

Die Rechenkunst der Indogermanen

Theodor Schmidt-Kaler, Margetshöchheim

No class of words, not even those denoting family relationships, has been so persistent as the numerals in retaining the inherited words.

Carl Buck 1949

Alle indogermanischen Sprachen zählen dezimal: Einer, Zehner, Hunderter, Tausender usw., also ein sprachlich ausgedrückter *Stellenwert mit einer stets gleichbleibenden Einer-Sequenz*. Reste vigesimaler Zählung ¹⁾ wie das französische quatre-vingt, das deutsche Schock (=60) und das nordische hundrað (=120, großhundert) und auch das altindische trih sapta (=3x7) für ekas vimsatis (=21) sind nur Arabesken, sie ändern nichts am Prinzip: Das Rechnen bleibt stets vorgegeben durch die Basiszahl 10 und das Stellenwertsystem; es erfolgt mit dem kleinen Einmaleins und den zwei Händen als natürlicher Rechenhilfe.

1. Die Einer des Systems der natürlichen Zahlen

Die Benennung der Zahlen 1 bis 9 geht mit Sicherheit bis ins Paläolithikum zurück. Denn für die Großwildjäger der Eiszeit war es eine absolute Lebensnotwendigkeit, die weit verstreuten Einzelgruppen an einem vorbestimmten Tag zur gemeinsamen Jagd zu vereinen. Sie konnten das mit Hilfe der Örter unter den Sternen, die der Mond Nacht für Nacht anläuft, bis er nach 27 Tagen wieder beim gleichen hellen Stern steht: „wenn der Mond wieder bei den „Zwillingen“, den hellen Sternen Kastor und Pollux, den Asvins der alten Inder steht, dann treffen wir uns frühmorgens an den vereinbarten Plätzen zur Wildpferdjagd“. Dieser *siderische oder Sternmond-Kalender hat 27 Tage*, die eher Namen von den Mond-Standorten haben als zugeordnete Zahlen (die man sich keinesfalls ohne Symbole – wie Ritze auf einem Knochen, Kerben in einem Holz, Steinchen in einer Tasche – hat vorstellen können). ²⁾ Ein solcher siderischer Kalender läuft jeweils nur 27 Tage (das ist zugleich auch die maximal mögliche Zeit, den Mond von der Ersten Sichel bis zur letzten Sichel zu

beobachten). Warum benutzte man nicht den *synodischen oder Lichtmond-Kalender von 29 oder 30 Tagen*? Er hat statt 27 wohlbestimmten Daten nur zwei (allenfalls drei) klar bestimmte Daten: zunehmender bzw. abnehmender Halbmond. ³⁾ Man müsste also immer neben der Mondbeobachtung einen zweiten Strichkalender täglich weiterführen.

Der siderische Mondkalender ist für praktische Zwecke zu lang und muss *in Wochen gleicher Länge* geteilt werden. Das ist nur möglich mit 3 Wochen von je 9 Tagen. Die neue Woche beginnt, wenn 9 Tage abgelaufen sind: am Abend des 9. Tages. Die Ilias erzählt an acht Stellen von Zuständen, die 9 Tage lang anhalten, bis am 10. Tag ein Ereignis eintritt, die Odyssee an fünf Stellen. Zweimal erwähnt die Ilias den 12. Tag und viermal die Odyssee den 6. Tag, aber niemals ist von 7-Tage-Abschnitten die Rede. ⁴⁾ Die Ilias selbst und ebenso die Odyssee sind Berichte über jeweils 9 Jahre – aber im 10. Jahr treten die entscheidenden *neuen* Ereignisse ein. Welch eminente Bedeutung die Zahl 9 für die Griechen hatte, hat vor allem Roscher ⁵⁾ gezeigt. Auch für die Germanen war die Zahl 9 tief in Kult und Mythos verankert. ⁶⁾ In jedem neunten Jahre feierte man in Dänemark noch im 10. Jh. das große Landesfest mit 99 Menschen- und 99 Pferde-Opfern! Erst der deutsche König Heinrich I. konnte 934 den Dänenkönig bewegen, davon abzulassen. Die Schweden feierten das gleiche Hochfest fast bis zum Jahre 1100 mit 72=8x9 Tieren und Menschen als Opfer. ⁷⁾

Der Abend des *neunten* Tages bezeichnet den Beginn der *neuen* Woche. Daher rührt die gleiche Bezeichnung für beide Begriffe. ⁸⁾

	neun	neu
Erschlossene protoindogermanische Form	*(e)néu(o)n *e-neuēn	*néuos neuos, -ios
altindisch	náva-, návya	návya-
avestisch tocharisch A	nava-, nevai- ñu	ñu
tocharisch B mitannisch hethitisch	ñuwe nawa nēwas	ñune neua-
lykisch	nuñ	

armenisch	inon/*enun	nor
griechisch	έννέα	véFoç
ionisch	èiva-	veioç
lateinisch	novem ¹	novus
althochdeutsch	niun	niuwi
altnordisch	nīu	nÿr
gotisch	niun	niujis
angelsächs/altengl.	nigon	nīwe, nēowe
altfriesisch	nigun	nīe
altirisch	noīn-	nua
russisch	devjatī ²	novij
alttschechisch	deveti	novu
litauisch	devyni	naūjas

¹ Gebildet gemäß septem (7), decem (10).

² Gebildet gemäß desjatī (10).

Tab. 1. Die Begriffe neun und neu in indogermanischen Sprachen. Nach Pokorny 1959.

