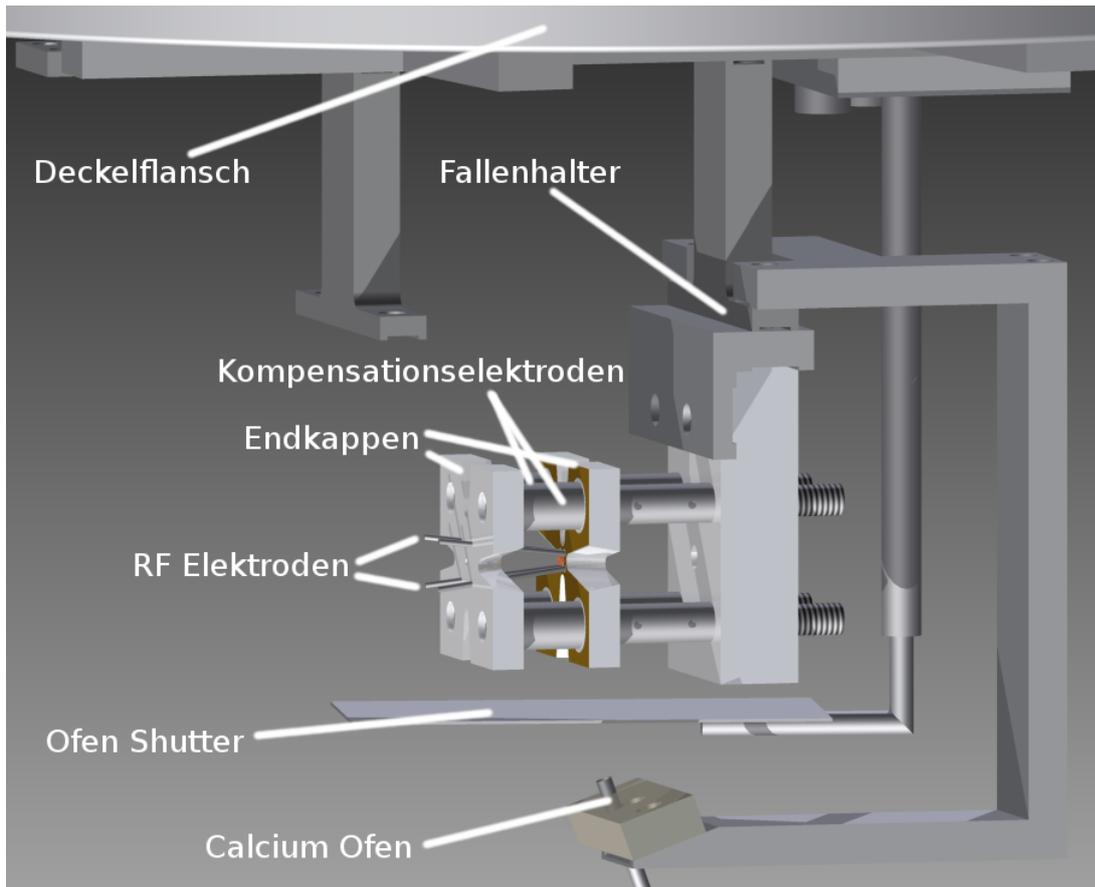


Abbildung 20: Falle mit Ca^+ -Ofen und Deckelflansch. Der Ofen Shutter dient dabei dem Verschluss des Kalzium-Ofens, sodass bei Nichtgebrauch nicht kontinuierlich evaporiertes Kalzium in die Fallenregion gelangt.

lautet:

$$\eta^2(2n + 1) \ll 1$$

mit dem Lamb-Dicke-Faktor

$$\eta = \sqrt{\frac{\hbar k_L^2}{2m\omega}}.$$

Wobei k den Wellenvektor des eingestrahlichten Lichts bezeichnet und ω die Fallenfrequenz. n bezeichnet die mittlere Phononenzahl des Ionenzustandes. Bei maximaler radialer Fallenfrequenz wird in der verwendeten Falle ein Lamb-Dicke-Faktor von

$$\eta = 0,23$$

erreicht. In der vorliegenden Ionenfalle sind bei guter Dopplerkühlung und Kompensation (gemäß der in Kapitel 5 bestimmten Temperaturen) Phononenzahlen im Bereich von ≈ 100 möglich als untere Grenze. Selbst bei den maximalen Fallenfrequenzen wird somit das Lamb-Dicke-Regime nicht erreicht. Dadurch sind die Möglichkeiten der Seitenbandspektroskopie stark eingeschränkt, da die Anregungswahrscheinlichkeit für Übergänge mit mehreren Phononen ebenfalls hoch ist. Durch Mischen verschiedener Seitenbänder im Spektrum ist keine klare Unterscheidbarkeit gegeben und somit auch keine definierten Anregungen möglich.

3.1.2. Fallenantrieb

Um die nötigen Spannungen von mehreren hundert Volt im Radiofrequenzbereich an den Fallenelektroden bereit stellen zu können, werden eine Reihe von Bauteilen benötigt. Der schematische Aufbau ist in Abbildung 21 dargestellt. Die Radiofrequenz wird von einem Analog-Generator der Firma Rohde & Schwarz erzeugt. Dahinter be-

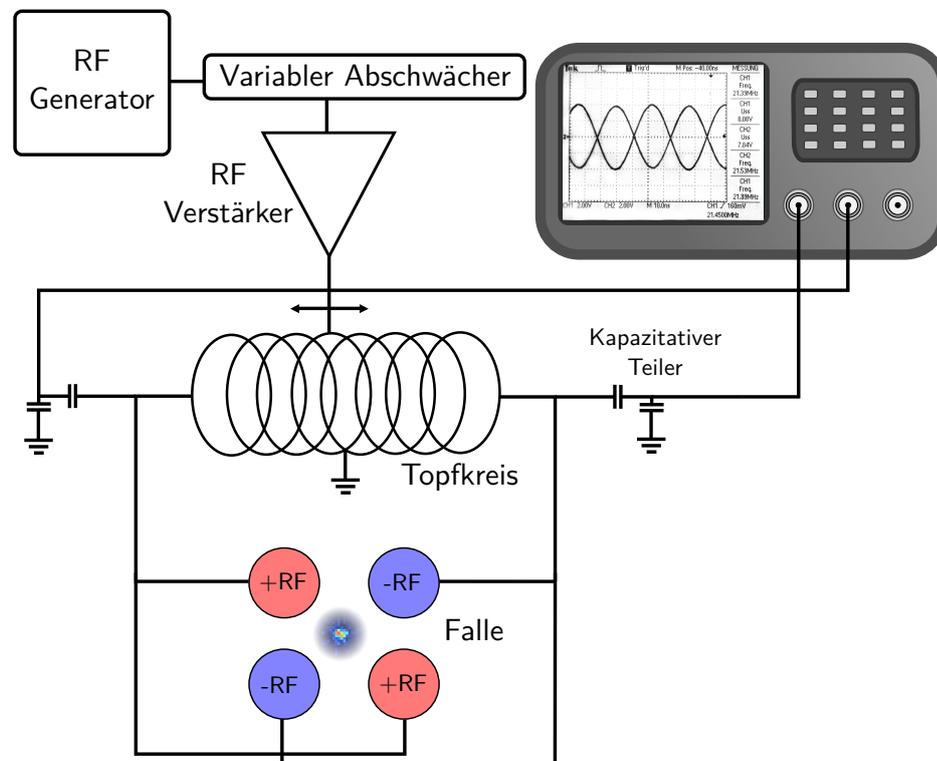


Abbildung 21: Schematische Skizze des Radiofrequenz-Aufbaus des Experimentes. Oszilloskop Clip Art aus [Mot14].

findet sich ein variabler Abschwächer um die Stärke der Radiofrequenz an der Falle regulieren zu können. Dieser lässt sich in seiner Abschwächung mittels einer analogen Spannung steuern, die ihrerseits von Digital-Analog-Konvertern generiert wird auf die in Kapitel 3.1.5 eingegangen wird. Dadurch kann die Amplitude der Radiofrequenz von der zentralen Experimentsteuersoftware aus eingestellt werden. Anschließend wird

das Signal verstärkt auf einen Topfkreis gegeben. Dabei handelt es sich um einen geschlossenen koaxialen Leitungskreis, der durch die Ausbildung von Stehwellen wie ein Parallelschwingkreis wirkt. Dieser Leitungskreis ist in der Mitte geerdet um dort einen Schwingungsknoten zu erzwingen. Dadurch ergeben sich links und rechts zwei offene Enden an denen die Radiofrequenz abgegriffen werden kann. Die Radiofrequenz ist dabei an den Enden 180° phasenverschoben. Dies ist ein gewünschter Effekt, da durch zwei phasenverschobene RF-Signale an der Falle, axiale Mikrobewegung unterdrückt wird (siehe hierzu Kapitel 2.4.3). Zur Impedanzanpassung ist es außerdem möglich die Position der Einspeisung zu verändern. Der Topfkreis dient primär der Frequenzfilterung, als auch der Impedanzanpassung an die Last (hier die Ionenfalle). Das Spektrum des Fallenantriebs nach dem Topfkreis ist in Abbildung 22 zu sehen. Die gewünschte Resonanzfrequenz liegt bei rund 21 MHz. Die nächsten Harmonischen sind dabei um etwa 38 dB unterdrückt, was einem Faktor von ca. 8000 in der Leistung entspricht.

Über zwei kapazitive Teiler wird ein Bruchteil der Spannung an der Falle auf ein

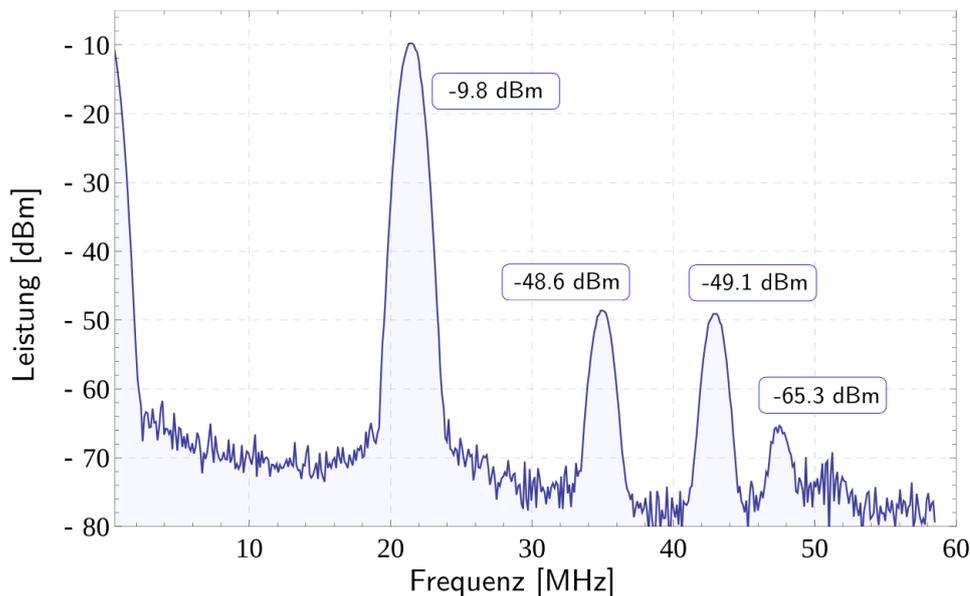


Abbildung 22: Spektrum des Fallenantriebs, gemessen mit Hilfe eines kapazitiven Teilers. Die Amplitude der ersten Harmonischen beträgt ca. $1/8000$ des Fallenantriebs. Dies ist vor Allem durch die gute Unterdrückung der Oberwellen durch den Topfkreis zu erklären.

Oszilloskop gegeben. Das Teilungsverhältnis beträgt ca. $1/100$. Somit kann aus der Amplitude des elektrischen Signals am Oszilloskop die Amplitude an den Elektroden der Paul-Falle bestimmt werden. Weiterhin kann auch die relative Phase der beiden Schwingungen bestimmt werden. Das Messsignal ist in Abbildung 23 dargestellt. In der Abbildung ist das Signal des kapazitiven Abgriffs nach dem Topfkreis aufgetragen. Aus dieser Messung lässt sich die Amplitude der Radiofrequenz und der Phasenfehler zwischen den beiden Signalen bestimmen. Dazu wurde ein Sinus an die Messwerte angepasst mit der Phase und Amplitude als freiem Parameter. Es ergibt sich folgende

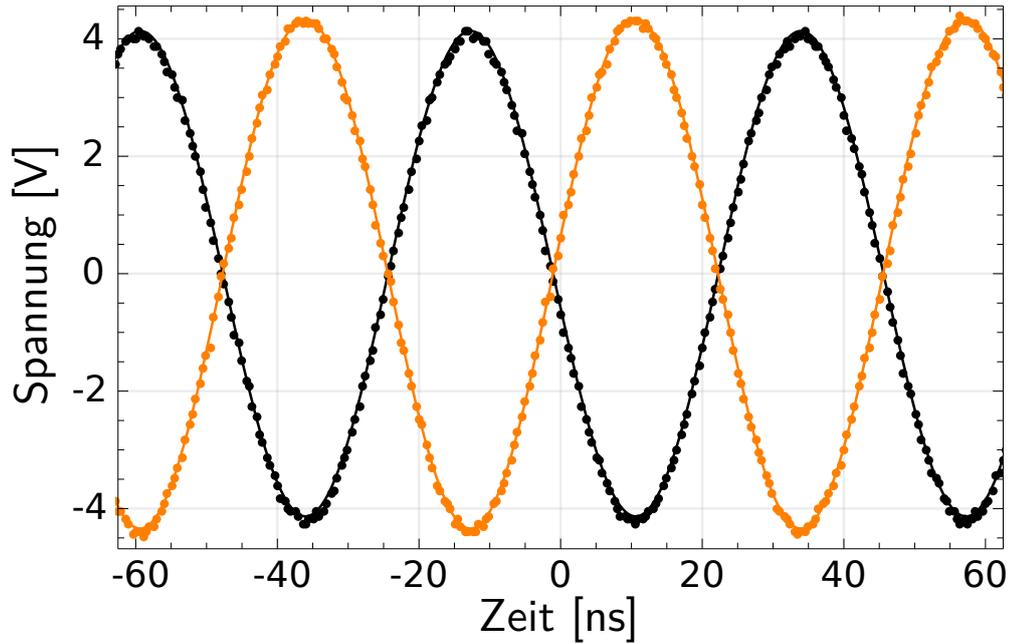


Abbildung 23: Messsignal am kapazitiven Teiler. Daraus kann sowohl die Amplitude als auch der Phasenfehler des Radiofrequenzantriebes bestimmt werden.

Phasenabweichung:

$$\Rightarrow \Delta\Phi = 179,73(6)^\circ.$$

Dieses Ergebnis entspricht mit einer Genauigkeit von $< 0,2\%$ dem Sollwert von 180° . Bei der verwendeten Kabellänge von Topfkreis zu den Fallenelektroden von unter 20 cm wird der maximale Längenunterschied der Signallaufwege auf < 1 cm abgeschätzt, entsprechend $\Delta\Phi_{lauf} < 0,25^\circ$. Im ungünstigsten Fall ergibt sich somit ein Phasenfehler von $\Delta\Phi_{total} < 0,5\%$. Die Auswirkung eines solchen Fehlers wurden simuliert und die Mikrobewegung würde auf 0,5% der Mikrobewegung eines unsymmetrischen Fallenantriebes gleicher radialer Fallenfrequenz ansteigen.

Die Amplitude der beiden Signale ist leicht unterschiedlich. Dies kann mehrere Ursachen haben und sowohl an Topfkreis, Falle als auch kapazitivem Teiler (Bauteiltoleranzen etc.) liegen. Wie sich eine unterschiedliche Amplitude der Radiofrequenz an den Elektroden auswirkt wurde ebenfalls numerisch simuliert. Dabei ergibt sich bei der Amplitudendifferenz aus dem Fit von 4,8% eine Steigerung der Mikrobewegung auf 1,9% der Mikrobewegung eines unsymmetrischen Fallenantriebs. Dies ist immernoch ausreichend wenig Mikrobewegung zum Betrieb der Wärmekraftmaschine (vgl. Amplituden der axialen Schwingung der Wärmekraftmaschine bei den Simulationen in [Aba+12]). Mit dem gegebenen Teilungsverhältnis ergeben sich somit Fallenspannungen von ca. 850 V Spitzenspannung für die in der Abbildung gezeigte Messung.

3.1.3. UHV Kammer

Bei der verwendeten Vakuumkammer handelt es sich um eine zylinderförmige Edelstahlkammer mit einem Volumen von ca. 22 L. Diese besitzt mehrere optische Zugänge in der Laserebene. Um einen Restdruck im Bereich $< 10^{-10}$ mbar zu realisieren, ist ein mehrstufiges Pumpverfahren notwendig. Die erste Reduktionsstufe bildet dabei eine Drehschieberpumpe, die einen ausreichend niedrigen Vordruck für die anschließende Turbomolekularpumpe erzeugt. Zur Reduktion des Restdrucks durch an den Wänden haftendes Wasser, wurde die Vakuumkammer bei einer Temperatur von rund $T = 200^\circ$ ausgeheizt. Während des Ausheizens war eine Turbomolekularpumpe angeschlossen, die den Druck bis auf ca. $1 \cdot 10^{-10}$ mbar reduzierte. Um dauerhaft ausreichend niedrigen Restdruck zu halten, wird eine Titan-Sublimation-Pumpe verwendet. Diese sublimiert periodisch Titan aus einem Filament, das sich an den Wänden festsetzt und dort Restgaspartikel bindet. Damit wird konstant ein Druck von etwa $2 \cdot 10^{-11}$ mbar gehalten. Ein derart niedriger Restdruck ist notwendig, um Stöße der gefangenen Ionen mit dem Hintergrundgas zu minimieren, da dadurch unerwünschte Effekte auftreten. Durch höheren Restgasdruck wird die mittlere Verweilzeit der Ionen in der Falle signifikant reduziert. Bei dem im Experiment erreichten Druck beträgt die mittlere freie Weglänge mehrere Kilometer, was zu Verweilzeiten von mehreren Stunden führt.

3.1.4. Quantisierungsmagnetfeld

Die Daten dieses Kapitels wurden aus [Ebl11] entnommen, da der beschriebene Aufbau im Rahmen dieser Arbeit gebaut und untersucht wurde. Um die UHV-Kammer herum befinden sich in der horizontalen Ebene vier paarweise zusammengehörige Magnetfeldspulen in Helmholtz-Konfiguration um ein möglichst homogenes und steuerbares Magnetfeld am Ion zu generieren. Diese haben jeweils 210 Windungen, einen Radius von 60 mm und bestehen aus Kupferlackdraht mit einer Dicke von 1,2 mm. Der Abstand zur Fallenmitte beträgt dabei 350 mm. Um die vertikale Magnetfeldkomponente zu steuern ist eine weitere Spule mit 280 Windungen auf dem Deckelflansch der Vakuumkammer angebracht. Das Magnetfeld lässt sich dabei über den Spulenstrom variieren. Der Zusammenhang zwischen der Stromstärke und dem resultierenden Magnetfeld an der Ionenposition wurde mittels eines Magnetometers gemessen. Es ergibt sich ein linearer Zusammenhang dessen Gleichung mittels eines linearen Fits bestimmt wurde zu

$$B(I) = 1,6 \frac{\text{Gauss}}{\text{A}} \cdot I - 0,5 \text{ Gauss.}$$

Typische verwendete Stromstärken liegen bei 3 A was zu einer Magnetfeldstärke von 4,3 Gauss führt. Die Magnetfelder dienen zum einen der Kompensation von äußeren Störmagnetfeldern (durch elektrische Leitungen und dem Erdmagnetfeld), aber auch der Vorgabe einer Quantisierungsachse. Weiterhin führt das angelegte Magnetfeld zu einer definierten Zeeman-Aufspaltung, die insbesondere im Hinblick auf die Dunkelresonanzthermometrie notwendig ist wie in einem späteren Kapitel gezeigt wird.

3.1.5. Elektrischer Aufbau

Digital-Analog-Wandler

In Experimenten mit gefangenen Ionen ist es notwendig sehr stabile, aber dennoch variable analoge Spannungen an der Falle einstellen zu können. Die Anforderungen an die Stabilität sind hoch, da jegliches elektrisches Rauschen zu einer erhöhten Heizrate [Lam97] und sogar Positionsschwankungen führt. Diese hohen Anforderungen an die Elektronik werden von dem gruppenintern entwickelten DAC-Board (Bertha) erfüllt. Dieses bietet 12 individuell steuerbare Digital-Analog-Wandler in einem Spannungsbereich von -10 V - 10 V mit 16 Bit Auflösung. Mit diesem werden alle Fallenspannungen gespeist bzw. gesteuert.

Signalgenerierung

Für einige Messungen ist es notwendig zeitliche Abläufe mit hoher Präzision zu steuern und TTL-Signale zu generieren. Dies wird im vorliegenden Experiment durch die Verwendung eines **F**ield **P**rogrammable **G**ate **A**rray (FPGA) erreicht. Diesem wird eine Zeittafel auszugebender digitaler Signale gesendet, die dann dort selbstständig und zeitlich präzise ausgeführt wird (Zeitauflösung 10 ns). Während einer solchen zeitkritischen Messung werden alle relevanten Messparameter von dem FPGA gesteuert. Dies umfasst die Steuerung von Radiofrequenzschaltern zur schnellen Frequenzverschiebung der Laser, Triggerung der Kamera oder der PMT-Aufnahme, Blocken bestimmter Laser über AOMs und einige mehr. Der Vorteil der Verwendung eines FPGAs liegt dabei primär in der sehr guten zeitlichen Präzision in der Größenordnung von Nanosekunden und der Echtzeitfähigkeit. Da kein Betriebssystem parallel läuft, das mit Interruptroutinen oder Ähnlichem den zeitlichen Ablauf beeinflussen könnte, sind die programmierten Timings garantiert.

AOM-Treiber

Um thermometrische Messungen durchführen zu können ist es notwendig zumindest einen der beiden Laser um ca. 100 MHz verstimmen zu können bei gleichbleibender Leistung. Im verwendeten Setup ist dies mittels eines AOM (*A*cousto *O*ptic *M*odulator) realisiert. Dabei handelt es sich um einen speziellen Kristall der mit Piezos zu hochfrequenten Schwingungen angeregt wird. Diese durch den Kristall laufenden Schallwellen erzeugen lokal Dichteunterschiede und somit Unterschiede im Brechungsindex. Dadurch entsteht ein optisches Beugungsgitter, das eintreffende Lichtstrahlen ablenkt. Da es sich um laufende Schallwellen handelt, kommt es durch die Bewegung ebenfalls zu einer Dopplerverschiebung des eingestrahlt Lichts. Dieses Prinzip ermöglicht also die Frequenz des Lasers zu verstimmen ohne an der Quelle, der Laserdiode, Veränderungen vorzunehmen. Typische AOM-Frequenzen sind in dem Bereich von einigen 100 MHz. Zur Bereitstellung der Radiofrequenz der AOMs werden hausintern entwickelte Endstufentreiber verwendet. Diese besitzen einen eingebauten **V**oltage **C**ontrolled **O**scillator (VCO), der aus einer analogen Eingangsspannung eine dazu

proportionale Ausgangsfrequenz ausgibt. Mittels dieses analogen Eingangs wird die AOM-Frequenz im Experiment verändert. Für Frequenzsprünge, wie für die Dunkelresonanzthermometrie benötigt, ist diese Art der Änderung allerdings zu langsam. Eine Frequenzänderung um 10 MHz nimmt einige μs in Anspruch, was nicht der benötigten zeitlichen Auflösung entspricht. Deshalb werden für Spungscans zwei getrennte AOM-Treiber mit verschiedenen Frequenzen verwendet, zwischen denen mittels eines Radiofrequenz-Schalters umgeschaltet wird.

Die Radiofrequenzamplitude kann ebenfalls durch einen Modulationseingang des AOM-Treibers verändert werden. Dadurch kann beispielsweise die Intensität des Lichts, das den AOM passieren kann, gesteuert werden. Dies bildet die Grundlage der Laserleistungsstabilisierung in Kapitel 3.2.8. Weiterhin besitzen die AOM-Treiber einen Digital-eingang, der den Radiofrequenzausgang direkt steuert und somit Laser schnell schalten kann. Ein solcher Ausschaltvorgang ist in Abbildung 24 dargestellt. Die Ausschaltzeit beträgt weniger als 100 ns.

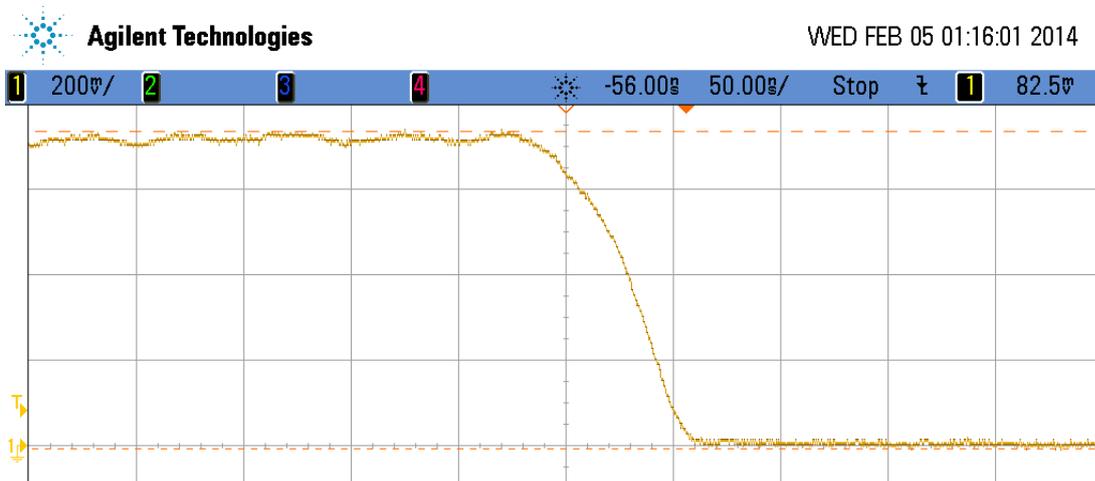


Abbildung 24: Ausschaltvorgang eines AOMs. Zu sehen ist die Spannung an der Photodiode, die die Laserintensität des geschalteten Lasers misst. Ein Kästchen in horizontaler Richtung entspricht 50 ns.

Photodiode

Zur Leistungsstabilisierung wird eine Photodiode benötigt, die kontinuierlich die Laserleistung misst und die Daten an den Computer weiterleitet. Diese Photodiode gibt eine der Laserintensität proportionale Spannung aus. Diese wird von einem 16-Bit Analog-Digital-Konverter in einen diskreten Wert umgewandelt, der wiederum von einem selbst programmierten Mikrocontroller per SPI-Schnittstelle ausgelesen wird und per USB an den PC übertragen wird. Der Auslesecode befindet sich im Anhang unter 3.

3.1.6. Funktionen der Kontrollsoftware

Zur Anwendung kommt eine gruppenintern entwickelte Experimentsteuersoftware namens MCP die auf der Programmiersprache C++ basiert. In dieses Rahmenprogramm sind bereits fast alle benötigten Hardwareschnittstellen integriert. Beispielsweise enthält MCP Routinen zur Ansteuerung des Parallelport, der Netzwerkschnittstelle zur Kommunikation mit dem FPGA, zur Kommunikation mit der Kamera, zur seriellen Kommunikation mit verschiedenster Peripherie und vieles mehr.

Letztlich muss nur noch die reine Anwendungslogik implementiert werden. Die grafische Aufbereitung und zur Verfügung-Stellung der Funktionen erfolgt durch das Rahmenprogramm. Im Rahmen des Experimentaufbaus wurde die gesamte Anwendungssoftware programmiert. Diese stellt alle Mess- und Steuerfunktionalitäten zur Verfügung. Dabei konnte in einigen Fällen auf gruppeninternes Know-How zurückgegriffen werden. Die Software umfasst ebenfalls:

- Kameraauslese und -darstellung
- Steuerung mechanischer Shutter zum blocken einzelner Laser
- Frequenz- und Amplitudensteuerung der verschiedenen AOMs, um somit die Laserintensität und -frequenz regulieren zu können
- Automatisierte Leistungsmessung der Laser
- Softwarealgorithmen zur Kompensation
- Steuerung aller Fallenspannungen inkl. Radiofrequenzspannungen
- Auslese und Steuerung des PMT
- Generierung und Steuerung von FPGA-Sequenzen um zeitkritische Abläufe präzise zu timen

3.1.7. Quelle für elektrisches Rauschen

Wie bereits in Kapitel 2.6.3 ausgeführt wurde, können mittels elektrischem weißem Rauschen thermische Zustände angeregt werden. Um dies quantitativ zu untersuchen muss zunächst das Spektrum des Rauschens untersucht werden und anschließend seine Wirkung auf den Ionenzustand. Es handelt sich dabei um den Rauschgenerator KEITHLEY 3390. Sein Spektrum ist in Abbildung 25 zu sehen.

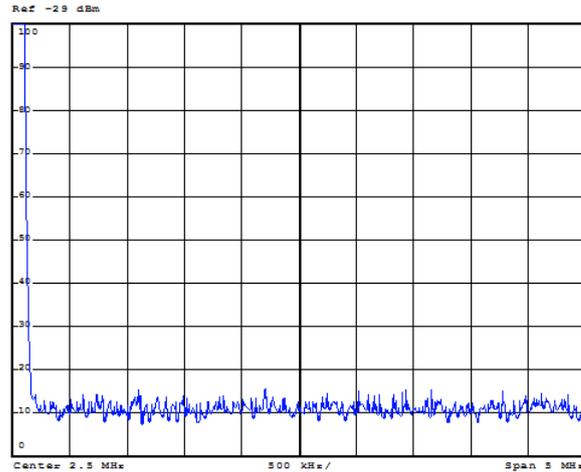


Abbildung 25: Frequenzspektrum des verwendeten Rauschgenerators aufgenommen mit einem Spektrumanalysator. Ein Kasten in horizontaler Richtung entspricht 500 kHz, ein Kasten in vertikaler Richtung 10 dB. Erkennbar ist ein konstantes Rauschleistungsspektrum.

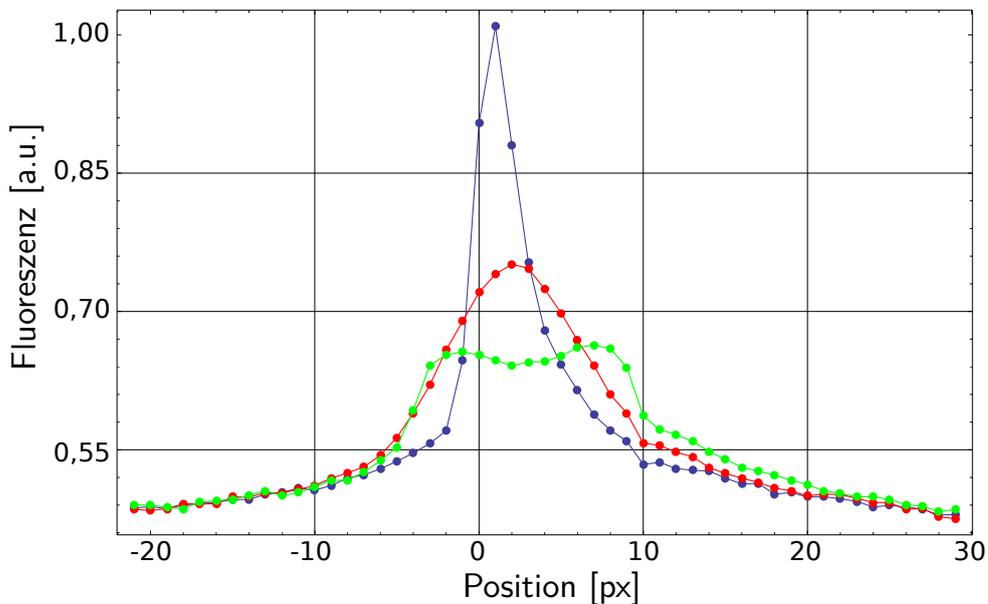


Abbildung 26: Zählrate der Kamera als Funktion des Ortes für verschiedene Anregungen. Blau dargestellt ist ein Doppler-gekühltes Ion ohne äußere Anregung, rot ist eine thermische Anregung mit dem Rauschgenerator und grün eine kohärente Anregung mit der Fallenfrequenz.