Der siderische oder Stern-Mondkalender hat 13 Monate, eine heilige Zahl, wie das Füllhorn als Symbol und Vertreter des Mondes in der Hand der Venus von Laussel (Abb.1) beweist: das dem jungen Mond (im Alter von 4 Tagen) im Frühjahr (daher flachliegend) ähnelnde Bisonhorn hat genau 13 Kerben. Die zwölfte Kerbe hat einen Haken; denn am Ende des 13. siderischen Monats ist der 12. Vollmond und ein Mondjahr ist um. Wahrscheinlich hat der paläolithische Mensch Mitteleuropas ⁹⁾ daher schon bis 13 gezählt. Das erfordert nicht nur das Heraufzählen an den Fingern bis 10, sondern auch das Weiterzählen bis 13 durch Wiederherunterzählen an den Fingern. So kommt man bis 20 und eröffnet damit das dezimale System. Mit den Namen der Einer ragt ein Stück Paläolithikum ins Proto-Indogermanische herein.

2. Zehner, Hunderter und Tausender

Die indogermanische Wurzel *dékm(t) wird auf *de (zwei) und *kem (Hand) zurückgeführt: „zehn“ sind „zwei Hände“. Gemeint sind die Finger (nicht die Knöchel). Dass „fünf“ etwas meint, womit eine Hand etwas fassen kann, kann man am russischen pjat (=5) und pjast (=Handvoll) schön sehen.

Bei zwanzig ging es alteuropäisch (wahrscheinlich schon paläolithisch) mit dem Vigesimal-System weiter, wie die Beispiele der vaskonischen und der mit diesen in Kontakt geratenen westindogermanischen Sprachen zeigen (vgl. auch Anm. 1). Das ursprüngliche indogermanische Zählen jedoch blieb konsequent beim dezimalen Durchzählen.

Solange man nur Wochen, vielleicht einen Monat vorausplanen musste, genügte der Zahlbereich 1-30.

Die neolithische Revolution mit Ackerbau und Viehzucht in Mitteleuropa kurz nach 6000 v. Chr., führte zur „neolithischen Kalender-Revolution“¹⁰⁾; denn mit der Einführung des Ackerbaus werden Planungen mit viel weiteren Zeithorizont unerlässlich. Und die Sonne, ausschlaggebend für das Gedeihen der Pflanzen wird jetzt wichtig, der Mond tritt in den Hintergrund. Ein ausgezeichnetes Äquivalent für die Mittagshöhe der Sonne (also für die Intensität des Sonnenscheins) und für seine Dauer ist (bei festem Beobachtungsort) der Auf- oder Untergangspunkt der Sonne. Die neue, zumindest zeitweilige Sesshaftigkeit ermöglicht genau solche und andere langfristige Beobachtungen, vor allem die genaue Bestimmung der vier Kardinalpunkte des Sonnenjahres: Herbst- und Frühlingspunkt, Winter- und Sommer-Sonnenwendepunkt. Um 5000 v. Chr. verbreiten sich vom Donau-Raum aus Kreisgrabenanlagen bis zu Elbe und Weser. Mit ihnen kann die Jahreslänge auf den Tag genau bestimmt werden.¹¹⁾ Der Zahlenraum dehnte sich nun aus in den Bereich der Hunderter bis 365/366 oder etwas weiter oder – da man gerne „Tage und Nächte“ (doegr) zählte – bis etwa 730. Das Rechnen musste nun nicht nur mit wenigen Zehnern, sondern mit sämtlichen Zehnern und fast allen Hundertern vor sich gehen. Dadurch wurde der Umgang mit Zehnern und Hundertern gut eingeübt. Es gab aber keinen Grund, den Zahlenraum weiter auszudehnen: Ansiedlungen mit mehr als 1000 Personen sollten noch Jahrtausende auf sich warten lassen, ebenso Tierherden solchen Umfangs, von Bedürfnissen des Handels ganz zu schweigen.

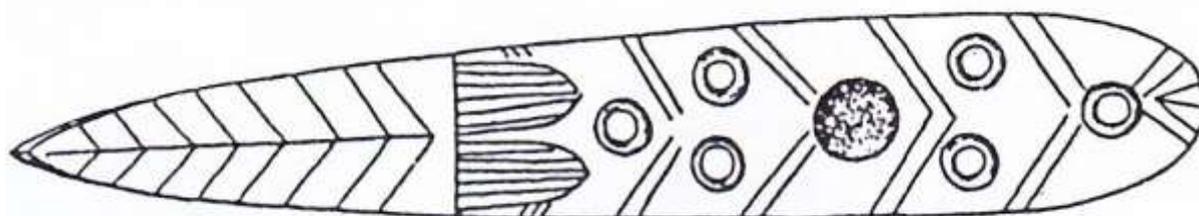
Wie kam es zur Überschreitung der Marke von 999? Es war die Himmelskunde, die Beobachtung des bei weitem hellsten Sternes, der *Venus*.

Etwa 292 Tage steht Venus rechts der aufgehenden Sonne als Morgenstern, danach 292 Tage links von der untergegangenen Sonne als Abendstern.¹²⁾ Die volle Periode schwankt von 577 bis zu 592 Tagen, im Mittel beträgt sie 584 Tage. Warum aber muss man weiterzählen als bis 999?

Der Planet hat nach 584 Tagen zwar die alte Position relativ zur Sonne wieder erreicht (synodische Periode) und damit auch wieder die gleiche Helligkeit, nicht aber in Bezug auf den Sternenhimmel. Damit er diesen Ort wieder erreicht und gleichzeitig die gleiche Position zur Sonne einnimmt, muss die Venus fünfmal ihre synodische Periode durchlaufen, das sind 2920 Tage oder rund 8 Jahre.¹³⁾ Die Kerbhölzer mussten mindestens Zeichen für Zehner oder für Hunderter ausweisen (oder entsprechend verschiedene Arten von Zahl-Steinen), sonst wären sie viel zu lang und unhandlich geworden. Das Dezimalsystem verfestigte sich dadurch auf neue Weise: ein Äquivalent von Position und Stellenwert kam in Sicht.

3. Die erste mathematische Gleichung der Weltgeschichte.

Es war gewiss eine große Entdeckung, als man feststellte, dass sich die Superperiode von 8 Jahren oder 2920 Tagen innerhalb weniger Tage Fehler stets wiederholte und damit die Mühe jahrelanger Ausschau nach Morgen- und Abendstern sich gelohnt hatte! Und das lange vor den ältesten bekannten Planetenbeobachtungen überhaupt, ausgeführt im ältesten Groß-Staat der Welt: den Venusbeobachtungen unter Ammizaduga in Babylon um 1582-62 v. Chr. Woher wissen wir das? Etwa 1800 Jahre vor der Regierungszeit des Großkönigs Ammizaduga von Babylonien entstanden die sog. Salzmünder Prunkäxte, die zwischen Elbe und Unstrut hauptsächlich an der Saale um Halle herum gefunden wurden.¹⁴⁾ Die Axt von Wegwitz-Wallendorf (Abb. 2) zeigt eine Art Tannenbaum mit acht Ästen links und acht Ästen rechts, so wie der (Lebens-)Baum sie jedes Jahr mit dem Sonnenlauf bis Johanni schiebt. Darüber sieht man einen Bogen links und einen Bogen rechts, ähnlich den Exkursionen, die der Abendstern und der Morgenstern von der Sonne aus macht. Darin aber stehen jeweils fünf lange Striche zum Zeichen, dass fünfmal der Abendstern links der Sonne und fünfmal der Morgenstern rechts der Sonne seine bogenförmige Bahn beschrieb. Was anderes kann es bedeuten, dass diese Symbole exakt übereinander angeordnet sind, als die Gleichheit der $2 \times 8 = 16$ Sonnen-(Jahres-)Bahnen unten und der 2×5 Venus-Perioden darüber? Die Symbole sind nicht etwa eingeritzt, sondern mit hoher Präzision in das kostbare jadeähnliche Material eingeschliffen, um ihre große Bedeutung zu unterstreichen. Es ist in der heutigen Mathematik üblich, die beiden Seiten einer Gleichung in einer Zeile (horizontal) links und rechts nebeneinander zu schreiben, dazwischen gesetzt das Symbol = der Gleichheit. Wir drehen daher die Wegwitzer Axt in die Horizontale. Nun sehen wir die Gleichung in der uns vertrauten horizontalen Form. Das Symbol der Gleichheit vertritt der voll durchgezogene vertikale Strich zwischen Lebens- oder Sonnenjahr-Baum links und Venus-Bögen rechts:



16 Sonnenjahre = 10 Venus-Perioden

oder in Zahlen: $16 \times 365 = 10 \times 584.$

$16 \times 365 = 10 \times 584$

Abb. 4 Die Darstellung der mathematischen Gleichungen auf der Wegwitzer Axt. In ihrem rechten Teil zeigt die Axt sechs wunderschön eingeschliffene, perfekte Kreisinge als Symbol des vollen Mondes (= vollendeten Monats), verteilt zwischen 16 Äste (=Sonnenjahre): in je 8 Jahre fallen jeweils 3 Schaltmonde.

Wir sehen hier die älteste mathematische Gleichung der Weltgeschichte vor uns.

Die genauesten modernen Zahlenwerte ergeben $16 P_{\odot} = 5843,9$ bzw. $10 P_{\ominus} = 5839,2$ Tage, also eine mittlere Differenz von 4,7 Tagen d.h. weniger als 1 Promille Fehler mit einer Schwankung von $\pm 2,2$ Tagen.

Die linke Seite der Gleichung bedeutet viermalige Verdoppelung von 365 und war damals sicher schon lange bekannt:

365	3 hundred	6 ty	5	
	↓	↓	↓	
mal 2 =730	6 hd	12 ty	10 = 6hd 13ty = 7hd 3ty =	
	↓	↓		
mal 2 =1460	7 hd	3 ty		
	↓	↓		
mal 2 =2920	14 hd	6 ty =		
	↓	↓		
mal 2 =5840	28 hd	12 ty	=29hd 2ty =	
			↓ ↓	
			=58 hd 4ty =	

Die Rechnung kann mit ein wenig Übung völlig im Kopf durchgeführt werden und zwar ohne jemals die Hunderter zu überschreiten.

Die rechte Seite der Gleichung ist noch einfacher zu rechnen: aus den Einern der gegebenen Zahl werden Zehner, aus den Zehnern Hunderter, nämlich

$$10 \times 584 = (5\text{hd } 8\text{ty } 4) \times 10 = 50\text{hd } 8\text{hd } 4\text{ty} = 58\text{hd } 4\text{ty} = 5840.$$

Die gesamte Rechnung ist also völlig im Bereich der Einer-Zehner-Hunderter zu bewältigen. Noch im Ersten Teil des Nibelungenliedes werden Tausender vorzugsweise so dargestellt (zwanzec hundert statt zween tusent). Wer so zählt und rechnet, kommt spielend in den Bereich der Tausender hinein, ohne das

Wort tausend je zu benutzen, nämlich genau bis neunundneunzighundert neunzigneun = 9999. Das Altindische (Sanskrit) dürfte als allererste Sprache zu den „wahren“ Tausendern und dann sogleich auch zu den Millionen und zu den Tausenden von Millionen usw. vorgestoßen sein. ¹⁵⁾ Aber die Zahl 1000 ist nicht mehr vor-einzelsprachliches Indogermanisch so wie Wagen, Rad, Achse und alles, was sonst noch zum Wagen gehört. Zahlreiche Wägen oder Teile davon findet man seit dem 4. Jahrtausend v. Chr. ¹⁶⁾ Und schon bei der Zahl hundert beobachtet man eine erste Aufspaltung des Indogermanischen: in die Kentum- und die Satem-Gruppe.