Sein Spektrum kann in guter Näherung als weißes Rauschen bezeichnet werden (auch thermisches Rauschen genannt) und ist daher potentiell geeignet um thermische Zustände zu präparieren. Um dies am Ionenzustand zu validieren, wird ein orts aufgelöstes Bild mit der EMCCD Kamera aufgenommen und die Zählrate als Funktion des Ortes

gemessen. Um einen Vergleich zu haben wurde sowohl thermisches Rauschen an die Kompensationselektroden appliziert als auch anschließend ein kohärentes Signal mit der Eigenfrequenz der Ionen. Der Vergleich ist in Abbildung 26 zu sehen. Es ist deutlich erkennbar, dass die Anregung mit elektrischem Rauschen primär thermisch ist, vergleiche hierzu auch Abbildung 11. Die Breite des dopplergekühlten Zustandes in der dargestellten Kameraprojektion gemäß eines Gauß-Fittes beträgt dabei $4,0(2)$ Pixel. Mit einer mittleren Rauschamplitude von $2,5$ V ergibt sich eine Breite von $10,3(3)$ Pixel. Der kohärente Zustand ist zum Vergleich eingezeichnet und hat eine Breite von $14(1)$ Pixeln.

Somit kann durch elektrisches Rauschen ein primär thermischer Zustand präpariert werden.

3.2. Laserlichtquellen und Detektion der Fluoreszenz

3.2.1. Ionisation

Das atomare Kalzium wird mittels eines resonanten zwei Schritte Schemas isotopenselektiv in der Falle ionisiert. Dieses Schema ist in Abbildung 27 dargestellt. Das Niveau $|4^1P_1\rangle$ wird von einem Laser mit 423 nm angeregt. Von dort findet durch den zweiten Laser bei 375 nm eine weitere Anregung über das Ionisationspotential hinaus statt. Dadurch wird ein Elektron abgespalten und es entsteht ein einfach positiv geladenes Ca^+ -Ion.

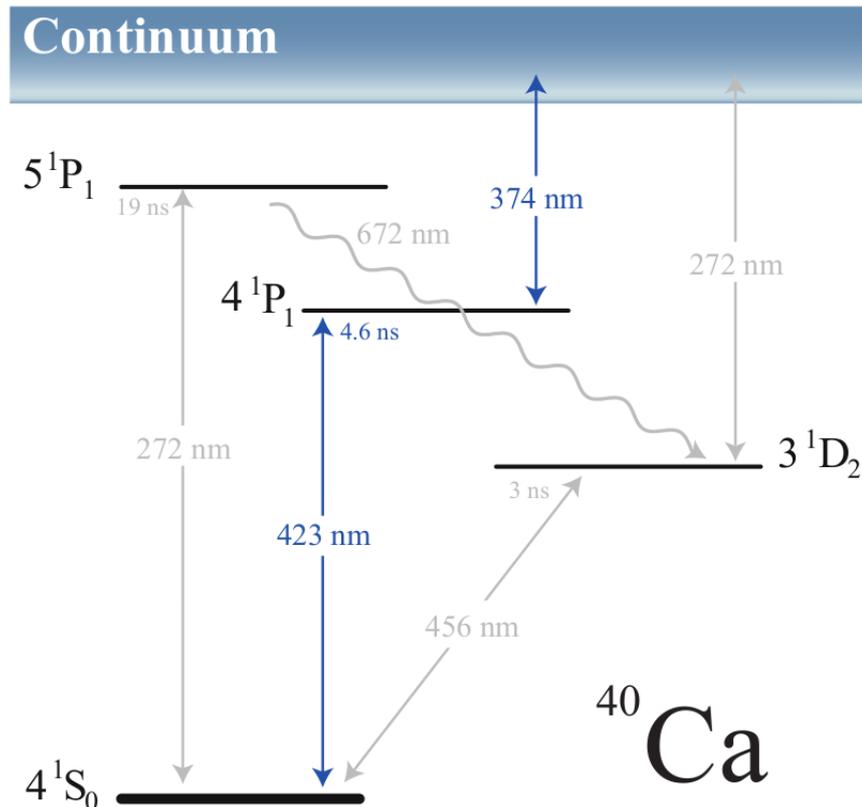


Abbildung 27: Ionisationsschema des atomaren Kalziums. Der verwendete Weg ist blau eingezeichnet. Abbildung entnommen aus [Ebl11].

3.2.2. Niveau Schema von Ca^+

Im vorliegenden Experiment ist es ausreichend das Ca^+ - Ion idealisiert als 3-Niveau-System bzw. mit Zeeman-Aufspaltung als 8-Niveau-System zu betrachten. Das Levelschema ist in Abbildung 28 dargestellt. Getrieben werden dabei zwei Übergänge bei 397 nm respektive 866 nm. Der erste wird zur Laserkühlung auf dem Übergang zwischen $|S_{1/2}\rangle$ und $|P_{1/2}\rangle$ benutzt. Das $|P_{1/2}\rangle$ Niveau ist mit einer Halbwertszeit von 7 ns nur kurzlebig und zerfällt spontan unter Aussendung eines 397 nm Photons zurück in

den Grundzustand. Dieser Vorgang wird *Resonanzfluoreszenz* genannt. Die Intensität des Fluoreszenzlichts dient als Messsignal im Experiment. Zirka jeder dreizehnte spontane Zerfall aus dem Niveau $|P_{1/2}\rangle$ endet dabei in dem sogenannten Dunkelzustand $|D_{3/2}\rangle$ (Verzweigungsverhältnis 1:13)[WSM69]. Dort findet keine Fluoreszenz mehr statt und das Ion ist für eine mittlere Lebensdauer des Zustandes von $\approx 1,2$ s gefangen. Der zweite eingestrahelte Laser dient dem Rückpumpen aus diesem Dunkelzustand, um eine kontinuierliche Kühlung und Fluoreszenz auf dem S-P-Übergang zu gewährleisten. Die beiden Zustände $4^2P_{3/2}$ und $3^2D_{5/2}$ werden im vorliegenden Expe-

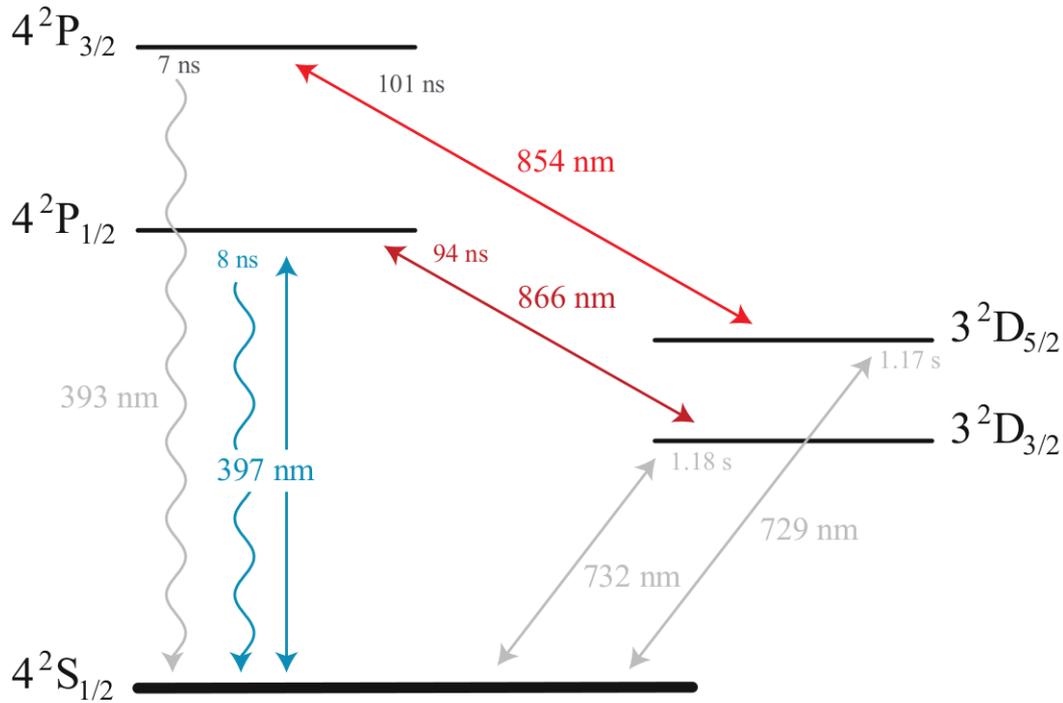


Abbildung 28: Ca^+ Levelschema mit Zerfallskonstanten und Übergangsfrequenzen. Bild entnommen aus [Ebl11].

riment nicht populiert, da die eingestrahelten Laser spektralen Abstand zu den entsprechenden Übergängen aufweisen. Die anderen in der Abbildung 28 eingezeichneten Übergänge dienen insbesondere in Quanteninformationsexperimenten der Speicherung von Qubits und sind hier nur der Vollständigkeit halber mit aufgeführt.

3.2.3. Lasersetup

Der prinzipielle optische Aufbau ist vereinfacht in Abbildung 29 dargestellt. Primär besteht dieser aus zwei Lasern der Firma TOPTICA©. Der DL793, der eine Wellenlänge von 793 nm besitzt, wird in einer sogenannten SHG-Cavity (Second Harmonic Generation) mit der Modellbezeichnung TA-SHG 110 mittels eines nichtlinearen Kristalles frequenzverdoppelt und hat somit letztlich eine Wellenlänge von 397 nm. Zum Schalten

und Frequenzverschieben der Laser dienen AOMs. Dabei hat sich eine Implementierung in der Dopplerpass-Konfiguration (bei der der AOM zweifach durchlaufen wird) als zweckmäßig erwiesen. Dadurch wird die Strahl Lage des Ausgangsstrahls unabhängig von der Beugungsstärke und -frequenz des AOMs [Don+05]. Weiterhin ist es durch

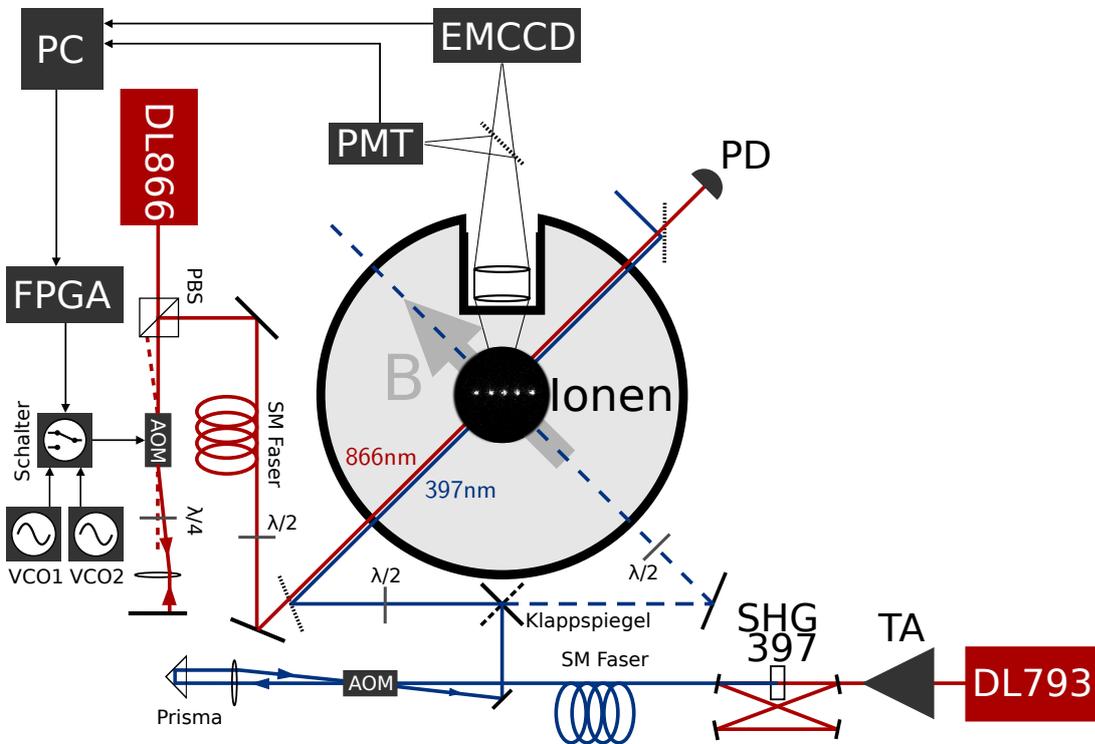


Abbildung 29: Schematischer Aufbau des Lasersystems, mit mehreren eingezeichneten Strahlengängen für die verschiedenen Konfigurationen. Außerdem eingezeichnet sind die AOMs und die Frequenz-Schalt-Einheit bestehend aus zwei VCOs und einem Radiofrequenzschalter, der das jeweilige Signal an den AOM gibt. Die Fasern dienen dabei sowohl der Strahlführung auf dem optischen Tisch, als auch der Strahlformung.

doppelte Passage des AOMs möglich, dass der Strahl in die Ausgangsrichtung zurück reflektiert wird. Dazu wird die erste Beugungordnung von einem Prisma oder Spiegel retroreflektiert und passiert nochmals den AOM. Die nullte Ordnung wird von einer Blende im Strahlengang geblockt. Vor dem reflektierenden Element steht dabei eine $\lambda/4$ -Platte, die beim zweimaligen Durchlaufen die Polarisation um $\lambda/2$ dreht. Somit kann der Ausgangsstrahl durch einen polarisierenden Strahlteiler vom Eingangsstrahl separiert werden.

Konfigurationen

Prinzipiell müssen zwei Konfigurationen unterschieden werden. Um die Sensitivität der Thermometrie einstellen zu können sind unterschiedliche Winkel zwischen den Lasern nötig (siehe hierzu Kapitel 2.5.3 und Kapitel 5). In der parallelen Konfiguration

werden die beiden Strahlen mittels eines dichromatischen Spiegels überlagert und in die Falle fokussiert. In der 90° Konfiguration wird der blaue 397 nm-Laser im Winkel von 90° zum roten Laser eingestrahlt. Um eine definierte Polarisation der Strahlen am Ion zu erhalten befinden sich jeweils noch $\lambda/2$ -Platten im Strahlengang.

Wie bereits erwähnt ist der AOM des 866 nm-Lasers dabei über einen Schalter mit zwei verschiedenen Treiber-Endstufen verbunden. Zwischen diesen wird zur Temperaturmessung mittels eines FPGAs sehr schnell umgeschaltet, um die Frequenz variieren zu können. Eine ausführlichere Darstellung dieser Zusammenhänge befindet sich in Kapitel 5.1.

3.2.4. Strahlcharakterisierung

Das Strahlprofil der Laser wurde mittels eines Beamprofilers aufgenommen. Um das Profil an der Ionenposition abzuschätzen ohne die Vakuumapparatur zu öffnen, wird ein Teil des Laserlichts mittels eines Glasplättchens seitlich reflektiert. Der Abstand zwischen Glasplättchen und der Falle beträgt dabei ca. 30 cm. In eben diesem Abstand vom Glasplättchen war der Beamprofiler positioniert um das reflektierte Licht aufzunehmen. Dies erlaubt eine gute Abschätzung des Strahlprofils am Ion, da der Abstand und somit der Fokus der selbe ist. Die aufgenommenen Profile der beiden Laser sind in Abbildung 30 zu sehen. Erkennbar ist, dass beide Laser in der $TEM_{0,0}$ -Mode laufen

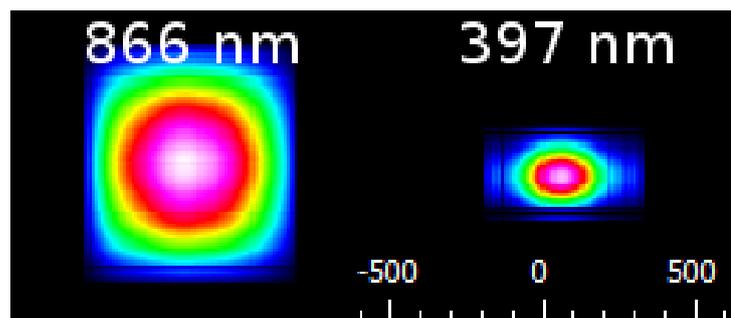


Abbildung 30: Strahlprofile der beiden Laser. Die weiß dargestellte Größenachse hat dabei die Einheit μm .

und somit ein Gauß-förmiges Strahlprofil aufweisen. Um quantitative Aussagen treffen zu können wurde die Intensitätsverteilung mit einer Gaußfunktion gefittet, wie in Abbildung 31 zu sehen. Es ergeben sich folgende 1σ -Breiten:

$$\sigma_{397} = 164,2(4) \mu\text{m}$$

$$\sigma_{866} = 382,8(3) \mu\text{m}.$$

Der 866 nm-Laser hat somit die 2,3-fache Ausdehnung wie der Laser bei 397 nm. Da in diesem weniger Intensität zur Sättigung des Übergangs nötig ist (vergleiche hierzu auch die Sättigungsmessung in Kapitel 3.2.7) und mit breiterem Laser eine gleichmäßigere Ausleuchtung der Ionen erreicht wird. Der 397 nm-Laser hat hingegen eine höhere Sättigungsleistung, weshalb dieser schärfer fokussiert wird. Weiterhin ist der scharfe

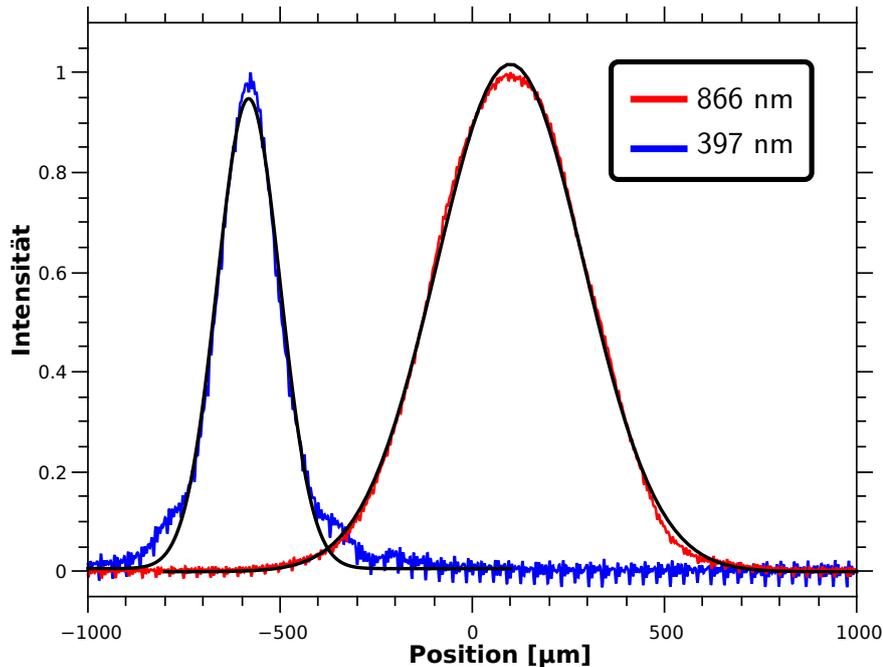


Abbildung 31: Ortsaufgelöste Intensitätsmessung der beiden Laser. Die absolute Position des Intensitätsprofils ist dabei willkürlich, nur die Breite ist relevant. Weiterhin eingezeichnet ist der jeweilige Fit mit einer Gauß-Verteilung.

Fokus begründet durch die damit einhergehende Reduzierung von Streulicht (nähere Informationen dazu in Kapitel 3.2.5).

Abbildungsoptik

Um ausreichend Fluoreszenzlicht einzusammeln und eine optische Vergrößerung zu erreichen wird die Optik in Abbildung 32 verwendet. Diese wurde in einer früheren Doktorarbeit konstruiert und optimiert[Ebl11]. Die numerische Apertur beträgt 0,26. Die Abbildungsoptik ist dabei zur Minimierung der Distanz zum Ion in einer dafür konstruierten Einbuchtung des Vakuumtopfes untergebracht und hat dabei eine Entfernung von 61 mm zum Ion. Die optische Vergrößerung der verwendeten Abbildungsoptik lässt sich über die Ionenpositionen bestimmen. Diese können mittels der bekannten Fallenfrequenzen berechnet werden und mit dem Bild auf dem CCD-Chip der Kamera verglichen werden, deren physikalische Pixelgröße bekannt ist. Die Messung von Fluoreszenz mit der Kamera ist dabei in Kapitel 3.2.5 dargestellt. Mittels der Aufnahme in Abbildung 33 wurde der Abstand der beiden äußeren Ionen zu

$$d_{px} = 75(2) \text{ px}$$

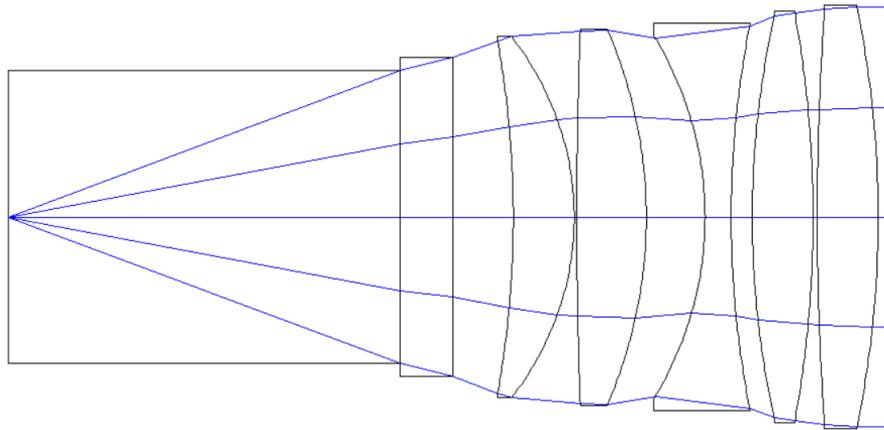


Abbildung 32: Schematische Skizze der verwendeten Abbildungsoptik, bestehend aus 5 Linsen. Die blauen Linien zeigen dabei wie divergente Strahlung vom Ion kollimiert wird. Die Abbildung wurde entnommen aus [Ebl11].

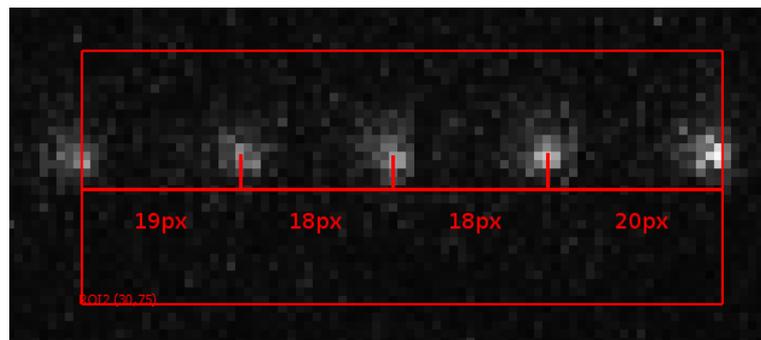


Abbildung 33: Kamerabild eines 5-Ionen-Kristalls, der zur Auswertung der optischen Vergrößerung benutzt wird.

bestimmt. Der Fehler wurde dabei abgeschätzt. Der Ionenabstand kann aus dem Coulomb-Potential

$$V = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^3 \frac{1}{2} m \omega_j^2 \vec{x}_{ij} + \sum_{i \neq j}^n \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{|\vec{x}_i - \vec{x}_j|} \quad (3.1)$$

berechnet werden. Dabei bezeichnet m die Ionenmasse, ω_j die Fallenfrequenzen der verschiedenen Bewegungsmoden und \vec{x}_i die Position des i -ten Teilchens. Die Gleichgewichtsposition kann durch Lösen der Extremalbedingung dieser Gleichung erhalten werden (Ableiten und gleich Null setzen). Die zur Abbildung 33 passenden Fallenfre-

quenzen waren dabei:

$$\begin{aligned}\omega_x/2\pi &= 472 \text{ kHz} \\ \omega_y/2\pi &= 468 \text{ kHz} \\ \omega_z/2\pi &= 170 \text{ kHz}.\end{aligned}$$

Diese wurden bestimmt wie in Kapitel 3.3 beschrieben. Bei einem axialen linearen Ionenkristall ergeben sich folgende Gleichgewichtspositionen bei 5 Ionen:

$$\vec{x}_{i,z} = (-25.2 \quad -11.9 \quad 0 \quad 11.9 \quad 25.2)\mu\text{m}.$$

Die x- und y-Komponenten verschwinden dabei identisch bei den gegebenen Fallenfrequenzen und sind deshalb nicht aufgeführt. Bei Betrachtung der äußeren beiden Ionenpositionen und Vergleich mit dem Abstand in Pixeln ergibt sich als virtuelle Pixelgröße in der Bildebene

$$r_{px} = 672(18) \text{ nm/px}.$$

Durch die Kenntnis der physikalische Größe der Pixel von $8\mu\text{m}$ (Datenblatt der Kamera) ergibt sich die Vergrößerung der Abbildungsoptik zu:

$$e = 11,9(4).$$

3.2.5. Detektion

Die Messgröße im vorliegenden Experiment ist die Fluoreszenz der verwendeten Teilchen bei resonanter Anregung mit Licht. Ca^+ -Ionen im Grundzustand werden im vorliegenden Experiment mit Licht der Wellenlänge 397 nm bestrahlt, wodurch diese zu Resonanzfluoreszenz angeregt werden. Eine Störquelle ist dabei Streulicht der Laser, das durch (mehrfache) Reflexion beispielsweise an den antireflex-beschichteten Fenstern trotzdem auf das Messinstrument treffen kann. Eine weitere Quelle von Streulicht stellt die Raumbelichtung dar. Zur Reduktion von Streulicht wurde ein Bandpassfilter¹ im Strahlengang hinter der Abbildungsoptik angebracht, der nur Licht in einem engen Frequenzfenster um die Fluoreszenzfrequenz passieren lässt. Dieser lässt die Frequenzen in dem Frequenzfenster (394 ± 10) mit einer Transmission über 85% passieren. Andere Frequenzen werden blockiert und weisen gemäß Datenblatt maximal eine Transmission von 0,01% auf. Dieser Filter verringert primär den Einfluss der Raumbelichtung und von Streulicht des 866 nm -Lasers. Das Streulicht des 397 nm -Lasers passiert den Filter, da dieser die selbe Frequenz wie die atomare Fluoreszenz besitzt. Deshalb muss Streulicht von diesem soweit möglich durch gute Fokussierung und Strahlausrichtung vermieden werden. Streulicht führt allerdings zu einem konstanten Offset des Fluoreszenzsignals und kann im Folgenden subtrahiert werden. Zur Detektion des Fluoreszenzlichts werden eine EMCCD-Kamera und ein Photomul-

¹Edmund Optics BP 394NM X 10NM OD4

tiplier verwendet. Das Licht das die Abbildungsoptik passiert hat, wird mittels eines teildurchlässigen Spiegels im Teilungsverhältnis 30:70 zu Photomultiplier und Kamera geleitet. Dadurch sind beide Detektoren zeitgleich nutzbar. Bei der verwendeten EMCCD Kamera handelt es sich um eine Andor iXon 885. Die Kamera weist allerdings bauartbedingt ein Ausleserauschen aus. Dadurch ist insbesondere bei kurzen Belichtungszeiten das Signal-zu-Rausch Verhältnis unvorteilhaft. Bei nicht zeitkritischen Messungen kann lang belichtet werden und das Ausleserauschen fällt nicht ins Gewicht. Die Kamera hat den Vorteil einer Ortsauflösung, wodurch Ionenbewegung und Ionenposition beobachtet werden können. Dies erweist sich für viele Messungen als hilfreich. Deshalb wurden alle nicht zeitkritischen Messungen dieser Arbeit mittels der Kamera durchgeführt.

Wenn kurze Belichtungszeiten gefordert sind zur Auflösung schneller Dynamiken ist der Photomultiplier zur Messung geeigneter. Photomultiplier bieten im Gegensatz zur eingesetzten Kamera den Vorteil, dass sie eine höhere Quanteneffizienz besitzen und weniger Dunkelzählrate. Weiterhin gibt es kein nennenswertes Ausleserauschen. Dadurch ist eine kürzere Belichtungszeit möglich. Ebenfalls möglich ist es, aus mehreren kürzeren Belichtungszeiten die Zählraten zu summieren (da das Ausleserauschen vernachlässigbar ist). Das notwendige Signal-zu-Rausch Verhältnis (welches mit \sqrt{N} wächst), kann somit durch häufige Experimentwiederholung, dafür aber kürzere Belichtungszeiten generiert werden. Dies prädestiniert den Einsatz des Photomultipliers zur Aufnahme schneller Dynamik. Um zeitaufgelöste Aufnahmen mit dem Photomultiplier zu realisieren und schnelle Temperaturdynamik aufnehmen zu können, müssen die Pulse des Photomultipliers zeitaufgelöst gezählt und gespeichert werden. Dies übernimmt ein selbst programmierter Mikrocontroller vom Typ PIC32¹. Diesem kann die gewünschte Zeitauflösung und die gewünschte Gesamtbelichtungsdauer übertragen werden. Dadurch kann die Zeitdynamik von Prozessen mit einer zeitlichen Auflösung im Bereich weniger μs aufgenommen werden. Gestartet wird die Aufnahme durch ein TTL-Signal von dem bereits erwähnten FPGA um größtmögliche zeitliche Präzision zu ermöglichen. Eine ausführlichere Beschreibung der Datenaufnahme inklusive des Schaltplans und des Quellcodes des Mikrocontrollers kann dem Anhang unter Kapitel A.2 entnommen werden.

3.2.6. Minimierung der Mikrobewegung

Die axiale Mikrobewegung wird durch die Verwendung einer symmetrischen Radiofrequenz ohne radiale DC-Elektroden minimiert (siehe auch Kapitel 2.4.3). Radiale Mikrobewegung tritt immer dann auf, wenn sich das Ion nicht auf der Fallennachse befindet. Diese Mikrobewegung kann durch Verschiebung des Ions auf die Fallennachse minimiert werden. Dies wird durch Offsetspannungen an den Kompensationselektroden realisiert, die das Ion zur Fallennachse schieben. Zur Messung von Mikrobewegung wird ausgenutzt, dass bei rot verstimmttem 397 nm-Laser der S-P-Übergang durch die Mikrobewegung dopplerverbreitert wird. Dadurch wird bei großer Mikrobewegung

¹PIC32MX250F128B von MICROCHIP©

mehr gestreut und somit auch mehr Fluoreszenzlicht detektiert.