Vielleicht wurde die Fortsetzung des Dezimalprinzips über die Zehner hinaus zu den Hundertern zweimal an verschiedenen Orten unabhängig entdeckt, nicht lange vor der großen Wanderung, die zur Aufspaltung der indogermanischen Sprachen führte, vielleicht kurz nach der Erfindung des Wagens und der Zähmung von Pferd und Rind. ¹⁶⁾

Die Vorfahren haben allerdings ihr dezimales Zahlensystem durchschaut und zu nutzen gewusst. Woher wissen wir das? Die Superperiode beträgt 5 Venusperioden = 8 Sonnenperioden, sie benutzten auf der Prunkaxt jedoch die Gleichung 10 Venusperioden = 16 Sonnenperioden. Warum wohl? Sie waren im Verlauf ihrer Venus-Beobachtungen sicherlich auf die Schwankungen der synodischen Periode um den Mittelwert (bis zu ± 8 Tagen) gestoßen. Ob sie den Begriff des Mittelwertes schon hatten? Auf jeden Fall hatten sie begriffen, dass man im Dezimalsystem leicht durch 10 dividieren kann: Zehner werden Einer, Hunderter werden Zehner, Tausender werden Hunderter. Daher also die 2x8 Jahre Beobachtungszeit, und dazu geschenkt die praktische Erkenntnis der geringeren Schwankung bei Mittelwerten. Die schwierigste aller vier Grundrechnungsarten, die Division ist elegant gemeistert – durch eine dezimal passende Multiplikation!

Haben die Salzmünder Neolithiker die Gleichheit der Vielfachen der beiden Perioden wirklich als mathematische Gleichung aufgefasst? Ich glaube, es gibt ein gutes Argument dafür. Legt man nämlich die Wegwitzer Axt nicht wie zuvor in die natürliche Lage (wie man sie beim Zuschlagen benutzt mit der Schärfe nach unten), sondern horizontal, so erhellt aus der darunter angeschriebenen neuzeitlichen mathematischen Gleichung die vollkommene Analogie beider Darstellungen (Abb. 3). Links die 16 hinzugewachsenen Sonnenjahre, rechts die 10 Bögen der Venus, beide jeweils durch genau so viele gerade Striche dargestellt, auch aufzufassen als $2 \text{ p} \text{ jast} = 2 \times 5$ - und in der Mitte – wo wir heutzutage das Gleichheitszeichen hinschreiben – der scharfe, genau vertikale, durchgezogene Strich, der die beiden Seiten der Gleichung trennt. ¹⁷⁾ Ich

wüsste nicht, wie man die beiden Seiten der Gleichung optisch-symbolisch besser trennen und gegeneinander stellen sollte!

4. Die zweite mathematische Gleichung der Weltgeschichte: die Kalender-Regel der Oktaeteris

Es gibt noch einen zweiten Grund, weshalb die Menschen zu großen Zahlen in den Tausenden fortschreiten mussten: es ist das Feste-Feiern. Seit altersher wird mit Schrecken die finstere Neumondzeit durchstanden, mit Freuden die erste schmale Mondsichel am Abend begrüßt und das große Fest zu Vollmond gefeiert. Wann das ist, ist nicht so leicht vorauszusehen, denn der Kalender muss von Zeit zu Zeit einen dreizehnten Monat im Jahr, einen Schaltmonat aufweisen.

Die obere (bzw. rechte) Hälfte der Wegwitzer Axt zeigt eine zweite Gleichung. Sie drückt eine uralte Kalender-Schaltregel aus: Durch Hinzufügen von 3 Schaltmonaten innerhalb von 8 Jahren fasst der Mondkalender wieder Tritt mit dem Sonnenjahr und dessen normalen 12 Licht-Monaten. In 16 Jahren ergibt das $16 \times 12 + 6 = 198$ Monate. Mit den primitiven Werten von 365 Tagen für das Sonnenjahr und abwechselnd 29 und 30 Tagen für den Licht-Monat gilt auch diese Gleichung ausgezeichnet, mit modernen Werten ergibt sich eine Differenz von 3,2 Tagen, d.h. $1/2000$. Wie wurde diese Gleichung verifiziert? Die linke Seite ergab sich aus der vierfachen Verdopplung der Jahreslänge, die rechte Seite aber ist (mit synodischer Periode des Mondes P_{M})

$$198 P_{\text{M}} = 99 \times 29 + 99 \times 30 = (100 - 1) \times 59 = 59 \text{hd} - 59 = 58 \text{hd} 41 = 5841 \text{ Tage.}$$

Man sieht die Gleichung vor sich, wenn man in Abb.3 die Venusbögen streicht: 16 Normaljahre mit je 12 Monaten und dazu 6 Zusatz-Monde, nämlich in den ersten 4 Jahren 1, in den zweiten 4 Jahren zwei (somit in 8 Jahren drei), in den dritten 4 Jahren wieder 2 und in den letzten 4 Jahren 1 Schalt-Mond, also wiederum in 8 Jahren drei.

In moderner Fassung lauten die Gleichungen mit den anfänglichen primitiven Zahlenwerten:

$$16 \times 365 (P_{\text{S}}) = 10 \times 584 (P_{\text{M}}) \text{ bzw. } P_{\text{M}} = \frac{16}{10} P_{\text{S}} = \frac{8}{5} P_{\text{S}}$$

$$16 \times 365 (P_{\text{S}}) = 198 \times 29 \frac{1}{2} (P_{\text{M}}) \text{ bzw. } P_{\text{S}} = \frac{198}{16} P_{\text{M}} = 12 \frac{3}{8} P_{\text{M}}$$

Aus dem wahrscheinlich schon damals ermittelten $P_{\odot}=365 \frac{1}{4}$ Tage folgt $P_{\ominus}=584,4$ (statt modern 583,9) und $P_{\text{J}}=29,515$ (statt modern 29,5306) Tage.

Der „Kopfschmuck“ der Axt mit 6 Strichen dürfte wiederum eine erkannte Korrektur anzeigen: es fehlen 6 Tage an den 198 Monden, d.h. $\frac{6}{198} = \frac{1}{33} = 0,0303$ Tage, so dass $P_{\text{J}}=29,545$ resultiert (d.h. die mittlere Monatsdauer ist um 0,0148 Tage = 21 Minuten zu lang bestimmt.)

Rechnung und Beobachtung (heute: Theorie und Messung) haben also bereits in Salzmünde Schritt gehalten, sind bis an ihre jeweiligen Grenzen vorgestoßen. Die Länge $365+365+365+366=1461$ Tage des Vierjahreszeitraums heißt Olympiade und gibt allen Griechen seit 776 v. Chr. bis 393 n. Chr. eine gemeinsame Zeitrechnung unabhängig von Königen, Konsuln oder Tyrannen. ¹⁷⁾

Die Oktaeteris war in Griechenland im 1. Jts. allgemein in Gebrauch, bis mit Metons Vorschlag von 430 v. Chr. (in 19 Jahren 7 Schaltmonate, d.h. $19 P_{\odot} =$

$235 P_{\text{J}}$ oder $P_{\text{J}} = \frac{19 \times 365 \frac{1}{4}}{235} = \frac{19 \times 1461}{4 \times 235} = 29,53085$ Tage) die entscheidende Verbesserung gelang. ¹⁸⁾

5. Die Leute von Salzmünde-Proto-Indogermanen?

Woher wissen wir, dass die Leute von Salzmünde Proto-Indogermanen waren? Die lückenlose zeitliche und räumliche Kontinuität der Kulturen im Raum zwischen Elbe und Weser, Thüringer Wald und Harz ist ein starkes Argument: auf die Linienbandkeramik folgt kontinuierlich die Stichbandkeramik, die Rössener Kultur, Trichterbecherkultur und Baalberger Gruppe, Salzmünder, Walternienburger, Bernburger Kultur, Schnurkeramik, Aunjetitzer, Urnenfelder- und Hausurnen-Kultur mit anschließend oder überlappend urgermanische und frühkeltische Kulturen. Ein weiteres Argument liefert die Namensforschung im gleichen Raum (Udolph, auf dieser Tagung). Ein drittes Argument für die Bevölkerungskontinuität folgt aus kranilogischen Untersuchungen (zusammenfassend Schröcke ²⁹⁾) sowie der Kontinuität der Begräbnissitten. Möglicherweise gab es zuweilen Zuzug, jedoch kaum Wegzug: das äußerst wertvolle Salz und die hervorragenden Lößböden waren auskömmliche Grundlage der Ökonomie.

6. Der Henoch-, Qumran- oder Wikinger-Kalender

Nun sind wir neugierig, was die acht Gruppen von vier Strichen auf der Rückseite der Axt wohl bedeuten mögen. Da der „heilige“ Zeitraum von 8 Jahren so oft vorkommt, deute ich auch auf der Rückseite die acht Gruppen als

8 Jahre. Kleine Einzelstriche waren auf der Vorderseite einzelne Tage. Was könnten die 4 Einzeltage jedes Jahr vorstellen? Es könnte sich um die Anfangstage der vier Jahreszeiten des Sonnenjahres handeln. Sie treten hinzu zu den 360 Tagen des Rundjahres, das als Wirtschaftsjahr die ganze Antike vom 4./3. Jahrtausend bis zum Ende der Perserzeit beherrschte.¹⁹⁾

In Mesopotamien hat dieses Rundjahr zum sexagesimalen Zahlensystem geführt. In der Salzmünder Kultur dürfte es dagegen zu einem 364 –Tage-Kalender geführt haben mit 4 Jahreszeiten von $91 = 1 + 90$ Tagen, 12 Monaten von 28 Tagen, 52 Wochen von 7 Tagen. Nach dem apokryphen Henoch-Buch (aeth. Hen. Kap. 72-82) heißt er auch Henoch- oder Qumran-Kalender.²⁰⁾ Er scheint auch in Stonehenge in Gebrauch gewesen zu sein. Langfristig funktioniert der Henoch-Kalender nur mittels 10 Schaltwochen, die innerhalb 56 Jahren zugeschaltet werden. Der älteste Teil von Stonehenge sind die 56 Löcher des Aubrey-Kreises (3000 v. Chr.).

Der 19-Jahreszyklus Metons galt im Altertum als perfekt. Da generell die Antike das tropische Jahr zu 365 Tagen und 6 Stunden zugrunde legte,²¹⁾ ergibt sich die Länge Y des synodischen Monats aus der Gleichung:

$$\begin{aligned} & 235 \times (29 \frac{1}{2} + Y) = 19 \times 365 \frac{1}{4} \\ \text{somit} & 235 Y + 235 (30 - \frac{1}{2}) = (20 - 1) \times 365 \frac{1}{4} \\ \text{zu} & 235 Y = 6939 \frac{3}{4} - 6932 \frac{1}{2} \text{ oder } Y = 7 \frac{1}{4} : 235 = 29/940 = 0,03085 \\ & \text{(statt modern 0,03059).} \end{aligned}$$

Der Bruch 29/940 ist einzugrenzen zwischen der oberen Grenze

$$(29/3)/(940/3) = (10 - 1/3)/(313 \frac{1}{3}) < 10/310 = 1/31 (=0,032 \ 26)$$

und der unteren Grenze

$$(10 - 1/3)/(313 \frac{1}{3}) > 9/315 = 9/(35 \times 9) = 1/35 (=0,028 \ 57).$$

Der beste Schätzwert dürfte somit bei $1/33$ Tag \approx 44 Minuten oder 0,03030 Tagen liegen. Tatsächlich gibt Geminus²²⁾ (um 70 v. Chr.) als Periode $29 \frac{1}{2} + 1/33$ Tage an.