Um die Mikrobewegung zu minimieren, wird die Kompensationsspannung jeweils gegenüberliegender Elektroden zusammen verstimmt und die Fluoreszenz aufgezeichnet während die anderen beiden auf fester Spannung bleiben (siehe hierzu auch [Ber+98]). Diagonal gegenüberliegende Elektroden werden dabei gemeinsam mit inversem Vorzeichen verstimmt, da dadurch eine reine Verschiebung realisiert wird ohne zusätzlich die Gesamtpotentialhöhe und somit die Fallenfrequenzen zu beeinflussen. Dabei ergibt sich eine Messung wie in Abbildung 34. Bei einem solchen zweidimensionalen

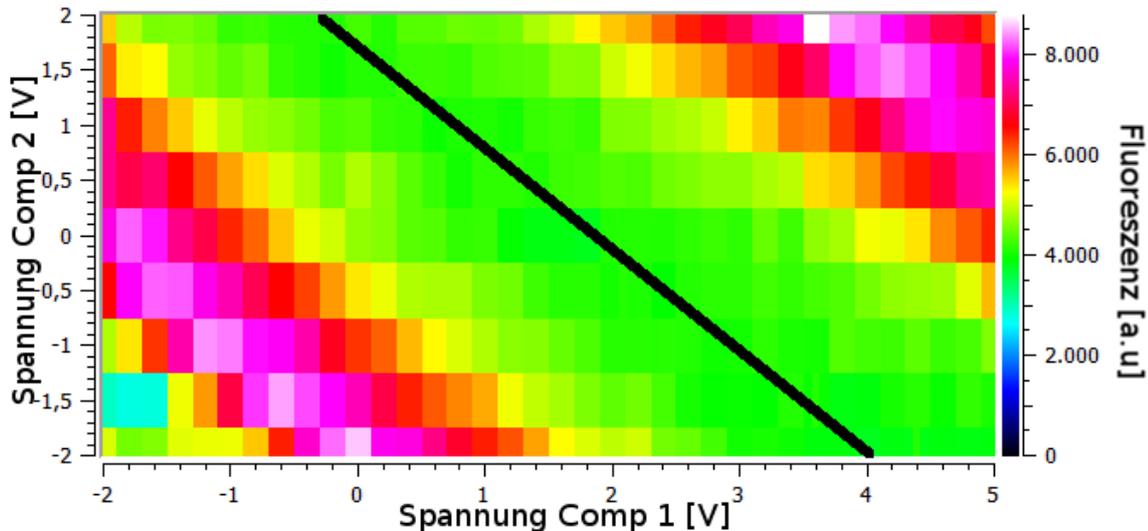


Abbildung 34: Zweidimensionaler Kompensationsscan. Farbcodiert ist dabei die Fluoreszenz in Abhängigkeit der beiden Kompensationsspannungen.

Kompensationsscan ergibt sich mittig diagonal verlaufend ein Minimum der Fluoreszenzrate. Dieses wird automatisiert gefittet, wie durch die schwarze Linie angedeutet. Entlang dieses Tales ist dabei die optimale Kompensation noch unbestimmt, da diese Kompensation nur im Hinblick auf die Laserrichtung die Fluoreszenz und somit die Mikrobewegung minimiert hat. Eine Möglichkeit der Kompensation der anderen Richtung wäre die Prozedur mit einem zweiten dazu orthogonalen Laser zu wiederholen. Eine weitere Methode ist ebenfalls in [Ber+98] demonstriert und beruht darauf, dass sich bei radialer Feldänderung die Ionenposition ändert bei unzureichender Kompensation. Diese Methode wird im vorliegenden Experiment benutzt um nach dem ersten Scan die orthogonale Richtung zu kompensieren. Dabei wird der radiale Einschluss zyklisch variiert und die daraus resultierende Ionenbewegung auf der Kamera beobachtet. Nun werden die Spannungen entlang der schwarz eingezeichneten Geraden variiert bis das Ion seine Position trotz radialer Potentialrampe nicht mehr ändert. Durch diese Prozedur ist eine gute Positionierung des Ions auf der Fallenachse und somit minimale Mikrobewegung gegeben.

3.2.7. Leistungen und Sättigung

In einem Mehrniveau-System ist es nicht trivial möglich den einzelnen Übergängen Sättigungsleistungen zuzuordnen [CTR77]. Diese hängen jeweils von der Leistung des anderen Lasers im System ab. In diesem Kapitel wurde zur Abschätzung deshalb die Laserleistung beider Laser bis weit in die Sättigung erhöht. Mit dieser Einstellung wurde dann jeweils die Sättigungskurve eines der beiden Lasers bestimmt. Aufgetragen ist dabei in Abbildung 35 die Fluoreszenzrate gegen die gemessene Leistung des Lasers. Bei der angefitteten Kurve handelt es sich um eine exponentielle Sättigungskurve der

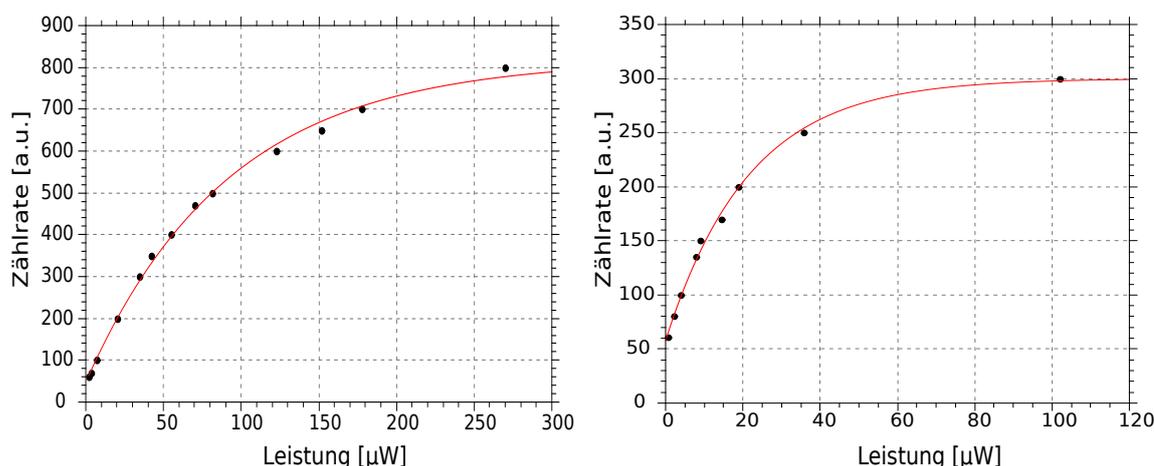


Abbildung 35: Links dargestellt ist die Sättigungskurve des 397 nm-Lasers bei konstanter Leistung des zweiten Lasers. Rechts dargestellt ist die Sättigungskurve des 866 nm-Lasers, wobei der andere konstant gehalten wurde.

Form:

$$\mathcal{F} = \mathcal{F}_0 + A(1 - e^{-P/P_0})$$

wobei \mathcal{F} die Fluoreszenzrate bezeichnet, A eine willkürliche Amplitude die von der Belichtungszeit und anderen Faktoren abhängt, P_0 die Sättigungsleistung und \mathcal{F}_0 die Dunkelzählrate des Detektors. Es ergeben sich Sättigungsleistungen (bei denen $1/e$ der maximalen Fluoreszenz erreicht wird) von:

$$P_{0,397} = 91(5) \mu\text{W}$$

$$P_{0,866} = 21(1) \mu\text{W}.$$

3.2.8. Leistungsstabilisierung

AOMs weisen bei Einstrahlung der treibenden Radiofrequenz eine vom Typ abhängige Resonanzkurve der aufgenommenen Leistung auf. Dies ist vor allem durch den intern verbauten elektrischen Schwingkreis und seine Resonanzfrequenz bedingt. Dadurch werden Laser die den AOM passieren, frequenzabhängig abgeschwächt, da die Beugungsstärke im AOM leistungsabhängig ist und somit nicht konstant bleibt. Die

Leistungsänderung muss im Experiment kompensiert werden, da sie sonst die Form der Spektren für die Thermometrie maßgeblich verändert würde. Dazu wurde eine Leis-

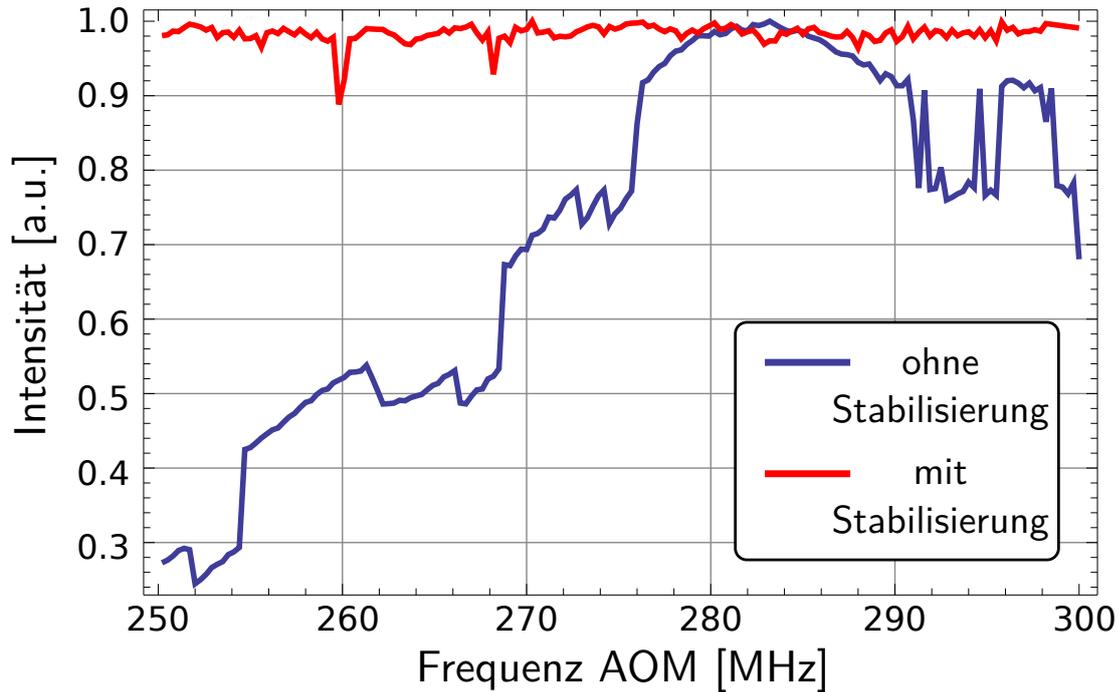


Abbildung 36: Aufgetragen ist die normierte gemessene Laserintensität gegen die Frequenz am AOM. Ohne Stabilisierung zeigt sich deutlich die natürliche Resonanzkurve des AOM-Kristalls, die mit Leistungsstabilisierung allerdings fast völlig ausgeglichen wird.

tungsstabilisierung entwickelt, die die Lichtleistung an den Ionen bei Frequenzscans konstant hält. Zur Messung der aktuellen Lichtleistung wird eine Photodiode verwendet, die im Laserstrahlengang am Austritt aus der Vakuumkammer positioniert ist. Dadurch ist es möglich kontinuierlich die Leistung zu messen. Die Stärke der Beugung im AOM kann mittels der Amplitudenmodulation des AOM-Treibers beeinflusst werden. Um die Änderung zu charakterisieren wird die Ausgangsleistung gegen die AOM-Frequenz aufgenommen und ist in Abbildung 36 zu sehen. Wird die Amplitudenmodulation so eingestellt, dass diese jeweils gerade den Effekt der Resonanzkurve kompensiert, ergibt sich eine Kalibrierungskurve mit der Spannung des Modulations Eingang gegen die AOM-Frequenz. Diese bei jeder Frequenz individuell einzustellende Amplitudenmodulations-Spannung wird nun in einer Tabelle gespeichert. Bei einem Frequenzscan wird nun zu jeder einzustellenden Frequenz in der Tabelle die entsprechende Spannung gelesen und eingestellt. Dadurch ist es möglich, dass der Laser am Ion trotz Frequenzscan immer die selbe Leistung hat. Die natürliche Resonanzkurve des AOMs wurde damit nivelliert. In Abbildung 36 ist der Effekt der Leistungsstabilisierung deutlich zu erkennen. Ohne Stabilisierung schwankt die gemessene Lichtleistung an der Photodiode um 32(3)% bei einem Scan der Frequenz. Mit Stabilisierung schwankt die Leistung nur um 1,2(1)%, was einer Verbesserung um einen Faktor 26 entspricht.

3.3. Fallenfrequenzen

Gemessen wurden die Fallenfrequenzen indem ein Frequenzgenerator zusätzlich zur normalen Versorgungsspannung an eine Fallenelektrode angeschlossen wird. Dessen Frequenz wird durchgestimmt und parallel die Fluoreszenz des Ions mittels der Kamera gemessen. Bei der Resonanzfrequenz des Ions im Fallenpotential beginnt sich das Ion deutlich aufzuschwingen. Durch eine solche schmalbandige Anregung kann die Fallenfrequenz auf kHz-Genauigkeit gemessen werden.

Die axiale Fallenfrequenz beträgt dabei (100 – 300) kHz und kann mit Hilfe der Endkappenspannungen beeinflusst werden. Die radiale Fallenfrequenz hängt von der axialen Position und der Amplitude der Radiofrequenz ab und variiert zwischen (200 – 600) kHz. Die Kopplung der radialen und axialen Bewegungsmoden ist eine notwendige Bedingung für die geplante Wärmekraftmaschine. Gemäß Gleichung 2.1 gilt:

$$\omega_{rad} \propto \frac{1}{R_0^2} \propto \frac{1}{z^2}$$

Dabei bezeichnet ω_{rad} die radiale Fallenfrequenz, R_0 den Abstand der Fallennachse zu den RF-Elektroden und z die Position in axialer Richtung.

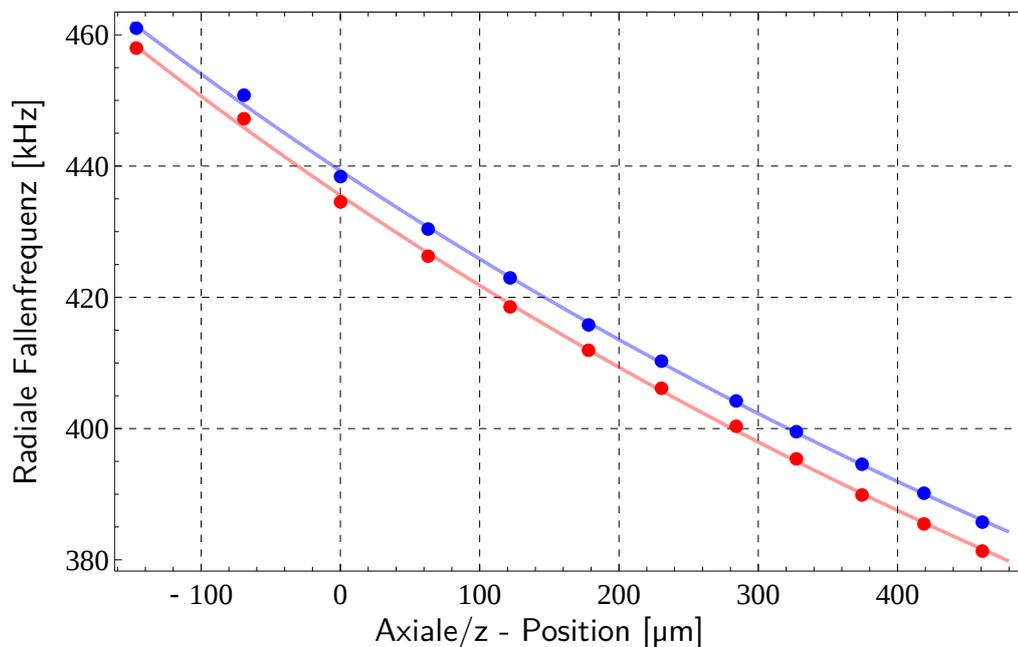


Abbildung 37: Radiale Fallenfrequenzen in Abhängigkeit der axialen Position in der Falle. Die unterschiedlichen Farben korrespondieren zu den beiden radialen Fallenfrequenzen die aufgrund der Fallenimperfectionen nicht gleich sind. Eingezeichnet ist dabei ein Fit der Form $\omega/2\pi = a/(z - z_0)^2$.

In Abbildung 37 ist die gemessene radiale Fallenfrequenz gegen die axiale Position aufgetragen. Dabei wurde die axiale Position 0 willkürlich festgelegt und die relative Position aufgetragen. Deutlich erkennbar ist die Änderung der radialen Fallenfrequenz

je nach axialer Position in der Falle. Die negative z -Richtung ist dabei zum engen Fallende hin definiert. Auf einer Länge von $500\ \mu\text{m}$ variiert die radiale Fallenfrequenz dabei um ca. $80\ \text{kHz}$. Eingezeichnet ist ein Fit der Form $\omega/2\pi = \omega_0 + a/(z + z_0)^2$. Die Fitparameter ergeben sich exemplarisch für eine Fallenfrequenz zu:

$$\begin{aligned}\omega_0 &= 213(22)\ \text{kHz} \\ a &= 2101(695)\ \text{kHz}\ \mu\text{m}^2 \\ z_0 &= 3079(354)\ \mu\text{m}.\end{aligned}$$

Dadurch ist die notwendige Kopplung zwischen radialer und axialer Bewegung gegeben und es kann die radiale Fallenfrequenz an jeder Position der Falle berechnet werden. Die beiden radialen Fallenfrequenzen sind aufgrund von Imperfektionen der Fallensymmetrie nicht entartet. Dadurch ist das Potential in einer der beiden radialen Richtungen höher als bei der anderen.

3.4. Fazit

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass die neue Falle und ihre Eigenschaften im Rahmen der vorliegenden Arbeit umfassend charakterisiert wurden. Weiterhin wurde viel Aufbauarbeit am Experiment geleistet und alle wichtigen Parameter des Aufbaus wurden vermessen und charakterisiert. Die Falle erfüllt die Anforderungen um eine Wärmekraftmaschine realisieren zu können, da die notwendige Kopplung der Moden gegeben ist. Im folgenden Kapitel wird diese Modenkopplung direkt untersucht.

4. Funktionsnachweis der Wärmekraftmaschine

4.1. Gleichgewichtsposition

Die Darstellung in diesem Kapitel orientiert sich an unserer aktuellen Veröffentlichung in der GIT-Laborzeitschrift [RTa14b].

Das Potential aus Gleichung 2.1 kann auch geschrieben werden als [Aba+12]:

$$V(x, y, z) = \frac{m \omega_{\text{rad}}^2 (x^2 + y^2) R_0^4}{2 (R_0 + z \tan(\theta))^4} + \frac{m}{2} \omega_{\text{ax}}^2 z^2.$$

Wird dieses nach der z-Position abgeleitet und gleich 0 gesetzt erhält man das Minimum der Energie abhängig von der axialen und radialen Position des Ions und der Fallenfrequenzen. Dieses energetische Minimum wird sich im System jeweils einstellen. Der Term $(x^2 + y^2)$ im Potential gibt die Verschiebung zur Fallenachse an. Die Posi-

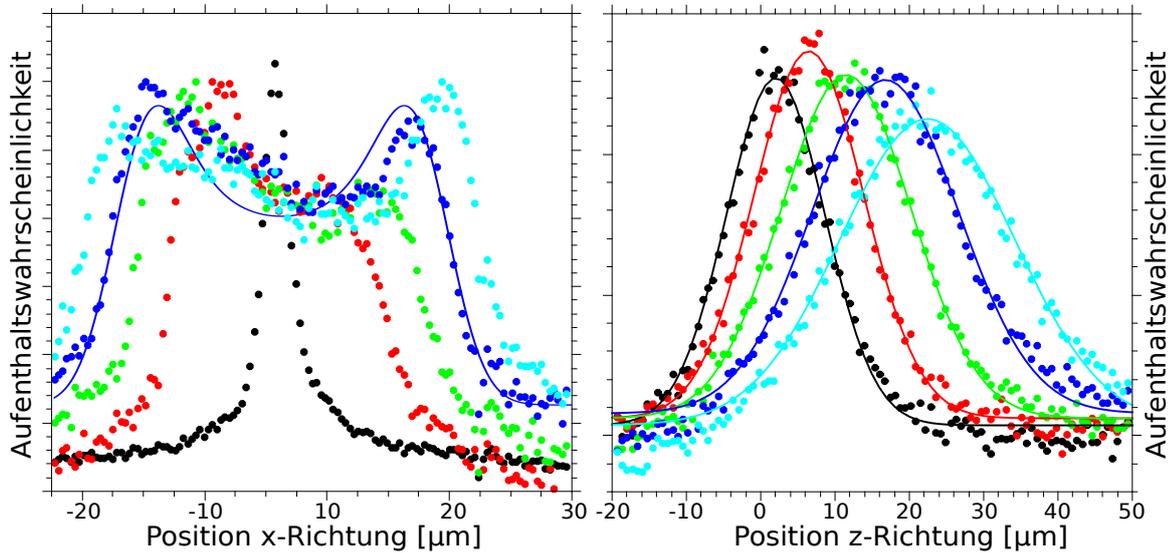


Abbildung 38: Der linke Graph zeigt die Projektion der Fluoreszenzrate auf die radiale Richtung. Deutlich erkennbar ist dabei die immer stärker werdende Anregung eines kohärenten Zustandes mit der radialen Fallenfrequenz von $\omega/2\pi = 468$ kHz. Die Breite des Zustandes ist dabei ein Maß für die Stärke der Anregung. Mit einer blauen Linie eingezeichnet ist das Zeitmittel eines klassischen harmonischen Oszillators zu dem stark angeregte kohärente Zustände übergehen. Rechts dargestellt ist die axiale Projektion. Erkennbar ist die Verschiebung durch die kohärente Anregung in radialer Richtung. Gleiche Farben entsprechen dabei gleichen Zuständen. Diese Abbildung ist ähnlich in [RTa14b] veröffentlicht.

tion des Ions kann dabei über seine Wellenfunktion im Ortsraum beschrieben werden. Da die Wellenfunktion nur die Wahrscheinlichkeit angibt das Ion an einem bestimmten Ort zu finden, sind Erwartungswerte die relevanten Größen. Der Erwartungswert $\langle x^2 \rangle + \langle y^2 \rangle$ ist dabei ein Maß für die effektive quadratische Breite (Varianz)

der Wellenfunktion. Bei Anregung bzw. Abregung des Ions durch äußere Wärmebäder ändert sich diese Varianz und es stellt sich durch das Potential jeweils eine neue axiale Gleichgewichtsposition ein. Die Breite des thermischen Zustandes im Ortsraum kann auf der Kamera abgelesen werden, wenn die Fluoreszenzverteilung auf die jeweils zu messende Richtung projiziert wird. Dieses Prinzip gilt ebenfalls für kohärente Anregungen. Bei kohärenter Anregung in radialer Richtung ergibt sich als Projektionen bei sukzessive steigender Anregungsstärke der linke Graph in Abbildung 38. Die gestiegene Breite der Wellenfunktion ist gleichbedeutend mit einer höheren Aufenthaltswahrscheinlichkeit des Ions außerhalb der Fallachse. Durch das Potential ist es für das Ion energetisch günstiger sich zum weiten Fallende hin zu verschieben. Die so erzielte axiale Verschiebung ist im rechten Graphen der Abbildung 38 dargestellt. Die Verschiebung in der Abbildung beträgt dabei bis zu $35\ \mu\text{m}$. Um einen quantitativen Zusammenhang zwischen der radialen Anregungsstärke und der axialen Verschiebung herzustellen, wird nun die Breite der radialen Anregung als Maß für die Anregungsstärke betrachtet. Die gemessenen Breite im Ortsraum ist dabei proportional zur Wurzel aus der Varianz der Wellenfunktion. Die Validität dieser Betrachtungsweise folgt aus der Korrespondenz der Wahrscheinlichkeitsdichte der Wellenfunktion und der zeitgemittelten Messung der Kameraprojektion. Das Ergebnis dieser Auswertung ist in Ab-

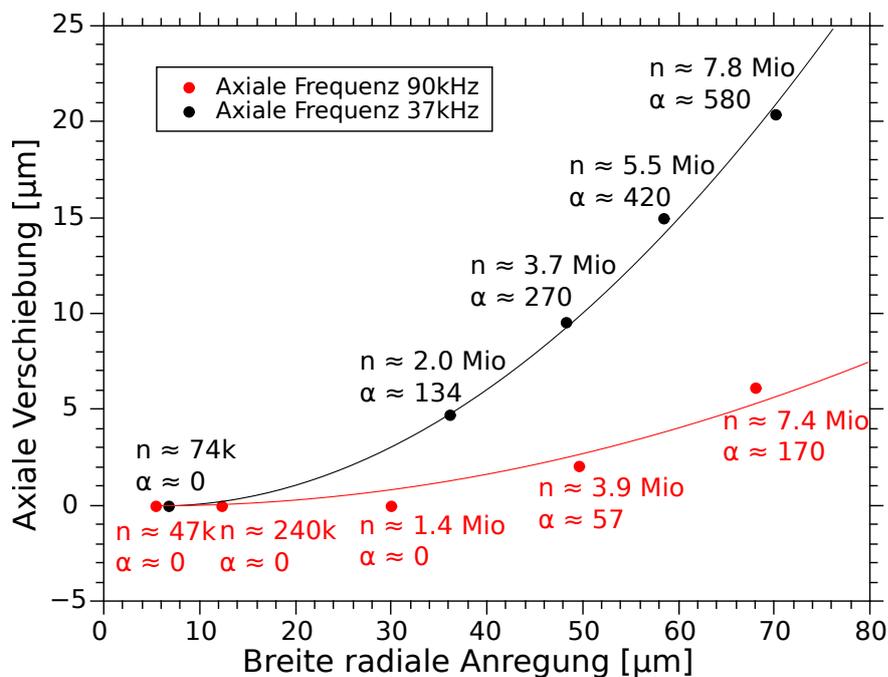


Abbildung 39: Dargestellt ist die axiale Verschiebung gegen die Breite der radialen kohärenten Anregung mit $\omega/2\pi = 468\ \text{kHz}$ für zwei verschiedene axiale Fallenfrequenzen. α gibt dabei die axiale Verschiebung als Vielfaches der Breite der Grundzustandswellenfunktion an (Displacement) und n die ungefähre radiale Phononenzahl der kohärenten Anregung.

Abbildung 39 zu sehen. Auffällig ist die unterschiedliche Steigung für verschiedene axiale Frequenzen. Diese resultiert daraus, dass eine höhere Fallenfrequenz gleichbedeutend

mit einem höheren axialen Potential ist. Dadurch kann sich das Ion bei gleicher Kopplungsstärke der Moden weniger weit verschieben. Die Kopplungsstärke hängt dabei nur von der radialen Fallenfrequenz und dem Winkel der Fallenelektroden zur Achse ab. Durch diese Messung konnte die für die Wärmekraftmaschine notwendige Kopplung der Moden gezeigt werden.

Für die Wärmekraftmaschine selbst müssen die Bäder thermisch sein und thermische Zustände angeregt werden. Welche Auswirkungen thermische Bäder mit bestimmter Temperatur haben, wurde dabei bisher nur berechnet. Dazu wurden thermische Zustände mit verschiedenen Temperaturen in der Fock-Basis entwickelt und ihr Varianz-Erwartungswert quantenmechanisch berechnet. Die Varianz (das Quadrat der Breite) der Wellenfunktion skaliert dabei linear mit steigender Temperatur. Dieser Zusammenhang wurde rechnerisch bestimmt und ist in Abbildung 40 zu sehen. Aus dem linearen Fit der Berechnung ergibt sich eine Steigung von

$$m = 1.04 \cdot 10^5 \frac{\text{Varianz Grundzustand}}{K}.$$

Diese Größe ist in Varianzen der Grundzustandswellenfunktion (rund $(50 \text{ nm})^2$) pro Kelvin gegeben. Die zu einer Varianz passende Gleichgewichtsposition kann aus dem

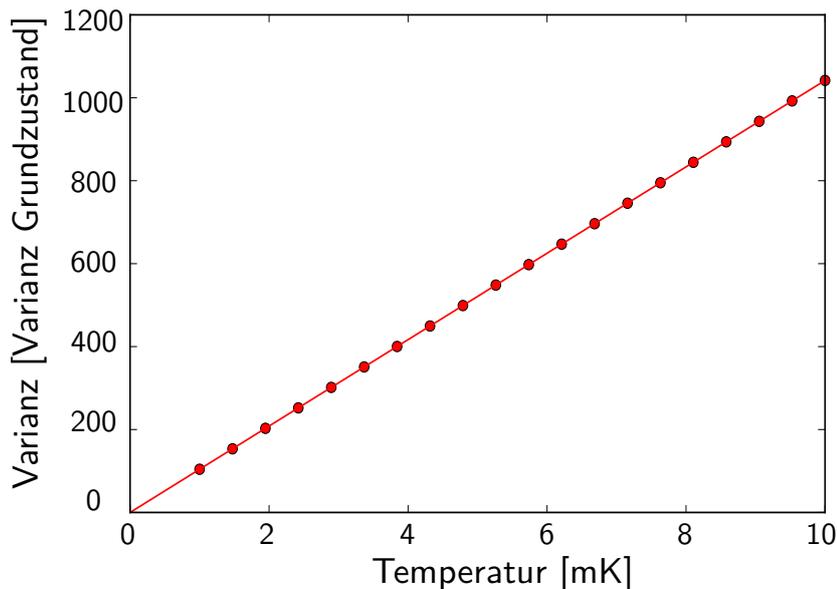


Abbildung 40: Aufgetragen ist die berechnete Varianz für verschiedene Temperaturen in Kelvin. Der sich ergebende Zusammenhang wurde linear gefittet.

Potential in Gleichung A.1 durch Minimierung bestimmt werden. Es ergibt sich dabei ein linearer Zusammenhang wie in Abbildung 41 dargestellt. Deutlich wird dabei, dass die Verschiebung von der Größe von axialer und radialer Fallenfrequenz abhängt. Eine Temperatur von 100 mK führt zu einer Verschiebung der Gleichgewichtsposition von $2 \mu\text{m}$. Dies entspricht etwas mehr als drei Pixeln auf der Kamera. Bei einem zyklischen

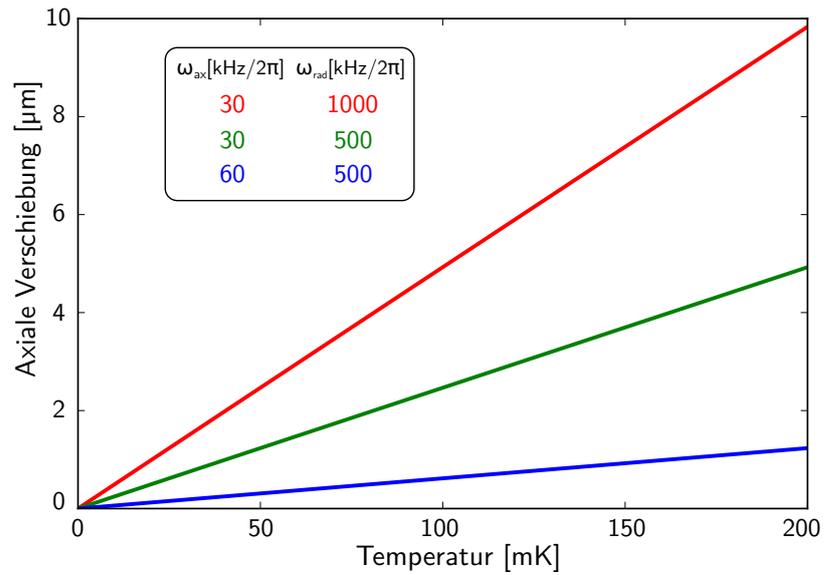


Abbildung 41: Dargestellt ist die axiale Verschiebung in Abhängigkeit der Temperatur. Die unterschiedlichen Farben stehen dabei für unterschiedliche Kombinationen der Fallfrequenzen.

Betrieb der Wärmekraftmaschine wird für die Schwingungsamplitude allerdings ein Vielfaches dieser statischen Verschiebung erwartet durch die resonante Kopplung an zwei Wärmebäder[Aba+12].

4.2. Ionenketten

Durch die bereits in Kapitel 3.3 gezeigte Abhängigkeit der radialen Fallenfrequenz von der axialen Position, ist es möglich einzelne Ionen in einem linearen Kristall zu adressieren. Bei einem Scan der Anregungsfrequenz schwingen die Ionen einer Kette nacheinander einzeln auf. Dies lässt sich dadurch erklären, dass zu jeder eingestrahnten Frequenz nur maximal ein Ion resonant ist, da die radiale Frequenz entlang der Kette ab- bzw. zunimmt. Die anderen Ionen der linearen Kette koppeln nur über die Coulombwechselwirkung zu dem getriebenen Ion an die externe Radiofrequenz. Bei großem Ionenabstand und damit kleiner Coulombwechselwirkung kann gezielt ein Ion angeregt werden ohne die anderen nennenswert zu beeinflussen, da die Coulombkraft mit $\frac{1}{r^2}$ abfällt. Bei Kristallen mit vielen Ionen sinkt der Abstand und ein externer Antrieb führt zur Anregung von ganzen Teilen des Kristalls wie in Abbildung 42 dargestellt. Indem der Abstand der Ionen durch niedrigeres axiales Potential vergrößert wird, kann

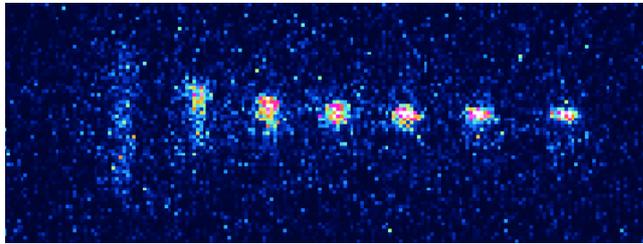


Abbildung 42: Lineare Ionenkette bestehend aus 7 Ionen. Die Frequenz der externen Anregung wurde dabei auf das Ion links außen abgestimmt. Durch die Coulombwechselwirkung wird die linke Hälfte der Kette angeregt.

die Kopplung zu anderen Ionen erniedrigt werden. Dadurch lassen sich einzelne Ionen innerhalb der Kette adressieren, da sie nicht nennenswert koppeln und sich ihre Resonanzfrequenzen durch die unterschiedliche axiale Position signifikant unterscheiden. Eine Messung der Einzeladressierbarkeit ist in Abbildung 43 zu sehen. Dabei wurde eine lineare Kette bestehend aus drei Ionen bei niedrigem axialen Potential von 30 kHz gefangen und anschließend die Frequenz des äußeren Antriebes über einen Bereich von 20 kHz verstimmt. Die Messgröße ist dabei die Fluoreszenz-Zählrate. Diese erniedrigt sich in der Messung, wenn die radiale Resonanzfrequenz getroffen wird. Jede der Kurven in der Abbildung 43 gehört dabei zum Fluoreszenzsignals eines der Ionen. Können einzelne Ionen innerhalb einer Kette angeregt werden, bietet das vielfältige Möglichkeiten für weitere Experimente. Beispielsweise zum Studium des Wärmetransport in linearen Ionenketten[BBP13; LD11]. Durch die Möglichkeit der Einzeladressierbarkeit kann beispielsweise ein einzelnes Ion im Kristall für eine definierte Zeit angeregt und die thermische Dynamik des Systems gemessen werden. Dies würde zum Verständnis von Wärme auf der Ebene einzelner Teilchen beitragen.

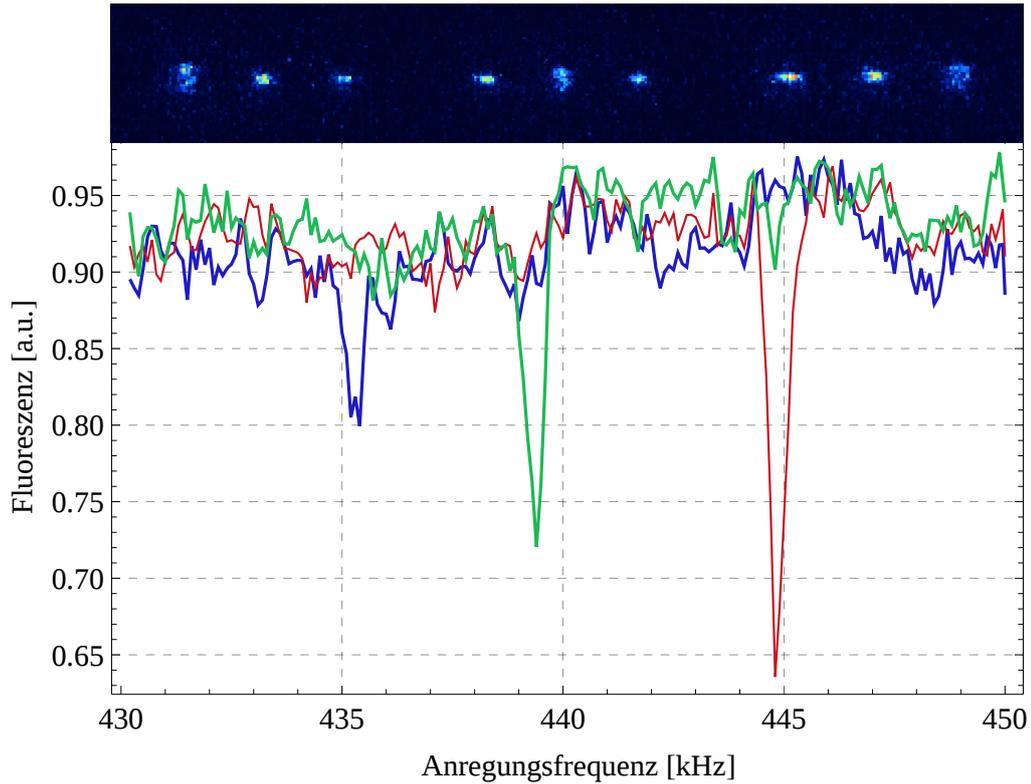


Abbildung 43: Ionenkette aus drei Ionen, die extern zum Schwingen angeregt wird. Gut zu erkennen dabei, dass jeweils nur ein einzelnes Ion bei einer bestimmten Frequenz angeregt wird, während die anderen beiden keine sichtbare Anregungen aufweisen. Jede Kurve korrespondiert dabei zu der Fluoreszenzrate eines bestimmten Ions. Die Ioneneigenfrequenzen unterscheiden sich dabei von links nach rechts um 4,2 kHz und 5,4 kHz. Der wachsende Frequenzabstand ist durch die $\frac{1}{z^2}$ -Abhängigkeit der radialen Fallenfrequenz zu erklären (vgl. dazu Kapitel 3.3).

4.3. Fazit

Im Rahmen der Veröffentlichung [RTa14b] wurde der prinzipielle Beweis der Realisierbarkeit der Einzel-Ionen-Wärme­kraftmaschine in der vorliegenden Ionenfalle erbracht. Durch die Kopplung der Moden in der speziellen Falle ergeben sich außer der Realisierung einer Wärme­kraftmaschine auch Möglichkeiten um einzelne Ionen gezielt anzu­regen. Zusammen mit der Möglichkeit die Interaktion benachbarter Ionen über ihren Abstand und somit in Abhängigkeit des Fallenpotentials einzustellen, ist das vorliegende System ebenfalls geeignet zur systematischen Untersuchung des Wärmetransportes entlang linearer Ionenketten.

In Kooperation mit der im nächsten Teil der Arbeit vorgestellten neuen Temperaturmessmethode, ist der Grundstein zur Realisierung und dem Nachweis der Einzel-Ionen-Wärme­kraftmaschine gelegt.

5. Thermometrie mittels Dunkelresonanzen

In diesem Kapitel soll beschrieben werden, wie der Effekt des Coherent Population Trapping bzw. die dadurch entstehenden Dunkelresonanzen zur Temperaturmessung genutzt werden können. Die Theorie dazu und welchen Einfluss eine endliche Temperatur auf Dunkelresonanzen hat, wurde bereits in Kapitel 2.5.2 ausführlich besprochen. Dieses Kapitel ist deshalb der experimentellen Realisierung der Temperaturmessung und den Anwendungen gewidmet. Die Idee für eine Temperaturmessung mittels Dunkelresonanzen wurde zuerst zur Bestimmung von Temperaturen von Wolken neutraler Atome verwendet [Pet+12]. Dieses Prinzip wurde im Rahmen der Arbeit für die Messung der Temperatur einzelner Ionen in Paul-Fallen adaptiert. Die hier dargestellten Messungen und Ergebnisse wurden zur Veröffentlichung im *New Journal of Physics* eingereicht [RTa14a].

5.1. Messroutine

Generell werden Dunkelresonanz-Spektren gemessen, indem ein Laser bei fester Frequenz gehalten wird, während die Frequenz des anderen durchgestimmt wird. Im vorliegenden Experiment wird dabei der blaue Laser bei einer Wellenlänge von 397 nm festgehalten und der rote Laser bei 866 nm durchgestimmt. Der blaue Laser dient neben der resonanten Fluoreszenzanregung dem Dopplerkühlen und ist somit für die Durchstimmung nicht geeignet, da die Systemtemperatur sehr sensitiv auf Frequenzänderungen dieses Lasers reagiert. Auch der rote Laser ändert die Temperatur des

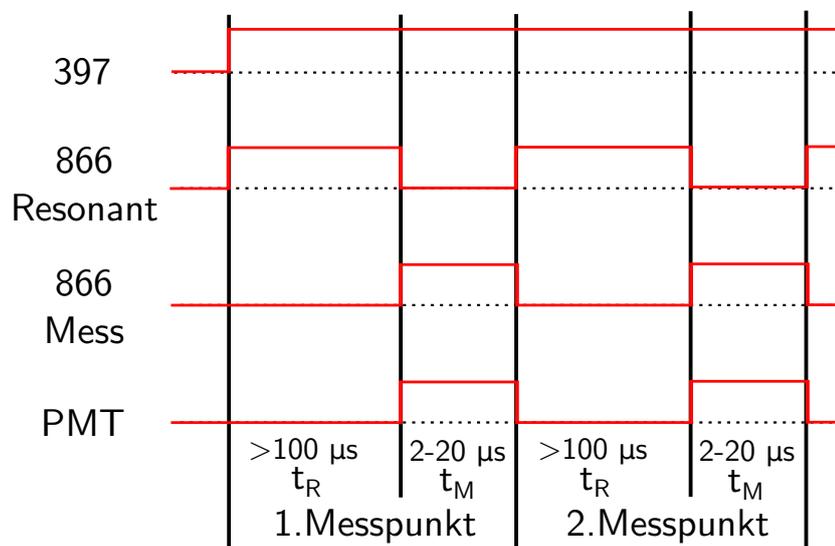


Abbildung 44: Verwendete Messequenz für die stroboskopische Dunkelresonanzthermometrie.

Systems bei Verstimmung, wenn auch in kleinerem Maße. Um auch diesen Einfluss auf das System zu minimieren, befolgt der Scanvorgang folgendes Protokoll:

1. Der zu messende Zustand wird präpariert. Der blaue Laser befindet sich zur optimalen Kühlung bei $\gamma/2$ des Fluoreszenzübergangs [IW82]. Der rote Laser befindet sich auf seiner Resonanzfrequenz. Eine Ausnahme ist der Fall, dass die Dunkelresonanzen selbst zum Einstellen einer Temperatur herangezogen werden (in Kapitel 5.3.3 beschrieben).
2. Der rote Laser wird für eine kurze Zeitspanne t_m per AOM auf die zu messende Frequenz verstimmt. Sobald die gewünschte Frequenz eingestellt ist, wird die Fluoreszenz mittels des Photomultipliers für eine Belichtungszeit in der Größenordnung $(2 - 20) \mu\text{s}$ aufgezeichnet. Durch die kurze Belichtungszeit wird minimale Beeinflussung des Systems gewährleistet. Typische Thermalisierungseffekte liegen, wie später gezeigt wird, in der Größenordnung von hundert μs .
3. Der rote Laser wird wieder auf die Ursprungsfrequenz verstimmt. Das System kann wieder während einer Zeit $t_R \gg t_M$ in den zu messenden Zustand relaxieren.

Wird dieses Protokoll nun für verschiedene Messfrequenzen durchgeführt, kann bei minimaler Beeinflussung des Systems ein vollständiges Dunkelresonanz-Spektrum aufgenommen werden. Eine solche Messsequenz ist grafisch in Abbildung 44 dargestellt.

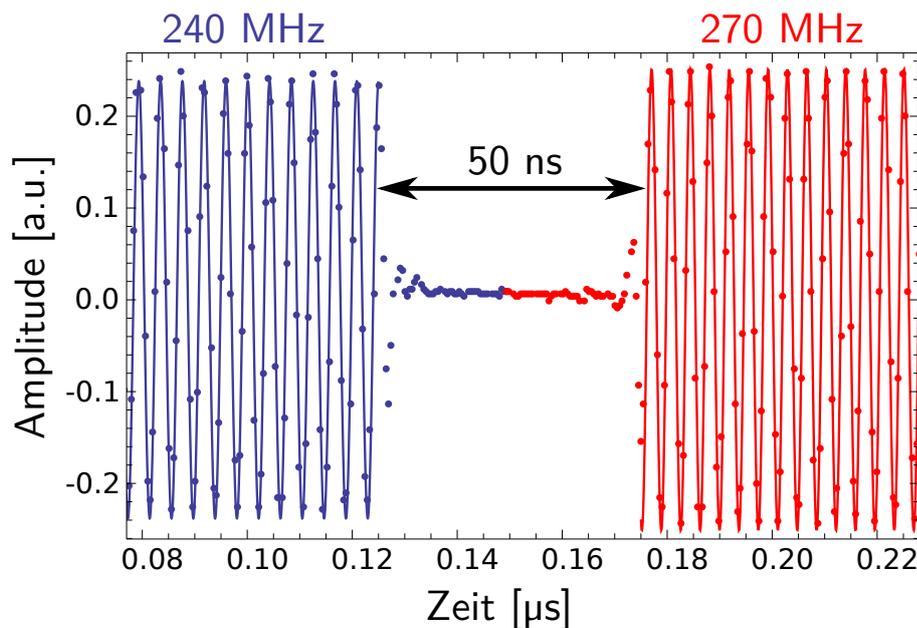


Abbildung 45: Dargestellt ist der Umschaltvorgang zwischen zwei Frequenzen am AOM. Die Messwerte sind dabei als Punkte dargestellt, der zugehörige Fit als Linie. Blau ist die erste Frequenz von 240 MHz, rot die zweite Frequenz bei 270 MHz. Die Frequenzen wurden jeweils mittels des eingezeichneten Fits bestimmt.

Zu schnellen Frequenzänderung des 866 nm-Lasers, wird mittels eines Radiofrequenzschalters zwischen zwei AOM-Treibern geschaltet, die auf den entsprechenden Frequenzen laufen. Um sicherstellen zu können, dass die aktuelle Messfrequenz schnell

genug eingestellt wird, wurde der Übergang zwischen zwei Messfrequenzen mit einem schnellen Oszilloskop aufgenommen. Das Ergebnis ist in Abbildung 45 zu sehen. Das Umschalten der Frequenzen am AOM und somit der Laserfrequenz ist auf einer Zeitskala von 50 ns möglich. Dies ist für das vorliegende Experiment ausreichend schnell. Die untere Belichtungsdauer ist durch technische Limitierungen in der Datenaufnahme momentan auf 2 μs beschränkt. Allerdings wäre eine weitere Verkürzung der Belichtungszeit auch nicht sinnvoll, da Dunkelresonanzen erst vorliegen sobald sich im Atom ein internes elektronisches Gleichgewicht eingestellt hat. Zur Abschätzung dieser Dauer wurde eine Quanten-Monte-Carlo-Simulation der internen atomaren Dynamik im 3-Niveau-System durchgeführt [MCD93]. Die Wellenlängen der eingestrahlten Lichtfelder wurden exemplarisch so gewählt, dass sie der Resonanzbedingung genügen und sich eine Dunkelresonanz bildet. Die Ergebnisse der Monte-Carlo-Simulation mit 400 Wiederholungen ist in Abbildung 46 zu sehen. Aufgetragen ist dabei die Besetzungszahl bzw. Besetzungswahrscheinlichkeit der einzelnen Niveaus in Abhängigkeit der Zeit. Deutlich wird, dass sich nachdem anfängliche Rabi-Oszillationen abgeklungen sind ein

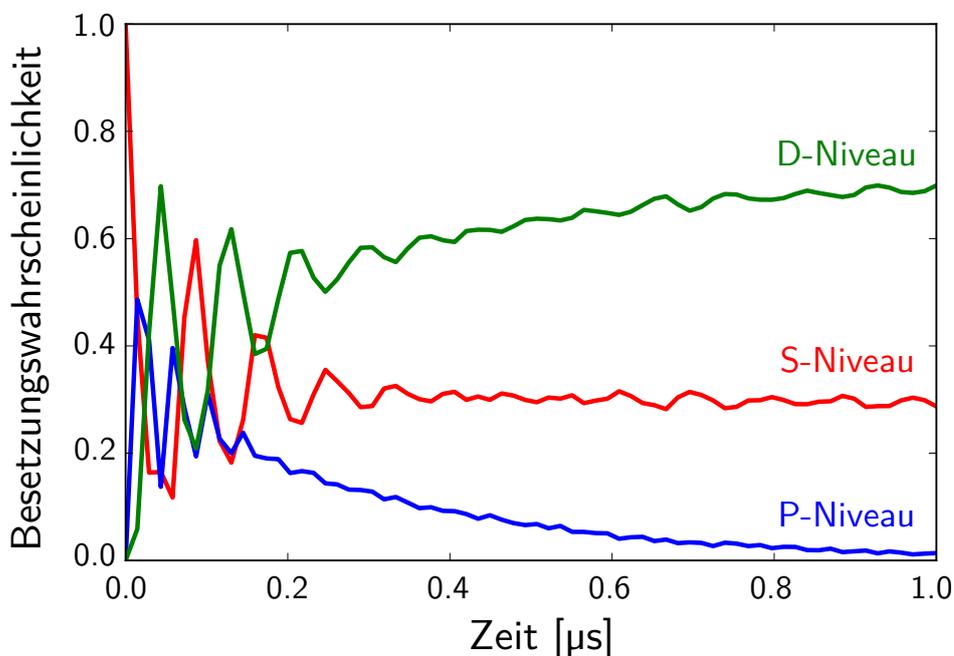


Abbildung 46: Zeitliche Abhängigkeit der Besetzung der atomaren Niveaus. Erkennbar ist die niedrige Population des $|P\rangle$ -Niveaus, die zu einer Dunkelresonanz führt.

Gleichgewichtszustand bildet. In diesem dominieren die Besetzungen von $|S\rangle$ und $|D\rangle$, während der $|P\rangle$ -Zustand nahezu unbesetzt ist. Da die Fluoreszenz des Systems proportional der Besetzung des $|P\rangle$ -Niveaus ist, ergibt sich eine Dunkelresonanz wie in Kapitel 2.5.2 ausführlich ausgeführt wird. Das Erreichen des Gleichgewichtszustandes nimmt dabei etwa 800 ns in Anspruch. Da die Messung der Dunkelresonanzen für Thermometrie erst nach Erreichen des elektronischen Gleichgewichts aussagekräftig ist, macht eine Belichtung erst nach einer Wartezeit von ca. 1 μs Sinn im Experiment.

Diese notwendige Relaxionszeit stellt die untere Grenze für die Auflösung zeitlicher Temperaturdynamik dar.

5.2. Fit der Dunkelresonanz-Spektren

Für thermometrische Untersuchungen an Dunkelresonanzen ist es notwendig die entstehenden Spektren zu fitten um aus ihnen die Parameter des Systems zu bestimmen. Der interessanteste Parameter ist dabei die Temperatur um die es primär in diesem Kapitel gehen soll. Welchen Einfluss eine endliche Temperatur auf die aufgenommenen Spektren hat, wurde bereits ausführlich in Kapitel 2.5.3 diskutiert.

Zum Fitten der Spektren kommt ein gruppenintern entwickelter Markov-Chain-Monte-Carlo-Fitter (MCMC) zum Einsatz. Die Verwendung dieses Maximum-Likelihood-Fitters ist notwendig, da der zu den Spektren gehörige physikalische Zusammenhang nicht analytisch in einer Formel angebbbar ist, sondern nur die Fluoreszenz zu einem Parametersatz berechenbar ist. Die Berechnungsmethode wird ausführlich in Kapitel A.1 beschrieben.

Die freien Fitparameter sind dabei die Folgenden:

- Rabifrequenz roter Laser (866 nm) Ω_{866}
- Rabifrequenz blauer Laser (397 nm) Ω_{397}
- Verstimmung blauer Laser Δ_{397}
- Magnetfeldstärke u
- Temperatur T

Um diese Parameter zu bestimmen, wird ein möglichst breites Spektrum benötigt, da durch eine größere Anzahl an Messpunkten eine höhere Präzision möglich wird. Insbesondere ist die relative Tiefe der Dunkelresonanzen zueinander primär durch die Rabi-Frequenzen festgelegt. Somit lassen sich alle Systemparameter nur aus möglichst breiten Spektren bestimmen. Ein so aufgenommenes und gefittetes Spektrum ist in Abbildung 47 zu sehen. Die Parameter ergeben sich zu:

$$\Delta_{397}/2\pi = -15,9(1) \text{ MHz}$$

$$u/2\pi = 6,404(4) \text{ MHz}$$

$$\Omega_{397}/2\pi = 10,8(1) \text{ MHz}$$

$$\Omega_{866}/2\pi = 8,44(5) \text{ MHz}$$

$$T = 3,2(4) \text{ mK.}$$

Δ_{397} bezeichnet dabei die Frequenzverstimmung des fixierten blauen Lasers, $\Omega_{397,866}$ die beiden Rabi-Frequenzen und T die Temperatur. u bezeichnet eine Größe die pro-

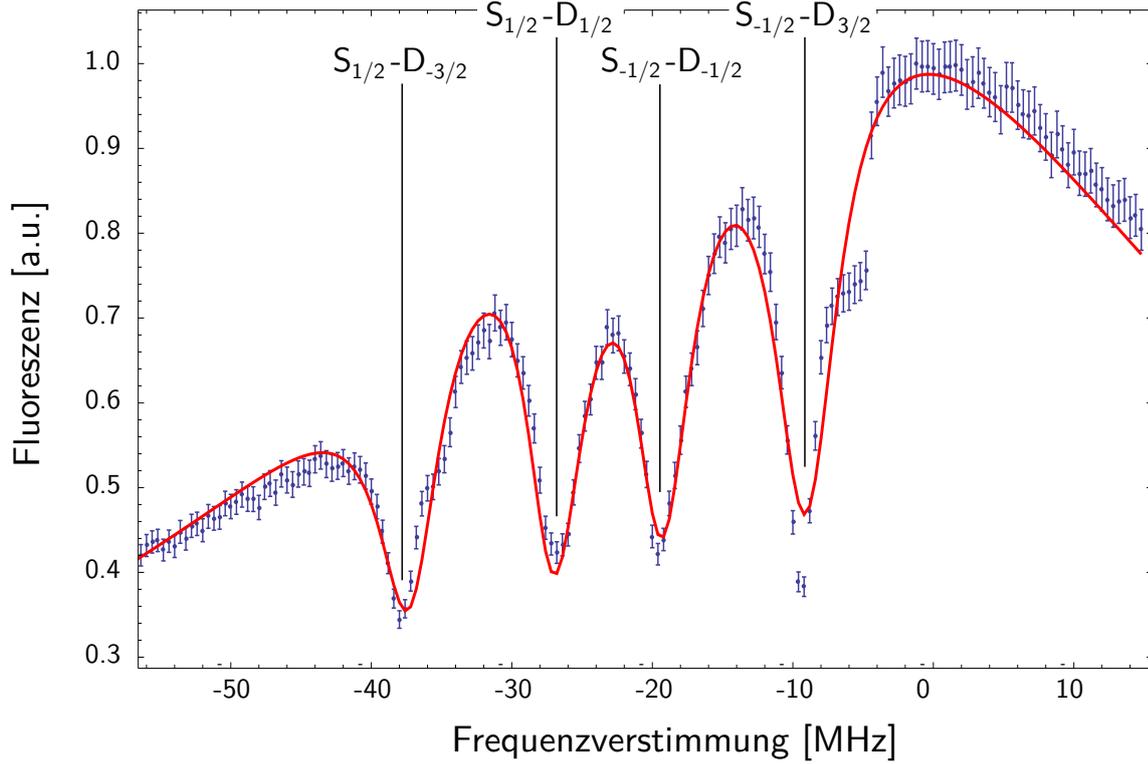


Abbildung 47: Gefittetes Spektrum der Resonanzkurve. Gut erkennbar sind die vier Dunkelresonanzen, die den eingezeichneten direkten Übergängen zwischen den S-Unterzuständen und D-Unterzuständen entsprechen.

portional zum Magnetfeld ist (genauer dazu unter Kapitel A.1). Es gilt:

$$\begin{aligned}
 u &= \frac{\mu_B |\vec{B}|}{\hbar} \leftrightarrow |\vec{B}| = \frac{\hbar}{\mu_B} u \\
 &\Rightarrow |\vec{B}| = 4,573(3) \text{ G.}
 \end{aligned}$$

Im Spektrum deutlich erkennbar sind dabei vier Dunkelresonanzen bei denen die Population direkt von $|S\rangle$ in $|D\rangle$ -Unterzustände übergeht, ohne das Niveau $|P\rangle$ zu bevölkern, was in reduzierter Fluoreszenz resultiert. Für den idealisierten Fall einer Temperatur von 0 K und verschwindender Laserlinienbreite, würde in den Dunkelresonanzen gar keine Fluoreszenz auftreten.

Um Temperaturdynamiken zu messen wird zuvor eine Referenzmessung des gesamten Spektrums bei der Temperatur am experimentellen Dopplerlimit durchgeführt. Aus diesem werden die Parameter des Systems bestimmt. Zur Beschleunigung der Messung wird anschließend nur eine einzelne Dunkelresonanz zur Bestimmung der Temperatur aufgenommen. Bei Kenntnis der restlichen Parameter ist es dabei zur Temperaturbestimmung ausreichend nur einen einzelnen Dip zu betrachten, da dieser bereits die gesamte Temperaturinformation enthält. Die Temperatur wirkt sich nur in Form re-

duzierter Dip-Tiefe bzw. reduzierten Kontrasts aus. Die Laserleistungen und somit die Rabi-Frequenzen, sowie das Magnetfeld werden während der Messung stets konstant gehalten und sind aus der Referenzmessung bekannt. Zum Fitten einer einzelnen Dunkelresonanz wird nur die Temperatur als freier Fit-Parameter verwendet. Theoretisch wäre die Aufnahme von zwei Messpunkten ausreichend, da daraus bereits die relative Dip-Tiefe und somit Temperatur bestimmbar ist. In der Praxis unterliegt ein einzelner Punkt zu großen statistischen Schwankungen um daraus einen verlässlichen Wert für die Temperatur zu erhalten, sodass ein Scan der gesamten Dunkelresonanz indiziert ist. Ein solcher Fit eines einzelnen Dips ist in Abbildung 48 dargestellt.

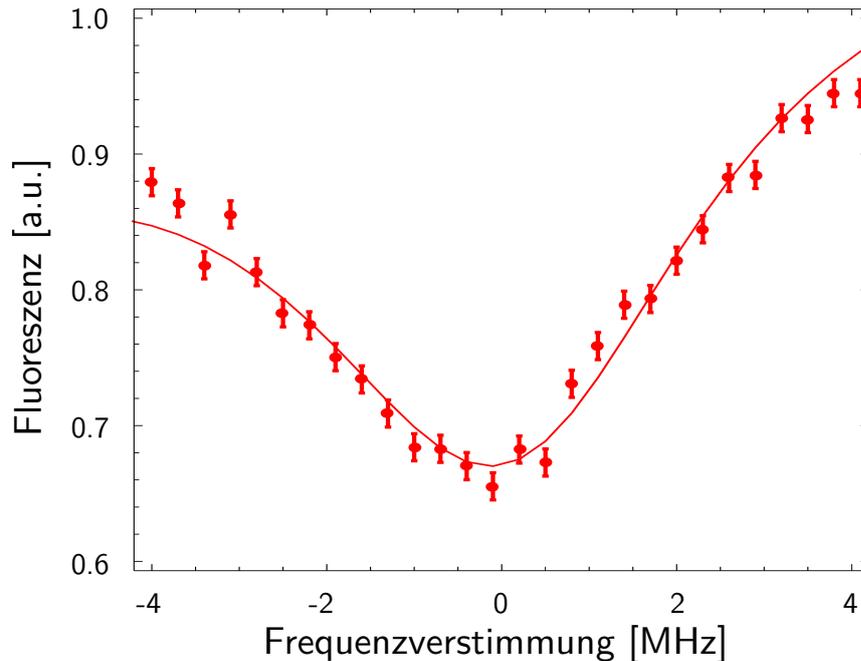


Abbildung 48: Zu sehen ist eine einzelne gefittete Dunkelresonanz. Die Temperatur wurde daraus zu $3,1(4)$ mK bestimmt.

5.2.1. Einfluss und Bestimmung der Laserlinienbreite

Die Laserlinienbreite hat auf Spektren den gleichen Einfluss wie eine finite Temperatur. Dies gilt, da sowohl temperaturinduzierte Dopplerverbreiterung als auch eine erhöhte Laserlinienbreite effektiv in einer Mittelung der Intensität über verschiedene Frequenzen im Spektrum resultieren. Dadurch sinkt der Kontrast der schmalen Dunkelresonanzen.

Die Laserlinienbreite ist allerdings näherungsweise über viele Messungen hinweg fest. Dadurch geht dieser Einfluss nicht als freier Parameter in das System ein, sondern muss nur einmalig bei den Berechnungen für den Fit fest eingesetzt werden. Dadurch ist es trotz unbekannter Laserlinienbreiten möglich, relative Temperaturänderungen sehr sensitiv mittels Dunkelresonanzen zu messen. Um jedoch absolute Werte angeben zu können, ist es notwendig die Breite der verwendeten Laser zu kennen bzw.

zu bestimmen. Eine Obergrenze für die Laserlinienbreite lässt sich abschätzen, durch die idealisierte Annahme verschwindender Temperatur. Ein Fit mit den Laserbreiten als freie Parameter ergibt dann die maximalen Linienbreiten. Die tatsächlichen Linienbreiten im Experiment müssen darunter liegen, da die gemessenen Spektren bei endlichen Temperaturen aufgenommen wurden. Für die Laserlinienbreiten (σ -Breite) gilt:

$$\sigma_{397,866} < 250 \text{ kHz}$$

für beide Laser. Folglich ist es nur mit schmalbandigen Lasern möglich, einzelne Dunkelresonanzen aufzulösen und thermometrisch zu nutzen. Um auch absolute Temperaturen angeben zu können wird im Folgenden die Laserlinienbreite bestimmt.

Bestimmung der Laserlinienbreite

Im Experiment sind alle Laser mittels eines sogenannten *Pound-Drever-Hall-Locks* auf eine Referenzfrequenz stabilisiert [Dre+83]. Dies ist notwendig da die im Experiment verwendeten Diodenlaser physikalisch bedingten Frequenzschwankungen unterliegen. Die Referenzgröße stellt dabei ein optischer Resonator dar, dessen Resonanzfrequenz von seiner Länge abhängt. Dieser transmittiert einen eingestrahlt Laser nur, wenn

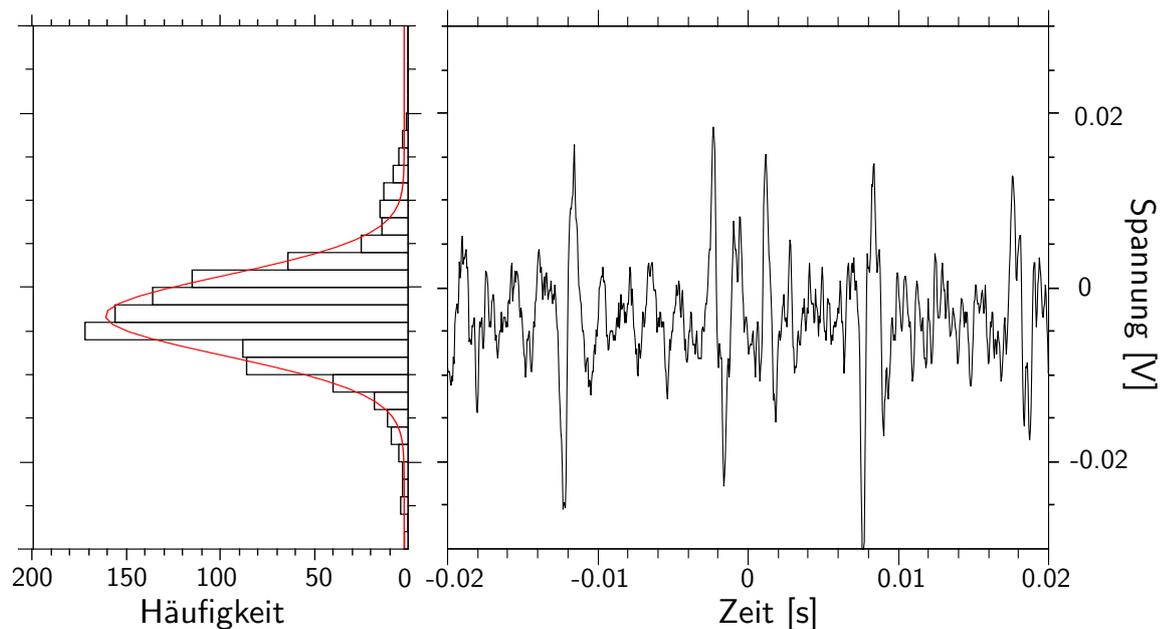


Abbildung 49: Rechts dargestellt ist das Fehlersignal des stabilisierten Lasers als Funktion der Zeit. Links dargestellt ist das dazugehörige Histogramm aus dem die Breite bestimmt wurde.

dessen halbe Wellenlänge ein Vielfaches der Länge des Resonators ist. Sobald das Licht nicht der Resonatorbedingung genügt wird es reflektiert und die Intensität mittels einer Photodiode gemessen. Das transmittierte Signal wird zur Kontrolle ebenfalls gemessen.