Der Qumran-Henoch-Kalender stellt zunächst einen Kompromiss dar zwischen dem siderischen (paläolithischen) und dem synodischen Mondkalender, dessen Vollmondfeste als neolithisches Hauptinteresse am Mond übrig blieben; denn statt $27 \frac{1}{3}$ Tagen benutzt er 28, und das ist auch eine gewisse Näherung für die 29 oder 30 Tage von Vollmond zu Vollmond, zumal dieser drei Nächte fast ununterscheidbar in seiner größten Helligkeit verharret. Von der ersten Sichel an

gerechnet ist Vollmond der 14. Tag, also „in der Mitte“ der 28 Tage. Der Vollmond des nächsten Monats kommt zwar im Durchschnitt ein bis zwei Tage später als der Qumran-Kalender vorhersagt, aber er fällt noch in die hellste Phase. Weiter hinaus brauchte der Großwildjäger nur den Kalender der Brunft- und Trächtigungszeiten, das sind aber Monatszahlen, keine Tageszahlen: eine gemeinsame Jagd wird nicht viele Monate voraus auf den Tag genau verabredet. Den Tag im Monat ersieht der Jäger am Haus, in dem der Mond steht, oder er zählt ihn bereits am Kerbstock (mit 28 bis etwa 40 Kerben, genügend für alle praktischen Zwecke). Ein zweites, eher heiliges Symbol ²³⁾ repräsentiert mit den 13 Monatskerben das sich ewig erneuernde siderische Mondjahr. Ich vermute daher, dass der Qumran-Kalender noch im Mesolithikum entstand, als Sesshaftigkeit für gewisse kleine Untergruppen (wie z.B. auf dem Göbekli Tepe) die ersten genauen Bestimmungen der Länge eines Sonnenjahres ermöglichte. Denn erst dann wurde die Inkommensurabilität von Mond- und Sonnenjahr (354/355 vs. 365/366 Tage) in ihrer vollen Schärfe sichtbar. Und der Henoch-Kalender ist vermutlich der erste Lösungsversuch – der erste, weil noch so stark vom siderischen Mondkalender inspiriert.

Auf dem Wege über Westeuropa (Stonehenge I, ca. 2500 v.Chr.) und die Expansionsbewegung der Seevölker dürfte dieser Kalender nach Palästina gelangt sein. ²⁰⁾

Erst später, als die eminente Konstanz des Sonnenlaufes und des Sonnenjahres im Vergleich zu den starken Variationen des Mondlaufes voll erkannt war, als ferner die Sesshaftigkeit und die stark geschrumpfte Bedeutung der Jagd den alten siderischen Mondkalender völlig in den Hintergrund treten ließ, reduzierte sich das Problem des Lunisolar-Kalenders auf den Ausgleich des Sonnenlaufes (tropisches Jahr mit seinen vier Kardinalpunkten) mit der synodischen Periode des Mondes.

Diese Kenntnisse wurden durch eine ausgefeilte orale Tradition weitergetragen, wie wir von der aus ihr hervorgegangenen keltisch-druidischen Überlieferung wissen. An ihrem Ende steht der Kelten-Kalender von Coligny, ein echter Lunisolar-Kalender, der gemäß der Analyse von Olmsted ²⁴⁾ Anfang des 1. Jahrtausends v. Chr. konzipiert wurde und eine höhere Genauigkeit erreicht haben soll als der Gregorianische Kalender von A.D. 1582.

Weitere Dokumente dieser Entwicklung der Mathematik durch die Notwendigkeiten des Lunisolar-Kalenders sind die Amphoren ²⁵⁾ und die Goldhüte ²⁶⁾ der mitteleuropäischen Bronzezeit. Das Dekor dieser materiell, technisch und künstlerisch höchst wertvollen Objekte steht für die Beherrschung der Zeit durch die Zahl, nämlich einen Kalender, der Sonnen- und Mondlauf genau widerspiegelt.

Die letzten Spuren des Henoch-Kalenders finden sich bei den Wikingern des Mittelalters ²⁷⁾ und im Bereich der baltischen Sprachen bis ins 19. Jhd. ²⁸⁾

Zusammenfassend darf festgestellt werden, dass das dezimale, an den zehn Fingern der Hände orientierte Rechnen der indogermanischen Völker zu einer frühen, sehr hohen Entwicklung der Rechenkunst führte: das dezimale System beherrschte die weitere Entwicklung der Sprache auf dem Felde der Zahlen, führte zu Zehnern, Hundertern, Tausendern usw. und zu einer parallelen Entwicklung der Rechenkunst in den vier Grundrechnungsarten. Addiert wurde bereits im Paläolithikum, multipliziert vermutlich im frühen, und dividiert im mittleren Neolithikum. Die beiden ersten mathematischen Gleichungen der Weltgeschichte datieren in die Mitte des 4. Jts. v. Chr. Um diese Zeit beherrschte man den Bereich der natürlichen Zahlen bis 9999. Im Unterschied zu den Indogermanen benötigte man im babylonischen Zahlssystem mit der großen Grundzahl 60 für die Multiplikation eigene Tafeln, für die Division Kehrwerttafeln.

Die geschickte Wahl der Basiszahl Zehn und das einfache Rechnen mit dem Stellenwert hat gewiss zum Siegeszug der indogermanischen Sprachen beigetragen.

Abbildungen

- Abb. 1 Das Füllhorn der „Venus von Laussel“ zeigt 13 Kerben, die zwölfte Kerbe hat einen Haken (ca. 23000 v. Chr.).
- Abb. 2 Die Prunkäxte von Wegwitz, Wegwitz-Wallendorf, Radewell und Raßnitz. Salzmünder Kultur etwa 3700-3100 v. Chr. Alle Salzmünder Prunkäxte lassen sich nach den gleichen Grundsätzen wie im Falle Wegwitz interpretieren.
- Abb. 3 Vorder- und Rückseite der Axt von Wegwitz in natürlicher Position mit der Schärfe des Beils nach unten.
- Abb. 4 Die Darstellung der mathematischen Gleichungen auf der Wegwitzer Axt. In ihrem rechten Teil zeigt die Axt sechs wunderschön eingeschliffene, perfekte Kreisringe als Symbol des vollen Mondes (= vollendeten Monats), verteilt zwischen 16 Äste (= Sonnenjahre): in je 8 Jahre fallen jeweils 3 Schaltmonde.