Nun werden Frequenzseitenbänder auf den Laser moduliert. Dadurch können aus dem reflektierten Signal Informationen über Phasenabweichungen der Stabilisierung und somit auch Frequenzabweichungen gewonnen werden. Durch Mixen des reflektierten Signals mit dem Modulationssignal des Lasers ergibt sich schließlich ein sogenanntes Fehlersignal das proportional zu Phasenabweichung der beiden Signale ist. Eine Regelschleife stabilisiert die Laserfrequenz (typischerweise durch den Diodenstromes als Stellgröße) in Abhängigkeit dieses Fehlersignals. Ein Maß für die Frequenzschwankung des Laser ist somit die Spannungsschwankung des Fehlersignal bei stabilisiertem Laser. Um diese zu messen ist es nötig aus dem Rauschen des Fehlersignals des gelockten

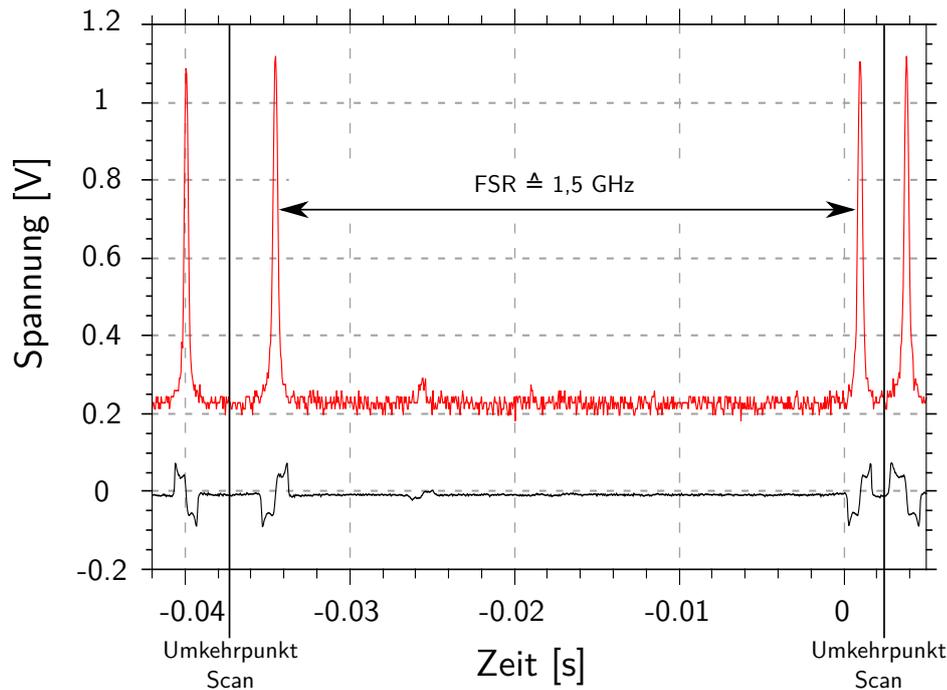


Abbildung 50: Dargestellt ist die im Text beschriebene periodische Frequenzverstimmung des Lasers über mehr als einen freien Spektralbereich hinweg. Rot eingezeichnet ist das Transmissionssignal und schwarz das Fehlersignal. Links bzw. rechts vom eingezeichneten Umkehrpunkt des Scans wiederholt sich das Muster.

Lasers die Standardabweichung zu bilden (siehe hierzu Abbildung 49). Es ergibt sich exemplarisch für den Laser bei 397 nm, zu dessen Messung die Abbildungen korrespondieren:

$$\sigma_{397, \text{Spannung}} = 4,36 \cdot 10^{-3} \text{ V.}$$

Die Standardabweichung dieser Spannung muss nun in die Standardabweichung der Laserfrequenz umgerechnet werden. Dazu wird der Laser periodisch in der Frequenz durchgestimmt. Sowohl das Transmissionssignal als auch das Fehlersignal wiederholt sich somit periodisch nach jedem freien Spektralbereich des optischen Resonators. Die beiden Signale sind in Abbildung 50 dargestellt. Da der freie Spektralbereich des

verwendeten optischen Resonators bekannt ist (1,5 GHz [Sch09]), ist es möglich die Zeitachse des Oszilloskops in eine Frequenzachse umzurechnen. Wird bei unveränderter Scangeschwindigkeit des Frequenzscans das Fehlersignal genauer untersucht, kann die Steigung des Fehlersignals am Nulldurchgang bestimmt werden. Diese Steigung ist deshalb relevant, da die Elektronik der Regelschleife genau auf den Nulldurchgang stabilisiert. Dieses Vorgehen ist in Abbildung 51 verdeutlicht. Die Steigung wird dabei

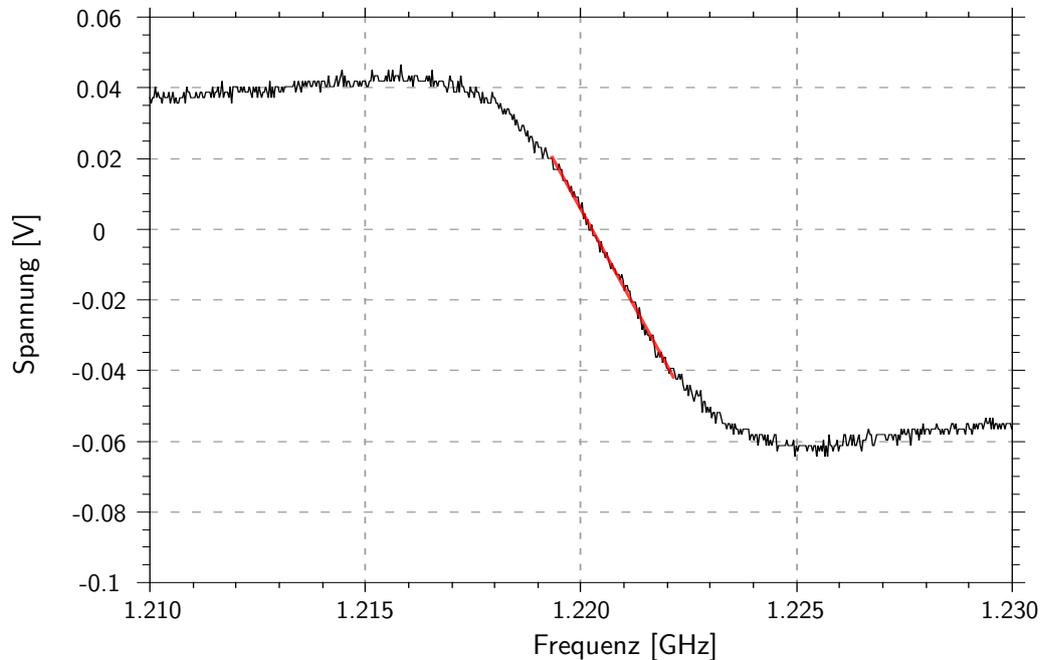


Abbildung 51: Dargestellt ist das Fehlersignal auf dessen Nulldurchgang geregelt wird. Rot eingezeichnet ist der lineare Fit an der Stelle 0 aus dem die Steigung bestimmt wird.

aus einem linearen Fit an die Stelle des Nulldurchgangs bestimmt und ist in der Abbildung rot eingezeichnet. Diese ergibt sich damit zu

$$2,22(2) \cdot 10^{-8} \text{ V/Hz.}$$

Diese ist konstant für das System und bestimmt durch die Elektronik der Regelungstechnik. Dadurch kann nun eine Relation zwischen der Spannungsänderung und der zugehörigen Frequenzänderung am Regel-Punkt hergestellt werden. Die zuvor aus Abbildung 49 bestimmte Standardabweichung kann nun mittels dieser Relation zwischen Spannung und Frequenz am Regelpunkt in eine Frequenzbreite umgerechnet werden. Es ergibt sich eine Standardabweichung von:

$$\sigma_{397} = 173(8) \text{ kHz.}$$

Die durch das elektrische Hintergrundrauschen auf dem Fehlersignal (gemessen zu $2,1 \cdot 10^{-3} \text{ V}$ bei unstabiliertem Laser) hinzugefügte Breite wurde dabei quadratisch abgezogen, da diese ein statistisch unabhängiger Störeinfluss ist. Das analoge Vorgehen

für den Laser bei 866 nm ergibt eine σ -Breite von:

$$\sigma_{866} = 209(12) \text{ kHz.}$$

Diese gemessenen Laserlinienbreiten liegen wie erwartet deutlich unter der oberen Abschätzung von 250 kHz.

5.2.2. Fehlerangabe auf die Temperaturmessung

Wie bereits erwähnt handelt es sich bei dem verwendeten Fitter um einen Markov-Chain-Monte-Carlo-Fitter. Dieser macht zufällig Sprünge im Raum der Fitparameter und akzeptiert einen Sprung, wenn dieser zu der angenommenen Wahrscheinlichkeitsverteilung verträglich ist. Zu jedem Parametersatz wird die Wahrscheinlichkeit berechnet, dass die Messwerte die gegebene Verteilung um die berechnete Kurve annehmen. Aus Parametersätzen und zugehöriger Wahrscheinlichkeit ergibt sich gemäß dem zentralen Grenzwertsatz der Statistik unabhängig von der darunterliegenden Verteilungen eine Gauß-Verteilung. Deren Standardabweichung nach einer endlichen Anzahl an Iterationen dient als Maß für den Fehler der Fitparameter.

Ein typischer Fit mit niedriger Iontemperatur (3,1 mK) führt dabei zu einem statistischen Fehler von 0,1 mK für die Iontemperatur. Dieser steigt ebenfalls mit steigender Temperatur, da die Methode bei höheren Temperaturen weniger sensitiv auf Temperaturänderungen reagiert. Er beträgt bis zu 10% des Messwertes bei hohen Temperaturen.

Weiterhin wird durch die unbekannt Laserlinienbreite ein systematischer Fehler in der absoluten Temperaturmessung verursacht. Mit den im Kapitel 5.2.1 bestimmten Laserbreiten kann dieser bestimmt werden. Durch die Temperaturbestimmung aus einem aufgenommenes Spektrum mit maximaler und minimaler Laserlinienbreite (\pm Fehler) wurde eine systematische Temperaturunsicherheit von

$$\Delta T_{sys} = 0,4 \text{ mK}$$

bestimmt. Bei kleinen Temperaturen überwiegt diese die statistische Unsicherheit des Fits und beschränkt somit die Präzision der Methode.

5.2.3. Einfluss der Laserpolarisation

Der Abstand und die Anzahl der Dunkelresonanzen hängt entscheidend von der Polarisation des eingestrahnten Lichts relativ zur Magnetfeldachse ab. Da eine bestimmte Laserpolarisation bei Absorption zu einem entsprechenden Drehimpulsübertrag führt. Dadurch kann mit einer Polarisation nur ein bestimmter Übergang zwischen Zeeman-Unterezuständen getrieben werden. Der Zusammenhang zwischen Polarisation und Drehimpulsübertrag ist in Tabelle 2 zusammengefasst. Im Experiment wurden für die

Polarisation	Δm_j
σ^+	+1
σ^-	-1
π	0

Tabelle 2: Die Tabelle zeigt den Zusammenhang zwischen Polarisation und den möglichen Übergängen der magnetischen Unterlevel.

beiden Laser zwei unterschiedliche Polarisations-Konfigurationen gewählt, die in Tabelle 3 dargestellt sind. Zwei Spektren mit den unterschiedlichen Laserpolarisationen

Konfiguration 1		Konfiguration 2	
Laser	Polarisation	Laser	Polarisation
397 nm	$\sigma^+ + \sigma^-$	397 nm	π
866 nm	$\sigma^+ + \sigma^-$	866 nm	$\sigma^+ + \sigma^-$

Tabelle 3: Die Tabelle zeigt die verschiedenen Polarisationskonfigurationen die im Experiment verwendet wurden.

sind in Abbildung 52 zu sehen. Gut erkennbar ist dabei, dass die Dunkelresonanzen im blauen Graphen spektral viel näher liegen als im Roten, trotz identischem magnetischen Feld. Dies lässt sich sehr gut mit Hilfe von Abbildung 53 erklären. Aufgetragen ist die durch Zeeman-Aufspaltung entstehende Energiedifferenz bei verschiedenen Magnetfeldstärken für die verschiedenen Übergänge. Grau eingezeichnet ist die effektive Laserlinienbreite. Dabei handelt es sich um die kombinierte Linienbreite der gemessenen Linienbreiten der Laser und der Dopplerbreite bei einer bestimmten Temperatur (hier angenommen 4 mK). Daraus ist ersichtlich, wieso die beiden mittleren Dunkelresonanzen der blauen Kurve in Abbildung 52 fast zu einer verschmelzen.

Zur Bestimmung der Temperatur wurde im Folgenden nur noch die Konfiguration mit beiden Lasern in $\sigma^+ + \sigma^-$ -Polarisation verwendet.

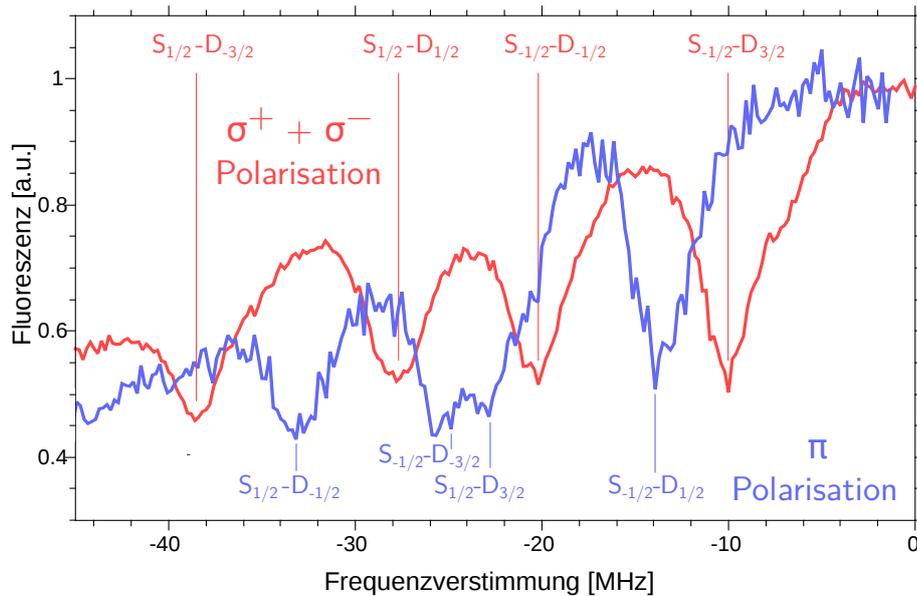


Abbildung 52: Spektren mit unterschiedlicher Polarisation des blauen Lasers. Rot dargestellt ist das Spektrum, wenn beide Übergänge mittel $\sigma^+ + \sigma^-$ polarisierten Lasern getrieben werden. Bei dem blauen Spektrum ist der zum Übergang S-P gehörende Laser π polarisiert.

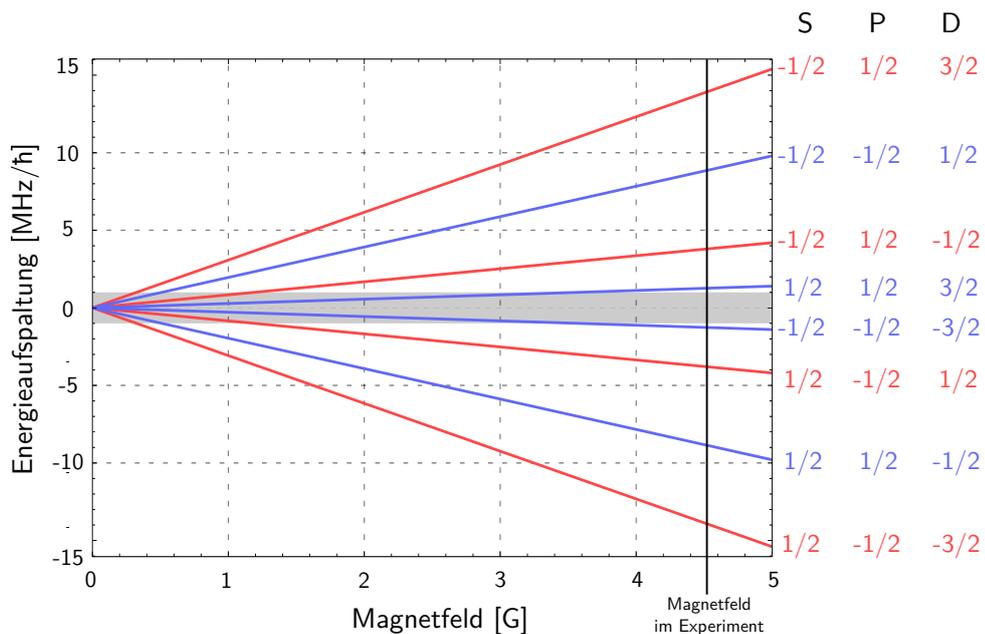


Abbildung 53: Spektren mit deutlicher Zeeman-Aufspaltung der Übergänge S-D in Abhängigkeit der Polarisation. Blau bezeichnet dabei eine Einstellung in der der S-P-Übergang mit π -Polarisation angeregt wird, Rot die Einstellung mit $\sigma^+ + \sigma^-$ -Polarisation. Der zweite Übergang von P-D wird dabei beide Male mit $\sigma^+ + \sigma^-$ -Polarisation angeregt. Grau dargestellt ist die kombinierte Linienbreite der Laser und der Dopplerverbreiterung. Übergänge innerhalb des grauen Bereiches können nicht getrennt aufgelöst werden.

5.3. Dunkelresonanzthermometrie in verschiedenen Temperaturregimen

5.3.1. Einstellen der Sensitivität

Die Sensitivität der Methode für Dopplerverschiebungen und somit Temperaturen, hängt von der gewählten Laserkonfiguration respektive dem Winkel γ zwischen den beiden Lasern ab. Dies lässt sich durch die Projektion der Ionengeschwindigkeit auf beide Laserrichtungen erklären. Für die relative Frequenzverschiebung durch den Doppereffekt gilt (vgl. Kapitel 2.5.3):

$$\delta f = \frac{1}{2\pi} (\Delta_{397,D} - \Delta_{866,D}) = \frac{1}{2\pi} \left(\Delta_{397} - \Delta_{866} + \omega_{S,P} \frac{|\vec{v}| \cos(\theta)}{c} - \omega_{D,P} \frac{|\vec{v}| \cos(\gamma - \theta)}{c} \right).$$

Dabei bezeichnet $\Delta_{397,866}$ die Verstimmungen der beiden Laser zur Resonanz, $\omega_{397,866}$ die Laserfrequenzen, θ den Winkel zwischen Ionengeschwindigkeit $|\vec{v}|$ und der Laserichtung sowie γ den Winkel zwischen beiden Lasern. Bei gegebenem $\Delta_{397} - \Delta_{866} = \Delta$

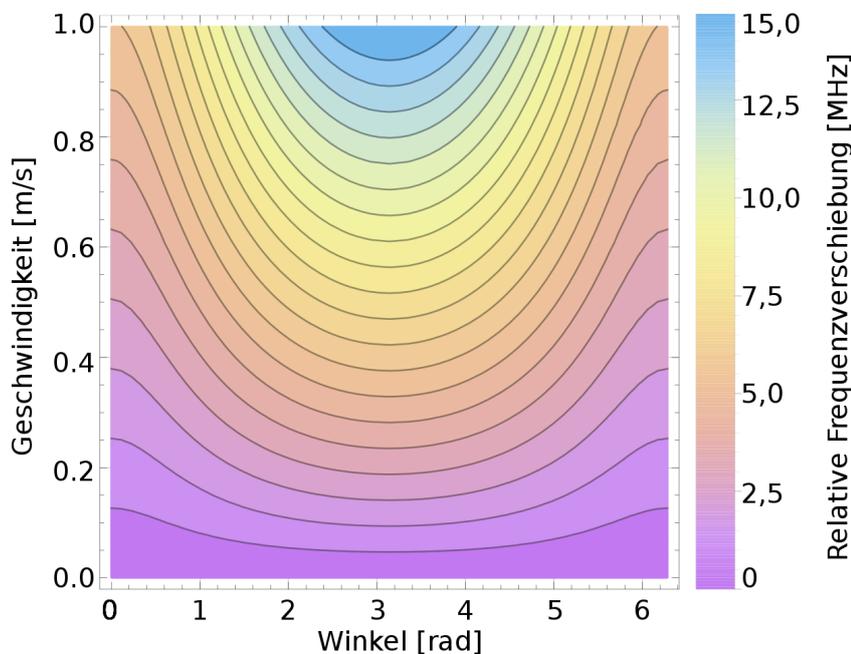


Abbildung 54: Dargestellt ist die relative Dopplerverschiebung der beiden Laser bei verschiedenen Geschwindigkeiten des Ions und verschiedenen Winkeln zwischen den beiden Lasern. Das Bild ist achsensymmetrisch zum Winkel $\gamma = \pi$. Ein schnellerer Anstieg der Frequenzverschiebung bei steigender Geschwindigkeit ist gleichbedeutend mit höherer Sensitivität.

ist es offensichtlich, dass für $\gamma = 0$ die relative Frequenzverschiebung δf minimal ist. Dabei handelt es sich somit um die insensitivste Konfiguration für Ionengeschwindigkeiten. Diese ist in erster Ordnung sogar unabhängig von $|\vec{v}|$. Erst durch den un-

terschiedlichen Absolutwert der Frequenzen ω_{397} und ω_{866} ergibt sich eine Geschwindigkeitsabhängigkeit. Hingegen ist die Konfiguration mit entgegengesetzt propagierenden Lasern ($\gamma = \pi$) maximal sensitiv auf die Geschwindigkeit des Ions. Durch $\cos(\theta) = -\cos(\pi - \theta)$ ergibt sich eine Addition der Dopplerverschiebungen in δf . Die relative Dopplerverschiebung δf ist in Abbildung 54 in Abhängigkeit des Winkels zwischen den Lasern und der Geschwindigkeit des Ions aufgetragen. Der Betrag der Funktion (da das Vorzeichen der relativen Frequenzänderung für Sensitivitätsbetrachtungen irrelevant ist) wurde über den Winkel θ integriert. Die relative Frequenzverschiebung der beiden Laser im Ruhesystem des Ions bestimmt bei gegebener Geschwindigkeitsverteilung (also gegebener Temperatur) die Sensitivität der Methode. Um dies auf Dunkelresonanzen anzuwenden und zu quantifizieren wird nun die Größe Kontrast \mathcal{C} eingeführt und definiert als:

$$\mathcal{C} = \frac{\mathcal{F}(\text{Peak}) - \mathcal{F}(\text{Dip})}{\mathcal{F}(\text{Dip})}.$$

$\mathcal{F}(\text{Peak})$ bezeichnet dabei das Fluoreszenzniveau des ersten lokalen Maximums neben der Resonanz hin zu niedrigeren Frequenzen. $\mathcal{F}(\text{Dip})$ bezeichnet das Niveau der ersten Dunkelresonanz neben der Hauptresonanz. Der Sachverhalt ist an experimentellen

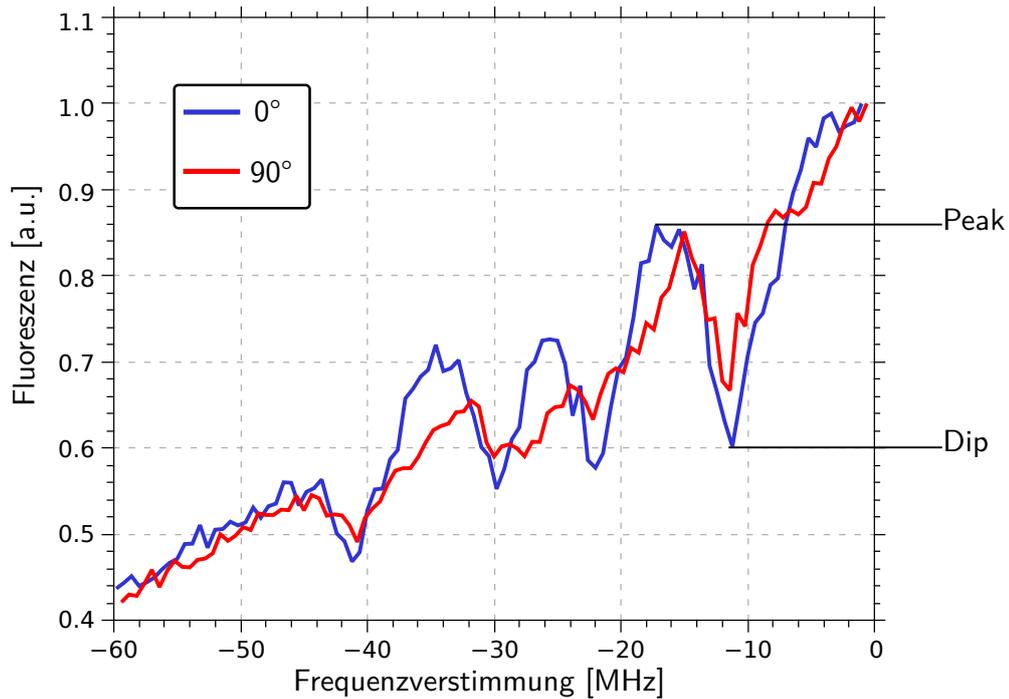


Abbildung 55: Ein Spektrum mit Dunkelresonanzen bei gleicher Temperatur aber verschiedenen Laserrichtungen. Auffällig ist der reduzierte Kontrast in der 90°-Konfiguration.

Kurven in Abbildung 55 dargestellt. Die beiden Kurven sind bei gleicher Temperatur aufgenommen worden aber verschiedenen Laserwinkeln. Deutlich zu sehen ist, dass

der Kontrast in der 90° -Konfiguration wesentlich weniger ausgeprägt ist, als in der Konfiguration mit einem Winkel von 0° zwischen den Laserrichtungen. Es ergeben sich Kontraste von:

$$\begin{aligned} \mathcal{C}_{0^\circ} &= 0,42 \\ \mathcal{C}_{90^\circ} &= 0,27. \end{aligned}$$

Der theoretisch berechnete Kontrast ist für verschiedene Laserkonfigurationen in Abbildung 56 dargestellt. Sinkt der Kontrast einer Konfigurationen unter die schwarze Linie in den grauen Bereich ist der Gesamtkontrast zu niedrig um experimentell eine Temperatur bestimmen zu können. Als geeignetes Maß für die Sensitivität in einem bestimmten Temperaturbereich erweist sich die Ableitung des Kontrasts nach der Temperatur:

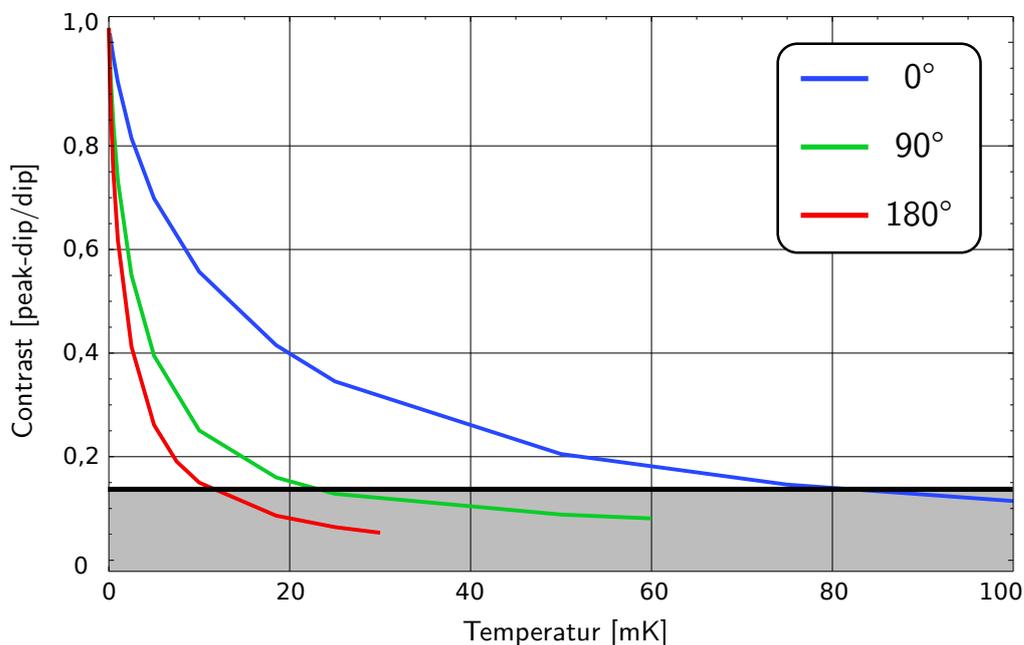


Abbildung 56: Aufgetragen ist der Kontrast gegen Temperatur. Unterhalb der schwarzen Linie im grauen Bereich ist der Kontrast zu niedrig um eine präzise Temperaturbestimmung zu ermöglichen.

$$\text{Sensitivität} = \frac{d}{dT}\mathcal{C}.$$

Die Größe sagt aus, wie sehr sich der Kontrast bei einer Temperaturänderung ändert. Dies ist wichtig, da nur eine Kontraständerung unterschiedliche Temperaturen anzeigt. Somit gibt die Stärke der Änderung ein Maß für die Sensitivität der Messmethode bzw. die minimale Temperaturänderung die mit der Methode feststellbar ist. Spektren zu verschiedenen Winkelkonfigurationen wurden theoretisch berechnet und jeweils die Sensitivität bestimmt. Diese sind in Abbildung 57 dargestellt. Bei niedrigen

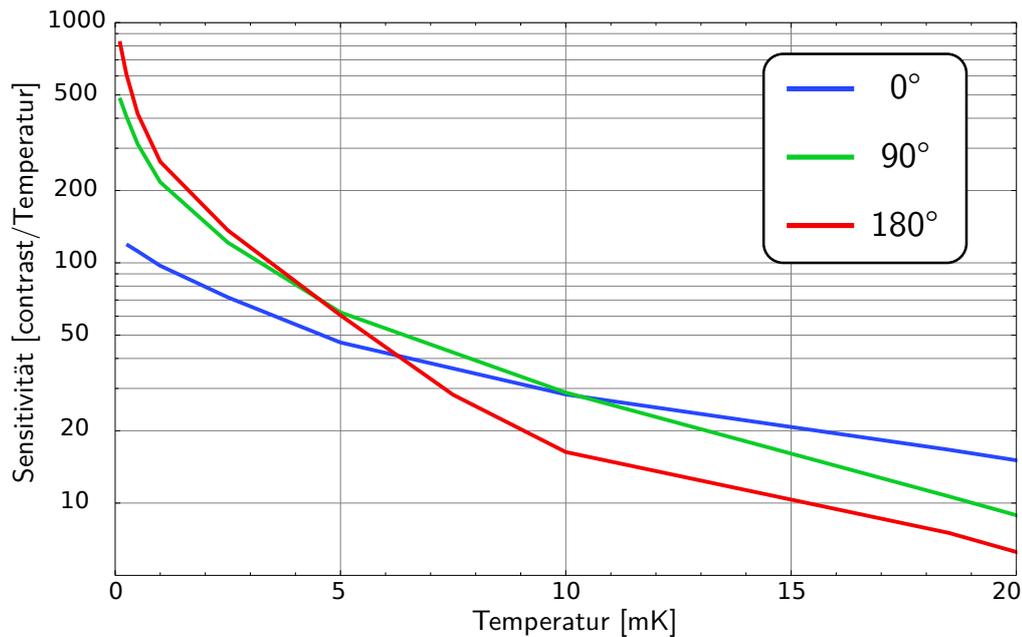


Abbildung 57: Dargestellt ist die Sensitivität in Abhängigkeit der momentanen Temperatur. Die verschiedenen Kurven korrespondieren dabei zu verschiedenen Winkeln der Laser zueinander.