Anmerkungen:

- 1) Th. Vennemann (2009) hat auf dieser Tagung darauf hingewiesen, dass die vigesimalen Züge im Keltischen und im Germanischen auf Kontakte mit den vaskonischen Sprachen der ältesten Bevölkerungsschicht Mitteleuropas zurückgehen dürften. Das „alte“ Schock hat 20, das „leichte“ Schock 40, das Schock schlechthin 60 Stück. Vom hundrað werden auch ganzzahlige Vielfache gezählt. – Die Wendung 3x7 kommt wegen der Bedeutung der Sieben an 14 Stellen des Rigveda vor, die Normalform 21 als zwanzig eins nur einmal (vgl. Miyakawa 2003, S. 126-128). Analog dürfte trih sastis 3x60=180 bedeuten (so auch Wackernagel/Debrunner 1930, Oldenberg 1888, Hopkins 1894, Benfey 1880, Keith 1925 zitiert bei Miyakawa S. 143 und Anm. 391)
- 2) Generell zur „Entwicklung des Kalender-Denkens in Mitteleuropa vom Paläolithikum bis zur Eisenzeit“ vgl. Schmidt-Kaler 2008. Die 27 (später 28) „Mond-Häuser“ kommen als naksatras bereits im Rigveda vor (nakt-satra=Herrschaft über die Nacht habend, ibid. Anm. 2).
- 3) „Vollmond“ dauert drei Tage fast gleich hell an. Der Tag des wahren Vollmondes ist dann, wenn der eigene Schatten in der untergehenden Sonne genau auf den aufgehenden Mond zeigt.
- 4) Schmidt-Kaler 2008, S. 24
- 5) W. H. Roscher 1904: Die Sieben- und Neunzahl in Kultus und Mythos der Griechen. Abhd. phil.-hist. Kl. sächs. Ak. d. Wiss. 24; ders. 1907: Enneadische Studien, Abhdl. sächs. Ak. d. Wiss. 26
- 6) Schmidt-Kaler 2008, S. 26 f.
- 7) Adam von Bremen, Hamburgische Kirchengeschichte (ca. 1075). Vgl. O. S. Reuter, Germanische Himmelskunde 1934 München, S. 422 f, 482 f., dort auch Originalzitate aus den alten Texten.
- 8) Im Übrigen erscheint mir die Annahme einer Vierer-Zählung mit Hilfe der Finger-Knöchel beider Hände unnatürlich, angespannt, mühsam und nur innerhalb einer ganz kleinen Menschen-Gruppe nachvollziehbar. Ich habe Ur-Australier in Alice Springs und Hermannsburg und Khoi-San im Norden Namibias befragt: sie zählen wie wir an den Fingern ab.
- 9) Die Selektionswirkung von 20-30000 Eiszeit-Wintern haben extrem ausgesiebt, depigmentiert (zur Aufnahme der schwachen UV-Strahlung, lebensnotwendig für die Produktion von Vitamin D) und helläugig werden lassen, dabei auf vorausschauende Vorsorge getrimmt.
- 10) Schmidt-Kaler 2008, S. 14 f; 2005, Archäol. in Deutschland, H.6, 31
- 11) W. Schier mit einem Beitrag von Th. Schmidt-Kaler: Zur astronomischen Orientierung der mittelneolithischen Kreisgrabenanlage von Ippesheim, APA 40, 45, 2008.

- 12) Etwa 35 Tage in oberer Konjunktion und 6 Tage in unterer Konjunktion ist Venus so nahe der Sonne, dass sie mit bloßem Auge nicht erkennbar ist (vgl. Schmidt-Kaler 2008, S. 23), also $2 \times 251 = 502$ Tage als Stern sichtbar.
- 13) Mit den Zahlenwerten der modernen Astronomie ergibt sich:
 $5 P_{\text{syn}} = 2919,6$ Tage, $13 P_{\text{sid}} = 2921,1$ Tage, 8 Sonnenjahre = 2921,9 Tage.
 Mit den antiken Werten folgt:
 $5 P_{\text{syn}} = 5 \times 584 = 2920$ Tage, $13 P_{\text{sid}} = 13 \times 225 = 2925$ Tage, 8 Sonnenjahre = $8 \times 365 = 2920$ Tage bzw. $8 \times 365 \frac{1}{4} = 2922$ Tage.
- 14) Schmidt-Kaler und Koneckis 2008, APA 40, 69-83.
- 15) Nach H. Miyakawa, Die altindischen Grundzahlwörter in Rigveda = Münchener Studien zur Sprachwissenschaft, Beiheft 21 (2003), S. 225, ist zehn Millionen (sahasram ayuta RV 8, 21, 18) die größte in Rigveda genannte Zahl. 1 Million (sahasradaha sahasram, RV 10, 114, 8 cd) kommt ebenfalls vor. Das Rigveda kennt also nicht nur den Zahlbegriff 1000 (sahasram, neben dasa sata = 10 hd), sondern auch 10000 (ayuta, neben dasa sahasra = 10 ts) bis hin zu 99000 (navatir nava sahasra), genau so gebildet wie zuvor 5000 (pancasat sahasra) usw. Bei Homer ist myrioi stets so viel wie unzählbar, erst später wird daraus der Zahlbegriff 10000.
- 16) siehe auch E. Kaiser, Vortrag auf dieser Tagung
- 17) Die sechs kleinen Strichlein am Rande der Venusbögen dürften die Erkenntnis widerspiegeln, dass zu der Zeit der 10 Venusperioden noch 6 Tage hinzugefügt werden müssen, um die Zeit der 16 Sonnenperioden zu erreichen. Das bedeutet, dass zu diesem Zeitpunkt bereits das Sonnenjahr mit $365 \frac{1}{4}$ Tagen (=365, 365, 365, 366 Tagen usw.) bekannt war (in Ägypten ab 2700 v.Chr. nachgewiesen).
- 18) In Ägypten ist sie als Sothisperiode bekannt, aber man bleibt seit etwa 2700 v. Chr. beim 365-Tage-Jahr, so dass alle Götter-Feste durch das ganze Jahr wandern, um nach 1461 Jahren wieder in der gleichen Jahreszeit anzulangen – den Indogermanen ein unerträglicher Gedanke (vgl. Geminus: Elementa astronomiae, ed. K. Manitius).
- 19) Mit ihr arbeitet der babylonisch-persische Staatskalender, zugleich heutiger israelitischer Religionskalender. Abweichung vom modernen Wert 22 Sekunden.
- 20) Zum Henoch-Kalender vgl. Schmidt-Kaler 2008 (Vortrag im Museum für Vor- und Frühgeschichte in Berlin).
- 21) Nachweislich wurde in Griechenland seit 776 v. Chr. nach Olympiaden gezählt (bis 393 n. Chr.) Die Olympiade umfasst 4 Sonnenjahre. Warum dieses Zeitmaß? Es ist $4 \times 365 \frac{1}{4} = 1460 + 1$ ganze Tage (was den alten Ägyptern seit dem frühen 3. Jt. bekannt war). Zwei Olympiaden sind genau eine Oktaeteris mit drei Schaltmonaten (sie sind zugleich nahezu ebenso lang wie die Superperiode der Venus).