Temperaturen ist die Konfiguration mit gegenläufig propagierenden Lasern am sensitivsten auf Temperaturänderungen. Ab etwa 4 mK bis 10 mK ist die 90°-Konfiguration am sensitivsten. Alle höheren Temperaturen lassen sich mit parallel propagierenden Lasern am präzisesten messen.

5.3.2. Spektrum bei verschiedenen Temperaturen

Werden Ionen lasergekühlt, ergibt sich eine untere Gleichgewichtstemperatur zwischen Kühl- und Heizprozessen die über dem theoretisch möglichen Dopplerlimit liegt. Heizende Effekte wie die Fallenheizrate, elektrisches Rauschen auf den Elektroden und mangelnde Kompensation die zu Mikrobewegung führt sind dafür verantwortlich. Insbesondere Mikrobewegung beschränkt die Residualenergie nach Dopplerkühlung im schwach bindenden Regime (siehe hierzu [Cir+94]).

In diesem Kapitel wurde die Temperatur mittels elektrischem weißen Rauschen eingestellt, wie in Kapitel 2.6.3 beschrieben. Da kontinuierlich dopplergekühlt wird, ergibt sich ein Gleichgewicht zwischen Kühl- und Heizprozessen. Dadurch ist es möglich eine definierte Temperatur einzustellen. Zu jeder eingestellten Rauschstärke wurde ein breites Spektrum aufgenommen und daraus die Temperatur bestimmt. Die verschiedenen Spektren sind in Abbildung 58 dargestellt. Der Kontrast sinkt sichtbar bei den

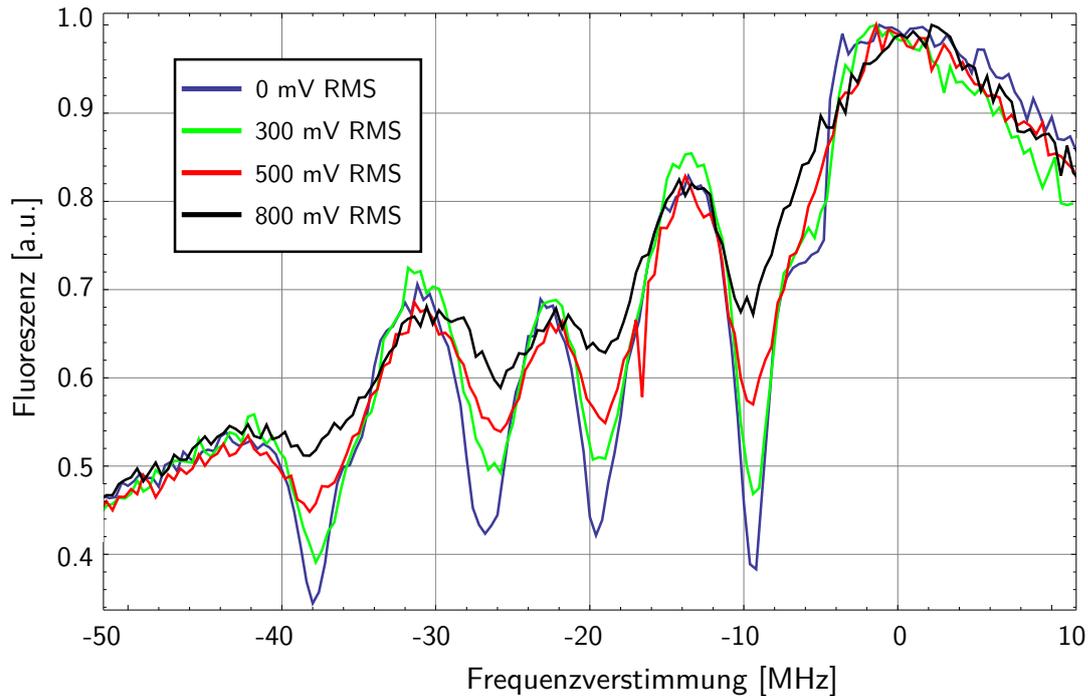


Abbildung 58: Frequenzscans mit gut erkennbaren Dunkelresonanzen bei verschiedenen Anregungsstärken mit elektrischem weißem Rauschen. Die Abnahme des Kontrastes bei steigender Anregungsstärke ist deutlich zu sehen.

verschiedenen Spektren. Es ergeben sich Gleichgewichtstemperaturen von

$$T_1 = 3,1(6) \text{ mK}$$

$$T_2 = 10(1) \text{ mK}$$

$$T_3 = 30(3) \text{ mK}$$

$$T_4 = 78(6) \text{ mK}$$

Die daraus bestimmten Temperaturen lassen sich gegen die elektrische Anregungsstärke auftragen, wobei sich Abbildung 59 ergibt. Um diesen Verlauf zu erklären, muss die Auswirkung von elektrischem Rauschen auf das Ion im Detail betrachtet werden. Für die thermische Energie gilt allgemein

$$E_{th} = \frac{f}{2} k_B T$$

mit der Anzahl der Freiheitsgrade f . Dies muss der Gesamtenergie des Teilchens im harmonischen Potential entsprechen. Somit gilt:

$$E_{pot} + E_{kin} = \frac{f}{2} k_B T$$

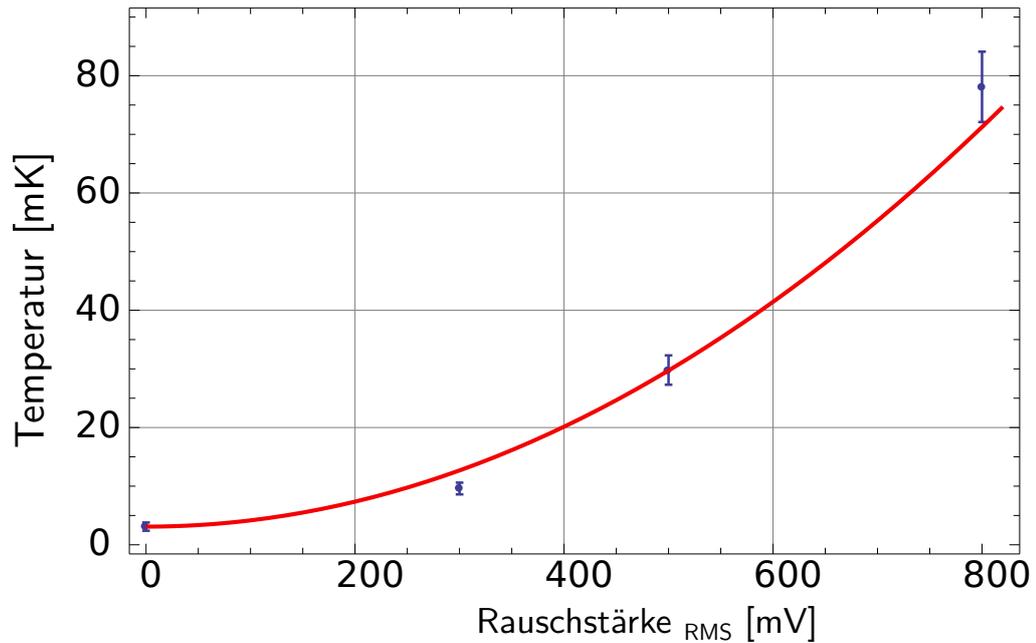


Abbildung 59: Aufgetragen ist die Gleichgewichtstemperatur bei verschiedenen RMS-Spannungen des Rauschgenerators.

Wird sich auf den kinetischen Anteil der Energie beschränkt ist die mittlere quadratische Geschwindigkeit $\langle v^2 \rangle$ proportional zur Temperatur:

$$\rightarrow T \propto \langle v^2 \rangle .$$

Für die mittlere quadratische Geschwindigkeit gilt $\langle v^2 \rangle \propto \langle a^2 \rangle$, daraus folgt:

$$T \propto \langle a^2 \rangle .$$

Für die mittlere quadratische Beschleunigung gilt ganz allgemein:

$$\langle a^2 \rangle = \frac{1}{t} \int_0^t a^2 d\tau .$$

Dies entspricht der Definition des Mittelwertes für zeitabhängige Größen. Für die Beschleunigung gilt in einem elektrischen Feld:

$$a = \frac{eE}{m}$$

mit dem elektrischen Feld E , der Elementarladung e und der Teilchenmasse m . Das Feld E lässt sich ausdrücken durch:

$$E(x, t) = \nabla\Phi(x, t) = \nabla(G(x)\nu(t)) = (\nabla G(x))\nu(t).$$

Dabei wurde das elektrische Feld zuerst als Ableitung des Potentials Φ ausgedrückt und anschließend in einen konstanten nur ortsabhängigen Teil $G(x)$ und in einen zeitabhängigen Teil $\nu(t)$ zerlegt. $\nu(t)$ beschreibt dabei den zeitlichen Verlauf der Rauschfunktion des angelegten elektrischen Rauschens. Dies wird nun in die mittlere Beschleunigung eingesetzt:

$$\langle a^2 \rangle = \left(\frac{e}{m}\right)^2 (\nabla G(x))^2 \underbrace{\frac{1}{t} \int_0^t \nu^2(t) d\tau}_{\langle \nu^2 \rangle}.$$

Somit gilt für die Temperatur:

$$\begin{aligned} T &\propto \langle \nu^2 \rangle \\ \rightarrow T &\propto \nu_{\text{RMS}}^2. \end{aligned}$$

Die Temperatur hängt quadratisch von der eingestellten RMS-Amplitude (*Root Mean Square*) ν_{RMS} am Rauschgenerator ab. Dies bestätigt sich ebenfalls experimentell in Abbildung 59. Durch Anpassen einer quadratischen Funktion an die Messpunkte lässt sich die resultierende Gleichgewichtstemperatur bei bestimmten Einstellungen des Rauschgenerators bestimmen. Als Offset der beschreibenden Funktion dient dabei die unterste Temperatur ohne künstliche Anregung. Diese liegt bei 3,1 mK. Somit ergibt sich als Fitfunktion:

$$y = ax^2 + 3,1 \text{ mK}.$$

Bei Anpassung ergibt sich der Koeffizient a zu

$$a = 110(1) \text{ mK /V}^2.$$

Bei gleichbleibender Kühlleistung, sprich gleichbleibenden Frequenzen und Laserleistungen, ist es damit möglich mittels elektrischem Rauschen gezielt eine bestimmte Temperatur einzustellen. Dieses kann somit als Wärmebad variabler Temperatur dienen.

5.3.3. Einstellen und Messen der Temperatur mittels Dunkelresonanzen

Dunkelresonanzen können nicht nur zur Temperaturmessung eingesetzt werden, sondern eignen sich auch um Temperaturen gezielt einzustellen. Die Theorie zu diesem Effekt wurde in Kapitel 2.6.2 beschrieben. Um dies zu quantifizieren, wurde die Temperatur mittels einer Dunkelresonanz eingestellt und schließlich stroboskopisch die korrespondierende Temperatur bestimmt. Die im Kapitel 5.1 beschriebene Messroutine wurde dazu leicht modifiziert. Der aktuelle Messpunkt (Frequenz) wird für 20 μs gemessen. Danach wird anstatt zur Resonanz des P-D-Übergangs zu einer bestimmten Position in der Dunkelresonanz gesprungen und dort das System für 2 ms thermalisiert. Anschließend wird zum nächsten Messpunkt gesprungen. Die stroboskopische

Messmethode hat sich somit nicht verändert; nur die Rücksprungfrequenz befindet sich innerhalb der Dunkelresonanz selbst. In den folgenden Messungen wird gezeigt, dass die Gleichgewichtstemperatur maßgeblich von der Position in der Dunkelresonanz abhängt. In Abbildung 60 ist eine Messung dieses Effektes zu sehen. Als Rücksprung-

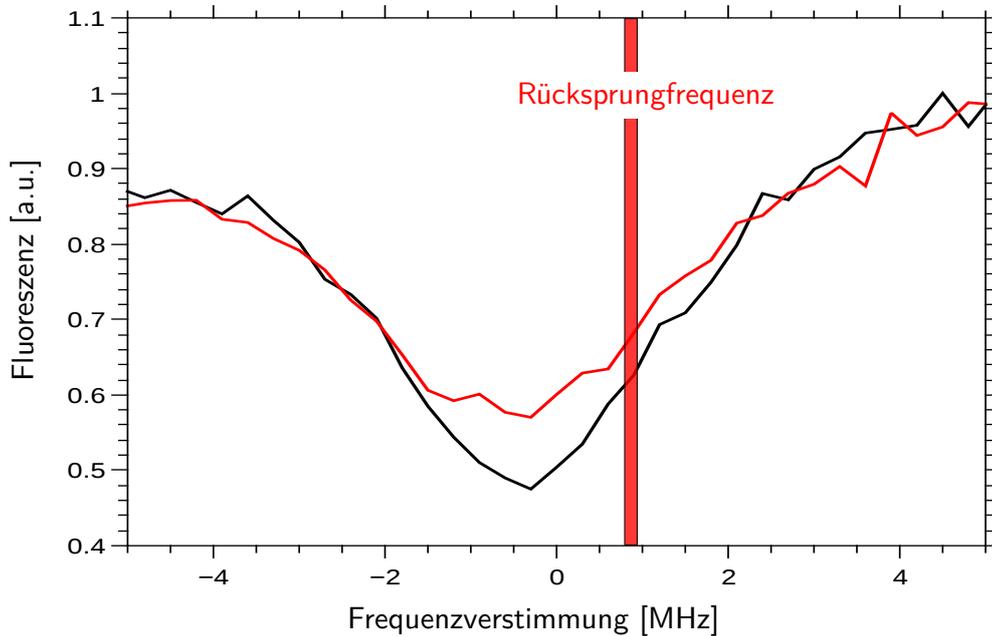


Abbildung 60: Das Bild stellt jeweils eine Dunkelresonanz dar, die mittels eines Sprungscans aufgenommen wurde. Der schwarze Graph entspricht dabei der Dunkelresonanz, wenn die Rücksprungfrequenz mit der atomaren Resonanzfrequenz übereinstimmt. Der rote Graph entspricht der selben Dunkelresonanz, mit der rot markierten Rücksprungfrequenz (roter Balken).

frequenz zur Einstellung der Temperatur wurde dabei eine Verstimmung von ca. 1 MHz zur Dunkelresonanz gewählt. Schwarz dargestellt ist dabei eine Vergleichskurve, wenn als Rücksprungfrequenz die Resonanzfrequenz des P-D-Übergangs gewählt wurde. Die rote Kurve ist die gemessene Dunkelresonanz korrespondierend zur rot eingezeichneten Rücksprungfrequenz. Es ist gut erkennbar, dass die Tiefe des Minimums sinkt, was einer höheren Temperatur entspricht. Ein Fit der Resonanzen ergibt dabei Temperaturen von:

$$T_R = 3,1(5) \text{ mK}$$

$$T_D = 7,4(8) \text{ mK.}$$

Wobei T_R die Temperatur bei der Resonanzfrequenz darstellt und T_D die Temperatur in der Dunkelresonanz als Rücksprungfrequenz. Die Temperatur hat sich um den Faktor 2,4 erhöht durch das Ändern der Rücksprungfrequenz. Diese Messung wurde für mehrere Rücksprungfrequenzen auf der Dunkelresonanz selbst durchgeführt und zu jedem Punkt auf dieser, die Temperatur mittels stroboskopischer Thermometrie

bestimmt. Daraus ergibt sich der Temperaturverlauf in Abbildung 61.

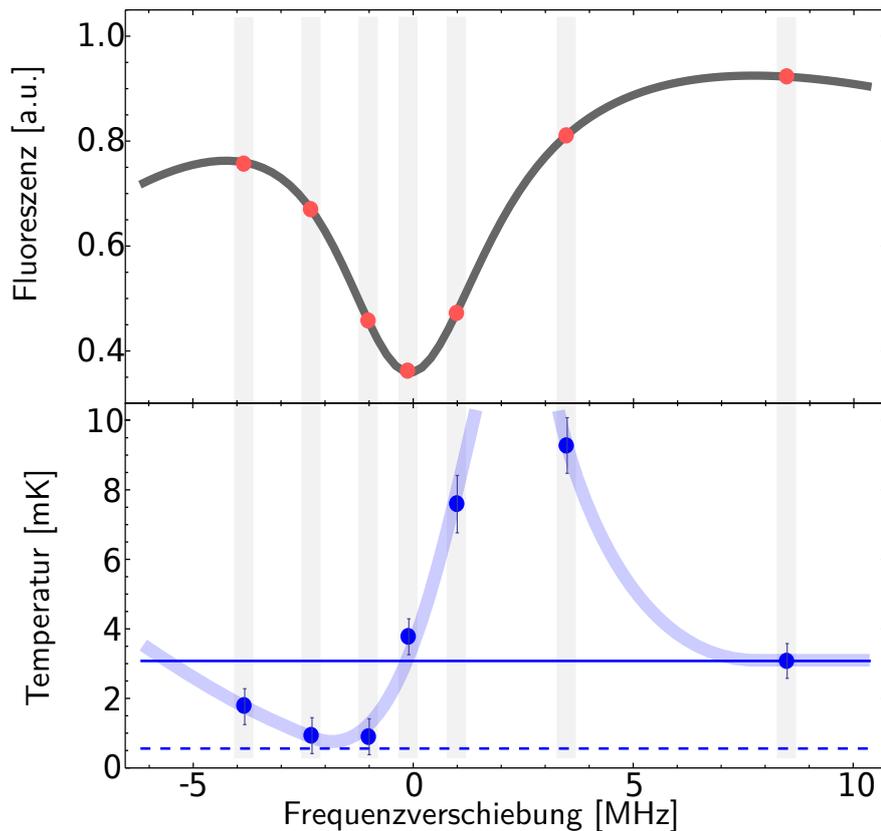


Abbildung 61: Temperatur an verschiedenen Stellen der Dunkelresonanzen. Im oberen Graphen ist dabei eine Dunkelresonanz und die dazugehörige Rücksprungfrequenz dargestellt. Im unteren Graphen die dazugehörige Temperatur. Die Temperatur wurde dabei sowohl mittels Dunkelresonanzen eingestellt als auch gemessen (durch stroboskopische Thermometrie). Die gestrichelte Linie entspricht dem theoretischen Dopplerlimit von rund 0,5 mK. Die waagerechte blaue Linie entspricht im vorliegenden Experiment dem experimentell erreichbaren Dopplerlimit mit Rücksprungfrequenz auf der Resonanz des P-D-Übergangs. Der halb-transparente blaue Balken dient nur der Sichtführung und stellt keine Theoriekurve des Zusammenhangs dar.

Dem Bereich mitten auf der höherfrequenten Flanke der Dunkelresonanz war es nicht möglich eine endliche Temperatur zuzuordnen, da in der Messung kein Kontrast mehr nachweisbar war. Dies spricht für einen vergleichsweise heißen Zustand, für den die diskutierte Temperaturmessmethode nicht geeignet ist.

Weiterhin lässt sich erkennen, dass es mittels dieser Methode möglich ist, Temperaturen unter dem im Experiment vorliegenden Dopplerlimit zu erreichen. Die niedrigste gemessene Temperatur lag dabei bei 0,7(4) mK. Dies ist insbesondere deshalb interessant, da somit mit einfachen Mitteln eine weitere Temperatursenkung um bis zu einen Faktor von 4,4 verglichen mit dem gemessenen Dopplerlimit auf der Resonanzfrequenz (3,1(4) mK) möglich ist. Somit können Dunkelresonanzen außer zum Messen

auch zum Einstellen einer Temperatur dienen. Dies legt eine Verwendung als Wärmebad für die Einzel-Ionen-Wärmekraftmaschine nahe.

5.4. Messen schneller Temperaturdynamik

5.4.1. Thermalisierungsprozesse

In diesem Kapitel wird gezeigt, dass die Temperaturmessung mittels Dunkelresonanzen in der Lage ist schnelle Temperaturdynamik abzubilden. Weiterhin werden typische Thermalisierungszeiten bestimmt, wodurch eine Aussage über eine mögliche Beeinflussung durch den stroboskopischen Messvorgang selbst gemacht werden kann. Zur Bestimmung der Temperatur wird zuerst ein Vergleichsspektrum dopplergekühlter Ionen aufgenommen, um die Rabi-Frequenzen und das Magnetfeld zu bestimmen. Diese werden im weiteren Verlauf festgehalten und die Temperatur wird aus dem Fit einzelner Dunkelresonanzen bestimmt.

Kühlen

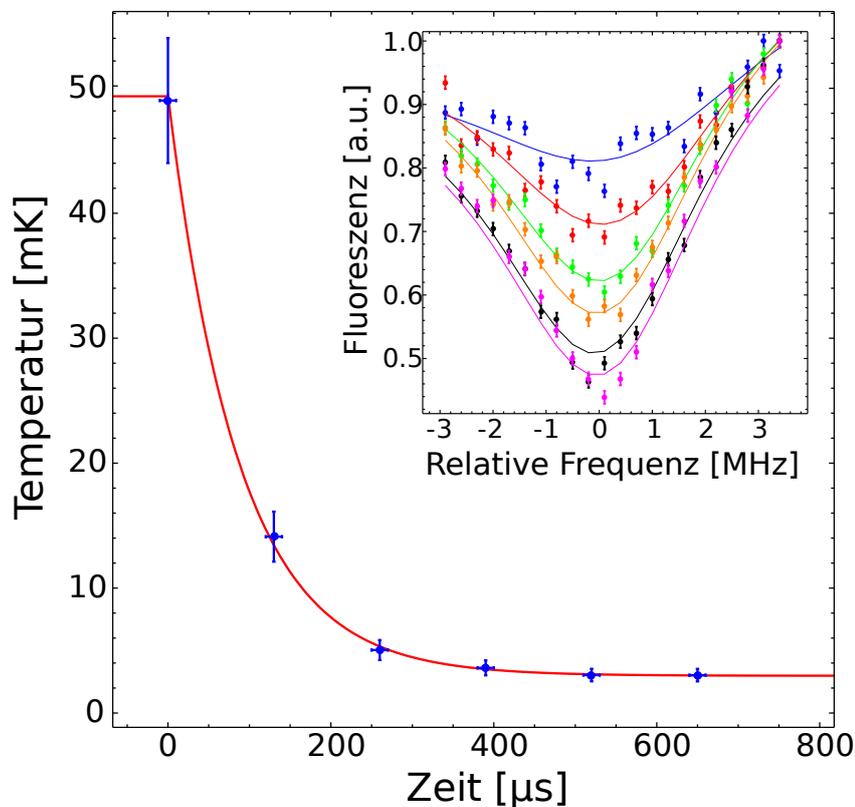


Abbildung 62: Mittels stroboskopischer Dunkelresonanzthermometrie aufgenommene Thermalisierungskurve: Die einzelnen Dunkelresonanzen aus denen die eingezeichneten Temperaturen bestimmt wurden, sind im kleinen Graphen auf der rechten Seite abgebildet. Als Fehler der Zeitachse wurde die Belichtungszeit von $20 \mu\text{s}$ gewählt.

Zur Aufnahme des Thermalisierungsprozesses bei Kühlen wurde das System mittels elektrischem Rauschen geheizt. Das Rauschen wird abgeschaltet und es wird alle $130 \mu\text{s}$

eine Messung eines Punktes der Dunkelresonanz durchgeführt mit einer Belichtungszeit von $20\ \mu\text{s}$. Dies geschieht für 6 Punkte. Anschließend wird zur Bestimmung des Ausgangsniveaus nach $3\ \text{ms}$ noch ein Punkt aufgenommen. Danach wird das Rauschen eingeschaltet, gewartet bis das System thermalisiert hat ($> 3\ \text{ms}$ Wartezeit) und die selbe Messung nochmals durchgeführt mit einem anderen Punkt innerhalb der Dunkelresonanz. Wird nun die daraus bestimmte Temperatur gegen die Wartezeit aufgetragen ergibt sich die Thermalisierungskurve in Abbildung 62. Rechts im Bild dargestellt sind die einzelnen Dunkelresonanzen aus denen die Temperatur bestimmt wurde. Deutlich erkennbar ist die Änderung des Kontrastes bei verschiedenen Wartezeiten. Dieser Thermalisierungsvorgang zeigt deutlich eine exponentielle Abklingkurve mit Basistemperatur von $3,0(4)\ \text{mK}$. Aus dem Fit einer Exponentialfunktion an die Werte, kann die Zeitkonstante bestimmt werden zu $87(3)\ \mu\text{s}$.

Heizen

Hier wurde eine inverse experimentelle Sequenz realisiert, bei der elektrisches Rauschen eingeschaltet wird. Dabei wird stroboskopisch die Thermalisierung zu einem

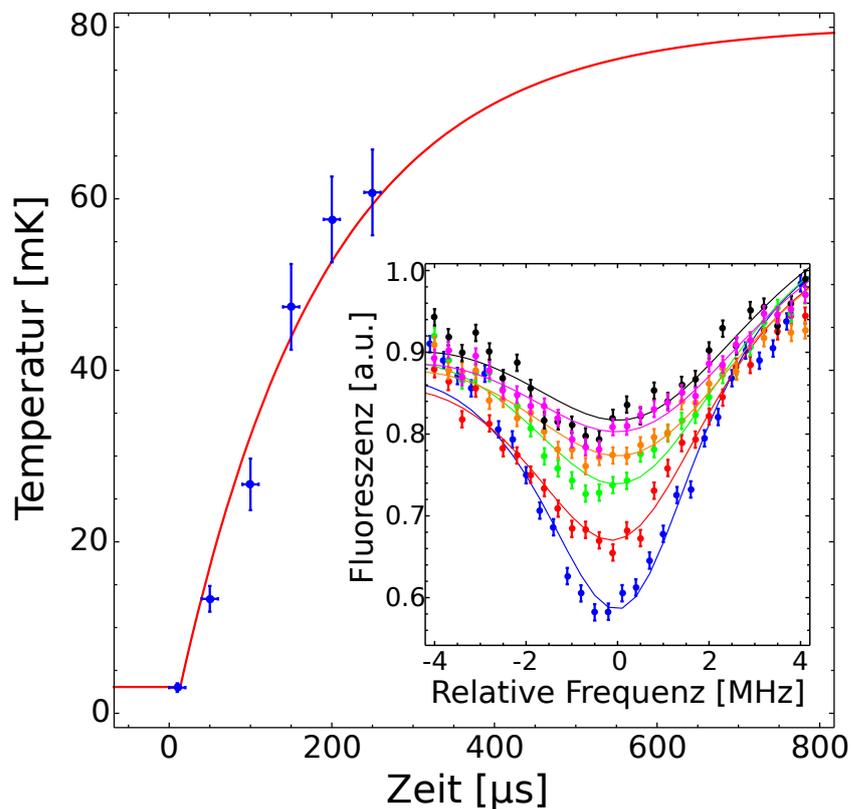


Abbildung 63: Mittels stroboskopischer Dunkelresonanzthermometrie aufgenommene Heizkurve. Ein nicht im Schaubild eingezeichneter Datenpunkt findet sich nach Thermalisierung bei $2000\ \mu\text{s}$ und wurde zum Fitten mit einbezogen.

warmen Reservoir beobachtet. Die entsprechende Messung ist in Abbildung 63 zu

sehen. Die Thermalisierungskurve folgt einer exponentielle Sättigung mit einer Zeitkonstante von $257(40)$ μs . Die Zeitkonstante von Thermalisierungsprozessen liegt somit mindestens in der Größenordnung von 100 μs . Dies liegt deutlich über der verwendeten Belichtungszeit von 20 μs . Eine Belichtungszeit von 20 μs hat dennoch einen nicht verschwindenden Einfluss auf die Temperatur. Dieser kann abgeschätzt werden, indem die maximale Temperaturänderung innerhalb von 20 μs berechnet wird. Die größte Temperaturänderung bei der Untersuchung des Einflusses von Dunkelresonanzen auf die Temperatur in Kapitel 5.3.3 betrug dabei $6(1)$ mK. Mit einer typischen Zeitkonstante für Thermalisierungsprozesse von 100 μs ergibt sich damit eine maximale Temperaturänderung durch die endliche Dauer der Belichtungszeit von $1,0(2)$ mK. Dies ist dabei die maximale Temperaturänderung und wird im Mittel bei den anderen Frequenzen innerhalb der Dunkelresonanz unterschritten. Generell wird dieser Effekt der Belichtungszeit auf die gemessene Temperatur durch den sukzessiven Scan einer kompletten Dunkelresonanz minimiert, da der Einfluss an jeder Stelle anders ist. Dadurch findet bei dem anschließenden Fit der gesamten Dunkelresonanz eine Mittelung der Einflüsse statt. Weiterhin ist es ebenfalls möglich die Belichtungszeit auf bis zu 2 μs zu senken mit dem existierenden System, wodurch der Einfluss der Messung für den thermischen Zustand weiter verkleinert werden kann.

5.4.2. Fallenheizrate

Mit der in dieser Arbeit untersuchten Temperaturmessmethode lässt sich ebenfalls die Fallenheizrate messen. Diese Größe ist für Ionenfallen wichtig, da die typische Kohärenzzeit von Qubits und somit die maximale Zeit für Gatteroperationen und Ähnliches durch die Heizrate limitiert ist. Zur Messung wurde der Kühllaser für definierte Zeiträume t_w mittels eines AOMs abgeschaltet. Anschließend wurde ein Punkt auf einer Resonanzkurve gemessen, bevor das System Zeit zum Thermalisieren hatte. Nach Thermalisierung des Systems wurde mit der selben Methode der nächste Punkt auf der Resonanzkurve gemessen. Dadurch entsteht ein komplettes Dunkelresonanz-Spektrum und es ist möglich die Temperatur daraus zu bestimmen. Wird dies nun für verschiedene Wartezeiten t_w wiederholt, ergibt sich Abbildung 64. Aufgetragen ist die relative Temperatur in Abhängigkeit der Wartezeit. Die relative Temperatur ist dabei definiert durch die Temperaturänderung zur Starttemperatur $\Delta T = T - T_0$. Dadurch kann zur Bestimmung der Fallenheizrate der systematische Fehler auf die absolute Temperatur durch die nicht präzise bekannte Laserlinienbreite umgangen bzw. eliminiert werden. Es ergibt sich wie erwartet [Tur+00] ein linearer Zusammenhang zwischen Wartezeit und Temperatur, dessen Proportionalitätskonstante gerade der Heizrate entspricht. Es ergibt sich:

$$H = \frac{dT}{dt} = 0,80(6) \text{ mK/ms.}$$

Diese ist somit vergleichsweise hoch, kann aber vermutlich auf den völligen Verzicht von elektrischer Filterung der Fallenelektroden und Fertigungsimperfectionen zurückgeführt werden. Interessant ist bei dieser Messung vor allem das Zusammenspiel der

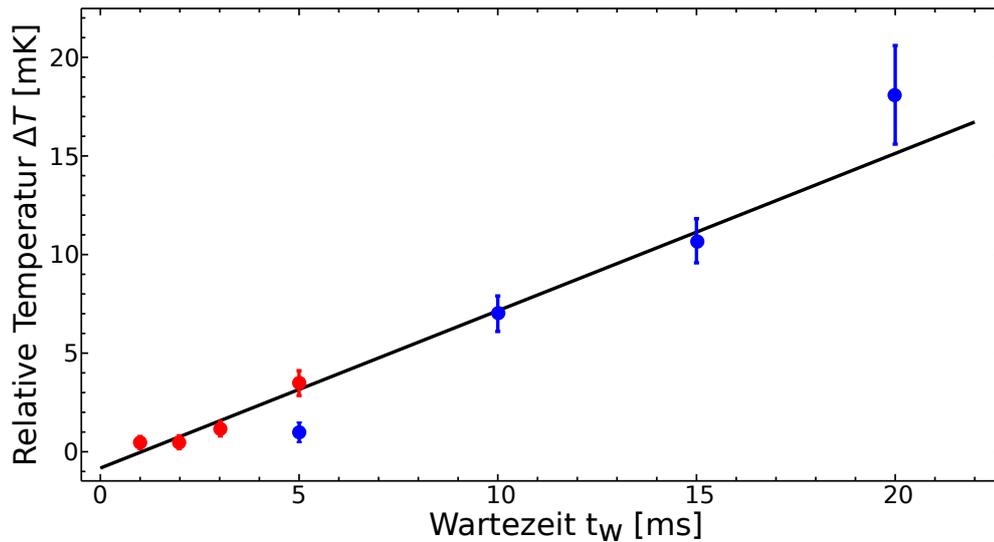


Abbildung 64: Dargestellt ist die Temperatur in Abhängigkeit der Wartezeit nach Abschalten des Laserkühlens. Rot eingezeichnet sind Temperaturwerte die mit der im unteren Temperaturbereich sensibleren 90°-Konfiguration gemessen wurden. Blau eingezeichnet sind Messwerte der Konfiguration mit parallelen Laserstrahlen.

verschiedenen Konfigurationen bzw. Winkel zwischen den Lasern. Im niedrigen Temperatursegment unter 5 mK wurde die 90°-Konfigurationen benutzt und rot eingezeichnet, da diese bei kleinen Temperaturen sensitiver auf eine Temperaturänderung reagiert. Ab einer Temperatur von 10 mK ist die Konfiguration mit 0° Winkel geeigneter (blau), da sie ab diesem Bereich sensitiver auf Änderungen reagiert (vgl. Abbildung 57). Der Messwert bei 5 ms wurde dabei mit beiden Methoden aufgenommen. Erkennbar ist die Abweichung des Punktes der 0°-Konfiguration. Dies ist ein Indiz dafür, dass diese Konfiguration für sehr niedrige Temperaturen weniger geeignet ist und eher im entsprechenden Bereich zwischen 10 mK-80 mK angewendet werden sollte. Jede Konfiguration hat ihren Temperaturbereich in dem sie maximal sensitiv auf Änderungen reagiert und somit die bestmögliche Präzision gewährleistet.

5.5. Fazit

In diesem Kapitel wurde gezeigt, wie Dunkelresonanz-Spektren gemessen werden, welchen Einfluss äußere Parameter auf ihre Form haben und wie daraus eine Temperatur bestimmt werden kann. Weiterhin wurde darauf hingewiesen, dass eine genaue Kenntnis der Linienbreite der verwendeten Laser eine kritische Voraussetzung für die absolute Temperaturmessung mittels Dunkelresonanzen sind und dass diese in Zukunft noch genauer bestimmt werden sollten. Für relative Temperaturänderungen ist die Methode allerdings unabhängig von der genauen Laserbreite universell einsetzbar, da es sich nur um einen systematischen Fehler handelt.

Mit diesem Verständnis der Dunkelresonanzen war es möglich, diesen Effekt gezielt zur schnellen und minimal destruktiven Temperaturmessmethode auszubauen und diese in verschiedenen Temperaturregimen anzuwenden. Durch die Verwendung schneller Sprungsequenzen ist es möglich Belichtungszeiten von unter $20\ \mu\text{s}$ zu erreichen, die schneller als Thermalisierungseffekte im System sind. Dadurch bleibt der thermische Zustand weitestgehend erhalten und wird nur minimal beeinflusst durch die Messung. Ebenfalls möglich wird es, schnelle Temperaturdynamiken zu messen; eine Anforderung die insbesondere im Hinblick auf die Wärmekraftmaschine sehr wichtig ist. Weiterhin können die untersuchten Dunkelresonanzen gezielt genutzt werden um eine bestimmte Temperatur im System einzustellen, da der thermische Gleichgewichtszustand stark von der Position der Laser innerhalb der Resonanzen abhängt. Somit kann die Methode sowohl zur Generierung von Wärmebädern als auch zur schnellen Temperaturmessung in dem mit sonstigen Techniken wenig zugänglichen Bereich von 1 mK-80 mK eingesetzt werden.

6. Ausblick

6.1. Temperaturmessung

Die Temperaturmessung könnte durch verschiedene Maßnahmen präziser werden. Die momentane Präzision einer absoluten Temperaturangabe ist im unteren Temperaturregime systematisch durch die Messunsicherheit auf die Laserlinienbreite beschränkt, wie in Kapitel 5.2.1 ausgeführt wurde.

Ein genauerer Wert für die Laserlinienbreite könnte durch eine sogenannte Selbst-Heterodyne-Messung erreicht werden [Ric+86]. Dabei wird ein Teilstrahl des zu messenden Lasers durch eine Faser geleitet und schließlich mit dem anderen Teilstrahl, der mittels eines AOMs in der Frequenz verschoben wurde, überlagert. Diese Überlagerung wird von einer Photodiode aufgezeichnet und das entstehende Spektrum wird Beat-Spektrum genannt. Die Länge der Faser muss dabei größer als die Kohärenzlänge des Lasers sein. Dadurch sind die überlagerten Strahlen unkorreliert obwohl sie aus dem selben Laser stammen. Das Beat-Spektrum besteht nun aus einer Faltung des Laserspektrums mit sich selbst. Dadurch kann das Laserspektrum berechnet und somit die Linienbreite des Lasers bestimmt werden. Notwendig wäre dazu allerdings bei den ungefähren Kohärenzlängen der Laser eine Faser mit einer Länge von > 2 km.

Eine weitere Methoden wäre eine *Three Cornered Hat* Messung [CLR06]. Dazu sind drei unkorrelierte Laserquellen ähnlicher Linienbreite nötig, zu denen jeweils paarweise eine Beat-Messung durchgeführt wird. Aus den sich ergebenden Allan-Varianzen aller paarweise überlagerten Laser kann die Varianz eines einzelnen Lasers bestimmt werden. Zwei der drei dazu notwendigen Laser sind im Labor bereits vorhanden und stabilisiert. Generell würden schmalere Laser die Präzision erhöhen und insbesondere das Temperaturregime < 1 mK zum Messen mit guter Präzision zugänglich machen, da die untere messbare Grenztemperatur durch die Breite der Laser bestimmt ist.

Weiterhin wäre Seitenbandspektroskopie interessant um die Dunkelresonanzthermometrie noch präziser auf eine absolute Temperaturskala zu eichen. Seitenbandspektroskopie ist dabei eine der genauesten Methoden im Regime sehr kalter Temperaturen und wäre als Vergleichsmessung wünschenswert. Allerdings ist diese mit der momentanen Falle, die sich aufgrund ihres hohen Lamb-Dicke-Faktors nicht im Resolved-Sideband-Regime befindet, schwierig bis nicht durchführbar. Deshalb wurde bereits eine neue Falle designet, die diese Limitation überwindet. Darauf wird in Kapitel 6.2.2 genauer eingegangen.

6.2. Wärmekraftmaschine

In naher Zukunft werden die ersten Tests zur Wärmekraftmaschine durchgeführt werden. Dazu stehen mehrere verschiedene experimentelle Realisierungen der Wärmebäder zur Verfügung. Diese wurden teilweise durch die vorliegende Arbeit untersucht und charakterisiert.

6.2.1. Einstellen von Ionentemperaturen

Laser und elektrisches Rauschen

Aktive Laserkühlung bei ausgeschaltetem Rauschen bildet das kalte Bad mit einer Temperatur im Bereich des Dopplerlimits. Das warme Bad wird durch das Gleichgewicht zwischen elektrischem Rauschen bestimmter Amplitude und dem Laserkühlen gebildet. In der Arbeit wurde gezeigt, wie eine Umrechnung einer Anregungsstärke auf eine Temperatur möglich ist. Bei dieser Methode müsste das Rauschen mit axialer Fallenfrequenz gepulst aktiviert werden, da es nicht möglich ist mit kontinuierlichem elektrischem Rauschen nur an einer Stelle des thermodynamischen Kreislaufes zu heizen. Diese Methode birgt allerdings die Gefahr einer parametrischen direkten Anregung der axialen Mode ohne die Realisierung einer Wärmekraftmaschine.

Zwei Laser

Möglich wäre ebenfalls eine autonom laufende Wärmekraftmaschine ohne gepulste Realisierung der Wärmebäder. Nötig wären dazu zwei radial eingestrahelte Teilstrahlen des selben Lasers, deren Frequenz mittels zwei AOMs verschoben sein müssten. Einer der beiden würde dabei als Kühllaser auf der kühlenden Seite der Resonanz agieren, während der andere auf die heizende Seite verstimmt wäre. Somit steht ein heizendes und ein kühlendes Bad zur Verfügung. Werden diese Laser nun scharf fokussiert und räumlich innerhalb der Falle getrennt, wäre eine autonom laufende Wärmekraftmaschine möglich. Das Prinzip ist nochmals in Abbildung 65 zu sehen.

6.2.2. Design für eine neue Falle

Die aktuelle Falle ist in ihrem Einsatz vor allem durch die niedrigen Fallenfrequenzen limitiert. Diese können nicht durch Spannungserhöhung gesteigert werden, da die Falle nicht im Hinblick auf hohe Durchschlagsfestigkeit designet wurde. Somit ist die Gefahr von Überschlägen die die Falle zerstören würden, zu groß. Dadurch ist es nicht möglich das Resolved Sideband Regime zu erreichen. Eine Erhöhung der Fallenfrequenzen wäre außerdem wünschenswert, da diese quadratisch in die Kopplungsstärke der axialen und radialen Moden eingeht. Dadurch hätte eine radiale Temperaturveränderung größeren Einfluss auf die axiale Bewegung. Generell ist die momentane Falle eher als Machbarkeitsstudie einer Ionenfalle mit gewinkelten Elektroden zu sehen, da sowohl hinsichtlich Fertigungstoleranzen als auch Stabilität Defizite bestehen.

Deshalb wurde eine neue Falle designet die diese Limitationen überwinden soll. Sie vereint dabei sowohl geringeres Fallenvolumen als auch höhere Durchschlagsfestigkeit wodurch höhere Spannungen angelegt werden können. Beide Prozesse führen dabei zu höheren Fallenfrequenzen. Das neue Falldesign ist in Abbildung 66 zu sehen.

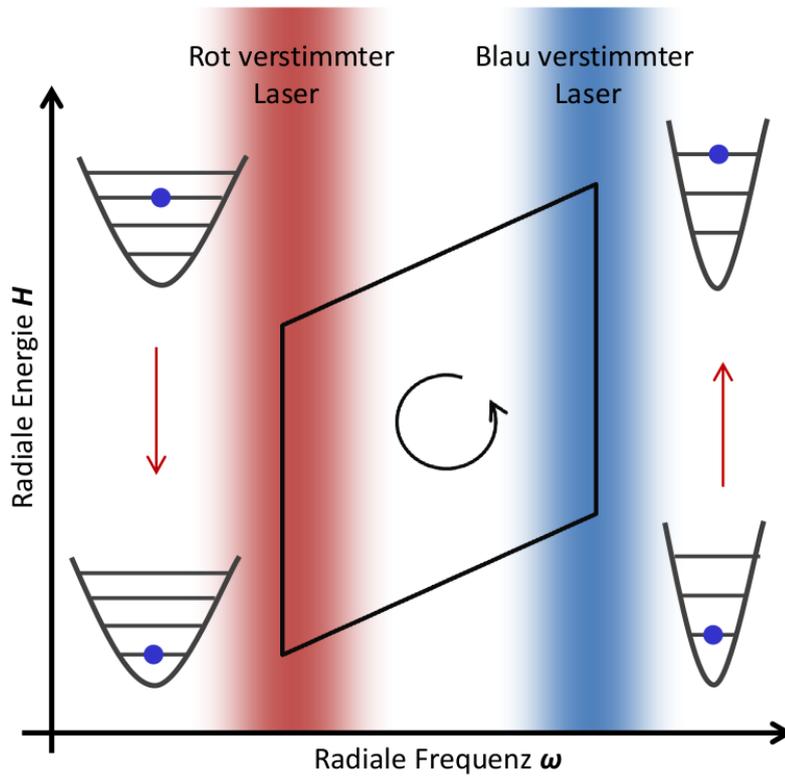


Abbildung 65: Schematische Darstellung des Prinzips der autonom arbeitenden Wärmekraftmaschine mit zwei räumlich separierten Lasern.

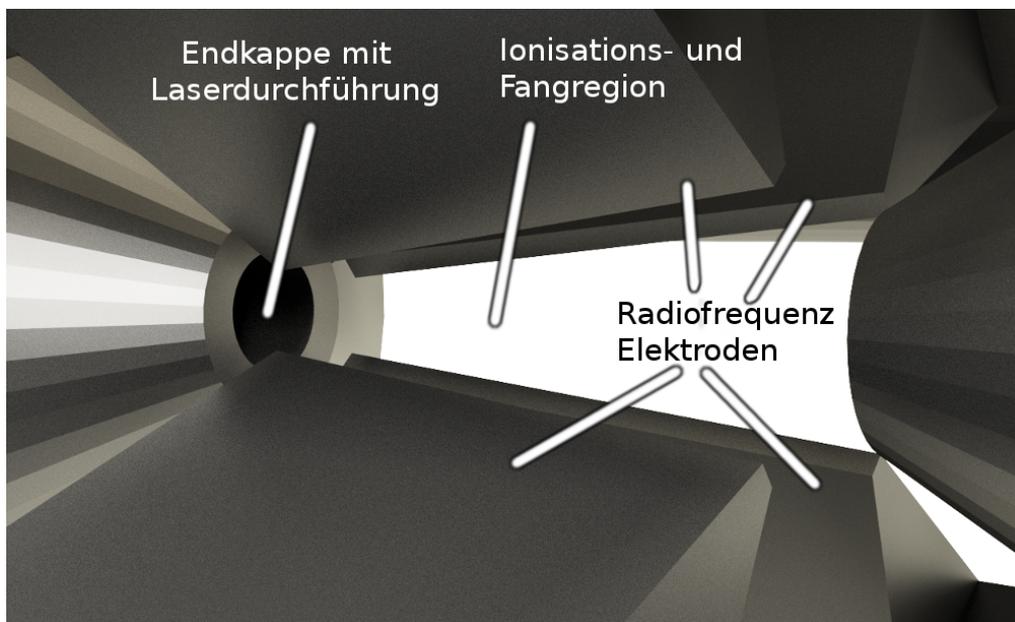


Abbildung 66: Gerenderte dreidimensionale Darstellung des neuen Fallendesigns.

Die Radiofrequenzelektroden wurden dabei aus Vollmaterial gefräst, wodurch diese sehr stabil sind. Weiterhin wurden alle Elektrodenabstände so bemaßt, dass eine hohe Durchschlagfestigkeit gewährleistet ist. Generell wurde die neue Falle wesentlich stabiler und präziser gebaut. Dadurch werden experimentelle Imperfektionen reduziert. Gemäß den theoretisch berechneten Fallenfrequenzen sollte zumindest die Auflösung der radialen Seitenbänder und damit eine Temperaturmessung mittels Seitenbandspektroskopie möglich sein. Diese neue Falle wird in naher Zukunft eingebaut und charakterisiert werden.

6.2.3. Quantenthermodynamik

Ein langfristiges Ziel des Experimentes ist dabei das Vordringen in das Quantenregime. In der momentanen Falle ist die Physik der Wärmekraftmaschine als semi-klassisch zu sehen, da keine einzelnen Phononen als Anregung dienen, sondern thermische Zustände hoher Phononenzahlen. Um mit einzelnen Phononenanregungen arbeiten zu können wäre es notwendig das Ion nahe des Grundzustandes der Bewegung zu kühlen (mittlere Phononenzahlen < 5). Dafür könnten Seitenbandtechniken zum Einsatz kommen, die in der neuen Falle möglich erscheinen.

Generell könnten mit Ionen im Grundzustand quantenthermodynamische Untersuchungen durchgeführt werden. Beispielsweise zeigen Simulationen, dass es mittels nicht klassischer Bänder möglich wäre, die Effizienz einer solchen Einzel-Ionen Wärmekraftmaschine signifikant zu steigern [Roß+14].

A. Anhang

A.1. Berechnung der EIT-Spektren im 8-Niveau-System

Die Darstellung orientiert sich an [Obe99] und wurde sowohl erweitert als auch in einigen Punkten korrigiert. Der Berechnung zu Grunde gelegt sei das Ca^+ -Levelschema dargestellt und durchnummeriert wie in 67. Der atomare Hamilton-Operator ergibt

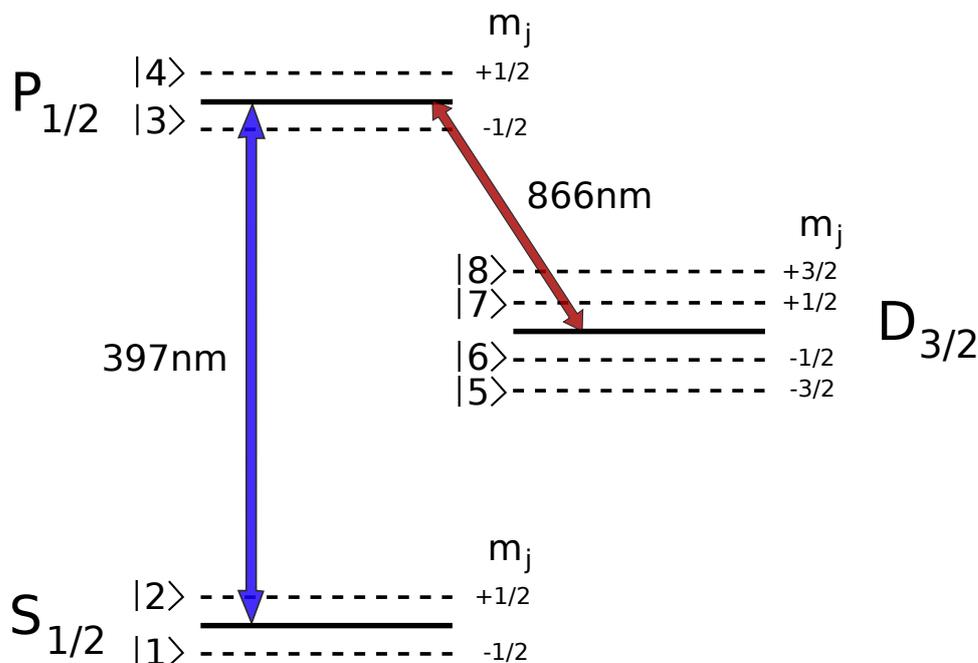


Abbildung 67: Levelschema von Ca^+ mit Zeeman-Aufspaltung. Die Niveaus sind entsprechend der Berechnungen durchnummeriert.

sich zu:

$$H_{\text{Atom}} = \sum_{i=1}^8 (\hbar\omega_i + \mu_B m_j g_j B) |i\rangle\langle i|$$

dabei bezeichnet μ_B das Bohr'sche Magneton, m_j die magnetische Quantenzahl des jeweiligen Zustandes, g_j den Landé-Faktor des Niveaus und B die Magnetfeldstärke. Im Fit wird der Zeeman-Teil vereinfacht mittels $u = \frac{\mu_B}{\hbar}$. Die Landé-Faktoren können berechnet werden mittels:

$$g_j = 1 + \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)}$$

wobei J den Gesamtdrehimpuls $J=L+S$ angibt, S den Gesamtspin und L den Bahndrehimpuls. Zur Beschreibung der Wechselwirkung mit den eingestrahelten Lichtfeldern

muss nun ein Wechselwirkungshamiltonian definiert werden. Für diesen gilt:

$$H_{\text{int},397} = \sqrt{\frac{\hbar\omega_{397}}{2\epsilon_0 V}} i \left(\vec{D}_{13}|3\rangle\langle 1| + \vec{D}_{24}|4\rangle\langle 2| + \vec{D}_{14}|4\rangle\langle 1| + \vec{D}_{23}|3\rangle\langle 2| \right) \hat{a}_{397} e^{-i\omega_{397}t} + c.c.$$

$$H_{\text{int},866} = \sqrt{\frac{\hbar\omega_{866}}{2\epsilon_0 V}} i \left(\vec{D}_{35}|5\rangle\langle 3| + \vec{D}_{36}|6\rangle\langle 3| + \vec{D}_{37}|7\rangle\langle 3| \right) \hat{a}_{866} e^{-i\omega_{866}t} + \sqrt{\frac{\hbar\omega_{866}}{2\epsilon_0 V}} i \left(\vec{D}_{46}|6\rangle\langle 4| + \vec{D}_{47}|7\rangle\langle 4| + \vec{D}_{48}|8\rangle\langle 4| \right) \hat{a}_{866} e^{-i\omega_{866}t} + c.c.$$

Dabei bezeichnet $\omega_{397}, \omega_{866}$ die Laserfrequenz des jeweiligen Lasers, $\hat{a}_{397}, \hat{a}_{866}$ den Vernichtungsoperator der entsprechenden Laserfeld-Mode und D_{ij} das Dipolmatrixelement des betrachteten Übergangs, das definiert ist durch:

$$\vec{D}_{ij} = \langle i | e\vec{r}^\dagger | j \rangle$$

mit dem Dipoloperator $e\vec{r}$. Drückt man nun die entsprechenden Zustandswellenfunktionen mit Kugelflächenfunktionen Y_l^m aus, kann das Dipolmatrixelement mit Hilfe des Wigner-Eckert-Theorems und den Clebsch-Gordon-Koeffizienten berechnet werden. In Matrixdarstellung ergibt sich für den Wechselwirkungshamiltonoperator nach Transformation in ein mitrotierendes Koordinatensystem und einsetzen der Dipolmatrixelemente:

$$H_{S,P} = \begin{pmatrix} H_{13} & H_{14} \\ H_{23} & H_{24} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} +\Omega_{397} \frac{1}{\sqrt{3}} \cos(\alpha) & -\Omega_{397} \frac{1}{\sqrt{3}} \sin(\alpha) \\ -\Omega_{397} \frac{1}{\sqrt{3}} \sin(\alpha) & -\Omega_{397} \frac{1}{\sqrt{3}} \cos(\alpha) \end{pmatrix}$$

$$H_{P,D} = \begin{pmatrix} H_{53} & H_{54} \\ H_{63} & H_{64} \\ H_{73} & H_{74} \\ H_{83} & H_{84} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\Omega_{866} \frac{1}{2} \sin(\alpha) & 0 \\ -\Omega_{866} \frac{1}{\sqrt{3}} \cos(\alpha) & -\Omega_{866} \frac{1}{2\sqrt{3}} \sin(\alpha) \\ +\Omega_{866} \frac{1}{2\sqrt{3}} \sin(\alpha) & -\Omega_{866} \frac{1}{\sqrt{3}} \cos(\alpha) \\ 0 & +\Omega_{866} \frac{1}{2} \sin(\alpha) \end{pmatrix}$$

wobei $\Omega_{397}, \Omega_{866}$ die Rabi-Frequenzen bezeichnet und α den Winkel zwischen Quantisierungsachse (B-Feld-Richtung) und Polarisation, der entscheidend dafür ist, welche Niveaus koppeln können. Der Hamiltonoperator des gesamten Systems ergibt sich nun zu:

$$H = H_{\text{atom}} + H_{S,P} + H_{P,D}$$

Um dissipative Prozesse zu berücksichtigen ist es nun zweckmäßig zum Dichtematrixformalismus zu wechseln. Dabei wird der Zustand des Gesamtsystems durch die

Dichtematrix

$$\rho = \sum_i \rho_i |\Psi_i\rangle \langle \Psi_i|$$

beschrieben. Direkt aus der Schrödingergleichung lässt sich eine Differenzialgleichung für die Zeitentwicklung der Dichtematrix herleiten

$$\dot{\rho} = -\frac{i}{\hbar} [H, \rho] \quad (\text{A.1})$$

Ergänzt man diese nun um Dämpfungsterme, bzw. dissipative Prozesse wie spontanen Zerfall erhält man die Mastergleichung. Dieser wiederum lässt sich am zweckmäßigsten in Lindblad-Formalismus schreiben als:

$$\dot{\rho} = -\frac{i}{\hbar} [H, \rho] - \frac{1}{2} \sum_m \left(C_m^\dagger C_m \rho + \rho C_m^\dagger C_m - 2C_m \rho C_m^\dagger \right) \quad (\text{A.2})$$

wobei durch die C_m die einzelnen dissipativen Prozesse beschrieben werden. Diese ergeben sich durch die natürlichen Zerfallsmöglichkeiten zu:

$$\begin{aligned} \text{P} \rightarrow \text{S} & \begin{cases} \hat{C}_1 = \sqrt{\frac{2}{3}\Gamma_{\text{P,S}}}|1\rangle\langle 4| \\ \hat{C}_2 = \sqrt{\frac{2}{3}\Gamma_{\text{P,S}}}|2\rangle\langle 3| \\ \hat{C}_3 = \sqrt{\frac{1}{3}\Gamma_{\text{P,S}}}(|1\rangle\langle 3| - |2\rangle\langle 4|) \end{cases} \\ \text{P} \rightarrow \text{D} & \begin{cases} \hat{C}_4 = \sqrt{\frac{1}{2}\Gamma_{\text{P,D}}}|5\rangle\langle 3| + \sqrt{\frac{1}{6}\Gamma_{\text{P,D}}}|6\rangle\langle 4| \\ \hat{C}_5 = \sqrt{\frac{1}{6}\Gamma_{\text{P,D}}}|7\rangle\langle 3| + \sqrt{\frac{1}{2}\Gamma_{\text{P,D}}}|8\rangle\langle 4| \\ \hat{C}_6 = \sqrt{\frac{1}{3}\Gamma_{\text{P,D}}}(|6\rangle\langle 3| + |7\rangle\langle 4|) \end{cases} \end{aligned}$$

Um die Linienbreite der verwendeten Laser einzubeziehen, werden folgende zusätzlichen Terme eingeführt:

$$\hat{C}_7 = \sqrt{2\Gamma_{397}} (|1\rangle\langle 1| + |2\rangle\langle 2|)$$

$$\hat{C}_8 = \sqrt{2\Gamma_{866}} (|5\rangle\langle 5| + |6\rangle\langle 6| + |7\rangle\langle 7| + |8\rangle\langle 8|)$$

Die verschiedenen Zerfallsraten Γ ergeben sich nach Fermis goldener Regel gemäß:

$$\frac{8\pi^2}{3\epsilon_0\hbar\lambda_{i,j}^3} |\langle i|\vec{D}|j\rangle|^2$$

mit dem Dipoloperator \vec{D} und der Wellenlänge des Übergangs $\lambda_{i,j}$.

Es kann gezeigt werden [Obe99], dass sich die Gleichung A.2 umformen lässt zu:

$$\frac{d\vec{\rho}}{dt} = L\vec{\rho}$$

wobei $\vec{\rho}$ die Dichte-Matrix in Vektor-Form wie folgt definiert ist:

$$\vec{\rho} := (\rho_{11}, \rho_{12}, \dots, \rho_{87}, \rho_{88})^T$$

Dabei ist L eine $N^2 \times N^2$ Matrix (*Liouville-Matrix*) die die gesamte Dynamik des Systems beschreibt. Die einzelnen Zeilen stellen dabei die optischen Blochgleichungen dar. Die Matrix ergibt sich nach Umformung der Lindblad-Gleichung zu:

$$L_{(r-1)*8+s, (k-1)*8+j} = -\frac{i}{\hbar} \left(H_{r,k}^{eff} \delta_{j,s} - H_{j,s}^{eff\dagger} \delta_{r,k} \right) + \sum_m (C_m)_{r,k} (C_m^\dagger)_{j,s}$$

mit dem effektiven Hamiltonian des Systems:

$$H^{eff} = H - \frac{i}{2\hbar} \sum_m \hat{C}_m^\dagger \hat{C}_m$$

Zur Modellierung der Fluoreszenzspektren ist nun nur die *Steady-State* Lösung interessant, für die gilt:

$$\begin{aligned} \rho(\infty) = \text{const.} &\Rightarrow \dot{\rho} = 0 \\ &\Rightarrow \vec{0} = L\vec{\rho} \end{aligned}$$

Um diese Lösung zu normieren muss eine der Blochgleichungen durch die Normierungsbedingung

$$\sum_i \rho_{ii} = 1$$

ersetzt werden. Dafür wird die erste Zeile der Liouville-Matrix ersetzt durch:

$$L_{1,i} = \sum_{j=0}^8 \delta_{i,j*8+1}$$

mit dem *Kronecker-Delta* $\delta_{i,j}$. Dies führt dazu, dass jeder Eintrag der Liouville Matrix der zu den Termen ρ_{ii} gehört addiert wird. Aus dieser Normierungsbedingung ergibt sich nun im *Steady-State*:

$$(1, \vec{0})^T = L\vec{\rho}$$

Die verbliebene Gleichung wird nun gelöst indem die Gleichung von links mit der zu L inversen Matrix multipliziert wird.

$$\vec{\rho} = L^{-1}(1, \vec{0})^T$$

Zusammenfassend erhält man nun eine Fluoreszenzrate in Abhängigkeit folgender Parameter:

- Der Rabi-Frequenzen Ω_{397} und Ω_{866} und somit abhängig von der Laserleistung
- Dem Winkel α , der die Polarisation relativ zur Quantisierungsachse angibt
- Dem magnetischen Feld B
- Der Verstimmung der beiden eingestrahnten Laser zur atomaren Übergangsfrequenz (genannt Δ_{397} und Δ_{866})

Um nun die Fluoreszenzrate zu bestimmen, bestimmt man die Streurrate des S-P-Übergangs für die gilt:

$$\begin{aligned} S &\propto \Gamma_{P,S} \cdot (\rho_{33} + \rho_{44}) \\ \Rightarrow \text{Fluo} &\propto (\rho_{33} + \rho_{44}) \end{aligned}$$

wobei $\rho_{i,i}$ die Diagonalelemente der Dichtematrix bezeichnet.

Um nun den Einfluss finiter Temperatur in das System zu bringen, wird der Einfluss der Dopplerverschiebung der Laser durch die Ionenbewegung miteinbezogen. Genauere Informationen finden sich in Kapitel 2.5.3. Um das entstehende Integral zu lösen muss über viele Geschwindigkeitsklassen mit der Boltzmann-Verteilung als Wichtung addiert werden. Dies dauert selbst bei modernen Computern durch die notwendigen Matrixinversionen an jeder Stelle rund 1 Minute. Dies ist wesentlich zu lang um diese Art der Berechnung zum routinemäßigen Fitten der Spektren zu benutzen. Zur Vereinfachung wurde der Einfluss der Temperatur in Form einer effektiven Verbreiterung der Laser integriert. Dabei handelt es sich allerdings um eine Näherung, deren Validität überprüft werden muss an den erhaltenen Temperaturen.