- 22) *Elementa astronomiae* (ed. K. Manitius) S. 200, berechnet aus gut 54 Jahren Mondbeobachtung (Laussel, S. 202).
- 23) Schmidt-Kaler 2008, 30 und Abb. 13. („Venus von Laussel“ mit mondähnlichem Füllhorn, versehen mit 13 Kerben), ebenso die 13 Halbmonde (claviforme oder P-Zeichen) des trächtigen Pferdes von Trois Frères, APA 40, 184.
- 24) Olmsted, G.S.: *The Gaulish calendar*, Bonn 1992; G. S. Olmsted: *A definitive reconstructed text of the Coligny calendar*, Washington 2001.
- 25) May, J.: „Die gefangene Zeit“ APA 40, 127, 2008.
- 26) Menghin, W.: *Zahlensymbolik und digitales Rechnersystem in der Ornamentik der bronzezeitlichen Goldhüte*, APA 40, 157, 2008; derselbe: *Der Berliner Goldhut. Mathematik, Magie und Macht in der Bronzezeit*, Berlin 2010.
- 27) Spuren des Dreizehn-Monat-Jahres im gesamten germanischen Bereich wurden zusammengetragen von O. S. Reuter: *Germanische Himmelskunde*, München 1934, S. 526-547, z.B. in einer altfäröischen Rätselsammlung:
 „Ich weiß einen Baum höchst auf dem Berge mit 13 Ästen, 4 Nester auf jedem Ast,
 6 Vögel in jedem Nest, der siebte trägt eine vergoldete Feder.“
 Noch 1670 wird in einem schwedischen Bergwerk die Jahresrechnung über 13 Monate geführt und noch 1786 heißt dort „Tretting“ (=Drei Zehner) ein Zeitraum von 13 vollen Wochen (Vierteljahr).
- 28) In Estland, Lettland und Litauen war der Henoch-Kalender mit einem Zusatztag (vereinfachte Schaltung für rein bäuerlichen Gebrauch) bis tief ins 19. Jh. in Gebrauch, vgl. O. S. Reuter (Anm. 27), S. 538 f.

Appendix: Ein Überblick über die Salzmünder Prunkäxte.

Sechs der 14 Salzmünder Prunkäxte sind vollständig erhalten. Ihr Zeicheninventar ist in folgender Tabelle erfasst:

	Kreise	Äste	Striche	Bögen	Tage	Henoch-Kalender
Wegwitz	6 + 0	16 + 16 = 32	8 + 4 = 12	2 (x5)	177 = $\frac{1}{2} \times 354$	+
Radewell	19 + 15	22	14 + 3 + 19 = 36	-	1004 = 4 x 251	
Pritzschöna	14 + 3	20 + 36 = 56	-	-	502 = 2 x 251	+
Günzerode	12 + 8	-	26	-	590	
Suevenhöck	17 + 0	-	-	-	502 = 2 x 251	
Weißenfels	8 $\frac{1}{2}$	-	-	-	251	
Summe	76 + 26 = 102	58 + 52 = 110	94	2		

Wenn unsere Interpretation zutrifft, so ist vorwiegend die Mondrechnung beachtet. Sie war offenbar Grundlage und Ausgangspunkt aller Beobachtungen. Die Beobachtungen für die drei informativsten Äxte erstrecken sich über 22, 32 bzw. 56 Jahre (Spalte 3). Die Rückseiten dienen immer zur Ergänzung der Informationen auf der Vorderseite. Die Anzahl der Vollmonde liefert die Zeiten von Spalte 6: diese verweisen stets auf den Planeten Venus mit einer synodischen Periode von 577-592 Tagen und einer Sichtbarkeitsperiode (als Abend- oder Morgenstern) von 251 Tagen. Nur Wegwitz fällt aus dem Rahmen: hier tritt das halbe Mondjahr an die Stelle. Falls eine Entwicklung innerhalb der Salzmünder Äxte festgestellt werden soll, so könnte man sie sehr wohl durch die Folge Suevenhöck/Weißenfels → Günzerode → Radewell → Pritzschöna → Wegwitz beschreiben. Für diese Entwicklung stehen innerhalb der Salzmünder Kultur ca. 500 Jahre zur Verfügung. Am Ende der Entwicklung erscheint der Qumran-Henoch-Kalender mit 52 Wochen = 364 Tagen im Jahr.