Betrachtet wird dazu die relative Dopplerverschiebung der Übergangsfrequenzen zueinander. Es ergibt sich:

$$\Delta\omega = \vec{k}_1\vec{v} - \vec{k}_2\vec{v} = (\vec{k}_1 - \vec{k}_2)\vec{v}$$

mit den Wellenvektoren der beiden Laser \vec{k}_1, \vec{k}_2 und der Ionengeschwindigkeit \vec{v} . Dies entspricht der Projektion der Laser auf die Ionengeschwindigkeit bzw. umgekehrt. Die

Ionengeschwindigkeit gehorcht der Maxwell-Boltzmann-Verteilung, die unabhängig in allen drei Raumrichtungen angenommen wird. Um nun die zusätzliche in das System gebrachte Breite der relativen Dopplerverschiebung zu quantifizieren wird der Verschiebesatz der Statistik benutzt um die Varianz zu berechnen. Es gilt:

$$\text{Var}(X) = E(X^2) - (E(X))^2$$

mit der Varianz $\text{Var}(X)$ und dem Erwartungswert $E(X)$. Die Zufallsvariable relative Dopplerverschiebung unterliegt dabei der stetigen Wahrscheinlichkeitsverteilung Maxwell-Boltzmanns. Der Erwartungswert lässt sich somit mittels eines Integrals über die Zufallsvariable gewichtet mit der Verteilung erhalten. Somit gilt für die Varianz der relativen Dopplerverschiebung:

$$\begin{aligned} \text{Var}(\Delta\omega) = & \iiint ((\vec{k}_1 - \vec{k}_2)\vec{v})^2 P(v_x)P(v_y)P(v_z) dx dy dz \\ & - \left[\iiint (\vec{k}_1 - \vec{k}_2)\vec{v} P(v_x)P(v_y)P(v_z) dx dy dz \right]^2 \end{aligned}$$

mit den eindimensionalen Boltzmann-Verteilungen $P(v_{x,y,z})$. Dieses Integral kann analytisch gelöst werden und es ergibt sich:

$$\sigma_{\Delta\omega} = \sqrt{\text{Var}(\Delta\omega)} = |\vec{k}_1 - \vec{k}_2| \sqrt{\frac{k_B T}{2m}}$$

Die so erhaltene zusätzliche Verbreiterung durch die relative Frequenzverschiebung wird nun quadratisch auf die Laserlinienbreite eines Laser addiert. Die Addition erfolgt quadratisch, da die Prozesse der relativen Dopplershift auf Grund der Ionenbewegung und die bauartbedingte Linienbreite des Laser statistisch unabhängig voneinander sind.

Die so in das System eingeführte Temperaturabhängigkeit ergibt im Rahmen des statistischen und systematischen Fehlers die gleichen Temperaturen wie die korrektere aber aufwändigere Methode der Integration der Spektren. Dies wurde an mehreren gefitteten Spektren validiert. Die zweite Methode wurde deshalb für einen Großteil der Fits benutzt.

A.2. Pulsformung und -auslese PMT

Der verwendete Photomultiplier generiert bei Zählung eines Photons einen Puls mit einer Länge von ca. 5 ns und einer Höhe von 2 V. Um diese Pulse nun zeitlich aufgelöst zu zählen zu können, wurde eine Schaltung auf Basis eines 32 Bit Mikrocontrollers¹ entwickelt. Da die Pulse mit 5 ns allerdings zu kurz für typische Digitalelektronik und insbesondere für den verwendeten Mikrocontroller sind, wurden diese mittels der Schaltung in Abbildung 68 auf eine Länge von ca. 40 ns verlängert. Dies stellt keine Beschränkung dar, da die typische Totzeit des Photomultipliers einige hundert ns beträgt. Der Ausgang in der Pulsverlängerungs-Schaltung ist nun mit einem Eingang

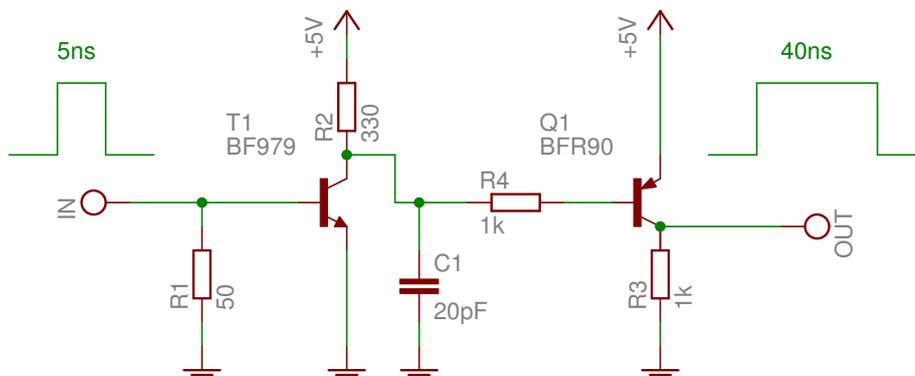


Abbildung 68: Die im Experiment eingesetzte Schaltung zur Pulsverlängerung.

des PIC32 verbunden. Sobald dort ein vollständiger Puls (mit ansteigender und abfallender Flanke) detektiert wurde, wird in dem Mikrocontroller ein Interrupt ausgelöst, der eine Zählvariable inkrementiert. Um nun eine zeitaufgelöste Aufnahme zu ermöglichen, wird nach einem durch den Benutzer direkt einstellbaren Zeitraum ein zweiter Interrupt ausgelöst, der die Zählvariable ausliest, in einem Array abspeichert und anschließend zurücksetzt. Dadurch ist es möglich bis zu 2000 Messpunkte mit einer zeitlichen Auflösung von 2 μ s direkt auf dem Chip zu speichern. Falls notwendig könnte sowohl die zeitliche Auflösung als auch die Anzahl der speicherbaren Messpunkte durch verhältnismäßig wenig Aufwand noch verbessert werden.

Bisher unterstützt die Software, deren Code in Kapitel A.3 abgedruckt ist, folgende drei Betriebsmodi:

¹PIC32MX250F128B von MICROCHIP©

Continous Mode: Der Mikrocontroller überträgt kontinuierlich seine aktuellen Messwerte an den PC. Eingabeparameter sind dabei die gewünschte Aufnahmezeit (Belichtungszeit) und die Datenrate zum PC.

Single Shot Mode: Der Mikrocontroller wird in einen Modus versetzt, in dem der Aufnahmestart von einem externen TTL-Signal getriggert wird und dann für einen festen Zeitraum zeitlich aufgelöst die Pulse des PMT gezählt und gespeichert werden. Die Übertragung der Messwerte zum PC erfolgt nach der Messreihe, da eine gleichzeitige Übertragung und Datenaufnahme nicht mit der gewünschten zeitlichen Präzision möglich ist. Eingabeparameter sind die gesamte Messdauer und die zeitliche Auflösung.

Average Mode: Mit dem Average Mode können mehrere Messungen direkt hintereinander, durch jeweils einen TTL-Puls als Trigger, aufgenommen werden. Dabei werden die einzelnen Messungen zeitaufgelöst aufgenommen wie beim Single Shot Mode und zu dem bestehenden Messwert im jeweilig passenden Zeitschritt (Timebin) hinzu addiert. Erst nach der vorher festgelegten Anzahl an Messungen werden die Daten an den PC übertragen. Der Vorteil dieses Modus liegt vor Allem in der verminderten Kommunikation mit dem PC. Dadurch wird die Messung wesentlich schneller und eignet sich sehr gut um den selben Vorgang häufig zu messen. Eingabeparameter sind die Dauer einer Messreihe, die gewünschte Zeitauflösung und die Anzahl der durchzuführenden Messreihen.

A.3. PMT Auslesecode

```
1 //flag is set, when measurement is finished or after
2 //timeinterval depending on measurement mode
3 int writeUSB=0;
4 //continous measurement or triggered single shot mode
5 int continousPMTMode=0;
6 int singleShotGo=0;
7 //send rate for measurement results in continous mode
8 int picturePerSecond=1;
9 //how many triggers before sending out data in avg single shot mode
10 int numOfTrigger=1;
11 int avgSingleShotMode=0;
12 int triggersArrived=0;
13 int readPMTScheduled=0;
14 unsigned int avgCounter=0;
15 unsigned long numOfBins=0;
16 unsigned long measurementCycles=100;
17 unsigned int timeBin=1000;
18 #define BUFFER_SIZE 2000
19 struct Buffer {
20     unsigned short data[BUFFER_SIZE];
21     unsigned short read;
22     unsigned short write;
23     float avgData;
24 } measurementBuffer = {{}, 0, 0,0.0};
25
26
27 void stopPMT(){
28     CloseTimer1();
29     CloseTimer2();
30 }
31 void readPMT(){
32     // wait until singleshot trigger pulse arrives
33     readPMTScheduled=0;
34     while(!singleShotGo){
35         ClearWDT(); //to avoid the watchdog resetting the microcontroller
36         delay_us(1);
37
38     }
39     //Setup counter for TTLs
40     PPSInput(1,T2CK,RPB15); //Set Timer2 Pin to RPB15
```

```
41 OpenTimer2(T2_ON | T2_SOURCE_EXT | T2_PS_1_1,65535);
42 ConfigIntTimer2(T2_INT_OFF | T2_INT_PRIOR_2);
43
44 //TimeBin Interrupt in musec
45 unsigned int counter=timeBin*(SYS_FREQ/1000000)/8;
46 //set Timer1 which makes the time_Bins
47 OpenTimer1(T1_ON | T1_SOURCE_INT | T1_PS_1_8,counter );
48 ConfigIntTimer1(T1_INT_ON | T1_INT_PRIOR_7);
49
50 }
51
52 void __ISR(_TIMER_1_VECTOR, IPL7AUTO /*ipl2*/) _Timer1Handler(void)
53 {
54     unsigned int counter=ReadTimer2();
55     avgCounter+=counter;
56     //Save measurement data in ringbuffer
57     if(!continousPMTMode){
58         if(avgSingleShotMode){
59             measurementBuffer.data[measurementBuffer.write] += counter;
60             measurementBuffer.write +=1;
61             if(measurementBuffer.write >= BUFFER_SIZE){
62                 measurementBuffer.write = 0;
63             }
64         }else{
65             measurementBuffer.data[measurementBuffer.write] = counter;
66             measurementBuffer.write +=1;
67             if(measurementBuffer.write >= BUFFER_SIZE){
68                 measurementBuffer.write = 0;
69             }
70         }
71     }
72     numOfBins++;
73
74     if((numOfBins-measurementCycles)==0){
75         // writeout via USB when measurementCycles equals numOfBin(timeBins)
76         writeUSB=1;
77         numOfBins=0;
78         measurementBuffer.write=0;
79         if(continousPMTMode){
80             measurementBuffer.avgData = (float)avgCounter/(float)measurementCycles;
81             avgCounter=0;
82         }else{
83             CloseTimer1();
84             CloseTimer2();
```

```
85     if(avgSingleShotMode){
86         triggersArrived+=1;
87         writeUSB=0;
88         singleShotGo=0;
89         readPMTScheduled=1;
90         if((numOfTrigger-triggersArrived)==0){
91             writeUSB=1;
92             triggersArrived=0;
93             readPMTScheduled=0;
94         }}}}
95 //reset timer
96 WriteTimer2(0);
97
98 mT1ClearIntFlag(); // clear the interrupt flag
99
100 }
101 void __ISR(_CHANGE_NOTICE_VECTOR, IPL7AUTO) _changeNoticeHandler(void)
102 {
103     // executed when single shot is triggered
104     singleShotGo=1;
105     mCNBClearIntFlag(); // clear the interrupt flag
106     mCNAClearIntFlag(); // clear the interrupt flag
107 }
```

Listing 1: Interruptroutinen zur Zählung der Pulse.

```
1 if(readPMTScheduled){
2     mCNAClearIntFlag();
3     mCNAIntEnable(1);
4     readPMT();
5     mCNAIntEnable(0);
6 }
7
8 if(writeUSB){
9     if(continousPMTMode){
10         //measurementCycles teilen
11         char s[10];
12         snprintf(s,10,"%0.2f",measurementBuffer.avgData);
13         writestr(s);
14         writestr(eolstr[eol]);
```

```
15     writeUSB=0;
16     measurementBuffer.write=0;
17     }else{
18     writeUSB=0;
19     int i=0;
20     writestr(eolstr[eol]);
21     int prevEcho=echo;
22     echo=1;
23     for(i=0;i<measurementCycles;i++){
24         char s[10];
25         itoa(s,(int)measurementBuffer.data[i],10);
26         writestr(s);
27         measurementBuffer.data[i]=0;
28         if(i<measurementCycles-1) writestr(eolstr[eol]);
29     }
30     writestr(eolstr[eol]);
31     //e serves as message delimiter, so pc knows
32     //the connection is over
33     writestr("e");
34     writestr(eolstr[eol]);
35     measurementBuffer.write=0;
36     echo=prevEcho;
37     }}
```

Listing 2: Transfer der aufgenommenen Daten per USB.

A.4. ADC Auslesecode

```
1 void InitPorts(){
2     TRIS(BUSY,IN);
3     SET(BUSY,0);
4     ANSEL(BUSY,DIGITAL);
5     CNPU(BUSY,NONE);
6     CNPD(BUSY,NONE);
7     ODC(BUSY,NORMAL);
8
9
10 #define BYTE B,0 //pin4 II ok
11 #define CHANNELB0 B,1 //pin5 II ok
12 #define CHANNELB1 B,2 //pin6 II ok
```

```
13 #define D0 B,3 //pin7 II
14
15 TRIS(RC,OUT);
16 SET(RC,1);
17 ANSEL(RC,DIGITAL);
18 CNPU(RC,NONE);
19 CNPD(RC,NONE);
20 ODC(RC,NORMAL);
21
22 TRIS(BYTE,OUT);
23 SET(BYTE,0);
24 ANSEL(BYTE,DIGITAL);
25 CNPU(BYTE,NONE);
26 CNPD(BYTE,NONE);
27 // ODC(TTLB,OPENDRAIN);
28
29
30 TRIS(CHANNELB0,OUT);
31 SET(CHANNELB0,0);
32 ANSEL(CHANNELB0,DIGITAL);
33 CNPU(CHANNELB0,NONE);
34 CNPD(CHANNELB0,NONE);
35 // ODC(TTLC,OPENDRAIN);
36
37 TRIS(CHANNELB1,OUT);
38 SET(CHANNELB1,0);
39 ANSEL(CHANNELB1,DIGITAL);
40 CNPU(CHANNELB1,NONE);
41 CNPD(CHANNELB1,NONE);
42 // ODC(TTLD,OPENDRAIN);
43
44 TRIS(D0,IN);
45 SET(D0,0);
46 ANSEL(D0,DIGITAL);
47 CNPU(D0,NONE);
48 CNPD(D0,NONE);
49 // ODC(TTLE,OPENDRAIN);
50
51 TRIS(D1,IN);
52 SET(D1,0);
53 //ANSEL(D1,DIGITAL);
54 CNPU(D1,NONE);
55 CNPD(D1,NONE);
56 ODC(D1,NORMAL);
```

```
57
58 TRIS(CN_PIN,IN);
59 SET(CN_PIN,0);
60 CNPU(CN_PIN,NONE);
61 CNPD(CN_PIN,PULL);
62 ODC(CN_PIN,NORMAL);
63
64 TRIS(D2,IN);
65 SET(D2,0);
66 CNPU(D2,NONE);
67 CNPD(D2,NONE);
68 ODC(D2,NORMAL);
69
70
71 TRIS(D3,IN);
72 SET(D3,0);
73 CNPU(D3,NONE);
74 CNPD(D3,NONE);
75 ODC(D3,NORMAL);
76
77 DDPCONbits.JTAGEN = 0;//DISABLE JTAG for the next four ports to work
78 TRIS(D4,IN);
79 SET(D4,0);
80 CNPU(D4,NONE);
81 CNPD(D4,NONE);
82 ODC(D4,NORMAL);
83
84 TRIS(D5,IN);
85 SET(D5,0);
86 CNPU(D5,NONE);
87 CNPD(D5,NONE);
88 ODC(D5,NORMAL);
89
90 TRIS(D6,IN);
91 SET(D6,0);
92 CNPU(D6,NONE);
93 CNPD(D6,NONE);
94 ODC(D6,NORMAL);
95
96
97 TRIS(D7,IN);
98 SET(D7,0);
99 CNPU(D7,NONE);
100 CNPD(D7,NONE);
```

```
101 }
102 }
103
104 int serialBuffer=0;
105 long avg=0L;
106 int avgValue =10;
107 int correctionValue=0;
108 double voltage=0;
109 #define LOW 0
110 #define HIGH 1
111 //set the readout channel(used adc has 4)
112 void setChannel(int channel){
113     if(channel==0){
114         SET(CHANNELB0,LOW);
115         SET(CHANNELB1,LOW);
116         correctionValue=4;
117     }
118     if(channel==1){
119         SET(CHANNELB0,HIGH);
120         SET(CHANNELB1,LOW);
121         correctionValue=19;
122     }
123     if(channel==2){
124         SET(CHANNELB0,LOW);
125         SET(CHANNELB1,HIGH);
126         correctionValue=23;
127     }
128     if(channel==3){
129         SET(CHANNELB0,HIGH);
130         SET(CHANNELB1,HIGH);
131         correctionValue=9;
132     }
133     delay_us(100);
134 }
135
136
137 int readADC(){
138     unsigned short value=0;
139     //adc starts measuring and transmitting when these bits are set
140     SET(BYTE,LOW);
141     SET(RC,LOW);
142     delay_us(1);
143     SET(RC,HIGH);
144     while(!GET(BUSY)){
```

```
145     delay_us(1);
146 }
147 //read msb
148 value+=(GET(D0)?256:0)+(GET(D1)?512:0)+(GET(D2)?1024:0)+
149 (GET(D3)?2048:0)+(GET(D4)?4096:0)+(GET(D5)?8192:0)+
150 (GET(D6)?16384:0)+(GET(D7)?32768:0);
151 SET(BYTE,HIGH);
152 delay_us(1);
153 //read lsb
154 value+=(GET(D0)?1:0)+(GET(D1)?2:0)+(GET(D2)?4:0)+(GET(D3)?8:0)+
155 (GET(D4)?16:0)+(GET(D5)?32:0)+(GET(D6)?64:0)+(GET(D7)?128:0);
156 //correction values are specific four our adc because there is a constant offset
157 // in each channel
158 return ((int)((short)value)-correctionValue);
159 }
160
161 //readout routine
162 getAdcVortage(){
163     char s[10];
164     avg=0L;
165     voltage=0.0;
166     setChannel(0);
167     readADC();
168     int i;
169     for(i=0;i<avgValue;i++){
170         avg+=(long)readADC();
171         delay_us(50);
172     }
173     avg/=avgValue;
174     voltage=avg*0.305185095;
175     itoa(s,(int)voltage,10);
176     writestr(s);
177 }
178 writestr(eolstr[eol]);
```

Listing 3: Code zur Auslese des Analog-Digital-Konverters der Leistungsstabilisierung.

A.5. Code zur Berechnung der Spektren

```

1  #include "Eigen/Dense"
2  /*Define kronecker delta*/
3  double kd(int x, int y) {
4      if(x==y){
5          return 1.0;
6      }
7      else{
8          return 0.0;
9      }
10 }
11 /*Define some constants*/
12 const double gs=2,gp=(2./3.),gd=(4./5.),gammaPS=21.58,gammaPD=1.35
13 const double m=40*1.66e-27,kb=1.38e-23;
14 const double gamma397=0.2,gamma866=0.2;
15 const double iSq3= 1./sqrt(3.);
16 const MatrixXcd::Scalar imagUnit(0.0,1.0);
17 MatrixXd C1(8,8);
18 MatrixXd C1adj(8,8);
19 MatrixXd C2(8,8);
20 MatrixXd C2adj(8,8);
21 MatrixXd C3(8,8);
22 MatrixXd C3adj(8,8);
23 MatrixXd C4(8,8);
24 MatrixXd C4adj(8,8);
25 MatrixXd C5(8,8);
26 MatrixXd C5adj(8,8);
27 MatrixXd C6(8,8);
28 MatrixXd C6adj(8,8);
29 MatrixXd C7(8,8);
30 MatrixXd C7adj(8,8);
31 MatrixXd C8(8,8);
32 MatrixXd C8adj(8,8);
33 MatrixXd CC(8,8);
34 VectorXcd rho(64);
35 getFlou(double d397,double d866,double B,double o397,double o866){
36     C1(0,3)=sqrt(2.*gammaPS/3.);
37     C1adj=C1.adjoint();
38     C2(1,2)=sqrt(2.*gammaPS/3.);
39     C2adj=C2.adjoint();
40     C3(0,2)=sqrt(1.*gammaPS/3.);

```

```

41     C3(1,3)=-sqrt(1.*gammaPS/3.);
42     C3adj=C3.adjoint();
43     C4(4,2)=sqrt(1.*gammaPD/2.);
44     C4(5,3)=sqrt(1.*gammaPD/6.);
45     C4adj=C4.adjoint();
46     C5(6,2)=sqrt(1.*gammaPD/6.);
47     C5(7,3)=sqrt(1.*gammaPD/2.);
48     C5adj=C5.adjoint();
49     C6(5,2)=sqrt(1.*gammaPD/3.);
50     C6(6,3)=sqrt(1.*gammaPD/3.);
51     C6adj=C6.adjoint();
52     C7(0,0)=sqrt(2.*gamma397);
53     C7(1,1)=sqrt(2.*gamma397);
54     C7adj=C7.adjoint();
55     C8(4,4)=sqrt(2.*gamma866);
56     C8(5,5)=sqrt(2.*gamma866);
57     C8(6,6)=sqrt(2.*gamma866);
58     C8(7,7)=sqrt(2.*gamma866);
59     C8adj=C8.adjoint();
60     CC = C1.transpose()*C1 + C2.transpose()*C2 + C3.transpose()*C3
61     + C4.transpose()*C4 + C5.transpose()*C5 + C6.transpose()*C6
62     + C7.transpose()*C7 + C8.transpose()*C8;
63     rho = VectorXcd::Zero(64);
64     rho(0)=1.;
65     MatrixXd Hamiltonian(8,8);
66
67     Hamiltonian <<
68     d397-B*0.5*gs,0      ,0      , -o397*iSq3  ,0
69     ,0      ,0      ,0,
70     0      ,d397+B*0.5*gs,-o397*iSq3  ,0      ,0
71     ,0      ,0      ,0,
72     0      , -o397*iSq3  , -B*0.5*gp  ,0      , -o866*0.5
73     ,0      , o866*0.5*iSq3,0,
74     -o397*iSq3  ,0      ,0      , B*0.5*gp  ,0
75     , -o866*0.5*iSq3,0      , o866*0.5,
76     0      ,0      , -o866*0.5  ,0      , d866-3.*0.5*B*gd
77     ,0      ,0      ,0,
78     0      ,0      ,0      , -o866*0.5*iSq3,0
79     ,d866-0.5*B*gd ,0      ,0,
80     0      ,0      , o866*0.5*iSq3,0      ,0
81     ,0      , d866+B*0.5*gd,0,
82     0      ,0      ,0      , o866*0.5  ,0
83     ,0      ,0      , d866+3.*0.5*B*gd;
84

```

```

85 MatrixXcd Heff(8,8);
86 Heff.real()=Hamiltonian;
87 Heff.imag()=(-0.5*CC);
88 MatrixXcd HeffAdj(8,8);
89 HeffAdj=Heff.adjoint();
90 MatrixXcd Liouville(64,64);
91
92 for(int r=0;r<8;r++){
93     for(int q=0;q<8;q++){
94         for(int k=0;k<8;k++){
95             for(int j=0;j<8;j++){
96                 Liouville( (r*8+q),(k*8+j) )= -imagUnit*(kd(j,q)*Heff(r,k)-kd(r,k)*HeffAdj(j,q))
97                     +C1(r,k)*C1adj(j,q)+C2(r,k)*C2adj(j,q)+C3(r,k)*C3adj(j,q)+
98                     C4(r,k)*C4adj(j,q)+C5(r,k)*C5adj(j,q)+C6(r,k)*C6adj(j,q)+
99                     C7(r,k)*C7adj(j,q)+C8(r,k)*C8adj(j,q);
100             }}}}
101 for(int i=0;i<64;i++){
102     if((i%9)==0){
103         Liouville(0,i)=1.;
104     }
105     else{
106         Liouville(0,i)=0.;
107     }
108 }
109 VectorXcd lsg = Liouville.partialPivLu().solve(rho);
110 return (lsg(27).real()+lsg(18).real());
111 }

```

Listing 4: C Code zur Berechnung der Dunkelresonanz-Spektren im 8-Niveau-System. Benötigt wird zusätzlich nur die Lineare Algebra Bibliothek Eigen zu finden unter <http://eigen.tuxfamily.org>.

Literatur

- [Aba+12] O. Abah u. a. »Single-Ion Heat Engine at Maximum Power«. In: *Phys. Rev. Lett.* 109 (20 2012), S. 203006. DOI: 10.1103/PhysRevLett.109.203006. URL: <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.109.203006>.
- [BBP13] A Bermudez, M Bruderer und MB Plenio. »Controlling and measuring quantum transport of heat in trapped-ion crystals«. In: *Physical review letters* 111.4 (2013), S. 040601.
- [Ber+98] D. J. Berkeland u. a. »Minimization of ion micromotion in a Paul trap«. In: *Journal of Applied Physics* 83.10 (1998), S. 5025–5033. DOI: <http://dx.doi.org/10.1063/1.367318>. URL: <http://scitation.aip.org/content/aip/journal/jap/83/10/10.1063/1.367318>.
- [Bli+04] B. Blinov u. a. »Quantum Computing with Trapped Ion Hyperfine Qubits«. In: *Quantum Information Processing* 3.45 (2004).
- [Cir+94] J. I. Cirac u. a. »Laser cooling of trapped ions: The influence of micromotion«. In: *Phys. Rev. A* 49 (1 1994), S. 421–432. DOI: 10.1103/PhysRevA.49.421. URL: <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.49.421>.
- [CLR06] E de Carlos López und JM López Romero. »Frequency stability estimation of semiconductor lasers using the three-cornered hat method«. In: *Fifth Symposium*. International Society for Optics und Photonics. 2006, S. 604621–604621.
- [CTGO11] Claude Cohen-Tannoudji und David Guéry-Odelin. *Advances in atomic physics*. World Scientific, 2011.
- [CTR77] Claude Cohen-Tannoudji und Serge Reynaud. »Simultaneous saturation of two atomic transitions sharing a common level«. In: *Journal of Physics B: Atomic and Molecular Physics* 10.12 (1977), S. 2311.
- [Dic54] R. H. Dicke. »Coherence in Spontaneous Radiation Processes«. In: *Phys. Rev.* 93 (1 1954), S. 99–110. DOI: 10.1103/PhysRev.93.99. URL: <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.93.99>.
- [Don+05] EA Donley u. a. »Double-pass acousto-optic modulator system«. In: *Review of Scientific Instruments* 76.6 (2005), S. 063112.
- [Dre+83] RWP Drever u. a. »Laser phase and frequency stabilization using an optical resonator«. In: *Applied Physics B* 31.2 (1983), S. 97–105.
- [Ebl11] Johannes Eble. »Versatile operations with calcium and multi-species ion crystals«. Diss. Universität Ulm, 2011.
- [Fli07] T. Fließbach. *Statistische Physik*. Spektrum Verlag, 2007, S. 255–258.
- [Gon09] Gonfer. *Heat engine*. 2009. URL: http://en.wikipedia.org/wiki/File:Heat_engine.png.

- [IW82] Wayne M. Itano und D. J. Wineland. »Laser cooling of ions stored in harmonic and Penning traps«. In: *Phys. Rev. A* 25 (1 1982), S. 35–54. DOI: 10.1103/PhysRevA.25.35. URL: <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.25.35>.
- [Kra+14] A. Kramida u. a. NIST Atomic Spectra Database (ver. 5.2), [Online]. Available: <http://physics.nist.gov/asd> [2014, November 27]. National Institute of Standards and Technology, Gaithersburg, MD. 2014.
- [Lam97] S. K. Lamoreaux. »Thermalization of trapped ions: A quantum perturbation approach«. In: *Phys. Rev. A* 56 (6 1997), S. 4970–4975. DOI: 10.1103/PhysRevA.56.4970. URL: <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.56.4970>.
- [LD11] GD Lin und LM Duan. »Equilibration and temperature distribution in a driven ion chain«. In: *New Journal of Physics* 13.7 (2011), S. 075015.
- [MCD93] Klaus Mølmer, Yvan Castin und Jean Dalibard. »Monte Carlo wavefunction method in quantum optics«. In: *JOSA B* 10.3 (1993), S. 524–538.
- [Mot14] de.clipartlogo.com by Mothinator. *Oszilloskop-ClipArt*. 2014. URL: http://de.clipartlogo.com/image/oscilloscope-clip-art_358814.html.
- [Neu+78] W. Neuhauser u. a. »Optical-Sideband Cooling of Visible Atom Cloud Confined in Parabolic Well«. In: *Phys. Rev. Lett.* 41 (4 1978), S. 233–236. DOI: 10.1103/PhysRevLett.41.233. URL: <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.41.233>.
- [Obe99] Hilmar Oberst. »Resonance fluorescence of single Barium ions«. Magisterarb. Universität Innsbruck, 1999.
- [Pet+12] Thorsten Peters u. a. »Thermometry of ultracold atoms by electromagnetically induced transparency«. In: *Physical Review A* 85.6 (2012), S. 063416.
- [Pos10] Ulrich Poschinger. »Quantum Optics Experiments in a Microstructured Ion Trap«. Diss. Universität Ulm, 2010.
- [Ric+86] L Richter u. a. »Linewidth determination from self-heterodyne measurements with subcoherence delay times«. In: *Quantum Electronics, IEEE Journal of* 22.11 (1986), S. 2070–2074.
- [Roß+14] J Roßnagel u. a. »Nanoscale heat engine beyond the Carnot limit«. In: *Physical review letters* 112.3 (2014), S. 030602.
- [RTa14a] Johannes Rosnagel, Nicolas Tolazzi und et al. »Fast thermometry for trapped ions using dark resonances«. In: *Submitted to New Journal of Physics* (2014).

- [RTa14b] Johannes Rossnagel, Nicolas Tolazzi und et al. »Motor aus einem einzelnen Atom«. In: *GIT Labor-Fachzeitschrift* 6 (2014), S. 51. URL: <http://www.git-labor.de/forschung/chemie-physik/nano-motor-aus-einem-einzelnen-atom>.
- [Sch09] Stephan Schulz. »Scalable Microchip Ion Traps for Quantum Computation«. Diss. Universität Ulm, 2009.
- [Scu97] Marlan O Scully. *Quantum optics*. Cambridge university press, 1997.
- [Sin+10] Kilian Singer u. a. »Colloquium: Trapped ions as quantum bits: Essential numerical tools«. In: *Rev. Mod. Phys.* 82 (3 2010), S. 2609–2632. DOI: 10.1103/RevModPhys.82.2609. URL: <http://link.aps.org/doi/10.1103/RevModPhys.82.2609>.
- [Tur+00] QA Turchette u. a. »Heating of trapped ions from the quantum ground state«. In: *Physical Review A* 61.6 (2000), S. 063418.
- [Ver67] Loup Verlet. »Computer Experiments on Classical Fluids. I. Thermodynamical Properties of Lennard-Jones Molecules«. In: *Phys. Rev.* 159 (1 1967), S. 98–103. DOI: 10.1103/PhysRev.159.98. URL: <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.159.98>.
- [WI79] D. J. Wineland und Wayne M. Itano. »Laser cooling of atoms«. In: *Phys. Rev. A* 20 (4 1979), S. 1521–1540. DOI: 10.1103/PhysRevA.20.1521. URL: <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.20.1521>.
- [WSM69] Wolfgang L Wiese, Melvin William Smith und BM Miles. *Atomic Transition Probabilities. Volume 2. Sodium Through Calcium*. Techn. Ber. DTIC Document, 1969.

Eidesstattliche Erklärung

Hiermit versichere ich, dass ich die Arbeit selbstständig verfasst und keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt, sowie Zitate kenntlich gemacht habe.

Mainz, den 1. Dezember 2014

Karl Nicolas Tolazzi
QUANTUM
Institut für Physik
Staudingerweg 7
Johannes Gutenberg-Universität D-55128 Mainz
ntolazzi@students.uni-mainz.de